

22. Бабич В.М., Буддырев В.С., Молотков И.А. Пространственно-временной лучевой метод. Линейные и нелинейные волны. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. – 272 с.
23. Молотков И.А., Вакуленко С.А. Сосредоточенные нелинейные волны. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1988. – 240 с.
24. Вакуленко С.А., Маслов В.П., Молотков И.А., Шафаревич А.И. Асимптотические решения уравнения Хартри, сосредоточенные при в малой окрестности кривой // Доклады РАН. – 1995. – Т. 345. – № 6. – С. 743–745.
25. Во Хань Фук, Четвериков В.М. Обобщенные солитоны уравнения Шредингера с унитарной нелинейностью // Теоретическая и математическая физика. – 1978. – Т. 36. – № 3. – С. 345–351.
26. Sanchez A., Bishop A.R. Collective coordinates and length-scale competition in spatially inhomogeneous soliton-bearing equations // SIAM Rev. – 1998. – V. 40. – № 3. – P. 579–615.
27. Mertens F.G., Schnitzer H.J., Bishop A.R. Hierarchy of equations of motion for nonlinear coherent excitations applied to magnetic vortices // Phys. Rev. B. – 1997. – V. 56. – № 5. – P. 2510–2520.
28. Rice M.J. Physical dynamics of solitons // Phys. Rev. B. – 1983. – V. 28. – № 6. – P. 3587–3589.
29. Rice M.J., Mele E.J. Phenomenological theory of soliton formation in lightly-doped polyacetylene // Solid State Commun. – 1980. – V. 35. – № 6. – P. 487–491.
30. McLaughlin D.W., Scott A.C. Perturbation analysis of fluxon dynamics // Phys. Rev. A. – 1978. – V. 18. – № 4. – P. 1652–1680.
31. Malomed B.A. Perturbative analysis of the interaction of a  $\phi^4$  kink with inhomogeneities // J. Phys. A: Math. Gen. – 1992. – V. 25. – № 4. – P. 755–764.
32. Kivshar Y.S., Fei Z., Vazquez L. Resonant soliton-impurity interactions // Phys. Rev. Lett. – 1991. – V. 67. – № 10. – P. 1177–1180.
33. Fei Z., Kivshar Y.S., Vazquez L. Resonant kink-impurity interactions in the sine-Gordon model // Phys. Rev. A. – 1992. – V. 45. – № 8. – P. 6019–6030.
34. Белов В.В., Доброхотов С.Ю., Тудоровский Т.Я. Асимптотические решения нерелятивистских уравнений квантовой механики в искривленных нанотрубках: I. Редукция к пространственно одномерным уравнениям // Теоретическая и математическая физика. – 2004. – Т. 141. – № 2. – С. 267–303.
35. Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1989. – 639 с.
36. Fushchych W.I., Shtelen W.M., Serov N.I. Symmetry analysis and exact solutions of equations of nonlinear mathematical physics. – Dordrecht: Kluwer, 1993. – 435 p.
37. Fushchich W.I., Nikitin A.G. Symmetries of equations of quantum mechanics. – N.Y.: Allerton Press Inc., 1994. – 480 p.
38. Shvedov O.Yu. Semiclassical symmetries // Ann. Phys. – 2002. – V. 296. – P. 51–89.

Поступила 11.02.2009 г.

УДК 537.874.4

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТОНКИХ ПРОВОДНИКОВ НА БИСТАТИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭЛЛИПСОИДА

Ю.А. Келлер

Томский государственный университет  
E-mail: kua1102@sibmail.com

*На основе метода вспомогательных источников получено решение задачи рассеяния электромагнитных волн на трехмерном магнитоэлектрическом теле при наличии вблизи него тонких проводников, расположенных произвольным образом в пространстве относительно тела. Построенный алгоритм реализован в виде компьютерной программы для расчета характеристик рассеяния ряда структур, отличающихся взаимным расположением тел, входящих в них. Исследовано влияние тонких проводников на бистатистические сечения рассеяния диэлектрического эллипсоида.*

### **Ключевые слова:**

*Метод вспомогательных источников, диэлектрическое тело, тонкие проводники, математическое моделирование электромагнитного рассеяния.*

Задачи рассеяния электромагнитного поля на структурах, состоящих из диэлектрического тела и тонких проводников, возникают в различных областях науки и техники, например, в антенной технике и радиолокации. Тонкие проводники часто используют в качестве передающих и приёмных антенн. При расположении таких антенн вблизи диэлектрических тел возникает проблема оценки влияния диэлектрических тел на параметры антенны, решение которой требует решения поставленной задачи рассеяния. В радиолокации при оценке радиолокационной заметности сложного объекта часто возникает ситуация, когда часть объекта — это

