

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт –Энергетический
Направление подготовки –Теплоэнергетика и теплотехника
Кафедра –Теоретической и промышленной теплотехники

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема работы
Экспериментальное исследование процесса теплообмена в замкнутом объеме при различных мощностях и расположениях источника тепловыделения.

УДК 536.25-047.37

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
5БМ5В	Акчурина Мария Михайловна		

Руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Максимов Вячеслав Иванович	К.Т.Н.		

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Попова С.Н.	К.Э.Н.		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Василевский М.В.	К.Т.Н.		

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Зав. кафедрой	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
ТПТ	Кузнецов Г.В.	д.ф.-м.н.		

Томск – 2017 г.

Детализированный график работы на весь период обучения магистранта

Названия разделов работы	Наименование конкретной учебной, научной, учебно-методической и педагогической деятельности	Срок выполнения	Формы отчетности
Учебная работа	Учебный план магистерской подготовки (в случае изменения дисциплин учебного плана- приводится изменение учебного плана)	30.06.2017г.	Экзамены, Зачеты, курсовые работы, практики
Научная работа	а) знакомство с литературой по теме	1.09.2015-1.12.2015г.	Рефераты (литературный обзор)
	б) Изучение оборудования для исследования процесса теплообмена при различных мощностях и расположениях источника тепловыделения. Изучения методов расчёта.	1.09.2015-1.01.2016г.	Отчеты, допуск к работе с оборудованием
	в) проведение экспериментальных исследований процессов теплообмена в замкнутой области.	1.01.2016-1.02.2017 г.	Отчеты руководителю, обсуждение на семинарах
	г) написание статей, в том числе в рецензируемых журналах, составление докладов по материалам работы	1.04.2016-1.06.2017 г.	Представление рукописей статей и докладов, проектов документов, копий публикаций
	д) определение и утверждение темы диссертации		Номер приказа об утверждении темы
	ж) подготовка текста диссертации	1.03.2016-1.05.2017 г.	Диссертация
	к) подготовка демонстрационных материалов и доклада для защиты	1.05.2016-1.06.2016г.	Защита диссертации
Педагогическая и учебно-методическая деятельность	Разработка, постановка, проведение: а) лабораторных работ		Проекты работ, занятия
	б) пробных лекций, практических занятий		Конспект
	в) методических указаний по лабораторным и практическим занятиям, курсового проектирования; разработка, создание лабораторных макетов		Текст методических указаний, макет
	г) тезисов и докладов на научно-методических семинарах и конференциях по проблемам образовательного процесса		Представление текстов тезисов и докладов
	д) руководство проектной работой студентов младших курсов		Отчет студента

Магистрант _____ Акчурина М.М.

Руководитель _____ Максимов В.И.

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа 108 с., 47 рис., 20 табл., 51 источников, 2 прил.

Ключевые слова: Тепломассообмен, термopapa, изоляция, источник тепловыделения, измерительное оборудование, распределение температур, температурный режим, математическое моделирование.

Объектом исследования является замкнутый объём с источником тепловыделения.

Цель работы – изучение процесса тепло- и массопереноса внутри замкнутого объёма в зависимости от изменений мощности и расположения тепловыделяющего элемента.

В процессе исследования разработан экспериментальный стенд совместно с методикой проведения эксперимента, разработана математическая модель конвективного теплопереноса в замкнутом объёме, разработаны алгоритм и методы решения задач теплопереноса, проведен сравнительный анализ теоретических и экспериментальных результатов.

В результате исследования получены распределения температур внутри замкнутого объёма при различных мощностях и положениях источника тепловыделения.

Область применения: замкнутые устройства с тепловыделяющими компонентами.

Экономическая эффективность/значимость работы состоит в получении знаний о рациональном использовании тепла от нагревательных устройств.

Содержание

Введение.....	5
1.Обзор литературы	6
2.Описание экспериментального стенда, порядок проведения опытов и их результаты.....	23
3.Постановка задачи конвективного теплопереноса в прямоугольной замкнутой области	26
3.2 Математическая постановка задачи.....	27
3.3 Краткое описание численного метода	31
3.4 Уравнение Пуассона для функции тока	32
3.5 Аппроксимация уравнения вектора завихренности скорости	33
3.6 Аппроксимация уравнения энергии.....	36
3.7 Тестовая задача.....	38
4. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение ...	40
4.1 Внутренняя среда	40
4.2 Экспертная оценка	41
4.3 Календарный план	45
4.4 Бюджет, смета проекта	50
4.5 Оценка ресурсоэффективности	51

Введение

Исследование процессов тепло- и массообмена в замкнутом объеме занимает важное место в современной науке и технике.

