

ПРОВЕРКА МОДИФИКАЦИЙ ВЫРАЖЕНИЙ ЭФФЕКТИВНЫХ МОДУЛЕЙ НА ПРИМЕРЕ РАСЧЕТА ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ

Н.А. Куприянов, К.К. Манабаев, В.Г. Зверев, А.А. Вакуров

Научный руководитель: К.К. Манабаев
 Национальный исследовательский Томский политехнический университет
 E-mail: mkk@tpu.ru

Рассмотрена задача об изгибе квадратной пластины из композиционного материала под действием погонной нагрузки, распределённой по поверхности пластины. Расчёт напряжённо-деформированного состояния пластины проводился в рамках теории упругости изотропного тела с использованием классических и модифицированных эффективных модулей. Полученные результаты подтверждают применимость модели среднегеометрического усреднения эффективных модулей для расчёта напряжённо-деформированного состояния двухкомпонентных композиционных конструкций.

Введение

В настоящее время является актуальным вопрос усовершенствования как численных, так и приближенных методов расчета композиционных материалов [1–6]. К последним можно отнести и метод эффективных модулей, представленный в работах [6–8]. В статье [6] были получены модификации эффективных характеристик Фойгта–Рейсса и Хашина–Штрикмана для двухкомпонентного изотропного композита. Представленные модели среднегеометрического усреднения эффективных модулей показали наименьшие отклонения от точного решения для ряда тестовых задач, тем не менее, данные выражения нуждаются в дополнительной верификации.

Постановка задачи

Для численного сравнения точного решения с решениями на основе новых эффективных характеристик была рассмотрена задача изгиба квадратной пластины давлением P , приложенным перпендикулярно к плоскости пластины ABCD (рис. 1). Толщина пластины принята единичной, а величина стороны a равна 0,2 м. Граничные условия для задачи: на линиях AB, BC, CD и DA – сторонах пластины выполняется условие жесткого закрепления: перемещения по осям Ox и Oy отсутствуют ($u_\alpha = 0, \alpha = 1, 2$).

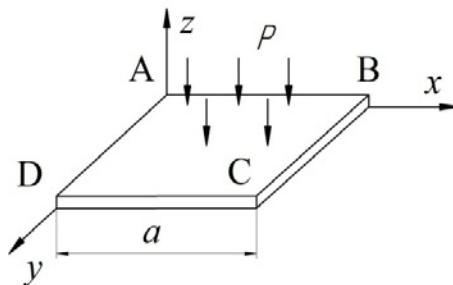


Рис. 1. Схема изгиба пластины

Задача проверки возможности применения эффективных усредненных модулей сводится к вычислению параметров напряженно-деформированного состояния однослойной пластины на основе решений с известными эффективными характеристиками и сравнением этих решений с результатом расчета с помощью новых усредненных характеристик.

В дальнейшем, условимся использовать индекс k в соответствии с таблицей 1.

Таблица 1 – Соответствие численного решения и эффективных модулей значению индекса k

k	1	2	3	4	5	6
	Численное решение	G_V, K_V	G_R, K_R	G'_V, K'_V	G''_V, K''_V	G_{SR}, K_{SR}

На рисунках 1, 2 представлены кривые перемещений u_3^k в зависимости от координаты x . Значение координаты ($x=0; y=0,1$) соответствует точке на ребре пластины, а при ($x=0,1; y=0,1$) рассматривается точка в центре пластины.

