

ПРИМЕНЕНИЕ ЧАСТОТНОГО МЕТОДА ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОДНОРОДНЫХ ЦЕПЯХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Г.В. Носов

Томский политехнический университет

E-mail: nosov@el.ti.tpu.ru

Рассмотрено применение частотного метода для расчета переходных процессов в однородных цепях с распределенными параметрами на примере одной фазы линии электропередачи при подключении и отключении источника и нагрузки. К линии подключены источник и нагрузка, содержащие синусоидальную ЭДС и пассивные элементы с постоянными параметрами. Используется приведение расчетных схем к нулевым начальным условиям. Определяемые напряжения и токи зависят от двух переменных: расстояния, отсчитываемого от начала линии, и времени. Методика учитывает многократное прохождение волнами напряжения и тока линии и отражение этих волн от нагрузки и источника.

Ключевые слова:

Частотный метод, переходный процесс, линия электропередачи, однородная цепь с распределенными параметрами, пассивная нагрузка, источник, начальные условия, синусоидальная ЭДС, спектральная функция, напряжение, ток, волны, отражение.

Key words:

Frequency method, transient, transmission line, long line, homogeneous circuit with distributed parameters, passive loading, source, entry conditions, sine wave electric moving force, spectral function, voltage, current, waves, reflection.

Однородные цепи с распределенными параметрами имеют постоянные удельные параметры R_0 (Ом/км), L_0 (Гн/км), G_0 (См/км), C_0 (Ф/км) [1–3]. К этим цепям относятся воздушные и кабельные линии связи и электропередачи. В линиях электропередачи при подключении и отключении трехфазного источника питания или трехфазной нагрузки происходят переходные процессы. Возникающие при переходных процессах значительные импульсы напряжений и токов могут вывести из строя электрооборудование линии, источник питания и нагрузку. Переходные процессы в линиях связаны с прохождением волнами напряжения и тока линий и с отражениями этих волн от нагрузки и источника. Расчет этих процессов при помощи временных функций с учетом многократных отражений волн сопряжен со значительными трудностями. Поэтому разработка методики применения частотных функций [1, 2] для расчета переходных процессов в однородных цепях с распределенными параметрами, в частности, в линиях электропередачи представляется актуальной задачей, особенно, при современном развитии вычислительной техники и стандартных систем компьютерной математики, например, Mathcad [4].

Для использования частотного метода расчета переходных процессов необходимо иметь линейную цепь, к которой применим метод наложения [1], т. е. параметры пассивных элементов цепи R , L , C должны быть постоянны, и обязательно абсолютно интегрируемые функции $f_u(t)$ источников ЭДС и токов, когда $|f_u(t)| < |M| \cdot e^{-\alpha t}$ при времени $t > 0$ [1, 2]. В результате спектральные (частотные) функции источников ЭДС и токов определяются при помощи одностороннего прямого преобразования Фурье [1, 2]

$$Fu(j\omega) = \int_0^{\infty} f_u(t) \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (1)$$

а спектральные функции $F(x, j\omega)$ напряжений и токов в разных точках линии в функции координаты x и угловой частоты ω находятся с использованием основных комплексных уравнений линий с гиперболическими функциями [1, 2]. Далее функции $f(x, t)$ напряжений и токов переходного процесса рассчитываются с использованием формулы, полученной из обратного преобразования Фурье [1]:

$$f(x, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \{ \operatorname{Re}[F(x, j\omega)] \} \cos(\omega t) \cdot d\omega. \quad (2)$$

Синусоидальные функции $f_u(t)$ источников ЭДС и токов не являются абсолютно интегрируемыми, поэтому эти функции будем рассматривать как прямоугольные импульсы с синусным заполнением:

$$f_u(t) = \begin{cases} Fm \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \theta) & \text{при } 0 < t < \tau \\ 0 & \text{при } t > \tau \end{cases}, \quad (3)$$

где $\omega_0 = 2\pi f = 314$ 1/с – угловая частота в линиях электропередачи; $\tau = n \cdot t_0$ – длительность импульса; $t_0 \approx l/V_0$ – время пробега волнами напряжения и тока линии длиной l ; V_0 – (фазовая) скорость перемещения волн в линии при угловой частоте ω_0 ; n – задаваемое число пробегов волнами линии l .

