***Таблица**. Результаты расчёта канала как гибкого стержня*

Метод расчета	Точка	Координата, мм		Изгибающий момент $M \cdot 10^{-4}$, Н·мм	Напряжение σ, МПа
		x	y		
Метод эллиптических параметров	0	0	0	62,9	351
	1	8001	0	62,9	351
	2	1953	376	0	0
	3	4006	751	−62,9	351
	4	6009	376	0	0
Метод упругих параметров	0	0	0	65,2	362
	1	7850	0	65,2	362
	2	1950	376	0	0
	3	3938	752	−65,2	362
	4	5889	376	0	0

Результаты расчётов, проведенные методами эллиптических и упругих параметров [2], представлены в таблице.

Анализ результатов расчёта показал, что оба выбранных метода дают практически одинаковые результаты. Сравнительно большие значения прогибов и напряжений в сечениях канала объясняются тем, что в расчётной схеме конструкции исследуется поведение технологического канала без учёта влияния графитовой колонны и графитовой кладки в целом.

Поэтому нам следующем этапе будет исследовано взаимосвязанное поведение графитовой колонны (вместе с технологическим каналом) как единой механической системы. Этому вопросу будет посвящена следующая статья авторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цыренов В.Д. Исследование термомеханики графитовых кладок промышленных реакторов и разработка мероприятий по продлению их ресурса: Дис... канд. техн. наук. 05.14.03. – Томск, 1985. – 201 с.: с ил.
2. Попов Е.П. Теория и расчёт гибких упругих стержней. – М.: Наука, 1986. – 296 с.
3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 512 с.

Поступила 13.05.2009 г.

УДК 539.376

ПОСТРОЕНИЕ ЗАМКНУТОЙ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НАПОЛНЕННЫХ ЭЛАСТОМЕРОВ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ МИКРОСТРУКТУРНЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ

А.А. Светашков, В.М. Замятин, Н.А. Куприянов

Томский политехнический университет
E-mail: zvm@tpu.ru

Исследуется механическое поведение резиноподобных эластомеров с наполнителем в виде измельченных металлических частиц. Проанализированы эксперименты по одноосному напряженно-деформированному состоянию образцов, подвергающихся сложным по времени режимам нагружения: растяжению и разгрузке с постоянными скоростями изменения напряжений и деформаций, восстановлению после отдыха, ползучести и релаксации. В математическую модель, прогнозирующую механическое поведение эластомера, введены функционалы, отвечающие за разупрочнение, полученное в результате накопления повреждений и частичную залечиваемость при разгрузке. Предложенная модель удовлетворительно описывает поведение эластомера для сложных по времени траекторий нагружения и деформирования.

Ключевые слова:
Ползучесть, релаксация, повреждаемость, вязкоупругость, наполненный эластомер, математическая модель, механическое поведение.

Key words:
Creep, relaxation, damageability, viscoelasticity, extended elastomer, mathematical model, mechanical behavior.

Одним из основных факторов, сдерживающих прогнозирование механического поведения и расчет конструкций из наполненных эластомеров (НЭ), состоящих из резиноподобного связующего и твердых частиц наполнителя, является отсутствие достоверной замкнутой математической модели механического поведения НЭ. Трудности в моделировании деформационных и прочностных свойств НЭ связаны в первую очередь с учетом происходящих в процессе деформирования микроструктурных повреждений (отслоение частиц наполнителя от связующего). Впервые подобное поведение было исследовано в [1] для вулканизованной резины (эффект Маллинза). Механическое поведение НЭ с учетом упруго-наследственных свойств не может быть моделировано в рамках классической модели

Больцмана-Вольтерра, опирающейся на гипотезу затухающей памяти, в силу необратимого характера накопления повреждений в микроструктуре.

Впервые математическая модель вязкоупругого поведения НЭ с учетом повреждений микроструктуры была предложена в [2], а также независимо в [3]. Дальнейшему развитию модели [2] посвящены работы [4, 5].

