

УДК 536.24

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОРИСТОМ ТЕЛЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ РАДИАЦИОННОЙ ГОРЕЛКИ, РАБОТАЮЩЕЙ В СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

А.Г. Князева, Ю.А. Чумаков

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск

E-mail: yura014@rambler.ru

*Предложена и численно проанализирована модель фильтрационного сжигания несжимаемого газа в пористом теле горелки цилиндрической формы, работающей в стационарном режиме, при условии идеального внутреннего теплообмена и с учетом взаимодействия с теплообменником. Получено аналитическое решение, пригодное для оценки температуры и термических напряжений в горелочном устройстве. Построены распределения температуры, механических напряжений, типичные для стационарных условий работы горелочного устройства, а также зависимости скорости сжигания газа, радиационного потока тепла от технологических параметров.*

### Введение

Одно из возможных практических приложений фильтрационного горения непосредственно относится к разработке экологически чистых пористых радиационных горелок, работающих на бедных смесях и обеспечивающих экономию газового топлива, практически полное сгорание газа в объеме пористого тела и высокий коэффициент использования тепловой энергии [1, 2]. Чтобы избежать аварийных ситуаций при разработке и оптимизации радиационных горелок необходимо определить области допустимых технологических параметров, что невозможно сделать без математического моделирования. Несмотря на большое число работ в области теории фильтрационного горения [3–12], в них отсутствуют модели, позволяющие оценивать термические напряжения в горелочных устройствах, а также определять условия безопасной работы горелок.

В настоящей работе предлагается модель сжигания несжимаемого газа в пористой цилиндрической горелке, геометрия и свойства которой соответствуют условиям работы [13]. Подобные пористые горелки могут быть изготовлены из  $Al_2O_3$ ,  $ZrO_2$  (или их смеси) а также на основе интерметаллидов системы Ni+Al.

Цель исследования состоит в определении скорости сжигания газа, радиационного потока тепла с поверхности горелки и характера распределения механических напряжений в пористом теле при различных значениях технологических параметров – геометрических размеров горелки, скорости подачи газа, коэффициентов теплообмена на основе предложенной модели.

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим горелку, представляющую собой полый цилиндр, изготовленный из материала с заданной пористостью  $m$ . Внутренний  $R_1$  и внешний  $R_2$  радиусы пористого тела горелки заданы, рис. 1.

Во внутреннюю область цилиндра поступает горючий газ, который затем перераспределяется с помощью специальных устройств так, чтобы ско-

рость его поступления  $V_g$  в пористое тело по всей длине горелки (вдоль цилиндра) была приблизительно одинаковой. Считаем, что газ – несжимаемый, а скорость фильтрации  $w=V_g/s$ , где  $s$  – просветленность, удовлетворяет закону Дарси. В изотропных средах  $m=s$ . Химические превращения в газе опишем суммарной реакционной схемой «реагент – продукт реакции», а межфазный теплообмен (между газом в порах и пористым скелетом) в первом приближении будем считать идеальным.

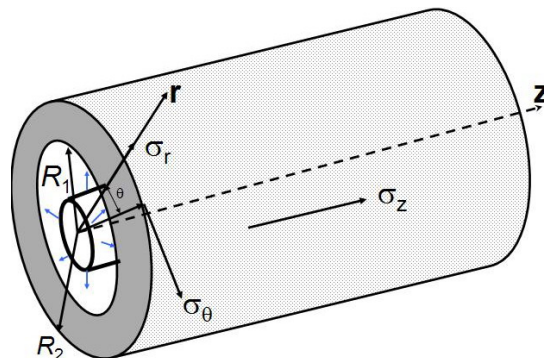


Рис. 1. Внешний вид горелки

С учетом принятых предположений математическая постановка задачи о сжигании газа в цилиндрической системе координат включает одномерные уравнения теплопроводности (температура газа равна температуре каркаса)

$$c_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + c_g \rho_g V_g m \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_{eff} r \frac{\partial T}{\partial r}) + m Q_0 \phi(\eta, T), \quad (1)$$

уравнение диффузии в газовой фазе с конвективным слагаемым и источником массы вследствие химической реакции

$$\rho_g \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} + V_g \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D \rho_g r \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) - \phi(\eta, T), \quad (2)$$

уравнение неразрывности в виде

$$\frac{d\rho_g}{dt} \quad \text{или} \quad \nabla \cdot (\rho_g V_g) = 0 \quad (3)$$

и уравнение движения для ползущего течения

$$\rho_g \frac{\partial V_g}{\partial t} = \nabla p + \frac{\mu s}{k} V_g, \quad (4)$$

$$\text{где } \nabla \cdot (\rho_g V_g) \equiv \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \rho_g V_g), \quad \nabla p = \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$\phi(\eta, T) = \rho_g k_0 \cdot \eta^n \left( \frac{p}{p_0} \right)^\gamma \exp \left( - \frac{E_a}{RT} \right),$$

$T$  – температура, К;  $\eta$  – доля реагента;  $t$  – время, с;  $r$  – пространственная координата, м;  $p$  – давление газа, Па;  $\lambda_{\text{eff}}$  – эффективный коэффициент теплопроводности,  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda_g m + \lambda_s (1-m)$ , Вт/(м·К);  $\lambda_g, \lambda_s$  – коэффициенты теплопроводности газа и твердого тела, Вт/(м·К);  $c_{\text{eff}} = c_g \rho_g m + c_s \rho_s (1-m)$  – эффективная объемная теплоемкость, Дж/(м<sup>3</sup>·К);  $c_g, c_s$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме и теплоемкость твердого каркаса, Дж/(кг·К);  $\rho_g, \rho_s$  – плотности газа и твердого каркаса, кг/м<sup>3</sup>;  $Q_0$  – тепловой эффект суммарной реакции в газовой фазе, Дж/кг;  $k_0$  – константа скорости химической реакции, с<sup>-1</sup>;  $n$  – порядок реакции;  $E_a$  – энергия активации Дж/(моль);  $R$  – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К);  $D_g$  – эффективный коэффициент диффузии в газовой фазе, м<sup>2</sup>/с.

Уравнение (1) легко может быть получено из уравнений теплопроводности для газа и твердого каркаса двухтемпературной модели [14, 15] при условии идеального межфазного теплообмена.

Как правило, при изучении моделей горения преследуют цель определения скорости горения, давления в газе и температуры фаз в зависимости от скорости подачи газа и условий межфазного теплообмена. В этом случае скорость горения определяют для бесконечно большого объема газа при переходе в систему координат, связанную с движущимся фронтом реакции [16]. Для образцов конечных размеров в теории горения часто изучают квазистационарные режимы распространения фронта горения, наблюдаемые при условии малости зоны прогрева по сравнению с размером образца [17].