Одной из важнейших задач в современном мире является энергоэффективность, для ее решения необходимо знание самой физики процесса. В настоящее время не все предприятия готовы выделять средства на проведение экспериментов, поэтому все большее внимание уделяется математическому моделированию. Одним из основных способов тепло- и массопереноса является конвективное течение, от масштабов которого зависит безопасность эксплуатации технических систем.

Целью работы является изучение процесса тепло- и массопереноса внутри замкнутого объёма в зависимости от изменений мощности и расположения тепловыделяющего элемента.

Практическая значимость. Создан алгоритм для решения задач тепло- и массообмена в замкнутом объеме при различных мощностях и расположениях источника тепловыделения, позволяющий проводить оценку данного процесса.

1. Обзор литературы

В последнее время большое количество научных работ уделяется изучению конвективного теплообмена. Актуальность данной темы обусловлена развитием промышленности и электроники, в которых теплообмен является важной частью процесса эффективной работы. Ниже рассмотрены различные материалы по данной тематике.

Так в статье [1] рассматривается трехмерная ламинарная естественная конвекция внутри параллелепипеда, боковые стенки которого нагреваются при изменении отношения сторон в пределах $A_x = L/H = 0,1—5$ и $Ra = 10^3-10^6$. Исследована зависимость тепло- и массопереноса от геометрии замкнутого параллелепипеда. При наименьших значениях $A_x < 1$ оказывается сильное влияние на теплоперенос. Интегральный коэффициент теплоотдачи более длинных объемов не зависит от соотношения сторон прослойки, и его величина может быть определена из 2D-приближения.

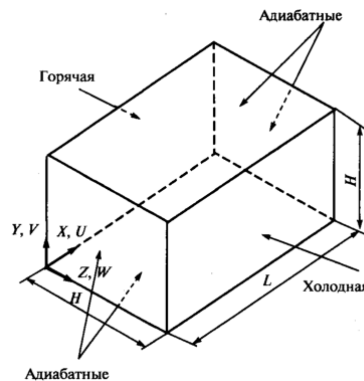


Рисунок 1 – Схема задачи и система координат.

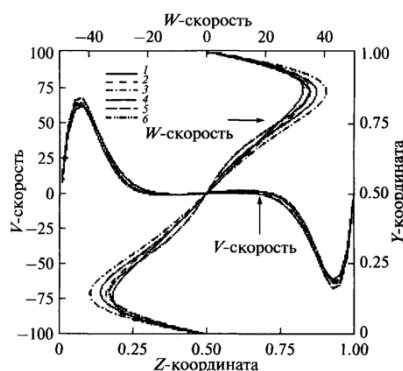


Рисунок 2 – Профили компонент скорости в поперечном срединном сечении прослойки.

При исследовании термогравитационной конвекции большое внимание уделялось параметру расширения (A_x), который оказывает влияние на процессы теплопереноса. За счет разницы температур у стенок происходит образования асимметричного вихря в сечении и вторичных течений. При этом и само распределение скоростей качественно различается. При изучении влияния A_x на теплоперенос было выявлено, что параметр расширения незначительно влияет на компоненты скорости.

В работе [2] рассматривается ламинарный режим термогравитационной конвекции в замкнутом объеме с источником тепловыделения. Для численного исследования был использован пакет прикладных программ “Fluent”. Полученные экспериментальные данные отличаются от численных расчетов в диапазоне $2 \div 3$ К.

Интенсивный рост температуры наблюдается непосредственно над источником тепловыделения (рис.3).