В основу подхода Фитцджеральда [2] при моделировании поведения НЭ положен синтез теории предельного состояния НЭ и деформационной модели наследственного типа. Полученные на основе данного подхода определяющие уравнения как правило весьма сложны, незамкнуты и прогнозируют процессы механического поведения только с заданным законом изменения деформации. Кроме того, данный подход требует для описания весьма малых деформаций композита знание его предельных характеристик. Область применимости модели [2] ограничена простыми по времени процессами нагружения, в частности, она неприменима для описания разгрузки и нагружения после отдыха. В работе [3] авторами было проведено моделирование сложных по времени процессов нагружения и деформирования НЭ в рамках деформационного подхода (т. е. без привлечения какой-либо теории предельного состояния НЭ), опирающего на построение определяющих уравнений, для которых не выполняется гипотеза затухающей памяти. К недостаткам данной модели следует отнести: её незамкнутость, неудовлетворительное описание процессов восстановления и разгрузки после процесса релаксации и ползучести, а также необходимость использования различных функций в описании процессов нагружения и разгрузки.

В данной работе в рамках одноосного напряженного состояния предлагается замкнутая деформационная модель, которая является обобщением модели [3]. Для учета микроструктурных повреждений вводится мера повреждаемости НЭ

$$p(t) = \max\{|\sigma(\tau)|\}_{\tau=0}^{t}. \qquad (1)$$

Данный функционал отражает неубывающий характер накопления повреждений. Определенная таким образом повреждаемость предполагает наличие следующих свойств у НЭ: а) повреждаемость пропорциональна уровню напряженного состояния; б) при повторных нагружениях в пределах достигнутого уровня напряжений повреждаемость не накапливается; в) на участках разгрузки накопленная повреждаемость влияет на процесс деформирования, но не залечивается; г) на участке отдыха повреждаемость не залечивается; д) при превышении ранее достигнутого уровня напряжений повреждаемость возрастает.

Наряду с процессом накопления повреждений в НЭ может происходить процесс частичного залечивания повреждений при разгрузке, характеризуемый некоторым функционалом истории напряженного состояния

$$q(t) = q\{\sigma(\tau)\}_{\tau=0}^{t}. \qquad (2)$$

Одним из факторов, обеспечивающих удовлетворительное прогнозирование поведения НЭ, явился отказ от предположения о непрерывном влиянии количества накопленных повреждений на процесс нагружения, независимо от его вида (в отличие от подхода Фитцджеральда). Действительно, как показывают опыты с НЭ, процесс непрерывного активного нагружения происходит линейно, что обусловлено, по-видимому, линейным ростом числа микроповреждений. Процесс непрерывного активного нагружения идет по «ненарушенной» структуре, энергия деформирования расходуется на образование новых микроповреждений, а уже накопленные повреждения не влияют на образование новых. С этих позиций, очевидно, можно объяснить тот факт, что для процессов, для которых на протяжении всей истории нагружения имеет место неравенство

$$\dot\sigma(\tau) > 0,\ \tau \in [0, t], \qquad (3)$$

справедливы соотношения линейной теории вязкоупругости

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t-\tau)\,d\varepsilon(\tau) \equiv \breve{R}\varepsilon,$$

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \Pi(t-\tau)\,d\sigma(\tau) \equiv \breve{\Pi}\sigma. \qquad (4)$$

Здесь $R(t)$, $\Pi(t)$ – функции релаксации и ползучести,

$$R(t) = 0,25(t+t_0)^{-0,06},$$

$$\Pi(t) = 3,99(t+t_0)^{0,06},$$

где константа t_0 определяется из условия

$$R(0) = \frac{1}{\Pi(0)} = E,$$

E – модуль Юнга эластомера, принимаемый равным 10 МПа.

Функции $R(t)$, $\Pi(t)$ определялись из опытов при $\dot\varepsilon$=const, $\dot\sigma$=const, т. е. в процессах нагружения, в которых выполняется неравенство (3).

В случае невыполнения (3) накопленные повреждения влияют на деформационные свойства НЭ, поэтому процессы разгрузки, догрузки после релаксации и ползучести, а также повторного нагружения после отдыха уже не могут быть прогнозированы на основе (4).