С практической точки зрения интерес представляют стационарные режимы работы горелочного устройства конечного размера. Такие режимы реализуются при выходе горелочного устройства на стационарный режим работы, когда волн горения в обычном смысле нет. В этом случае имеет смысл говорить о скорости сжигания газа: количестве газа, сгораемого в единице объема за единицу времени.

Переходя к стационарной модели горения, из (1)–(4) получим

$$c_g \rho_g m V_g \frac{dT}{dr} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\lambda_{\text{eff}} r \frac{dT}{dr}) + m Q_0 \phi(\eta, T), \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( D \rho_g r \frac{d\eta}{dr} \right) - \rho_g V_g \frac{d\eta}{dr} - \phi(\eta, T) = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot (\rho_g V_g) \equiv \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \rho_g V_g) = 0. \quad (7)$$

$$V_g = -k_f \nabla p, \quad (8)$$

где  $k_f = k/\mu s$  – коэффициент фильтрации.

Формулировка граничных условий зависит от условий эксперимента.

В частности, можно принять, что температура на входе задана  $T=T_0$ . Концентрация реагента на входе, очевидно  $\eta=1$ .

На выходе из пористого тела условия зависят от характера теплообмена с теплообменником и с окружающей горелочное устройство газовой фазой. Выпишем наиболее общий вид граничных условий для температуры

$$r = R_2 : \quad -\lambda_{\text{eff}} \frac{dT}{dr} = \alpha_{\text{eff}} (T - T_b) + (1-m) \varepsilon_0 \sigma (T^4 - T_h^4) = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}}. \quad (9)$$

и для реагента

$$\eta = \eta_b. \quad (10)$$

Здесь  $T_0$  – начальная температура;  $\alpha_{\text{eff}}$  – эффективный коэффициент внешнего теплообмена между эффективной поверхностью горелки и газом и продуктами сгорания;  $\eta_b$  – доля реагента, оставшаяся неизрасходованной;  $\varepsilon_0$  – показатель черноты;  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $T_h$  – температура теплообменника;  $q_{\text{conv}} = \alpha_{\text{eff}} (T - T_b)$  – плотность конвективного потока тепла;  $q_{\text{rad}} = (1-m) \varepsilon_0 \sigma (T^4 - T_h^4)$  – плотность потока теплового излучения каркаса,  $T_b$  – температура в окружающей горелочное устройство газовой фазе (в общем случае отличная от адиабатической температуры горения).

При условии  $q_{\text{conv}} = q_{\text{rad}} = 0$  из (5)–(10) приходим к традиционным моделям теории фильтрационного горения газов [8, 9, 11, 12, 16], когда теплообмен с окружающей горелочное устройство газовой фазой и теплообменником не учитывается.

Если теплообмен между рабочим телом и горящим газом с окружающей газовой фазой – идеальный, то  $\alpha \rightarrow \infty$ . Тогда можно принять, что на выходе из горелочного устройства

$$T = T_b. \quad (11)$$

Радиационный поток, уходящий с поверхности в этом случае, может быть рассчитан по данным о распределении температуры в твердом каркасе. Условие  $\eta_b > 0$  в рамках упрощенной модели формально соответствует выходу зоны реакции из пористого тела. Температура теплообменника  $T_h$  соответствует заданной температуре теплоносителя (либо вода, либо пар).

Для оценки термических напряжений в пористом теле горелочного устройства можно воспользоваться известным решением задачи о равновесии полого цилиндра, свободного от действия внешних сил, в котором задано распределение температуры [18].

В соответствии с описанной выше моделью сжигания газа температура каркаса не зависит от осевой координаты  $z$  и угла  $\theta$ . Цилиндр имеет концентрическое (круглое) отверстие. Тогда в цилиндрической системе координат мы имеем три компоненты тензора напряжения  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  (рис. 1), отличные от нуля. Все три деформации сдвига и касательные напряжения равны нулю в силу симметрии относительно оси и постоянства условий в осевом направлении. Тогда в соответствии с теорией [18] имеем:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= 3\alpha_T(T-T_0) + \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)), \\ \varepsilon_\theta &= 3\alpha_T(T-T_0) + \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)), \\ \varepsilon_z &= 3\alpha_T(T-T_0) + \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)),\end{aligned}\quad (12)$$

где  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  – радиальные, тангенциальные и осевые компоненты тензора напряжений;  $\varepsilon_\theta, \varepsilon_z$  – тангенциальные и осевые компоненты тензора деформации,  $E$  – эффективный модуль упругости, Па;  $\nu$  – эффективный коэффициент Пуассона;  $\alpha_T$  – эффективный коэффициент линейного теплового расширения,  $K^{-1}$ . Эти характеристики, очевидно, зависят от пористости  $m$ .

Решение задачи о равновесии полого цилиндра при заданном распределении температуры имеет вид

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu} 3\alpha_T \left( \begin{aligned} &\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} (T - T_0) x dx - \\ &- \int_{R_1}^r (T - T_0) x dx \end{aligned} \right), \quad (13)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu} 3\alpha_T \left( \begin{aligned} &\frac{r^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} (T - T_0) x dx + \\ &+ \int_{R_1}^r (T - T_0) x dx - (T - T_0) r^2 \end{aligned} \right), \quad (14)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu} \frac{3\alpha_T}{r^2} \left( \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} (T - T_0) x dx - (T - T_0) \right), \quad (15)$$

Эти формулы дают максимально возможные термические напряжений в горелочном устройстве, работающем в стационарном режиме.

Возникающие внутри горелочного устройства напряжения и деформации, кроме температуры, зависят от давления газа в порах. В соответствии с [19], оценить влияние давления газа можно, обобщая задачи термоупругости, а точнее, заменяя в них  $3\alpha_T(T-T_0)$  функцией

$$w = 3[\alpha_T(T-T_0) - \gamma_T(p-p_0)],$$

где  $\gamma_T$  – коэффициент термического увеличения давления или коэффициент сжатия [19].

С этим согласуются и представления, развитые в [20]: для упругих компонент тензора напряжений (линейно связанных с деформациями) справедливы соотношения

$$\begin{aligned}d\sigma_{ij} &= 2\mu d\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} [\lambda d\varepsilon_{kk} - Kdw], \\ dw &= 3(\alpha_T dT - \gamma_T dP),\end{aligned}$$

где  $\lambda, \mu$  – коэффициенты Ламе,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $K$  – изотермический модуль всестороннего сжатия,  $K=1+2/3\mu$ . В линейной теории имеем

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Формулы для расчета компонент тензора деформаций (12) в этом случае преобразуются к виду

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= w + \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)), \\ \varepsilon_\theta &= w + \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)), \\ \varepsilon_z &= w + \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)).\end{aligned}$$

Требуется исследовать влияние технологических параметров (скорости подачи газа, геометрических факторов, пористости и т. п. величин) на скорость сжигания газа, величину радиационного потока, а также механические напряжения в пористом теле горелочного устройства.