диэлектрическое тело с расположенными вблизи него тонкими проводниками. Расчет бистатистического сечения рассеяния (БСР) такой части объекта также требует решения поставленной задачи. Если расстояние между диэлектрическим телом и проводниками меньше или сравнимо с длиной волны, то корректная постановка исследований подобного рода приводит к необходимости решения граничных задач теории рассеяния с учетом электромагнитного взаимодействия между рассеивателями. Существующие численные методы [1] позволяют решать подобные задачи. Применительно к задачам, рассматриваемым в данной статье, из наиболее

популярных методов предпочтительным является метод интегральных уравнений [2, 3]. Однако соответствующие вычислительные алгоритмы получаются чрезвычайно емкими по затратам компьютерной памяти и времени вычислений.

В последние годы для решения задач электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из взаимодействующих тел, начали использовать метод вспомогательных источников [3, 4]. В частности, в [3] предложен вариант этого метода для численного решения задач электромагнитного рассеяния, составленных из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел.

Данная статья является продолжением серии работ, посвященных применению метода вспомогательных источников к анализу рассеяния на структурах из нескольких тел. В ней предложен вариант метода вспомогательных источников для численного решения задач электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из диэлектрического эллипсоида и расположенных вблизи него тонких проводников конечной длины. Дана математическая формулировка метода и краткое описание возможностей реализованной на его основе программы для расчёта компонент рассеянного поля. Приведены примеры численных результатов, характеризующих влияние тонких проводников на БСР диэлектрического эллипсоида.

### 1. Формулировка задачи и метод её решения

Геометрия задачи показана на рис. 1. Будем рассматривать стационарную задачу рассеяния электромагнитного поля  $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$  на структуре, состоящей из объемного диэлектрического тела  $D_i$ , ограниченного поверхностью  $S_i$ , с диэлектрической  $\epsilon_i$  и магнитной  $\mu_i$  проницаемостями и  $U$  тонких проводников, ограниченных поверхностями  $S_u$  ( $u=1,2,\dots,U$ ) и расположенных произвольным образом по отношению к телу  $D_i$  (зависимость рассеяния от времени выбрана в виде  $\exp(-i\omega t)$ ). Под объемным телом будем понимать тело, максимальный и минимальный поперечный размеры которого сравнимы между собой, а под тонким проводником – идеальный проводник круглого сечения, диаметр которого мал по сравнению с длиной проводника и длиной волны. Эта структура размещена в однородной безграничной среде  $D_e$  с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_e, \mu_e$  в декартовой системе координат с центром, выбранным внутри диэлектрического тела. Требуется найти рассеянное поле  $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ .

Математическая постановка задачи имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E}_e = i\omega\mu_e \vec{H}_e & \nabla \times \vec{E}_i = i\omega\mu_i \vec{H}_i \\ \nabla \times \vec{H}_e = -i\omega\epsilon_e \vec{E}_e & \nabla \times \vec{H}_i = -i\omega\epsilon_i \vec{E}_i \end{cases} \quad (1)$$