Как и в [3], функции, описывающие влияние накопленной повреждаемости на текущий процесс нагружения, имеют вид экспоненциальных множителей, стоящих перед операторами упругой наследственности

$$\sigma(t) = \exp[-\alpha(P)I(t)(P-s(t))e^{a-bs(t)}]\breve{R}\varepsilon, \qquad (5)$$

$$\varepsilon(t) = \exp[\alpha(P)I(t)(P-s(t))e^{a-bs(t)}]\breve{\Pi}\sigma. \qquad (6)$$

Здесь $s(t)$ – текущая повреждаемость НЭ. В процессах с заданным напряжением:

$$s(t) = |\sigma(t)|,$$

в процессах с заданной деформацией:

$$s(t) = |\breve{R}\varepsilon(\tau)|.$$

$I(t)$ – функционал траектории нагружения, отражающий избирательный характер влияния накопленной повреждаемости по отношению к виду процесса нагружения

$$I(t) = H\{\int_0^t [1 - H(\dot{s}(\tau))]d\tau\}, \tag{7}$$

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \le 0, \end{cases}$$

α, a, b – функции $P=P(t)$:

$$\alpha = \exp(-\alpha_0 - \alpha_1 P), \; a = a_0 - a_1 P, \; b = b_0 - b_1 / P, \tag{8}$$

$P(t)$ – функционал, определяющий соотношение между накопленной повреждаемостью и залечиваемостью

$$P(t) = k(p(t) + \chi q(t)), \tag{9}$$

a_0, a_1, b_0, b_1, α_0, α_1, k, χ – параметры.

Размерности величин, входящих в определяющие уравнения (5), (6), назначаются таким образом, чтобы показатели экспоненциальных множителей перед операторами $\breve{R}\varepsilon$, $\breve{\Pi}\sigma$ были безразмерными.

Соотношение (6) является решением (5), так как $\breve{R}\breve{\Pi}=1$, а экспоненциальный множитель является функцией t. Таким образом, введение единой меры текущей повреждаемости $s(t)$, общей как для процессов нагружения, так и для процессов деформирования, позволило сформулировать замкнутые определяющие уравнения механического поведения НЭ. Из структуры последних следует их предельные свойства: при $P=0$ (отсутствие повреждаемости) уравнения (5), (6) переходят в (4); при $s(t)>P(t)$ также имеем соотношения (4), процесс последующего активного нагружения происходит уже по ненарушенной структуре. На рис. 1 приведены расчетные и опытные кривые повторного нагружения в режимах $\dot{\varepsilon}$=const, $\dot{\sigma}$=const. Образцы, условия и методика экспериментальной части исследований приведены в [6]. Кривые (1–3) относятся к различным уровням предварительного нагружения: $P(t)$= 0,20; 0,38; 0,51 МПа, соответственно. Время отдыха, которое менялось в пределах от нескольких часов до нескольких суток, практически не повлияло на кривые σ–ε повторного нагружения. Числовые константы a_0, a_1, b_0, b_1, α_0, α_1, входящие в (8), определялись на основе аппроксимации кривых повторного нагружения (1–3) графоаналитическим методом. Рассчитанные кривые повторного нагружения, полученные для значений α_0=0,81; α_1=0,17; a_0=0,65; a_1=0,02; b_0=0,16; b_1=1,77; k=0,93 имеют отклонения от экспериментальных кривых в пределах 20 %. При активном ($\dot{\sigma}$>0) повторном нагружении функционал повреждаемости определялся как $P(t)=kp(t)$, т. е. принималось, что залечиваемость отсутствует, χ=0.

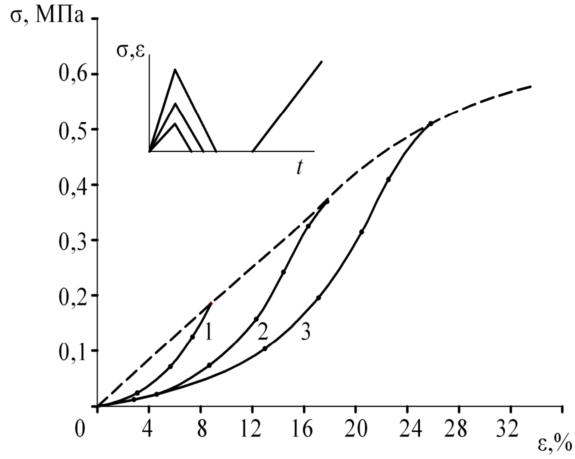

Рис. 1. *Повторное нагружение НЭ после отдыха в режимах, $\dot{\varepsilon}$ =const, $\dot{\sigma}$ =const. – – – – расчет по (4); —•— – опыт, расчет по (5). Уровни предварительного нагружения для кривых (1), (2), (3) – 0,20, 0,38, 0,51 МПа*