## 2. Аналитические оценки

### 2.1. Распределение давления и температуры в горелке

При некоторых упрощениях система уравнений (5)–(8) может быть частично проинтегрирована, и, следовательно, могут быть получены аналитические выражения для радиационного потока тепла, уходящего с поверхности горелки, скорости сжигания газа и термических напряжений, что удобно в инженерных расчетах и в задачах оптимизации.

Подставляя (8) в (7), найдем

$$\nabla \cdot k_f \nabla p = 0 \quad \text{или} \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r k_f \frac{dp}{dr} \right) = 0.$$

Если давление на входе и на выходе задано и задан характер зависимости  $k_f$  от давления или координаты, то это уравнение легко интегрируется [21]. В частном случае при условии постоянства  $k_f$  находим

$$p = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{\ln(R_2/R_1)} \ln \frac{r}{R_1}, \quad (16)$$

где  $p_1$  и  $p_2$  – давление на входе и выходе из пористого тела. Следовательно, скорость газа оказывается известной функцией координаты,

$$V_g = k_f \frac{p_1 - p_2}{\ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r} = \frac{A}{r}, \quad A = k_f \frac{p_1 - p_2}{\ln(R_2/R_1)}, \quad (17)$$

и определяется заданным перепадом давления и соотношением внешнего и внутреннего радиусов рабочей части горелки. Плотность газа в этом случае следует из уравнения состояния на входе в пористое тело. Например, если газ – идеальный, то имеем

$$p_1 = \frac{RT_0 \rho_g}{m_g},$$

где  $m_g$  – молярная масса.

Используя (17), представим уравнения теплопроводности (5) и (6) в виде

$$c_g \rho_g m \frac{A}{r} \frac{dT}{dr} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\lambda_{eff} r \frac{dT}{dr}) + m Q_0 \phi(\eta, T), \quad (18)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( D \rho_g r \frac{d\eta}{dr} \right) - \rho_g \frac{A}{r} \frac{d\eta}{dr} - \phi(\eta, T_g) = 0. \quad (19)$$

Уравнения (18), (19) с условиями (9) и (10) на выходе из пористого тела образуют простейшую однотемпературную модель сжигания несжимаемого газа в пористом теле цилиндрической формы с учетом взаимодействия с теплообменником. Отдельные расчеты с использованием подобной модели, где используется упрощенная функция тепловыделения, представлены в [11].

Полагая, что зона реакции является узкой, и тепловыделение в стационарном режиме сосредоточено вблизи внешней поверхности и приводит к ее нагреву до температуры  $T_b$ , для получения предварительных оценок придем к очень простой задаче теплопроводности

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\lambda_{\text{eff}} r \frac{dT}{dr}) - \frac{B}{r} \frac{dT}{dr} = 0, \quad (20)$$

$$r = R_1 : T = T_0,$$

$$r = R_2 : T = T_b,$$

$$B = c_g \rho_g m k_f \frac{p_1 - p_2}{\ln(R_2/R_1)},$$

решение которой при условии постоянства свойств\* имеет вид

$$T = \frac{\lambda_{\text{eff}} C_1}{B} r^{B/\lambda_{\text{eff}}} + C_2. \quad (21)$$

Определяя постоянные интегрирования из граничных условий, найдем стационарное распределение температуры

$$\begin{aligned} T &= T_b - \frac{(T_b - T_0)}{R_2^{B/\lambda_{\text{eff}}} - R_1^{B/\lambda_{\text{eff}}}} [R_2^{B/\lambda_{\text{eff}}} - r^{B/\lambda_{\text{eff}}}] = \\ &= T_0 + \frac{(T_b - T_0)}{R_2^{B/\lambda_{\text{eff}}} - R_1^{B/\lambda_{\text{eff}}}} [r^{B/\lambda_{\text{eff}}} - R_1^{B/\lambda_{\text{eff}}}] . \end{aligned} \quad (22)$$

Распределение температуры оказывается зависящим от геометрических размеров пористого тела и от обобщенного параметра

$$\beta = \frac{B}{\lambda_{\text{eff}}} = \frac{c_g \rho_g m k_f}{\varepsilon \lambda_g + (1-m) \lambda_s} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\ln(R_2/R_1)}. \quad (23)$$

Этот параметр представляет собой отношение тепла, необходимого для повышения температуры на один градус за счет фильтрации газа при заданном перепаде давления, к теплу, необходимому для нагрева за счет теплопроводности также на один градус.

Полагая, что нагрев внешней поверхности цилиндра осуществляется за счет конвективного теплообмена с продуктами сгорания, имеющими температуру  $T_b$ , и, пренебрегая потерями тепла излучением, придем к задаче теплопроводности с условием на внешней поверхности в виде

$$r = R_2 : -\lambda_{\text{eff}} \frac{dT}{dr} = \alpha_{\text{eff}} (T - T_b) = q_{\text{conv}}.$$

Точное аналитическое решение в этом случае также имеет вид (21) или, после определения постоянных интегрирования, вид

$$T = T_0 + \frac{\alpha_{\text{eff}} (T_b - T_0) (r^\beta - R_1^\beta)}{\alpha_{\text{eff}} (R_2^\beta - R_1^\beta) + B R_2^{\beta-1}}. \quad (24)$$

Лучистый поток тепла, уходящий с поверхности твердого каркаса радиационной горелки, в первом приближении можно рассчитать по формуле

$$q_{\text{rad}} = (1-m) \varepsilon_0 \sigma (T_w^4 - T_h^4), \quad (25)$$

где

$$T_w = T_0 + \frac{\alpha_{\text{eff}} (T_b - T_0) (R_2^\beta - R_1^\beta)}{\alpha_{\text{eff}} (R_2^\beta - R_1^\beta) + B R_2^{\beta-1}} \quad (26)$$

– температура внешней поверхности горелочного устройства.