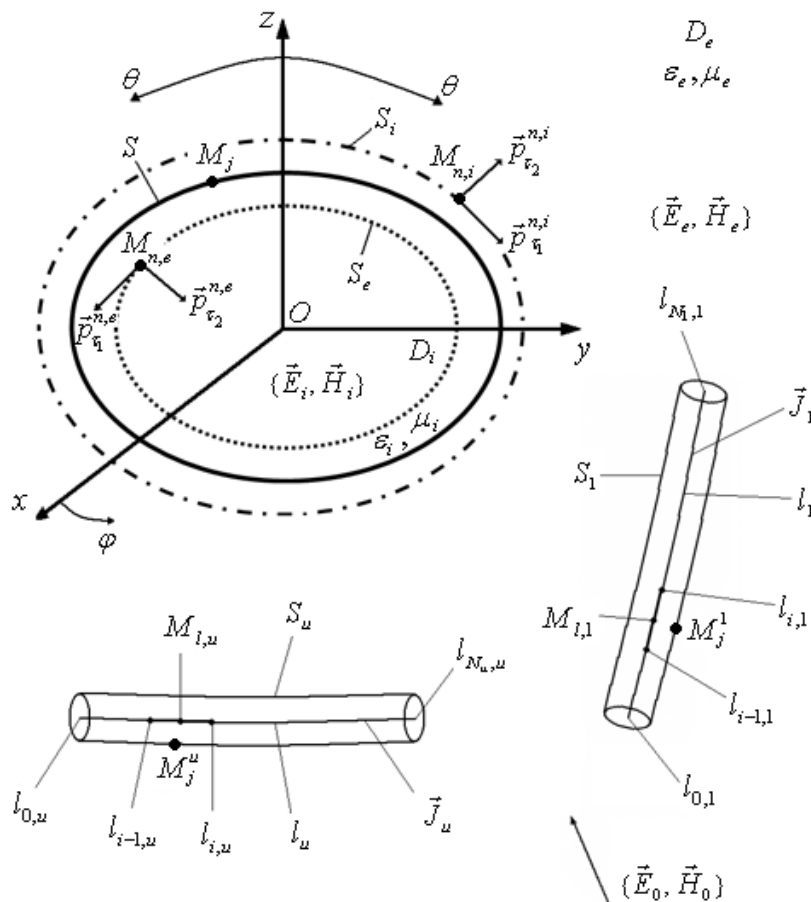


Рис. 1. Геометрия задачи

$$\left. \begin{aligned} \vec{n} \times (\vec{E}_i - \vec{E}_e) &= \vec{n} \times \vec{E}_0 \\ \vec{n} \times (\vec{H}_i - \vec{H}_e) &= \vec{n} \times \vec{H}_0 \end{aligned} \right|_S, \quad \vec{n}_u \times \vec{E}_e = -\vec{n}_u \times \vec{E}_0$$

на  $S'_u, u=1,2,\dots,U,$  (2)

$$\{\sqrt{\varepsilon_e} \vec{E}_e; \sqrt{\mu_e} \vec{H}_e\} \times \vec{R} / R + \{\sqrt{\mu_e} \vec{H}_e; -\sqrt{\varepsilon_e} \vec{E}_e\} = O(R^{-1}), \quad R \rightarrow \infty, \quad (3)$$

где  $\vec{E}_e, \vec{H}_e$  и  $\vec{E}_i, \vec{H}_i$  – поля в областях  $D_e$  и  $D_i$ ,  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к поверхности  $S$ ,  $\vec{n}_u$  – единичные векторы нормалей к поверхностям  $S'_u$  тонких проводников;  $R=(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$  – расстояние от рассматриваемой точки до центра системы координат,  $\vec{a} \times \vec{b}$  – векторное произведение.

Решение сформулированной выше задачи получим следующим образом. Построим модель рассеянного поля. Аналогично тому, как это сделано в работе [5], введем (рис. 1) две вспомогательные поверхности  $S_i$  и  $S_e$ , подобные поверхности диэлектрического тела  $S$  в смысле гомотетии с центром в точке  $O$ , расположенной внутри тела и являющейся началом системы координат. Если поверхность  $S$  является центральной, то центр гомотетии выбираем так, чтобы он совпадал с центром поверхности. Поверхность  $S_e=K_e S$  расположена внутри диэлектрического тела и характеризуется коэффициентом гомотетии (подобия)  $K_e$ , меньшим единицы; поверхность  $S_i=K_i S$  расположена вне тела и характеризуется коэффициентом подобия  $K_i$ , большим единицы. Если  $K_e=K_i=1$ , вспомогательные поверхности  $S_e$  и  $S_i$  совпадают с  $S$ .

Выберем на вспомогательной поверхности  $S_e$  конечную совокупность точек  $\{M_{n,e}\}_{n=1}^{N_e}$ , в каждой из которых разместим пару независимых элементарных электрических диполей с моментами  $\vec{p}_{e1}^{n,e}=p_{e1}^{n,e} \vec{e}_{e1}^{n,e}$  и  $\vec{p}_{e2}^{n,e}=p_{e2}^{n,e} \vec{e}_{e2}^{n,e}$ , а на вспомогательной поверхности  $S_i$  – конечную совокупность точек  $\{M_{n,i}\}_{n=1}^{N_i}$ , в каждой из которых разместим пару независимых вспомогательных электрических диполей с моментами  $\vec{p}_{i1}^{n,i}=p_{i1}^{n,i} \vec{e}_{i1}^{n,i}$  и  $\vec{p}_{i2}^{n,i}=p_{i2}^{n,i} \vec{e}_{i2}^{n,i}$ . Единичные векторы  $\vec{e}_{e1}^{n,e}, \vec{e}_{e2}^{n,e}$  выбраны в плоскости, касательной к  $S_e$  в точке  $M_{n,e}$ , а единичные векторы  $\vec{e}_{i1}^{n,i}, \vec{e}_{i2}^{n,i}$  – в плоскости, касательной к  $S_i$  в точке  $M_{n,i}$ . Предполагается, что диполи, размещенные на  $S_e$ , излучают в однородную среду с параметрами  $\varepsilon_e, \mu_e$ , а диполи, размещенные на  $S_i$ , – в однородную среду с параметрами  $\varepsilon_i, \mu_i$ .