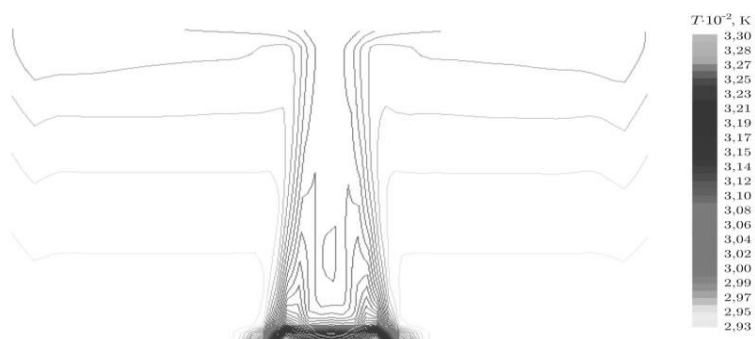


Рисунок 3 – Профили температуры в сечении при определённых значениях температуры нагревателя.

Также был рассмотрен численный анализ при турбулентном режиме течения газа в замкнутой области.

Особенности формирования воздушных потоков в пределах помещения, с расположенным в нём отопительным прибором изучается на примере радиаторов [3] при их использовании уменьшается свободноконвективная циркуляция воздуха в помещении, что защищает людей от возможных сквозняков.

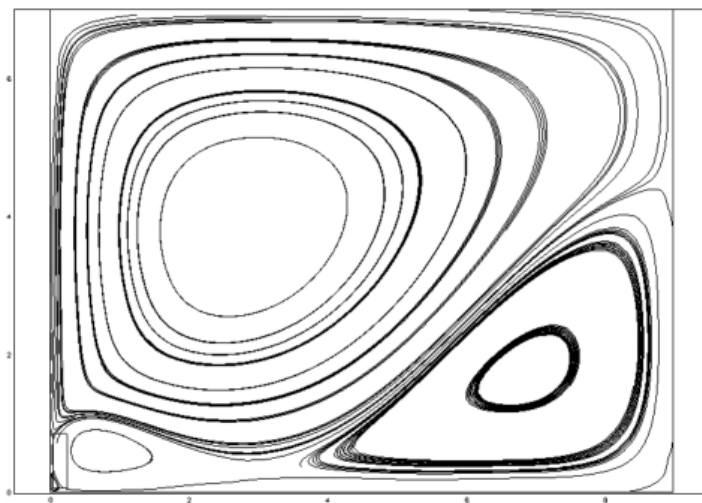


Рисунок 4 – Распределение линий тока воздуха в помещении с радиатором.

Особенности формирования воздушных потоков объясняют формирование температурного поля в помещении

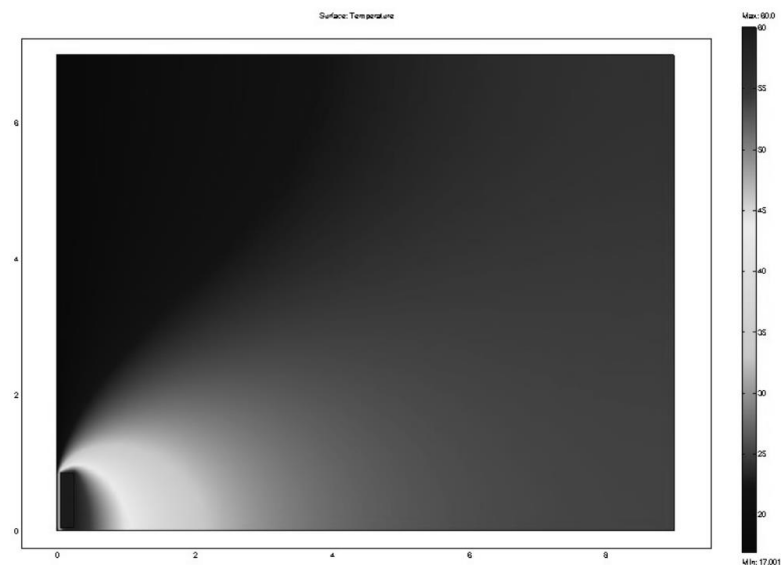


Рисунок 5 – Температурное поле в помещении с радиатором.