Для определения скорости сгорания газа воспользуемся соотношением [16]

$$\begin{aligned} u_m = u_T \rho_g &= \frac{1}{Q_0} (\lambda_{\text{eff}} \frac{dT}{dr})_{R_2} = \\ &= \frac{1}{Q_0} \cdot \frac{\alpha_{\text{eff}} \beta (T_b - T_0) R_2^{\beta-1}}{\alpha_{\text{eff}} (R_2^\beta - R_1^\beta) + B R_2^{\beta-1}}. \end{aligned} \quad (27)$$

## 2.2. Механические напряжения в горелке

Используя полученные решения, можно рассчитать термические напряжения в пористом теле на основе формул (13)–(15). Так, в случае граничных условий для температуры третьего рода на внешней поверхности горелки после интегрирования находим

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{F}{r^2} \left[ \frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} (2R_2^2 (R_2^\beta - R_1^\beta) - \beta R_1^\beta (R_2^2 - R_1^2)) - \right. \\ &\quad \left. - (2r^2 (r^\beta - R_1^\beta) - \beta R_1^\beta (r^2 - R_1^2)) \right], \\ \sigma_\theta &= \frac{F}{r^2} \left[ \frac{r^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} (2R_2^2 (R_2^\beta - R_1^\beta) - \beta R_1^\beta (R_2^2 - R_1^2)) + \right. \\ &\quad \left. + (2r^2 (r^\beta - R_1^\beta) - \beta R_1^\beta (r^2 - R_1^2)) - \right. \\ &\quad \left. - r^2 (r^\beta - R_1^\beta) \right], \\ \sigma_z &= F \left[ \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} (2R_2^2 (R_2^\beta - R_1^\beta) - \beta R_1^\beta (R_2^2 - R_1^2)) - \right. \\ &\quad \left. - (r^\beta - R_1^\beta) \right], \end{aligned}$$

$$\text{где } F = \frac{E}{1-\nu} \frac{3\alpha_T}{2(\beta+2)} \frac{(T_b - T_0) \alpha_{\text{eff}}}{\beta \lambda_{\text{eff}} R_2^{\beta-1} + \alpha_{\text{eff}} (R_2^\beta - R_1^\beta)}.$$

Не представляет особого труда при получении оценок для термических напряжений учесть зависимость механических свойств от пористости.

\* Заметим, что эта задача легко интегрируется при заданной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. Экспериментальные данные чаще всего аппроксимируют полиномами второй или третьей степени.

### 3. Алгоритм численного решения задачи

Задача решена численно. Дифференциальные уравнения, входящие в систему (5)–(10), аппроксимированы разностными уравнениями; полученная система линейных алгебраических уравнений решалась различными методами: методом правой и левой прогонки, методом Рунге-Кутты четвертого порядка. В некоторых случаях использовался и метод установления. Результаты, полученные различными методами, согласуются друг с другом и с решением упрощенной задачи (в предельном случае с постоянными свойствами и без химического тепловыделения) с точностью не хуже 1 %. В качестве начального приближения для профиля температуры при интегрировании системы (18), (19), (9), (10) выбирали решение (24). Расчет проводился до тех пор, пока разница между итерациями по времени не превышает заданной точности, т. е. пока не выполнится условие  $\varepsilon < 10^{-5}$ , где  $\varepsilon = |(T_{g,j} - T_{g,j}) / T_{g,j}|$ ,  $j = n, (n-5), (n-10)$ ,  $n$  – число узлов расчетной сетки ( $n$  – номер узла, приходящегося на внешнюю поверхность), параметры с волной – значения температуры на предыдущем слое.

### 4. Параметры, использованные в расчетах

Принимая, что твердый каркас изготовлен из  $Al_2O_3 + Fe + Cr$  (в соотношении  $Al_2O_3$  – 55 %,  $Fe + Cr$  – 45 %), а газ представляет собой смесь метана с воздухом (10 % –  $CH_4$ , 90 % – воздуха), в соответствии с литературными данными [22–24], имеем:  $c_g = 1250$  Дж/(кг·К);  $\rho_s = 3750$  кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_s = 8$  Вт/(м·К);  $E_a = 129$  кДж/моль;  $Q_0 = 39,47$  МДж/кг;  $Q = Q_0 \rho_g = 55,05$  МДж/м<sup>3</sup>;  $R_1 = 0,15$  м;  $R_2 = 0,18$  м;  $k = 5,6 \cdot 10^{-9}$  с<sup>-1</sup>;  $T_0 = 300$  К;  $T_h = 400$  К;  $V_g = 0,05 \dots 1$  м/с;  $\varepsilon_0 = 0,2$ ;  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12}$  Вт/(см<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>).

В численных исследованиях учитывается зависимость теплоемкости, теплопроводности и коэффициента диффузии газа от температуры

$$c_g(T) = b_1 + b_2 \cdot T_g + b_3 \cdot T_g^2 + b_4 \cdot T_g^3,$$

$$\lambda_g(T_g) = \lambda_0 \frac{237 + C_1}{T_g + C_1} \left( \frac{T_g}{273} \right)^{3/2},$$

$$D = D_0 (T_g / 273)^a \exp(-S / T_g),$$

где  $b_1 = 17,46$  Дж/(кг·К<sup>2</sup>),  $b_2 = 60,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $b_3 = 1,1 \cdot 10^{-6}$ ,  $b_4 = 7,2 \cdot 10^{-9}$ ,  $C_1 = 198$  К,  $D_0 = 0,186 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с,  $a = 1,747$ ,  $S = 44,2$  К,  $\lambda_0 = 0,0334$  Вт/(м·К) [25].

Керамический каркас имеет следующие механические характеристики [26]:  $E = 70$  ГПа,  $\nu = 0,31$ ,  $\alpha_T = 8 \cdot 10^{-6}$  К<sup>-1</sup>.

### 5. Анализ результатов

На рис. 2 показано стационарное распределение температуры в пористой горелке, рассчитанное по формуле (24) при варьировании давления на входе (рис. 2, а) и коэффициента теплопроводности твердого каркаса (рис. 2, б). В соответствии с формулой (17), увеличение давления на входе при постоянстве  $p_2$  эквивалентно увеличению скорости подачи газа.

Так что с увеличением  $V_g(R_1)$  область прогрева смещается к внешней поверхности горелки  $r > R_2$ .