Внутри каждого из тонких проводников на оси разместим непрерывно распределенный вспомогательный ток  $\vec{J}_u$ .

Представим неизвестное рассеянное поле  $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$  в  $D_e$  в виде суммы полей вспомогательных диполей, расположенных на вспомогательной поверхности  $S_e$ , и вспомогательных токов:

$$\begin{aligned} \vec{E}_e(M) &= \frac{i\omega}{k_e^2} \left\{ \sum_{n=1}^{N_e} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,e}) + \sum_{u=1}^U \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_u) \right\}, \\ \vec{H}_e(M) &= \frac{1}{\mu_e} \left\{ \sum_{n=1}^{N_e} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,e} + \sum_{u=1}^U \nabla \times \vec{\Pi}_u \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\vec{\Pi}_{n,e} = \Psi_e(M, M_{n,e}) \vec{p}_{\tau}^{n,e}, \quad \vec{p}_{\tau}^{n,e} = p_{\tau_1}^{n,e} \vec{e}_{\tau_1}^{n,e} + p_{\tau_2}^{n,e} \vec{e}_{\tau_2}^{n,e},$$

$$\vec{\Pi}_u = \int_{l_u} \Psi_e(M, M_{l_u}) \vec{J}_u dl, \quad M \in D_e,$$

а поле  $\vec{E}_i, \vec{H}_i$  в  $D_i$  – в виде суммы полей вспомогательных диполей, расположенных на вспомогательной поверхности  $S_i$ :

$$\begin{aligned} \vec{E}_i(M) &= \frac{i\omega}{k_i^2} \sum_{n=1}^{N_i} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}), \\ \vec{H}_i(M) &= \frac{1}{\mu_i} \sum_{n=1}^{N_i} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\vec{\Pi}_{n,i} = \Psi_i(M, M_{n,i}) \vec{p}_{\tau}^{n,i},$$

$$\vec{p}_{\tau}^{n,i} = p_{\tau_1}^{n,i} \vec{e}_{\tau_1}^{n,i} + p_{\tau_2}^{n,i} \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}, \quad M \in D_i.$$

В представлениях (4), (5)

$$\Psi_e(M, M_{n,e}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,e}}) / 4\pi R_{MM_{n,e}};$$

$$\Psi_e(M, M_{l_u}) = \exp(ik_e R_{MM_{l_u}}) / 4\pi R_{MM_{l_u}};$$

$$\Psi_i(M, M_{n,i}) = \exp(ik_i R_{MM_{n,i}}) / 4\pi R_{MM_{n,i}};$$

$$k_{e,i} = \omega \sqrt{\varepsilon_{e,i} \mu_{e,i}};$$

$R_{MM_{n,e}}$  и  $R_{MM_{l_u}}$  – расстояния от точки  $M_{n,e}$  на вспомогательной поверхности  $S_e$  и точки  $M_{l_u}$  на оси проводника с номером  $u$  до точки наблюдения  $M$  в  $D_e$ ;  $R_{MM_{n,i}}$  – расстояние от точки  $M_{n,i}$  на вспомогательной поверхности  $S_i$  до точки  $M$  в  $D_i$ ;  $\vec{p}_{e1}^{n,e}, \vec{p}_{e2}^{n,e}$  ( $n=1,2,\dots,N_e$ ) и  $\vec{p}_{i1}^{n,i}, \vec{p}_{i2}^{n,i}$  ( $n=1,2,\dots,N_i$ ) – неизвестные дипольные моменты;  $N_e$  и  $N_i$  – числа точек размещения диполей на вспомогательных поверхностях  $S_e$  и  $S_i$ ;  $\vec{J}_u$  ( $u=1,2,\dots,U$ ) – неизвестные осевые вспомогательные токи; интегрирование в (4) проводится вдоль осей проводников  $l_u$ .

Представления (4), (5) удовлетворяют уравнениям Максвелла (1) и условиям излучения (3). Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям (2), необходимо соответствующим образом выбрать значения дипольных моментов  $\vec{p}_{e1}^{n,e}, \vec{p}_{e2}^{n,e}$  ( $n=1,2,\dots,N_e$ ) и  $\vec{p}_{i1}^{n,i}, \vec{p}_{i2}^{n,i}$  ( $n=1,2,\dots,N_i$ ) и распределения осевых токов  $\vec{J}_u$  ( $u=1,2,\dots,U$ ).