Авторы [4] рассматривают численное решение задачи свободно-конвективного теплообмена в замкнутом объеме, внешние поверхности двух противоположных граней имеют постоянную температуру, остальные грани теплоизолированы. Для разработки математической модели были использованы следующие безразмерные переменные: температура, давление, скорость. В результате было установлено влияние толщины стенок и температуры потока на термогидродинамические характеристики

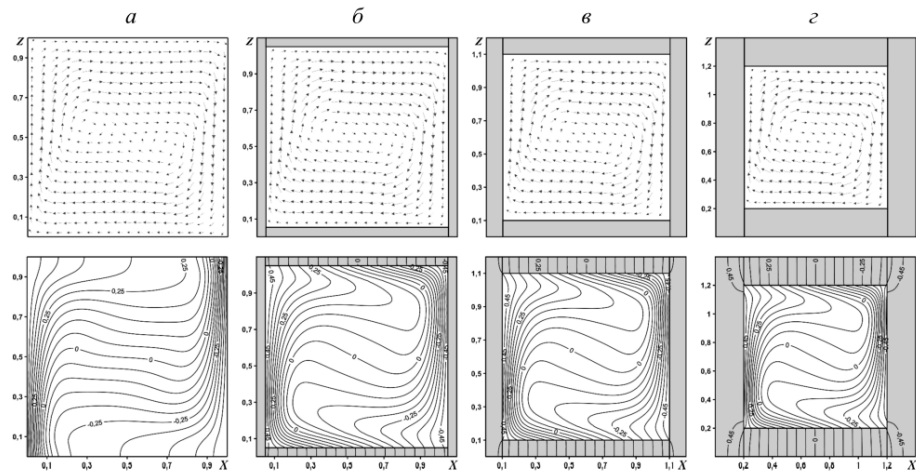


Рисунок 6 – Распределение скоростей и температур

Исследование естественной конвекции или конвекции Рэлея – Бенара происходит при помощи дифференциальных вычислений. Для начала система дифференциальных уравнений, которые описывают двумерную конвекцию, записывают в приближении Обербека – Буссинеска. Система записана в безразмерных переменных «вихрь, функция тока, температура, возмущение температуры». В качестве управляющих параметров, определяющих режимы конвекции, выбраны: число Рэлея, число Прандтля, число Хэдли. Применен конечно-разностный численный метод для решения системы. Получены картины предельных стационарных режимов при различных числах Рэлея. Исследованы интегральные характеристики (число Нуссельта) в зависимости от числа Рэлея. Приведена степенная зависимость числа Нуссельта от числа Рэлея.

Приведены результаты численного решения задачи теплопереноса в замкнутой прямоугольной области в режиме свободной конвекции с использованием модели сопряженного теплообмена [6]. В качестве источника нагрева рассмотрен газовый инфракрасный излучатель, расположенный горизонтально в верхней части области моделирования. Плоская нестационарная задача решена в рамках модели Навье–Стокса для газа и теплопроводности для твердых стенок. Проведен анализ динамики

распространения тепла в замкнутой области с течением времени. Установлено, что большая часть тепла аккумулируется в ограждающих конструкциях, на которые воздействует тепловое излучение. Сделаны выводы о целесообразности применения сформулированной модели для расчета теплопереноса при наличии источника радиационного нагрева. Показана возможность использования потенциала теории сопряженного теплообмена при решении типичных задач промышленной теплоэнергетики.

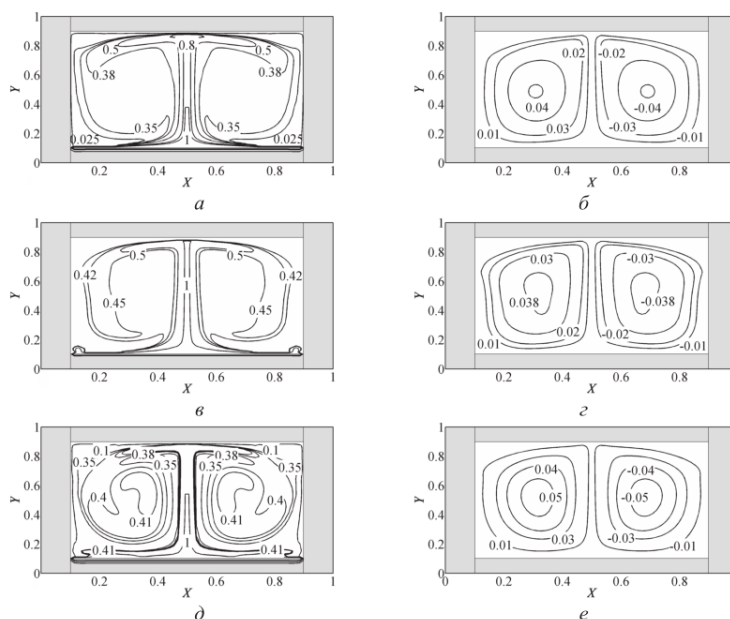


Рисунок 7 – Распределение температур (а, в, д) и изолиний функции тока (б, г, е) при различных значениях времени: а, б) 10000 с; в, г) 50000 с; е) 70000 с