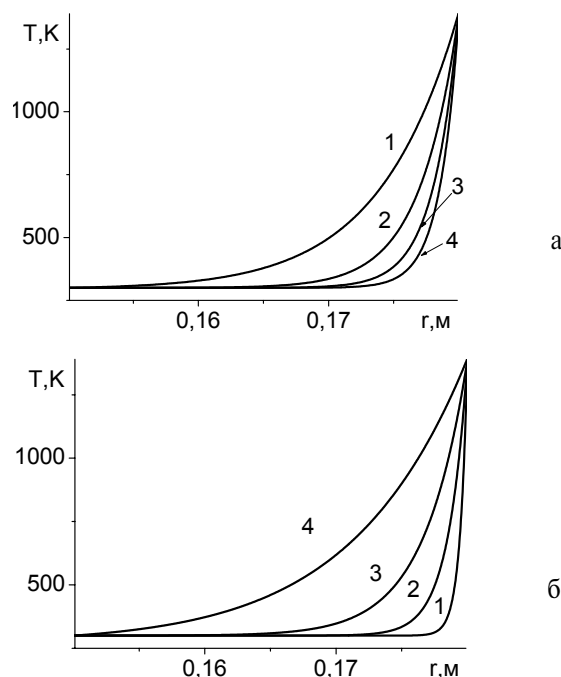


Рис. 2. Распределение средней температуры в рабочем теле радиационной горелки в соответствии с точным аналитическим решением задачи (24):  $T_b = 1400$  К,  $k_f = 10^{-5}$ ,  $m = 0,6$ ,  $\alpha_e = 10^5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\lambda_g = 0,08$  Вт/(м·К);  $P_2 = 10^5$  Па. а)  $\lambda_s = 8$  Вт/(м·К);  $P_1 = 1$  1,01·10<sup>5</sup>; 2) 1,02·10<sup>5</sup>; 3) 1,03·10<sup>5</sup>; 4) 1,04·10<sup>5</sup> Па; б)  $P_1 = 1,04 \cdot 10^5$  Па;  $\lambda_s = 1$  4; 2) 10; 3) 20; 4) 40 Вт/(м·К)

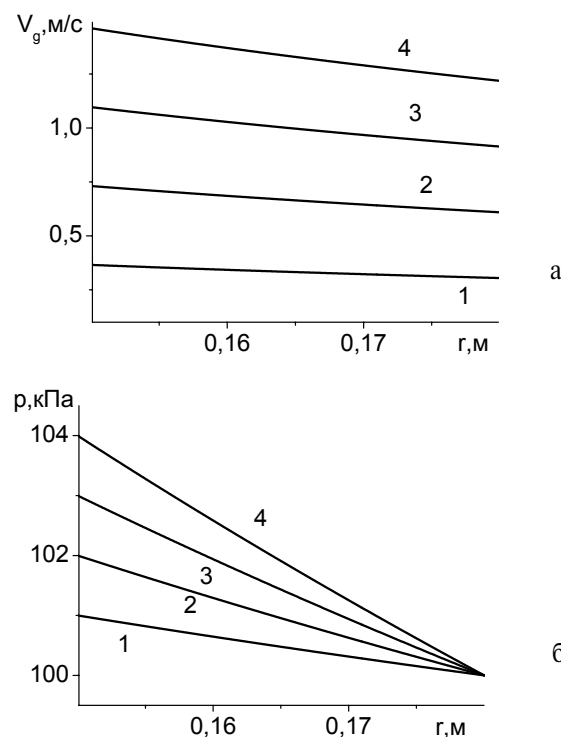
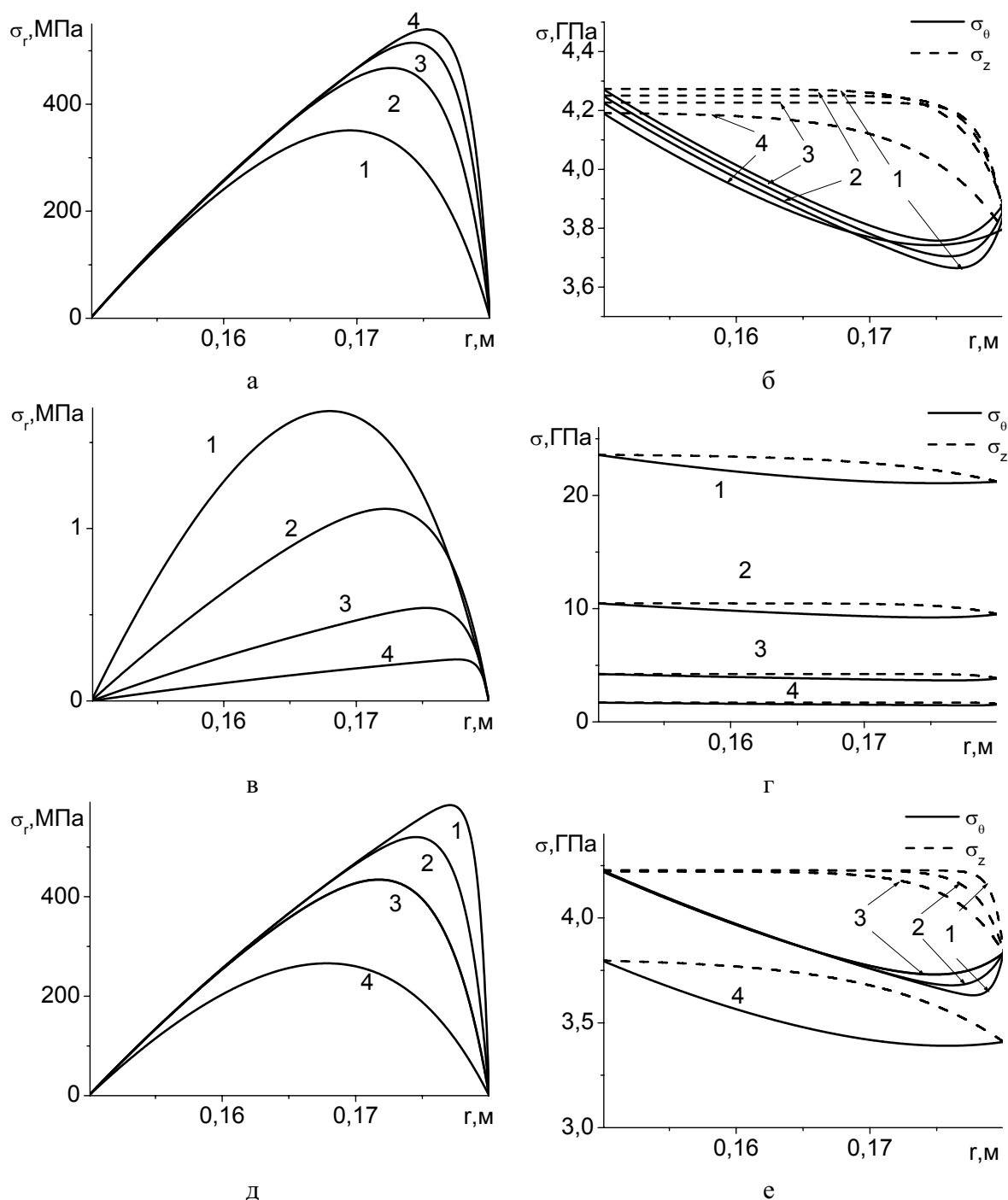


Рис. 3. Распределение: а) скорости и б) давления газа в рабочем теле в соответствии с точным аналитическим решением задачи (17) и (16). Значение  $p_1$ : 1) 101; 2) 102; 3) 103; 4) 104 кПа

Коэффициент теплопроводности каркаса, как и следовало ожидать, влияет противоположным образом: вследствие процесса теплопроводности зона прогрева существенно расширяется. Скорость газа вдоль радиуса горелки слабо изменяется для параметров модели (рис. 3, а), соответствующих горелочному устройству [13], и полностью определяется градиентом давления, что и принято при постановке задачи (рис. 3, б).