Введем кусочно-постоянную аппроксимацию осевых токов. Разобьем линию  $l_u$  каждого тока  $\vec{J}_u$  на  $N_u$  малых участков, в пределах каждого из которых ток можно считать постоянным. Тогда выражение для  $\vec{\Pi}_u$  в (4) приближенно можно записать в виде

$$\vec{\Pi}_u = \sum_{i=1}^{N_u} J_{u,i} \vec{e}_{u,i} \int_{l_{i-1,u}}^{l_{i,u}} \Psi_e(M, M_{l_u}) dl, \quad (6)$$

где  $J_{u,i}$  – величина тока на  $i$ -м участке проводника с номером  $u$ ;  $\vec{e}_{u,i}$  – единичный вектор, направление которого совпадает с направлением касательной в средней точке рассматриваемого участка. При таком подходе нахождение неизвестных распределенных осевых токов сводится к нахождению значений  $\sum_{u=1}^U N_u$  элементов тока.

Для определения величин дипольных моментов и элементов тока используем граничные условия (2), удовлетворяя им в соответствии с методом коллокаций. Пусть  $M_j$  ( $j=1,2,\dots,L$ ) – точки коллокации на поверхности диэлектрического тела  $S$ , а  $M'_j$  ( $j=1,2,\dots,L_u$ ) – точки коллокации на поверхности проводников  $S'_j$ ;  $L$  – число точек коллокации на  $S$ , а  $L_u$  – число точек коллокации на  $S'_j$ . В силу предположения о малости диаметра проводника по сравнению с длиной проводника и длиной волны будем считать, что вкладом в рассеянное поле азимутальных составляющих токов на поверхностях тонких проводников можно пренебречь. Тогда для нахождения неизвестных  $\vec{p}_{\alpha 1}^{n,e}, \vec{p}_{\alpha 2}^{n,e}$  ( $n=1,2,\dots,N_e$ ),  $\vec{p}_{\alpha 1}^{n,i}, \vec{p}_{\alpha 2}^{n,i}$  ( $n=1,2,\dots,N_i$ ) и  $J_{u,i}$  ( $u=1,2,\dots,U, i=1,2,\dots,N_u$ ) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\vec{n}^j \times (\vec{E}_i^j - \vec{E}_e^j) = \vec{n}^j \times \vec{E}_0^j, \quad \vec{n}^j \times (\vec{H}_i^j - \vec{H}_e^j) = \vec{n}^j \times \vec{H}_0^j, \quad j = 1, 2, \dots, L, \quad (7)$$

$$E_{e,u,l}^j = -E_{0,u,l}^j, \quad u = 1, 2, \dots, U, \quad j = 1, 2, \dots, L_u,$$

где  $\vec{n}^j$  – значение единичного вектора нормали в точке  $M_j$  на поверхности диэлектрического тела;  $\vec{E}_e^j, \vec{H}_e^j$  и  $\vec{E}_i^j, \vec{H}_i^j$  – значения компонент внешнего и внутреннего полей в точке  $M_j$ ;  $\vec{E}_0^j, \vec{H}_0^j$  – значения компонент возбуждающего поля в этой же точке;  $E_{e,u,l}^j$  и  $E_{0,u,l}^j$  – значения составляющих рассеянного и возбуждающего полей вдоль оси проводника с номером  $u$  в точках коллокации на его поверхности.

Отметим, что в отличие от обычно используемых систем линейных алгебраических уравнений метода дискретных источников [6], элементы матриц которых выражены в конечном виде,  $(4L + \sum_{u=1}^U L_u) \times \sum_{u=1}^U N_u$  элементов матрицы системы (7) содержат интегралы, которые возникают при применении в соответствии с (4) необходимых дифференциальных операторов к функции  $\vec{\Pi}_u$  (это элементы матрицы, стоящие перед  $J_{u,i}$ ).

Решение системы (7) определяется путем минимизации функционала

$$\Phi = \sum_{j=1}^L \{ |\vec{n}^j \times (\vec{E}_i^j - \vec{E}_e^j) - \vec{n}^j \times \vec{E}_0^j|^2 + \frac{\mu_e}{\epsilon_e} |\vec{n}^j \times (\vec{H}_i^j - \vec{H}_e^j) - \vec{n}^j \times \vec{H}_0^j|^2 \} + \sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^{L_u} |E_{e,u,l}^j + E_{0,u,l}^j|^2. \quad (8)$$

После решения задачи минимизации (определения неизвестных дипольных моментов  $\vec{p}_{\alpha 1}^{n,e}, \vec{p}_{\alpha 2}^{n,e}$  ( $n=1,2,\dots,N_e$ ),  $\vec{p}_{\alpha 1}^{n,i}, \vec{p}_{\alpha 2}^{n,i}$  ( $n=1,2,\dots,N_i$ ) и элементов тока  $J_{u,i}$  ( $u=1,2,\dots,U, i=1,2,\dots,N_u$ ) необходимые характеристики рассеянного поля определяются из (4).