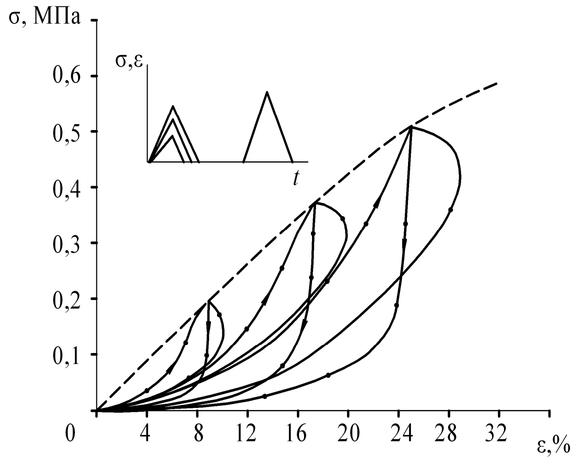

Рис. 2. *Нагружение и разгрузка при $\dot{\varepsilon}$ =const, $\dot{\sigma}$ =const. – – – – расчет по (4); —▸— – нагружение, опыт и расчет по (5); —◂— – разгрузка, опыт; —•— – расчет по (5)*

При разгрузке с постоянной скоростью изменения напряжений и деформаций (рис. 2) опытные кривые σ–ε идут значительно ниже кривых повторного нагружения, соответствующих одинаковым уровням предварительной нагрузки, определяемой функционалом $p(t)$ по (1). Для описания разгрузки принято следующее определение функционала залечиваемости

$$q(t) = \chi_0 H(-\dot{s}(t))\, s(t), \tag{10}$$

где χ_0=0,5. Из (10) видно, что $q(t)$ убывает при разгрузке от некоторого значения $s(t*)$, где $t*$ – момент начала разгрузки, до 0. При нагружении повреждаемость определяется только функционалом $p(t)$. На рис. 2 также приведены расчетные кривые разгрузки НЭ. Наибольшее расхождение с экспериментом (до 30 %) наблюдается в начальные моменты разгрузки. Более точного описания процессов разгрузки, очевидно, можно добиться, вводя более сложные способы задания функционала залечиваемости (10).

Практический интерес представляет поведение НЭ при различных законах изменения во времени напряжений и деформаций. Сравнение экспериментальных результатов и расчетных значений по моделям (4) и (5), (6) с учетом временных особенностей представлено на рис. 3–6.

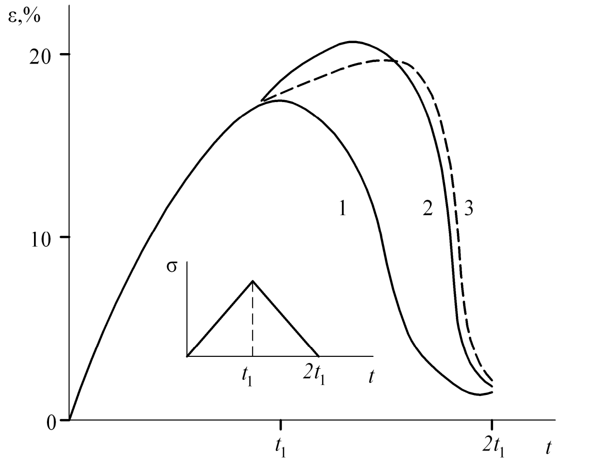

Рис. 3. *Нагружение и разгрузка с постоянной скоростью изменения напряжений (t_1= 8 мин). 1) расчет по (4); 2) опыт; 3) расчет по (5), (6)*