Распределения компонент тензора напряжений в пористом теле, рассчитанных по формулам (28)–(30), даны на рис. 4. И величина напряжений, и положение максимума на кривых зависят от всех параметров модели. Меньшей скорости газа соответствует максимум радиальных напряжений в объеме (кривая 1 на рис. 4, а). С увеличением скорости подачи газа (или давления на входе) максимум в радиальных напряжениях смещается к по-



**Рис. 4.** Термические напряжения в рабочем теле радиационной горелки при варьировании давления на входе (а,б), пористости (в,г) и коэффициента теплопроводности твердого каркаса (д,е).  $T_b=1400$  К,  $k_f=10^{-5}$ ;  $\alpha_e=10^6$  Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\lambda_g=0,08$  Вт/(м·К);  $p_2=10^6$  Па. а,б)  $\lambda_s=8$  Вт/(м·К);  $m=0,6$ . Значение  $p_1$ : 1) 101; 2) 102; 3) 103; 4) 104 кПа. в,г)  $p_1=1,04 \cdot 10^6$  Па;  $\lambda_s=8$  Вт/(м·К). Значение  $m$ : 1) 0,2; 2) 0,4; 3) 0,6; 4) 0,8. д,е)  $m=0,6$ ;  $p_1=1,04 \cdot 10^6$  Па. Значение  $\lambda_s$ : 1) 4; 2) 10; 3) 20; 4) 40 Вт/(м·К)

верхности и возрастает по величине. Осевые и угловые компоненты тензора напряжений распределены вдоль радиуса более равномерно (рис. 4, б), но превышают радиальные напряжения по величине почти на порядок.

Более пористый каркас имеет меньшую эффективную теплопроводность, с чем связано уменьшение в нем зоны прогрева и увеличение градиента температуры вблизи внешней поверхности горелки. Это, в свою очередь, приводит как к уменьшению величин всех компонент тензора напряжений, так и к уменьшению градиентов напряжений (рис. 4, в, г). Непосредственно влияние коэффициента теплопроводности на величины и распределения компонент тензора напряжений показано на рис. 4, д, е. Так как увеличение пористости сказывается еще и на изменении эффективной теплоемкости каркаса, характер кривых на рис. 4, в, г, и рис. 4, д, е, различен.

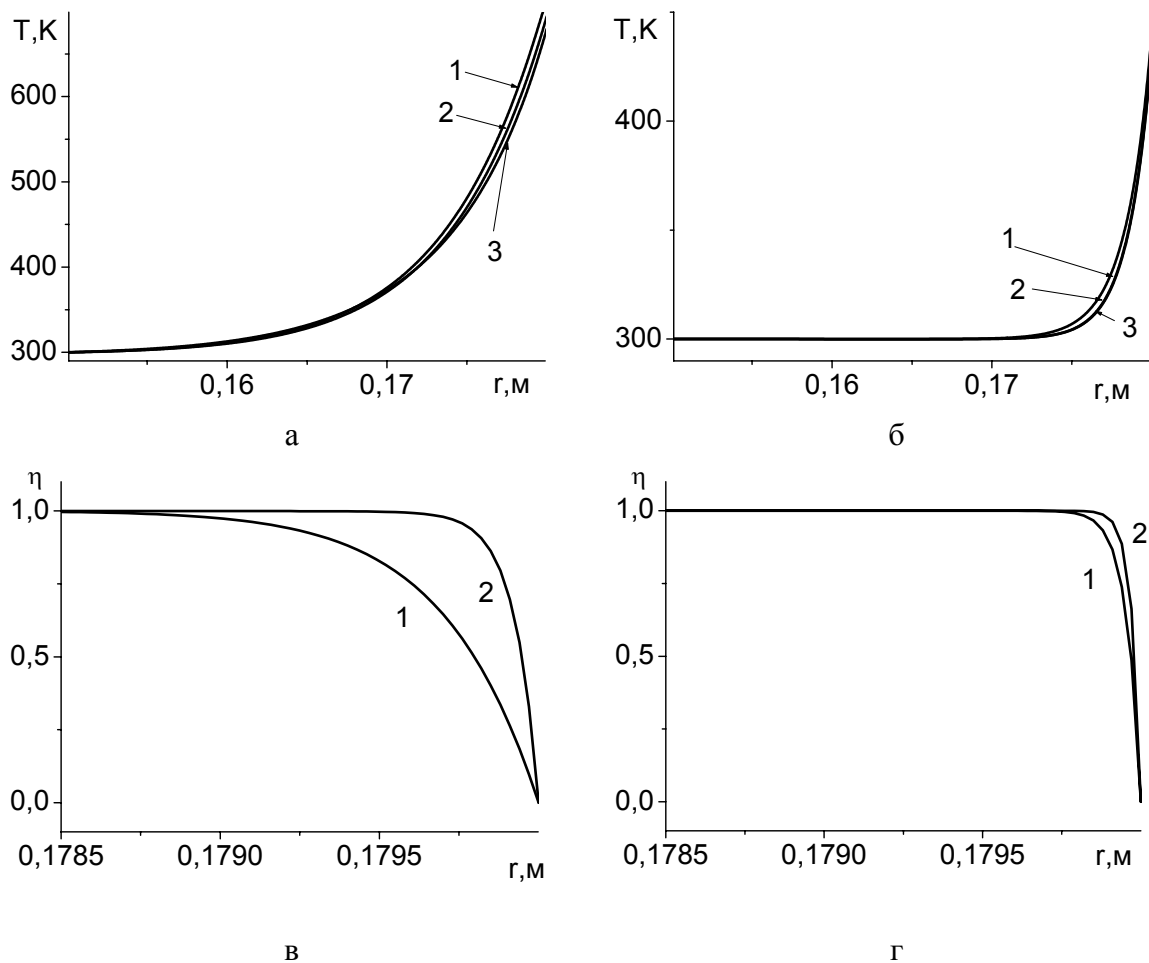
При численном исследовании модели сжигания газа (18), (19) с условиями (9), (10) на выходе и заданных начальной температуре на входе и концентрации реагента, равной единице,

$$r=R_1; \quad T=T_0, \quad \eta=1 \quad (31)$$

получены аналогичные результаты. (Полученные точные аналитические решения использованы при тестировании программы).