Контроль точности модели (4), (5) осуществляется путем вычисления относительного значения функционала (8) на сетке точек, промежуточных по отношению к точкам коллокации, выбираемых как на поверхности диэлектрического тела  $S$ , так и на поверхностях  $S'_j$  всех проводников, входящих в структуру:

$$\Delta = (\Phi' / \Phi_0)^{1/2},$$

$$\Phi_0 = \sum_{j=1}^L \{ |\vec{n}^j \times \vec{E}_0^j|^2 + \frac{\mu_e}{\epsilon_e} |\vec{n}^j \times \vec{H}_0^j|^2 \} + \sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^{L_u} |E_{0,u,l}^j|^2,$$

где  $\Phi'$  – значение функционала (8) на указанной выше совокупности точек;  $\Phi_0$  – значение соответствующей нормы падающего поля на этой же совокупности точек;  $L'$  – число промежуточных точек на поверхности диэлектрического тела;  $L'_u$  – число промежуточных точек на поверхности проводника с номером  $u$ .

## 2. Численные результаты

На основании изложенной выше модели создана программа для расчета компонент рассеянного поля и контроля точности полученного решения. Диэлектрическое тело может быть трехосным эллипсоидом. Максимальное число тонких проводников в структуре, предусмотренное программой, равно трем. Предполагается, что все проводники являются прямолинейными. Положение проводников относительно диэлектрического тела, а также их длина определяются заданием координат начальной и конечной точек проводника. Ниже приведены некоторые результаты, касающиеся влияния тонких проводников на БСР диэлектрических тел.

Методика исследований заключалась в сравнении БСР структур, состоящих из диэлектрического тела и тонких проводников, с БСР одиночного диэлектрического тела. Сравнение проводилось для структур, содержащих один проводник, расположенный со стороны падения возбуждающей волны (рис. 2) и в «зоне тени» эллипсоида (рис. 3).

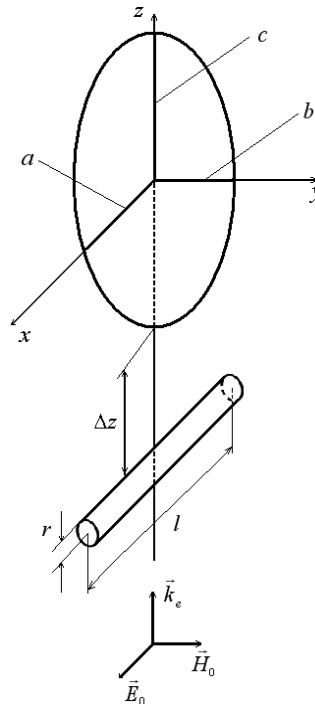
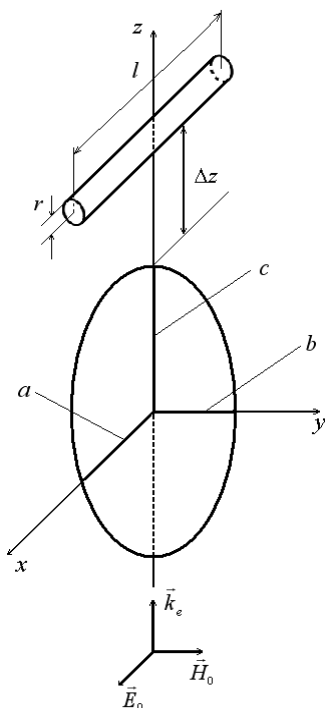


Рис. 2. Структура, состоящая из эллипсоида и тонкого проводника, расположенного на расстоянии  $\Delta z$  со стороны падающей волны

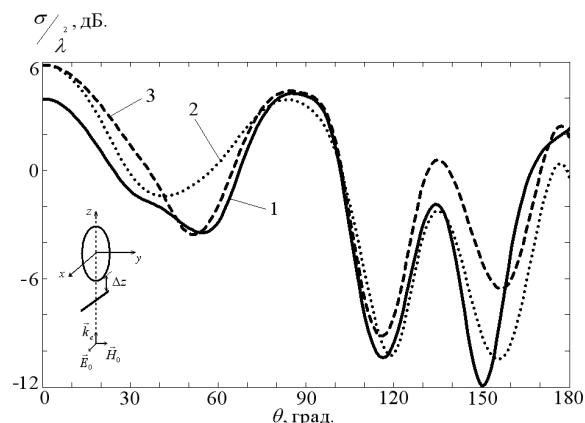


**Рис. 3.** Структура, состоящая из эллипсоида и тонкого проводника, расположенного на расстоянии  $\Delta z$  в «зоне тени» эллипсоида