Поскольку преобразование Фурье (1) предполагает $f_u(t) = 0$ при времени $t < 0$, то логично применить приведение цепи к нулевым начальным условиям [1]. В этом случае напряжения и токи переходного процесса находятся в виде суммы синусоидальных функций времени, найденных из расчета установившегося режима цепи до коммутации, и функций времени, найденных частотным методом из расчета цепи после коммутации при нулевых начальных условиях.

Будем полагать, что однородная цепь с распределенными параметрами как линия электропередачи работает в симметричном установившемся и пе-

реходном режимах [1], когда токи в нулевом проводе и заземлениях нейтралей трехфазного источника и трехфазной нагрузки равны нулю. Поэтому, достаточно без учета сопротивлений нулевого провода и заземлений нейтралей рассмотреть одну фазу источника напряжения, линии и нагрузки при постоянных параметрах пассивных элементов, которые могут быть соединены согласно рис. 1, где фазная ЭДС источника равна

$$e(t) = Em \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \theta). \quad (4)$$

Предположим, что до коммутации в источнике, линии и нагрузке был установившийся режим.

В формулах (1–2) угловая частота ω изменяется от 0 до ∞ , а время t – от 0 до τ . Поэтому для численных расчетов, исходя из быстродействия компьютера и повышения точности расчетов, примем:

- по возможности наибольшее число расчетных интервалов, например, $N=100$; максимальный, например, $100N$ индекс изменения угловой частоты $k=1, 2, \dots, 100N$, где $k \neq 0$ для предотвращения деления на 0;
- шаг интегрирования по времени $ht=t_0/N$; по угловой частоте $h\omega=2\pi/(\tau \cdot N)$;
- индекс изменения времени $q=0, 1, \dots, n \cdot N$;
- расчетное время $t_q=q \cdot ht$; угловая частота $\omega_k=k \cdot h\omega$.

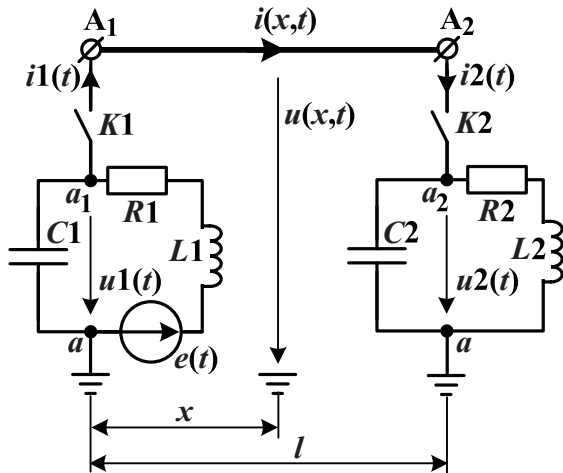


Рис. 1. Расчетная схема на одну фазу (A): R_1, L_1, C_1 и R_2, L_2, C_2 – параметры пассивных элементов источника и нагрузки; $u_1(t), u(x,t), u_2(t)$ – фазные напряжения; $i_1(t), i(x,t), i_2(t)$ – линейные токи; l и x – длина линии и расстояние от начала линии; K_1, K_2 – коммутаторы (ключи)

В результате согласно (1) и (3) спектральная функция источника будет равна:

$$\dot{F}u_k = \sum_q \left\{ \left(\frac{f u_q}{j \omega_k} \right) \cdot [e^{-j \omega_k \cdot t_q} - e^{-j \omega_k \cdot (t_q + ht)}] \right\}, \quad (5)$$

где $f u_q = Fm \cdot \sin(\omega_0 \cdot t_q + \theta)$ – числовые значения функции $f u(t)$ в моменты времени t_q .

Однородная линия характеризуется комплексными, зависящими от расчетной угловой частоты ω_k , вторичными параметрами [1, 2]:

- волновое сопротивление

$$\underline{ZB}_k = \sqrt{\frac{R_0 + j \omega_k \cdot L_0}{G_0 + j \omega_k \cdot C_0}}; \quad (6)$$

- постоянная распространения

$$\underline{\gamma}_k = \sqrt{(R_0 + j \omega_k \cdot L_0) \cdot (G_0 + j \omega_k \cdot C_0)} = \alpha_k + j \beta_k; \quad (7)$$

- фазовая скорость

$$V_k = \frac{\omega_k}{\beta_k},$$

причем при угловой частоте ω_0 и постоянной $\gamma_0 = \alpha_0 + j \beta_0$ фазовая скорость равна

$$V_0 = \frac{\omega_0}{\beta_0}.$$

Для указанных на рис. 1 схем соединения пассивных элементов источника и нагрузки можно записать эквивалентные комплексные сопротивления фазы источника

$$\underline{ZU}_k = \frac{R_1 + j \omega_k \cdot L_1}{1 - \omega_k^2 \cdot L_1 \cdot C_1 + j \omega_k \cdot R_1 \cdot C_1} \quad (8)$$