Проводились два варианта исследований – численный анализ задачи с постоянными и переменными теплофизическими свойствами. Оказалось, что средняя или эффективная температура в горелочном устройстве, рассчитанная с учетом тепловыделения в химической реакции, практически не отличается от точного аналитического решения для температуры (24). Это проиллюстрировано на рис. 5, а, б, где представлено распределение температуры для двух различных значений давления газа на входе. При  $p_1=1,04 \cdot 10^5$  Па температура в окрестности внешней поверхности мала, поэтому тепловыделение в реакции внутри горелки ничтожно. Во втором случае тепловыделение в реакции лишь немного изменяет температуру.

Следовательно, можно сказать, что если зона реакции локализуется вблизи внешней поверхности каркаса, то для оценки температуры и термических напряжений в горелочном устройстве, рабо-



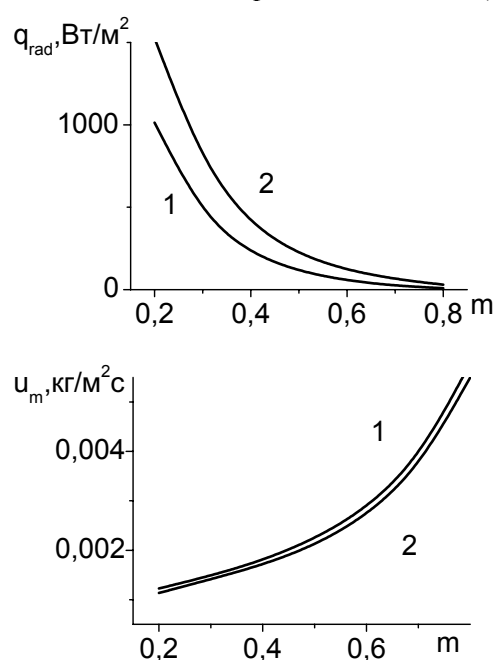
**Рис. 5.** Распределение температуры (а, б) и концентрации реагента (в, г) в рабочем теле при различных значениях давления на входе:  $p_2=10^5$  Па,  $T_0=1400$  К,  $k_f=10^{-5}$  м=0,6,  $\lambda_s=8$  Вт/(м·К);  $\alpha_{eff}=350$  Вт/(м<sup>2</sup>·К); а, в)  $p_1=1,04 \cdot 10^5$  Па; б, г)  $p_1=1,01 \cdot 10^6$  Па. 1) численное решение задачи (18), (19), (9), (10) с постоянными свойствами  $c_s=2600$  Дж/(кг·м),  $\lambda_g=0,08$  Вт/(м·К);  $D=0,186 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с; 2) с свойствами, зависящими от температуры; 3) точное аналитическое решение, ур. (26)

тающем в стационарном режиме, достаточно аналитических оценок, представленных выше.

Сделаем некоторые замечания. В общем случае величина механических напряжений будет зависеть и от давления газа в порах, и от тепловыделения в реакции, и от пористости каркаса, и от характера зависимости теплофизических и механических свойств от температуры. Но так как многие из названных (и неназванных) факторов влияют противоположным образом, учет их может не дать сколько-нибудь существенных поправок. Тем не менее, это требует дополнительного исследования.

Область технологических параметров, в которой следует ожидать стабильную работу горелочного устройства, должна удовлетворять неравенствам:  $\sigma_{\max} < \sigma^*$ ,  $T_w < T^*$ , где  $\sigma_{\max}$  – максимальные напряжения в пористом теле,  $\sigma^*$  – предел прочности пористого керамического материала;  $T_w$  – температура внешней поверхности пористого тела,  $T^*$  – максимально допустимая температура, выше которой при сжигании газа могут образовываться нежелательные оксиды азота  $\text{NO}_x$  и углерода  $\text{CO}$ .

Аналитического решения теплофизической задачи достаточно и для оценки радиационного теплового потока и скорости сжигания газа, рис. 6.



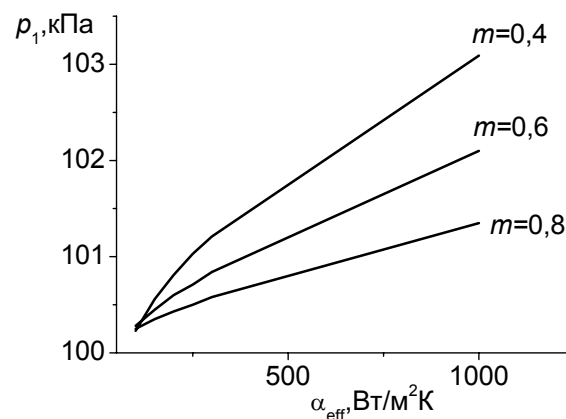
**Рис. 6.** Зависимость радиационного потока тепла с поверхности горелки (а) и скорости сгорания (б) от пористости каркаса при  $p_2=10^5$  Па,  $T_b=1400$  К,  $k_f=10^{-5}$ ,  $m=0,6$ ,  $\lambda_c=8$  Вт/(м·К);  $\alpha_e=350$  Вт/(м<sup>2</sup>·К); Давление  $p_1$ : 1) 104; 2) 101 кПа

Заметим, что увеличение коэффициента теплопроводности каркаса и его пористости благоприятно с целью уменьшения напряжений в нем, но с увеличением коэффициента теплопроводности каркаса уменьшается температура его поверхности и, следовательно, падает величина радиационного потока тепла, ради увеличения которого радиационные горелки и стремятся модифицировать.

Уменьшение потока тепла с увеличением пористости (рис. 6, а) можно объяснить только уменьшением доли излучающей поверхности, что отражает множитель  $(1-m)$  в  $q_{rad}$ , см. (25). Поток тепла уменьшается, несмотря на увеличение скорости сгорания газа (рис. 6, б), определяемой по формуле (27).

Учет химического тепловыделения, зависимости всех свойств от температуры и диффузии позволяет получить дополнительную информацию о распределении концентрации реагента в пористом теле, что показано на рис. 5, в, г.

Другая дополнительная информация из численного решения полной задачи заключается в следующем. При учете химического тепловыделения решение стационарной задачи (18), (19) с условиями (9), (10), (31) существует не при всех значениях параметров модели. Условия существования решения при заданных теплофизических свойствах и геометрических характеристиках горелки зависят от соотношения параметров  $\alpha_e$ ,  $p_1$ ,  $m$ .