В некоторых работах исследованы конвективные течения в наклонных и цилиндрических областях, например, в [7] представлены результаты трехмерного численного моделирования тепловой гравитационной конвекции при произвольном направлении вектора силы тяжести. Расчеты проведены в ограниченной твердыми стенками прямоугольной полости, заполненной воздухом, с соотношением сторон $4 : 0.5 : 1$ при подогреве снизу и ламинарном режиме конвекции $Ra = 103\text{--}105$. Полость последовательно поворачивалась

вокруг короткой стороны в различных направлениях в диапазоне $0-90^\circ$ для изучения влияния начальных условий на конвекцию. Приведены средние характеристики теплообмена и структура пространственного течения. Проводится сопоставление с двумерными расчетами. Указаны условия возникновения гистерезиса стационарного состояния конвекции, построена карта режимов и описаны особенности взаимодействия потоков тепла.

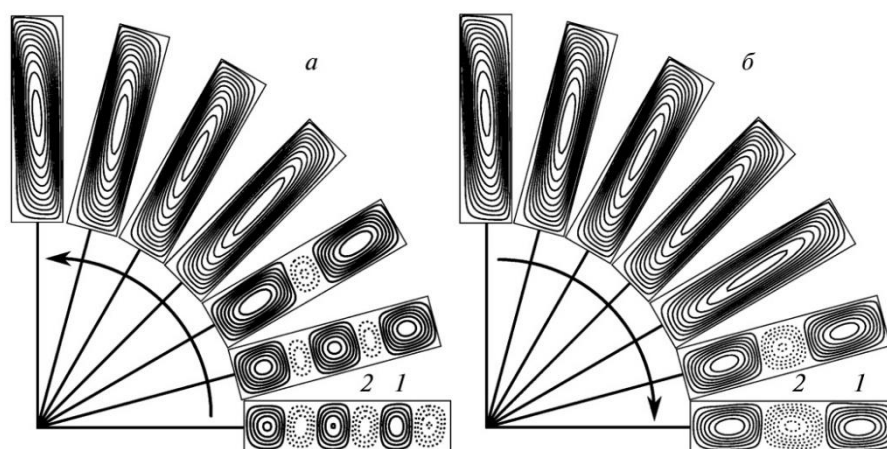


Рисунок 8 – Изолинии функции тока в плоскости $x = 0.25$ при увеличении (а) и уменьшении (б) угла наклона.

Особенность структуры течения в наклонных продольных слоях в отличие от поперечных состоит в наличии конвективных валов, формирующихся перпендикулярно подъемно-опускному течению. В наклонном слое это приводит к активному взаимодействию валов с основным течением вследствие наличия встречных конвективных потоков.

Локальные особенности полей температуры и потоков тепла при ослабленной естественной конвекции в квадратной области, показанной в [8], существенно зависят от вида тепловых граничных условий. Рост интенсивности теплообмена на верхней границе при подогреве нижней границы равномерным

тепловым потоком уменьшает температурное расслоение и смещает переходной режим в сторону бóльших чисел Грасгофа; снижает интенсивность конвективного течения в режиме перехода, уменьшает градиент температуры на верхней границе.

Также в науке изучается, так называемая, концентрационная конвекция, примером которой является работа [9], в ней экспериментально и теоретически исследованы возникновение и устойчивость концентрационного (гравитационного и Марангони) конвективного течения от сосредоточенного источника слаборастворимого ПАВ, расположенного вблизи межфазной поверхности. Показано, что конкуренция гравитационного и концентрационно-капиллярного механизмов образования конвекции может приводить к возникновению колебательного режима конвекции, период которого существенно зависит от значения чисел Грасгофа и Марангони, а также от размера источника ПАВ. Обнаружено, что при увеличении вклада гравитационных сил колебательный режим конвекции сменяется стационарным.