и нагрузки

$$\underline{ZH}_k = \frac{R_2 + j \omega_k \cdot L_2}{1 - \omega_k^2 \cdot L_2 \cdot C_2 + j \omega_k \cdot R_2 \cdot C_2}. \quad (9)$$

В результате, на основании комплексных уравнений линий с гиперболическими функциями [1, 2], определяем входные комплексные сопротивления линии (рис. 1):

относительно зажима A_1 с учетом сопротивлений (6) и (9)

$$\underline{Z1}_k = \underline{ZB}_k \cdot \frac{\underline{ZB}_k \cdot \text{sh}(\underline{\gamma}_k \cdot l) + \underline{ZH}_k \cdot \text{ch}(\underline{\gamma}_k \cdot l)}{\underline{ZB}_k \cdot \text{ch}(\underline{\gamma}_k \cdot l) + \underline{ZH}_k \cdot \text{sh}(\underline{\gamma}_k \cdot l)}; \quad (10)$$

относительно зажима A_2 с учетом сопротивлений (6) и (8)

$$\underline{Z2}_k = \underline{ZB}_k \cdot \frac{\underline{ZB}_k \cdot \text{sh}(\underline{\gamma}_k \cdot l) + \underline{ZU}_k \cdot \text{ch}(\underline{\gamma}_k \cdot l)}{\underline{ZB}_k \cdot \text{ch}(\underline{\gamma}_k \cdot l) + \underline{ZU}_k \cdot \text{sh}(\underline{\gamma}_k \cdot l)}. \quad (11)$$

Рассмотрим четыре возможных варианта переходных процессов в расчетной схеме (рис. 1) с использованием приведения этой схемы к нулевым начальным условиям.

1. Коммутатор K_1 замыкается, коммутатор K_2 замкнут; в источнике – ненулевые начальные условия, в линии и нагрузке – нулевые начальные условия.

На разомкнутом ключе K_1 из расчета символическим методом [1] цепи источника с ЭДС (4) находим комплексную амплитуду напряжения

$$\dot{U}K_1 = \frac{Em \cdot e^{j\theta}}{1 - \omega_0^2 \cdot L_1 \cdot C_1 + j \omega_0 \cdot R_1 \cdot C_1} = UK_1 \cdot e^{j\delta},$$

числовые значения этого напряжения в моменты времени $t=t_q$

$$uK_1_q = UK_1 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t_q + \delta). \quad (12)$$

С учетом (5) и (12) записываем спектральную функцию

$$UK1_k = \sum_q \left\{ \left(\frac{uK1_q}{j\omega_k} \right) \cdot [e^{-j\omega_k t_q} - e^{-j\omega_k(t_q+ht)}] \right\}. \quad (13)$$

Далее после замыкания ключа $K1$ с использованием формул (6–10, 13) определяем при $x=0$ спектральную функцию входного тока

$$I1_k = \frac{UK1_k}{ZU_k + Z1_k} \quad (14)$$

и входного напряжения линии

$$U1_k = UK1_k - ZU_k \cdot I1_k. \quad (15)$$

На расстоянии x от начала линии на основании уравнений однородной линии в гиперболических функциях [1] и формул (6, 7, 14, 15) можно записать спектральные функции напряжения и тока для угловых частот ω_k :

$$\begin{cases} Ux_k = U1_k \cdot \text{ch}(\gamma_k \cdot x) - I1_k \cdot ZB_k \cdot \text{sh}(\gamma_k \cdot x) \\ Ix_k = -\frac{U1_k}{ZB_k} \cdot \text{sh}(\gamma_k \cdot x) + I1_k \cdot \text{ch}(\gamma_k \cdot x) \end{cases}. \quad (16)$$

Согласно (2) с использованием (16) определяем числовые значения напряжения и тока на расстоянии x от начала линии в моменты времени $t=t_q$:

$$\begin{cases} u(x, t_q) = \frac{2}{\pi} \sum_k [\text{Re}(Ux_k) \cdot h\omega \cdot \cos(\omega_k \cdot t_q)] \\ i(x, t_q) = \frac{2}{\pi} \sum_k [\text{Re}(Ix_k) \cdot h\omega \cdot \cos(\omega_k \cdot t_q)] \end{cases}. \quad (17)$$

2. Коммутатор $K1$ размыкается, коммутатор $K2$ замкнут; в источнике, линии и нагрузке – ненулевые начальные условия.