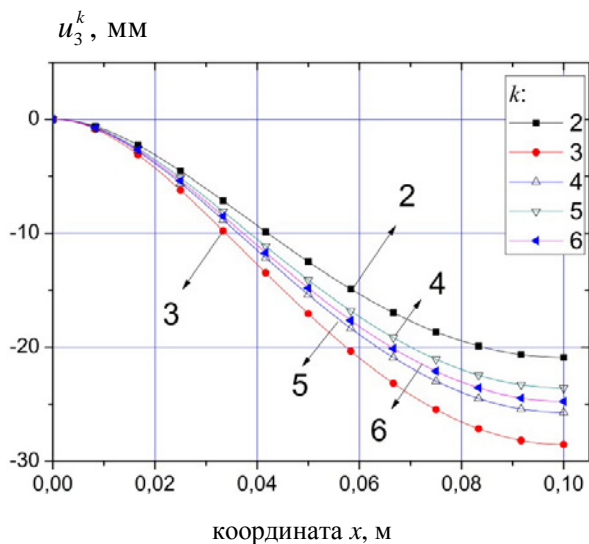


Рис. 3. Кривые зависимости перемещения u_3^k от координаты x

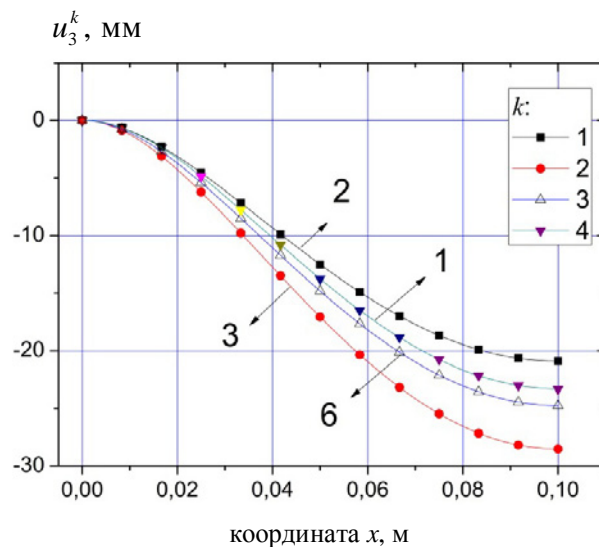


Рис. 4. Кривые зависимости перемещения u_3^k от координаты x

Выводы

На основе проведенных числовых расчетов с геометрически усредненными модулями на основе характеристик Хашина-Штрикмана можно сделать следующие выводы:

- численным анализом установлено, что для тестовой задачи о нагружении двухкомпонентной пластины минимальные расхождения в значениях потенциальных энергий и прогибах, соответствующих точному и приближенному решениям, дают расчеты с геометрически усредненными эффективными модулями и эффективными характеристиками по типу Н-С фойгтовского типа;
- проведенные числовые расчеты подтверждают применимость математической модели геометрически усредненных эффективных модулей к расчету напряженно-деформированного состояния двухкомпонентных композитов.

Список литературы

- Rasool A., Bohm H.J. Effects of particle shape on the macroscopic and microscopic linear behaviors of particle reinforced composites // *Int. J. Engng. Sci.* – 2012. – Vol. 58. – P. 21–34.
- Klusemann B., Bohm H.J., Svendsen B. Homogenization methods for multi-phase elastic composites of non-ellipsoidal shape: Comparisons and benchmarks // *Eur. J. Mech. A. Solids.* – 2012. – Vol. 38. – P.21–37.
- Шермергор Т.Д. Теория упругости микroneоднородных сред. – М. : Наука, 1977. – 400 с.
- Сендецки Д. Упругие свойства композитов. – М. : Мир, 1978. – Т.2 : Механика композитных материалов. – 654 с.
- Hashin Z. The elastic moduli of heterogeneous materials // *J. Appl.* – 1962. – Vol. 29. – P. 143–150.
- Светашков А.А. Модификации эффективных модулей типа Хашина–Штрикмана для двухкомпонентного изотропного композита [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.ispms.ru/ru/journals/430/2243>.
- Svetashkov A.A. New effective moduli of isotropic viscoelastic composites. Part I. Theoretical justification [Electronic resource]. – URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/124/1/012099> (дата 15.12.15).
- Kupriyanov A.A. . New effective moduli of isotropic viscoelastic composites. Part II. Comparison of approximate calculation with the analytical solution [Electronic resource]. – URL: <http://earchive.tpu.ru/handle/11683/33867>.