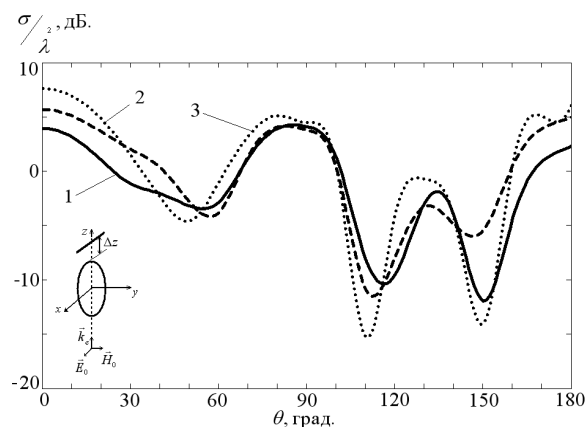
Рис. 4 относится к структуре, представленной на рис. 2, а рис. 5 – к структуре на рис. 3. Геометрические параметры эллипсоида следующие:  $k_e a = k_e b = 3$ ,  $k_e c = 4$ ; относительная диэлектрическая проницаемость эллипсоида  $\epsilon_i / \epsilon_e$  выбрана равной 4; относительная магнитная проницаемость  $\mu_i / \mu_e$  выбрана равной 1. Длина проводника равна  $0,9\lambda$ , радиус проводника  $r$  равен  $0,02\lambda$ . Кривые 1 на этих рисунках – это БСР одиночного эллипсоида, кривые 2 – БСР структуры из эллипсоида и проводника, когда последний расположен на расстоянии  $\Delta z = 0,01\lambda$  от эллипсоида, кривые 3 – те же характеристики, когда проводник расположен на расстоянии  $\Delta z = 0,1\lambda$  от эллипсоида. БСР приведены в  $E$ -плоскости – плоскости, в которой лежат векторы  $\vec{E}_0$  и  $\vec{k}_e$  падающей волны.

При получении результатов, представленных на рис. 4, 5, число элементов разбиения осевого тока проводника  $N$  выбрано равным 35, число точек коллокации на поверхности проводника – равным 140. Параметры подобия вспомогательных поверхностей выбраны следующими:  $K_e = 0,6$ ,  $K_f = 4$ , количества точек размещения диполей на внутренней и внешней вспомогательных поверхностях выбраны одинаковыми:  $N_e = N_f = 484$ ; распределены эти точки следующим образом. В каждом из 22 полусечений  $\varphi = \text{const}$ , отстоящих одно от другого на угловое расстояние  $\Delta\varphi = 16,36^\circ$ , равномерно по углу  $\theta$  выбраны 22 точки размещения диполей. Число точек коллокации  $L$  на поверхности эллипсоида выбрано равным 968; алгоритм их размещения по углу  $\theta$  выбран таким же, как для точек размещения диполей, но располагаются эти точки как в полусечениях

$\varphi = \text{const}$  точек размещения диполей, так и в полусечениях, проведенных посередине между ними.



**Рис. 4.** БСР в  $E$ -плоскости эллипсоида с параметрами  $k_e a = k_e b = 3$ ,  $k_e c = 4$ ,  $\epsilon_i / \epsilon_e = 4$ ,  $\mu_i / \mu_e = 1$  и структуры, состоящей из такого же эллипсоида и расположенного со стороны падения возбуждающей волны проводника длиной  $l = 0,9\lambda$ . Кривая: 1) одиночный эллипсоид, 2) эллипсоид и проводник,  $\Delta z = 0,01\lambda$ , 3) эллипсоид и проводник,  $\Delta z = 0,1\lambda$



**Рис. 5.** БСР в  $E$ -плоскости эллипсоида с параметрами  $k_e a = k_e b = 3$ ,  $k_e c = 4$ ,  $\epsilon_i / \epsilon_e = 4$ ,  $\mu_i / \mu_e = 1$  и структуры, состоящей из такого же эллипсоида и расположенного в «зоне тени» проводника длиной  $l = 0,9\lambda$ . Кривая: 1) одиночный эллипсоид, 2) эллипсоид и проводник,  $\Delta z = 0,01\lambda$ , 3) эллипсоид и проводник,  $\Delta z = 0,1\lambda$