При замкнутом ключе $K1$ из расчета цепи символическим методом при угловой частоте $\omega 0$ и $x=0$ с учетом (10), когда $Z1_k = Z1_s$ при $\omega_s = s \cdot h\omega \approx \omega 0$, найдем комплексные амплитуды входного тока

$$I1_d = \frac{Em \cdot e^{j\theta}}{Z1_s + (R1 + j\omega 0 \cdot L1) \cdot (1 + j\omega 0 \cdot C1 \cdot Z1_s)} = I1_d \cdot e^{j\lambda} \quad (18)$$

и входного напряжения линии

$$U1_d = Z1_s \cdot I1_d, \quad (19)$$

числовые значения входного тока в моменты времени $t=t_q$

$$i1_d = I1_d \cdot \sin(\omega 0 \cdot t_q + \lambda), \quad (20)$$

тогда на основании (5) и (20) можно вычислить спектральную функцию входного тока

$$I1_d_k = \sum_q \left\{ \left(\frac{i1_d_q}{j\omega_k} \right) \cdot [e^{-j\omega_k t_q} - e^{-j\omega_k(t_q+ht)}] \right\}. \quad (21)$$

Далее на расстоянии x от начала линии на основании уравнений однородной линии в гиперболических функциях (16) и формул (6, 7, 18, 19) можно записать комплексные амплитуды напряжения и тока при замкнутом ключе $K1$ для угловой частоты $\omega_s \approx \omega 0$:

$$\begin{cases} Ux_d = U1_d \cdot \text{ch}(\gamma_s \cdot x) - I1_d \cdot ZB_s \cdot \text{sh}(\gamma_s \cdot x) = \\ = Ux_d \cdot e^{j\lambda x1} \\ Ix_d = -\frac{U1_d}{ZB_s} \cdot \text{sh}(\gamma_s \cdot x) + I1_d \cdot \text{ch}(\gamma_s \cdot x) = \\ = Ix_d \cdot e^{j\lambda x2} \end{cases}. \quad (22)$$

В результате при замкнутом ключе $K1$ на расстоянии x от начала линии, исходя из (22), определяем числовые значения напряжения и тока в моменты времени $t=t_q$:

$$\begin{cases} u_d(x, t_q) = Ux_d \cdot \sin(\omega 0 \cdot t_q + \lambda x1) \\ i_d(x, t_q) = Ix_d \cdot \sin(\omega 0 \cdot t_q + \lambda x2) \end{cases}. \quad (23)$$

Затем при подключенном к началу линии ($x=0$) источнике тока $J1_k = -I1_d$ на основании (10, 16, 21) рассчитываем спектральные функции напряжения и тока

$$\begin{cases} Uxп_k = -I1_d \cdot Z1_k \cdot \text{ch}(\gamma_k \cdot x) + \\ + I1_d \cdot ZB_k \cdot \text{sh}(\gamma_k \cdot x) \\ Ixп_k = \frac{I1_d \cdot Z1_k}{ZB_k} \cdot \text{sh}(\gamma_k \cdot x) - \\ - I1_d \cdot \text{ch}(\gamma_k \cdot x) \end{cases}. \quad (24)$$

Согласно (2) с использованием принципа наложения [1] и формул (23, 24) определяем числовые значения напряжения и тока на расстоянии x от начала линии в моменты времени $t=t_q$:

$$\begin{cases} u(x, t_q) = u_d(x, t_q) + \\ + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_k [\text{Re}(Uxп_k) \cdot h\omega \cdot \cos(\omega_k \cdot t_q)] \\ i(x, t_q) = i_d(x, t_q) + \\ + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_k [\text{Re}(Ixп_k) \cdot h\omega \cdot \cos(\omega_k \cdot t_q)] \end{cases}. \quad (25)$$

3. Коммутатор $K2$ замыкается, коммутатор $K1$ замкнут; в источнике и линии – ненулевые начальные условия, в нагрузке – нулевые начальные условия.