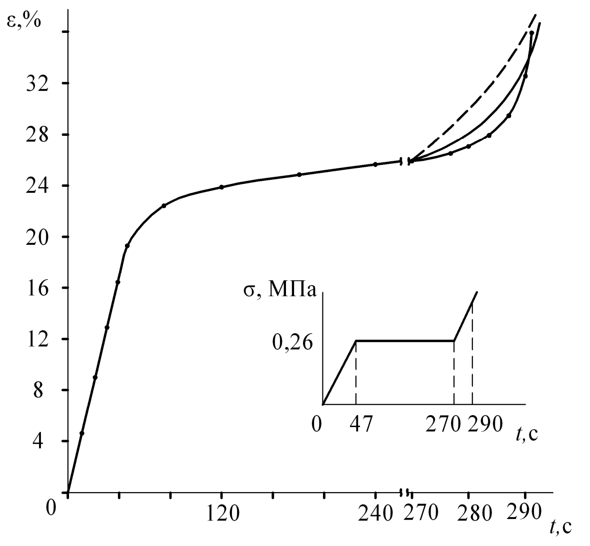

Рис. 4. *Догрузка с постоянной скоростью изменения напряжений после ползучести. ––– – расчет по (4); —•— – опыт; —— – расчет по (6)*

При нагружении и разгрузке с постоянной скоростью изменения напряжений (рис. 3) и догрузкой после процесса ползучести (рис. 4) расчетные по моделям (5), (6) и экспериментальные диаграммы имеют достаточно близкое совпадение (около 15...20 %). Расчеты по модели (4), не учитывающей влияние накопленной повреждаемости, дают более значительные расхождения прогноза и эксперимента.

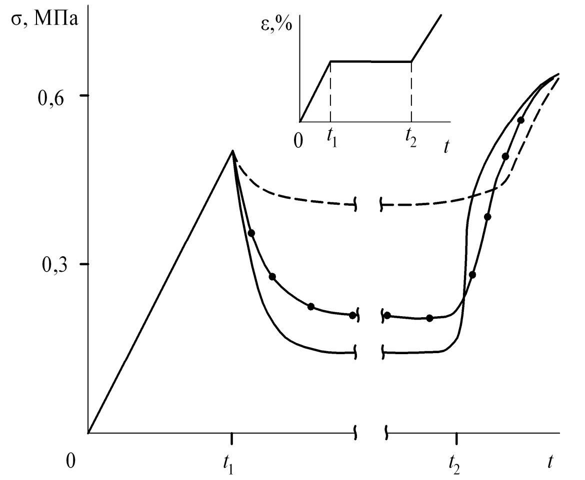

Рис. 5. *Восстановление при нагружении с постоянной скоростью деформирования после релаксации напряжений (t_1=10 мин., t_2≥10t_1). ––– – расчет по (4); —•— – опыт; —— – расчет по (5)*

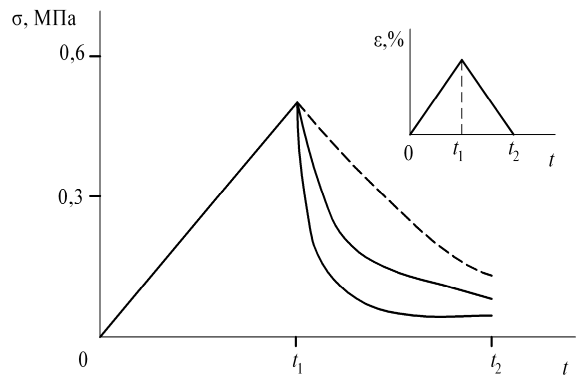

Рис. 6. *Нагружение и разгрузка с постоянной скоростью деформирования (t_1=10 мин., t_2=2t_1). ––– – расчет по (4); —•— – опыт; —— – расчет по (5)*

При заданных законах изменения деформации прогноз напряжений по линейной модели (4) также дает значительно завышенные значения по сравнению с опытом и расчетом по модели (5), (6), учитывающей влияние накопленных повреждений. В то же время расчеты процессов восстановления после релаксации (рис. 5) и разгрузки с постоянной скоростью деформирования (рис. 6) по модели (5), (6) дают удовлетворительное совпадение с экспериментом (в пределах 20...25 %).

Приведенные на рис. 1–6 результаты экспериментов с НЭ выполнены при скоростях нагружения и деформирования $\dot{\sigma}_0$=0,0077 МПа/с, $\dot{\varepsilon}_0$=0,0043 1/с.