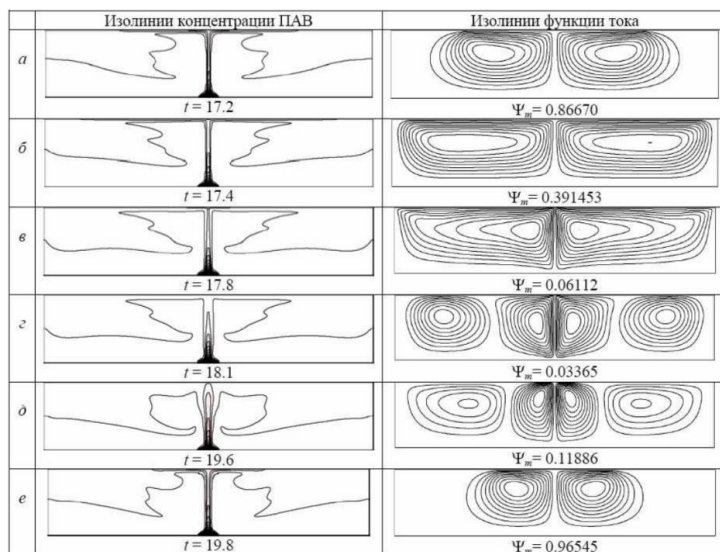


Рисунок 9 – Изолинии концентрации ПАВ и функции тока для $d = 1/8$, $Gr=500$,
 $Ma = 7 \cdot 10^5$.

В двумерной постановке [10] численно моделируется развитие тепловой конвекции, вызванной всплывающей горячей каплей той же жидкости в плоском слое, на свободной поверхности которого находится нерастворимое поверхностно-активное вещество (ПАВ). Эксперименты показывают, что в узких каналах поверхностная пленка ПАВ задерживает развитие капиллярной конвекции. В работе показано, как может меняться структура конвективного течения и распределение температуры в слое при изменении свойств пленки ПАВ. Для характерных режимов приведены изолинии температуры и функции тока, распределения скорости на поверхности жидкости.

Примером же конвекции в цилиндрической области становится статья [11], авторы которой Экспериментально исследуют конвекцию жидкости с внутренними источниками тепла в горизонтальном вращающемся цилиндре. Изучают пороги возбуждения осредненной конвекции в зависимости от мощности тепловыделения и вязкости жидкости для различных значений длины кюветы в области больших безразмерных частот. Они обнаружили, что квазиравновесие нарушается с понижением скорости вращения. В пороге возникают продольные оси вращения валы. Следующий кризис теплопереноса связан со сменой двумерных валов периодической системой вихрей, расположенных вдоль оси цилиндра.

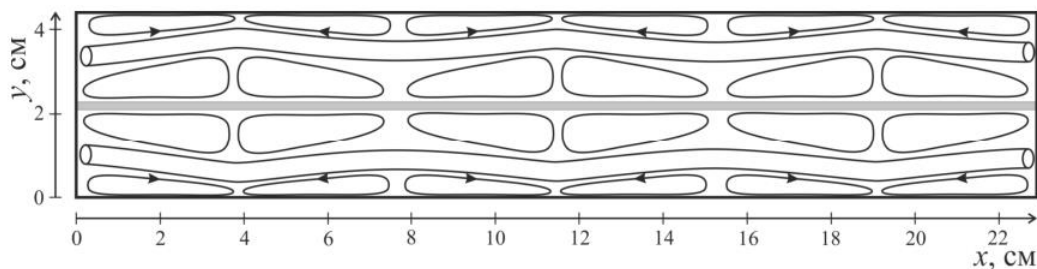


Рисунок 10 – Схема распространения течений, при $q=0.08 \text{ Вт/см}^3$.

Авторы вышеуказанной схемы изучили особенности экспериментального исследования конвекции тепловыделяющей жидкости во вращающемся

цилиндре [12]. Исследовано влияние медного купороса, используемого для повышения электропроводности рабочих жидкостей: вода, водные растворы глицерина. Определена зависимость сопротивления рабочих жидкостей от температуры. Изучена радиальная неоднородность тепловыделения, связанная с температурным распределением. Внимание уделяется изучению тепловых потерь через торцы полости, связанных с конструкционными особенностями кюветы. Проведена серия экспериментов с использованием термопар, установленных вдоль оси полости на некотором расстоянии друг от друга. Определены размеры характерных областей вблизи торцов, где температура на оси значительно ниже температуры в центре полости. Полученные данные позволяют сделать вывод об отсутствии существенного влияния продольной неоднородности температуры на порог возникновения осредненных конвективных течений. Обнаружено, что в непосредственной близости от торцов цилиндра температура жидкости отличается от центра полости. Зафиксированы размеры областей снижения температуры и показано, что их наличие не может являться причиной конвективного теплопереноса.