Показано, что для эллипсоида с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_i / \epsilon_e = 4$  присутствие тонкого проводника в наименьшей степени влияет на сечение рассеяния в направлениях  $70^\circ < \theta < 100^\circ$ , прилегающих к направлению бокового рассеяния  $\theta = 90^\circ$ . Проводник, расположенный в «зоне тени» эллипсоида, влияет на БСР диэлектрического тела в меньшей степени, чем такой же проводник, расположенный на таком же расстоянии со стороны падения возбуждающей волны. Это объясняется тем, что в последнем случае токи, наводимые на проводнике падающей волной, больше по величине, чем токи, наводимые на проводнике ближним рассеянным полем эллипсоида, когда проводник находится в «зоне тени». Как показывает сравнение кривых 1–3 на рис. 4, 5 между собой, величина сечения рассеяния существенно зависит от расстояния между по-

верхностью эллипсоида и проводником. Например (см. рис. 4), при расположении проводника на расстоянии  $0,01\lambda$  от поверхности эллипсоида сечение рассеяния в направлении  $\theta=140^\circ$  равно  $-9$  дБ, а при расположении этого же проводника на расстоянии  $0,1\lambda$  равно  $-19$  дБ (уменьшилось на 10 дБ).

#### Выводы

На основе метода вспомогательных источников получено решение задачи рассеяния электромаг-

нитных волн на трехмерном магнитодиэлектрическом теле при наличии вблизи него тонкого проводника, расположенного в «зоне тени» и со стороны падения возбуждающего поля. Построенный алгоритм реализован в виде компьютерной программы для расчета характеристик рассеяния структур, отличающихся взаимным расположением входящих в них тел. Исследовано и показано существенное влияние тонких проводников на биостатические сечения рассеяния диэлектрического эллипсоида.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kahnert F.M. Numerical methods in electromagnetic scattering theory // Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer. – 2003. – V. 79–80. – P. 775–824.
2. Вычислительные методы в электродинамике // Под ред. Р. Митры. Пер. с англ. – М.: Мир, 1977. – 485 с.
3. Хижняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. – Киев: Наукова думка, 1986. – 278 с.
4. Еремин Ю.А., Орлов Н.В. Анализ рассеяния волн на нескольких магнитодиэлектрических телах методом дискретных источников // Радиотехника и электроника. – 1994. – Т. 39. – № 5. – С. 740–748.
5. Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численный метод анализа электромагнитного рассеяния структурами из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел // Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46. – № 3. – С. 277–282.
6. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции. – М.: Изд-во МГУ, 1992. – 181 с.

Поступила 16.01.2009 г.

УДК 53.072;531.43;539.62

## ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ГЕНЕРАЦИЮ УПРУГИХ ВОЛН ПРИ ТРЕНИИ. МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОГО ПОДХОДА

А.Ю. Смолин<sup>1,3</sup>, С.А. Добрынин<sup>1</sup>, С.Г. Псахье<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск

<sup>2</sup>Томский политехнический университет, г. Томск

<sup>3</sup>Томский государственный университет, г. Томск

E-mail: asmolin@ispms.tsc.ru

*На основе дискретно-континуального подхода рассмотрена модель механического взаимодействия в пятне контакта при трении скольжения. Проанализирован частотный спектр возникающих упругих волн, показано наличие частот, зависящих от шероховатости профиля взаимодействующих поверхностей. Анализ, выполненный с помощью Фурье- и вейвлет-преобразований, позволил выявить сложную структуру возникающих при трении упругих волн. Сделан вывод о том, что закономерности процесса изнашивания могут быть изучены на основе анализа соответствующих акустических спектров.*

#### Ключевые слова:

Трение, моделирование, метод частиц, упругие волны, Фурье-анализ, вейвлет-анализ, сигнал.

#### Введение

Одна из наиболее острых современных проблем – износ машин и механизмов – связана с трением. Трудности в изучении процессов трения и изнашивания во многом обусловлены тем, что они представляют собой сложное существенно динамическое явление. Так, непрерывное измерение коэффициента трения скольжения показывает, что эта характеристика пары не является постоянной величиной даже при установившемся режиме, а периодически изменяется, достигая максимумов и

минимумов [1, 2]. Проявлением динамической сущности трения является также возникновение акустических колебаний, которые играют важную роль в поведении взаимодействующих тел, в том числе в их изнашивании. Срок службы деталей узлов трения можно существенно повысить только за счет гашения этих колебаний демпферами, нанесением поверхностных слоев или за счет подбора геометрии деталей таким образом, чтобы возникающие при трении колебания опасной частоты быстро затухали [3].