**Рис. 7.** Зависимость критического внутреннего давления от  $\alpha_{eff}$  при  $p_2=10^5$  Па,  $T_b=1400$  К,  $k_f=10^{-5}$

Аналогично задачам о тепловом взрыве [27], существуют критические условия, отделяющие условия существования решения, от условий, где стационарное решение не существует. При численном решении задачи методом установления в последнем случае температура в горелке резко возрастает, и мы приходим к выводу об отсутствии стационарного решения. Кривые на рис. 7 показывают зависимость критического значения давления на входе в пористое тело от коэффициента внешнего теплообмена для различных значений пористости. Область параметров, при которых отсутствуют стационарные решения, находится выше кривых. Очевидно, что для выбранного материала пористого тела можно построить зависимость критического радиуса горелочного устройства от других параметров, что требует дополнительного исследования.

### Заключение

Предложена однотемпературная модель сжигания газа в цилиндрической пористой горелке с учетом теплообмена с окружающей газовой фазой и теплообменником заданной температуры. Представле-



но решение упрощенной задачи теплообмена, даны оценки механических (термических) напряжений, возникающих вследствие высоких градиентов температуры. Показано, что механические напряжения, сопровождающие сжигание газа, падают с увеличением теплопроводности и пористости каркаса и с уменьшением начального давления нагнетаемого газа. Установлено, что отклонение численного решения полной модели от аналитического решения упрощенной задачи весьма незначительно, что по-

зволяет использовать представленные аналитические решения в качестве инженерных оценок. Выявлено, что режим сжигания газа со стабилизированной волной горения внутри горелочного устройства не реализуется. Построена зависимость критического давления газа на входе в пористое тело от коэффициента внешнего теплообмена, которая разделяет стационарный режим работы горелки и тепловой взрыв.

*Работа выполнена при финансовой поддержке программы «Энергосбережение СО РАН».*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Mobauer S., Pickenacker K., Pickenacker O., Trimis D. Application of the porous burner technology in energy- and heat-engineering // V Intern. Conf. on Technologies and Combustion for a Clean Environment (Clean Air V), Lisbon (Portugal), 12–15 July, 1999. – V. 1. – Lecture 20.2. – P. 519–523.
- Babkin V.S., Wierzba I., Karim G.A. The phenomenon of energy concentration in combustion waves and its applications // Chemical Engineering Journal. – 2003. – V. 91. – № 2–3. – P. 279–285.
- Oliveira A.A.M., Kaviany M. Nonequilibrium in the transport of heat and reactants in combustion in porous media // Progress in Energy and Combustion Science. – 2001. – V. 27. – № 5. – P. 523–545.
- Martynenko V.V., Echingo R., Yoshida R. Mathematical model of self-sustaining combustion inert porous medium with phase change under complex heat transfer // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1998. – V. 41. – № 1. – P. 117–226.
- Henneke M.R., Ellzey J.L. Modeling of filtration combustion in a packed bed // Combustion and flame. – 1999. – V. 117. – № 4. – P. 832–840.
- Barra A.J., Diepvens G., Ellzey J.L., Henneke M.R. Numerical study of the effects on flame stabilization in a porous burner // Combustion and Flame. – 2003. – V. 134. – № 4. – P. 369–379.
- Trimis D., Durst F., Pickenacker O., Pickenacker K. Porous medium combustion versus combustion systems with free flames // In: Advances in Heat Transfer Enhancement and Energy Conservation [C]. – Guangzhou: South China University of Technology Press, 1998. – P. 339–345.
- Laevsky Yu.M., Babkin V.S. On theory of Travelling Hybrid Wave // Comb. Sci. and Technology. – 2001. – V. 164. – № 1. – P. 129–144.
- Минаев С.С., Бабкин В.С. Распространение пламени в канале переменного сечения при фильтрации газа // Физика горения и взрыва. – 2001. – Т. 37. – № 1. – С. 16–24.
- Korzhavin A.A., Bunev V.A., Babkin V.S. Dynamics of gaseous combustion in closed systems with inert porous medium // Combustion and Flame. – 1997. – V. 109. – № 4. – P. 507–520.
- Zhdanok S.A., Dobrego K.V., Futko S.I. Flame localization inside axis symmetric cylindrical and spherical porous media burners // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1998. – V. 41. – № 22. – P. 3647–3655.
- Dobrego K.V., Kozlov I.M., Bubnovich V.I., Rosas C.E. Dynamics of filtration combustion front perturbation in the tubular porous media burner // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2003. – V. 46. – № 17. – P. 3279–3289.
- Кирдяшкин А.И., Максимов Ю.М. Инфракрасная горелка на основе пористой керамики // Энергосбережение и энергоэф-
- фективность: Матер. докл. VIII Междунар. выставки-конгресса. – Томск, 2005. – С. 24–25.
- Князева А.Г., Немытов В.П. Численное исследование режимов горения газа в пористой цилиндрической горелке с низкой теплопроводностью каркаса // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 3. – С. 126–130.
- Чумаков Ю.А., Князева А.Г. Двухтемпературная модель горения газа в пористом горелочном устройстве цилиндрической формы // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311. – № 4. – С. 24–30.
- Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. Фильтрационное горение // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах / Под ред. Ю.Ш. Матроса. – Новосибирск: Наука, 1988. – С. 108–145.
- Алдушин А.П., Сеплярский Б.С. Теория фильтрационного горения пористых металлических образцов / Препринт. – Черноголовка: Изд-во ОИХР, 1977. – 32 с.
- Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости – М.: Наука, 1975. – 576 с.
- Никитенко Н.И. Сопряженные и обратные задачи тепломассопереноса. – Киев: Наукова думка, 1988. – 240 с.
- Князева А.Г. Введение в локально-равновесную термодинамику физико-химических превращений в деформируемых средах. – Томск: Изд-во НТЛ, 1996. – 146 с.
- Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М. Подземная гидромеханика – М.-Ижевск: ИКИ, 2006. – 488 с.
- Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М. и др. Физические величины: Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
- Иссерлин А.С. Основы сжигания газового топлива: Справочное пособие. – Л.: Недра, 1987. – 336 с.
- Ксандопуло Г.И. Химия пламени. – М.: Химия, 1980. – 256 с.
- Загорученко В.А., Журавлев А.М. Теплофизические свойства газообразного и жидкого метана. – М.: Изд-во стандартов, 1969. – 240 с.
- Кульков С.Н., Буяков С.П., Масловский В.И. Структура, фазовый состав и механические свойства керамики на основе диоксида циркония // Вестник Томского государственного университета. – 2003. – № 13. – С. 34–57.
- Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. – М.: Наука, 1980. – 478 с.

*Поступила 03.04.2008 г.*