Полученные определяющие уравнения (5) и (6) НЭ могут быть обобщены на случай трехмерного напряженно-деформированного состояния.

Выводы

1. Использование предложенной модели, учитывающей нарушение микроструктуры, позволило получить замкнутые уравнения, прогнозирующие деформирование наполненных эластомеров.
2. Для определения функций и констант, входящих в определяющие уравнения, не требуется знания прочностных свойств наполненных эластомеров; достаточно знание деформационных свойств эластомеров в условиях сложных по времени процессов нагружения.
3. Разработанная модель дает удовлетворительное описание системы экспериментов в условиях сложных по времени процессов нагружения: нагрузка, разгрузка, отдых, повторное нагружение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Holt W.L. Rubber Chem // Technol. – 1932. – V. 5. – № 79. – P. 201–209.
2. Fitzgerald I.E., Farris R.I. Deficiencies viscoelastic theories as applied to solid propellants // Rep. UTEC. TH70-204: Univ. of Utah, 1970. – 128 p.
3. Алексеев Л.А., Светашков А.А., Федоренко В.Д. Исследование реологического поведения материалов с изменяющейся структурой // ВИНИТИ. – № 1034-75. – ДЕП. от 10.4.75. – С. 1–12.
4. Зезин Ю.П., Малинин Н.И. Экспериментальная проверка концепции Фитцджеральда о незатухающей памяти наполненных полимеров // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1977. – Т. 3. – С. 125–129.
5. Зезин Ю.П., Малинин Н.И. О методах описания деформационных и прочностных свойств высоконаполненных полимерных систем // Механика композиционных материалов. – 1980. – № 4. – С. 592–600.
6. Светашков А.А. К вопросу деформирования сред в условиях разноползучести и разупрочнения в процессе повторного нагружения: Автореф. дис. ... канд. физ.- мат. наук. – Томск, 1975. – 19 с.

Поступила 09.06.2009 г.

УДК 621.315.592+004.942

ОЦЕНКА ДИНАМИКИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В РАБОЧЕМ ОБЪЕМЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ БРИДЖМЕНА ПРИ ПРОДОЛЬНО-ОСЕВОМ ПЕРЕМЕЩЕНИИ РОСТОВОГО КОНТЕЙНЕРА В ПРОЦЕССЕ ВЫРАЩИВАНИЯ КРИСТАЛЛОВ

М.М. Филиппов, Ю.В. Бабушкин, А.И. Грибенюков*, В.Е. Гинсар*

Томский политехнический университет

*Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, г. Томск

E-mail: imces@yandex.ru

Представлены результаты численного расчета температурного поля в рабочем объеме установки для выращивания кристаллов методом Бриджмена в вертикальном варианте с затравочным кристаллом. Расчетная модель включает стандартные условия тепловой задачи для системы кольцевых нагревательных модулей, формирующих температурное поле осевой симметрии и приближенное к реальности заполнение рабочего объема. Исследованы изменения температурного поля в рабочем объеме в зависимости от положения ампулы относительно установки.

Показано, что при стационарном осевом распределении температуры в установке, по мере движения ампулы, форма фронта кристаллизации и его положение изменяются относительно начальных, и кристаллизация материала проходит с переменной скоростью, отличающейся от скорости перемещения ампулы.

Ключевые слова:

Многозонная термическая установка, метод Бриджмена, численное моделирование, термические процессы, рост кристаллов, форма фронта кристаллизации.

Key words:

Multizone thermal device, Bridgman method, numerical modeling, thermal process, crystal growth, crystallization front form.

Одним из широко используемых в настоящее время методов выращивания кристаллов является метод Бриджмена [1, 2]. Этот метод направленной кристаллизации, ранее применяемый для глубокой очистки металлов и элементарных полупроводников, сейчас успешно применяется для выращивания монокристаллов различных многокомпонентных соединений для оптических приборов и систем. По мере повышения требований к однородности получаемых кристаллов и необходимости увеличения их размеров встает проблема разработки прецизионного термического оборудования, способного обеспечить создание, поддержание и контролируемые изменения температурного поля в рабочем объеме установки в течение достаточно длительного временного периода, необходимого для реализации технологического процесса. Одним из факторов, влияющих на структурное совершен-