Так как конвекция имеет большое практическое значение, то важно её прикладное изучение, например, применимо к строительным материалам. Характерной работой является статья [13], в которой изучаются полые строительные материалы. Рассматриваются распределение температуры и компоненты скорости строительных изделий, имеющих разные размеры. В результате были вычислены коэффициенты конвекции в полости.

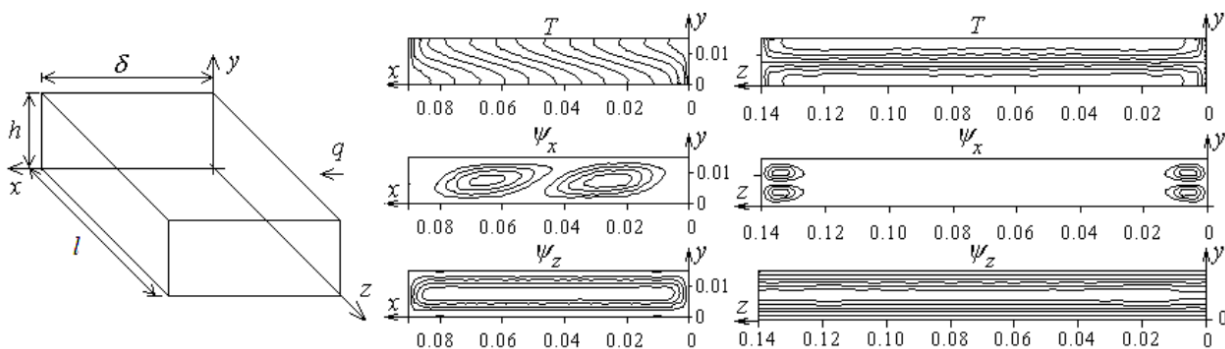


Рисунок 11– Изотермы и изолинии составляющих векторного потенциала в полости с размерами $h=15$ мм, $l=140$ мм, $(Ra=1,28 \cdot 10^6)$.

Авторами работы [14] исследуется задача оптимального управления распределенными и граничными источниками тепловыделения для модели свободноконвективного теплообмена. Описана процедура численного нахождения оптимального управления, основанная на градиентном методе.

Возвращаясь к теме прикладного изучения конвекции, стоит отметить работу [15]. В ней сравниваются различные математические модели одномерной свободной конвекции в воздушном зазоре навесных фасадов зданий. Основой обеих моделей является уравнение Навье – Стокса в различных вариантах приближения по методу Буссинеска. Вариативным параметром для моделей является отношение внешнего и внутреннего тепловых потоков. Горизонтальные рассечки и воздушные зазоры (русты) между облицовочными панелями не учитываются. Рассчитанные по обеим методикам распределения скорости, температуры и давления внутри воздушного зазора в зависимости от плотности поперечных тепловых потоков тестируются на взаимное соответствие. Показано, что разность двух решений для всех рассчитанных параметров стремится к нулю при устремлении к единице отношения внешнего и внутреннего тепловых потоков. Доказано, что варьирование граничных условий на нижнем торце конвекционного слоя не

нарушает эквивалентность моделей. Полученные результаты могут быть обобщены для широкого круга одномерных конвекционных задач.

В [16] предложена модель кондуктивно—ламинарной естественной конвекции Ньютоновской тепловыделяющей жидкости в квадратной камере с постоянной температурой стенок, которая формализована в виде неоднородного бигармонического дифференциального уравнения относительно функции тока, отвечающей условиям “прилипания” и “непротекания” на границах области. Последовательным применением конечного интегрального синус—преобразования по координатам получено аналитическое решение задачи в виде обобщённых рядов Фурье. Полученное решение может выступать не только как тестовая задача для проверки вычислительных процедур, но и представляет самостоятельный интерес для оценки явлений переноса при свободной конвекции тепловыделяющих жидкостей в замкнутых объёмах при небольших числах Грасгофа.