При разомкнутом ключе $K2$ из расчета цепи при $\omega_s \approx \omega 0$ и $x=0$ находим по (18, 19) комплексные амплитуды тока и напряжения, в которых из формулы (10) при $ZH_s = \infty$ используем

$$\underline{Z1}_s = \underline{ZB}_s \cdot \frac{\text{ch}(\underline{\gamma}_s \cdot l)}{\text{sh}(\underline{\gamma}_s \cdot l)}$$

Далее при разомкнутом ключе $K2$ по (22, 23) находим числовые значения напряжения и тока на расстоянии x от начала линии в моменты времени $t=t_q$, тогда при $x=l$ из формулы (23) напряжение на разомкнутом ключе $K2$ будет следующим

$$uK2_{Дq} = u_{Д}(l, t_q) = UK2_{Д} \cdot \sin(\omega 0 \cdot t_q + \varphi). \quad (26)$$

С учетом (5) и (26) записываем спектральную функцию этого напряжения

$$U\dot{K}2_{Дk} = \sum_q \left\{ \left(\frac{uK2_{Дq}}{j\omega_k} \right) \cdot [e^{-j\omega_k t_q} - e^{-j\omega_k(t_q+ht)}] \right\}. \quad (27)$$

Затем после замыкания ключа $K2$ с использованием формул (6–9, 11, 27) определяем при $x=l$ спектральную функцию выходного тока

$$I\dot{2}_{\Pi k} = \frac{UK2_{Дk}}{\underline{ZH}_k + \underline{Z2}_k} \quad (28)$$

и выходного напряжения линии

$$U\dot{x}_{\Pi k} = -U\dot{K}2_{Дk} + \underline{ZH}_k \cdot I\dot{2}_{\Pi k}. \quad (29)$$

На расстоянии x от начала линии на основании уравнений однородной линии в гиперболических функциях [1] и формул (6, 7, 28, 29) можно записать спектральные функции напряжения и тока для угловых частот ω_k :

$$\left\{ \begin{aligned} U\dot{x}_{\Pi k} &= U\dot{2}_{\Pi k} \cdot \text{ch}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] + \\ &+ I\dot{2}_{\Pi k} \cdot \underline{ZB}_k \cdot \text{sh}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] \\ I\dot{x}_{\Pi k} &= \frac{U\dot{2}_{\Pi k}}{\underline{ZB}_k} \cdot \text{sh}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] + \\ &+ I\dot{2}_{\Pi k} \cdot \text{ch}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] \end{aligned} \right. \quad (30)$$

Согласно (2) с использованием принципа наложения и формул (23, 30) определяем по (25) числовые значения напряжения и тока на расстоянии x от начала линии в моменты времени $t=t_q$.

4. Коммутатор $K2$ размыкается, коммутатор $K1$ замкнут; в источнике, линии и нагрузке – ненулевые начальные условия.

По соотношениям (18, 19, 22, 23) рассчитываем установившийся режим до размыкания ключа $K2$ и при $x=l$ находим числовые значения выходного тока в моменты времени $t=t_q$

$$i2_{Дq} = i_{Д}(l, t_q) = I2_{Д} \cdot \sin(\omega 0 \cdot t_q + \psi), \quad (31)$$

тогда на основании (5) и (31) вычисляем его спектральную функцию

$$I\dot{2}_{Дk} = \sum_q \left\{ \left(\frac{i2_{Дq}}{j\omega_k} \right) \cdot [e^{-j\omega_k t_q} - e^{-j\omega_k(t_q+ht)}] \right\}.$$

Затем при подключенном к концу линии ($x=l$) источнике тока $\dot{I}2_k = -\dot{I}2_{Дk}$ на основании (11, 30)

записываем спектральные функции напряжения и тока:

$$\left\{ \begin{aligned} U\dot{2}_{\Pi k} &= \underline{Z2}_k \cdot I\dot{2}_{Дk}; \\ U\dot{x}_{\Pi k} &= U\dot{2}_{\Pi k} \cdot \text{ch}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] - \\ &- I\dot{2}_{Дk} \cdot \underline{ZB}_k \cdot \text{sh}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] \\ I\dot{x}_{\Pi k} &= \frac{U\dot{2}_{\Pi k}}{\underline{ZB}_k} \cdot \text{sh}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] - \\ &- I\dot{2}_{Дk} \cdot \text{ch}[\underline{\gamma}_k \cdot (l-x)] \end{aligned} \right. \quad (32)$$

По формулам (23, 32) и (25) определяем числовые значения напряжения и тока на расстоянии x от начала линии в моменты времени $t=t_q$.

Если зафиксировать координату x от 0 до l , то по выше приведенным формулам можно численно рассчитать изменение во времени t напряжения и тока в линии. Для этого разработан алгоритм вычислений с использованием системы Mathcad и проведены расчеты напряжений и токов переходного процесса в воздушной линии электропередачи для четырех рассмотренных вариантов (п. 1–4) при следующих параметрах [3, 5]: $Em=200$ кВ; $\theta=\pi/2$; $\tau=5$ мс; $l=289,7$ км; $t0=1$ мс; $n=5$; $R0=0,12$ Ом/км; $L0=1,36 \cdot 10^{-3}$ Гн/км; $G0=9,71 \cdot 10^{-9}$ См/км; $C0=8,597 \cdot 10^{-9}$ Ф/км; $I0=2,897 \cdot 10^5$ км/с; $R2=10R1=100$ Ом; $L2=10L1=2$ Гн; $C1=10C2=5$ мкФ.

На рис. 2 и 3 приведены примеры расчетных зависимостей при замыкании ключа $K1$ (п. 1).

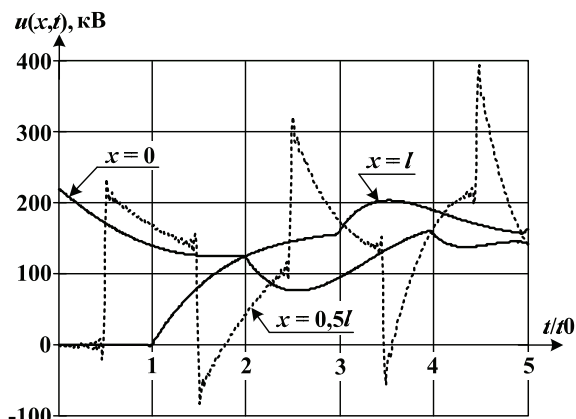


Рис. 2. Расчетные зависимости для напряжений в линии

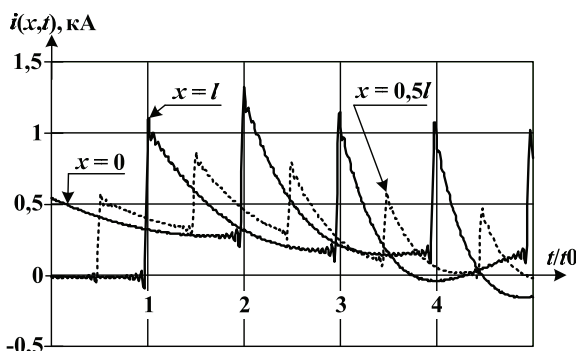


Рис. 3. Расчетные зависимости для токов в линии

В конце линии получили напряжение $u(l,t_0)=0$ (рис. 2) и ток $i(l,t_0)\approx 2i(0,0)$ (рис. 3), что соответствует первому моменту прихода падающих волн напряжения и тока в нагрузку, когда емкость C_2 является закороткой.

Частотный метод расчета переходных процессов можно также использовать для линий связи с импульсной ЭДС $e(t)$ произвольной формы.

Выводы

1. Рассмотрено применение частотного метода для расчета переходных процессов в одной фазе линии электропередачи при подключении и отключении источника и нагрузки. Показано, что частотный метод наиболее эффективен при использовании стандартных систем компьютерной математики, например, Mathcad.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теоретические основы электротехники. Т. 1. Основы теории линейных цепей / под ред. П.А. Ионкина. – М.: Высшая школа, 1976. – 544 с.
2. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. Т. 2. – СПб.: Питер, 2003. – 576 с.
3. Теоретические основы электротехники. Т. 2. Нелинейные цепи и основы теории электромагнитного поля / под ред. П.А. Ионкина. – М.: Высшая школа, 1976. – 383 с.

2. Переходные процессы в линиях рассчитываются с учетом двух переменных: расстояния, отсчитываемого от начала линии, и времени.
3. Методика учитывает многократное прохождение волнами напряжения и тока линии и отражение этих волн от нагрузки и источника.
4. Результаты расчетов согласуются с теорией переходных процессов в однородных линиях при различных режимах: холостой ход, короткое замыкание, согласованная и несогласованная нагрузка.
5. Использование алгебраических уравнений в комплексной форме вместо дифференциальных уравнений существенно упрощает алгоритм вычислений.

4. Дьяконов В.П. Mathcad 8/2000: специальный справочник. – СПб.: Питер, 2000. – 592 с.
5. Электротехнический справочник. Т. 1. Общие вопросы. Электротехнические материалы / под ред. В.Г. Герасимова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 488 с.

Поступила 01.03.2010 г.