Естественная конвекция привлекает к себе большое внимание исследователей с точки зрения использования ее в системах пассивного отвода тепла и снятия остаточного тепловыделения от активной зоны ядерных реакторов при аварийных и нештатных ситуациях. Поэтому исследование особенностей режимов естественной конвекции представляется весьма актуальным и целесообразным для обоснования безопасности АЭС.

В статье [17] представлено исследование динамики развития естественной конвекции в замкнутом контуре и характер изменения параметров течения в зависимости от различных факторов.

При наличии осложняющих геометрию контура элементов (таких как гидрозатворы), довольно часто встречающихся в конфигурации реальных систем, и в которых для залива аварийной активной зоны используется азот под

давлением ~ 60 атм, обладающий высокой растворимостью в воде, нельзя исключить возможность скопления газовых пузырей в вертикальных опускных частях циркуляционного тракта. Это может привести к подавлению естественной конвекции, вплоть до полного ее прекращения по мере прогрева воды и выделения из нее растворенного газа, что негативно отразится на отводе тепла от аварийной активной зоны и на самих пассивных системах расхолаживания.

В настоящее время актуальным является решение уравнений Навье-Стокса для вязкой жидкости при нестационарном режиме течения. В статье [18] рассмотрено явление неустановившегося течения, которое может оказать существенное влияние на различные процессы, проходящие в потоке, в том числе и на теплообмен, а возможность рассмотреть влияние характеристик течения жидкости на теплопередачу очень полезна при рассмотрении процесса в целом.

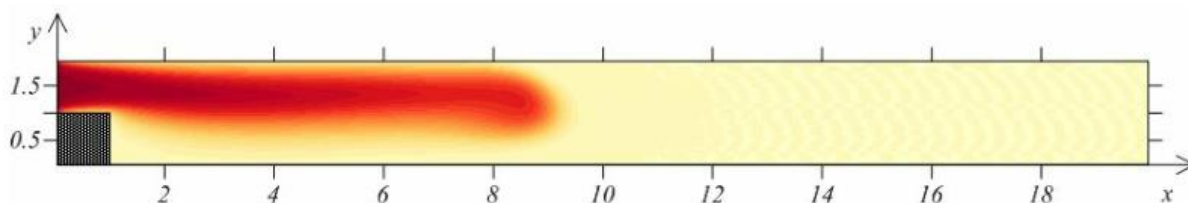


Рисунок 12 – Распределение температуры в потоке при $Re = 100$ и $t = 10$.

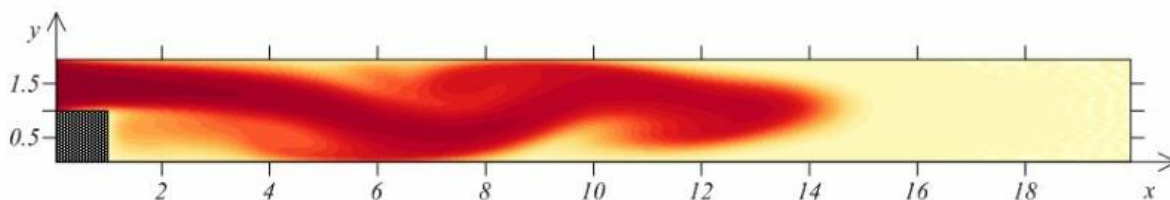


Рисунок 13 – Распределение температуры в потоке при $Re = 400$ и $t = 20$.

Из указанных рисунков видно, что при увеличении Re существенно меняется картина развития течения и распределения температуры в потоке. Также при этом увеличивается время установления, и изменяется поле распределения температуры в уже установившемся течении.

Для формирования подобного течения при проведении эксперимента необходимо длительное время, а также материальные затраты. При численном решении поставленной задачи можно варьировать параметры, существенно влияющие на формирование и поведение конвективных течений. Поэтому целью работы [19], является проведение численного исследования конвективных течений в дифференциально-обогреваемой кубической полости на основе программного комплекса ANSYS FLUENT.

Область решения представляет собой кубическую полость, заполненную воздухом, с двумя различно нагреваемыми вертикальными стенками $x = 0$ и $x = L$. Остальные четыре стенки считаются теплоизолированными. Известно, что термодинамические свойства газа не зависят от температуры.

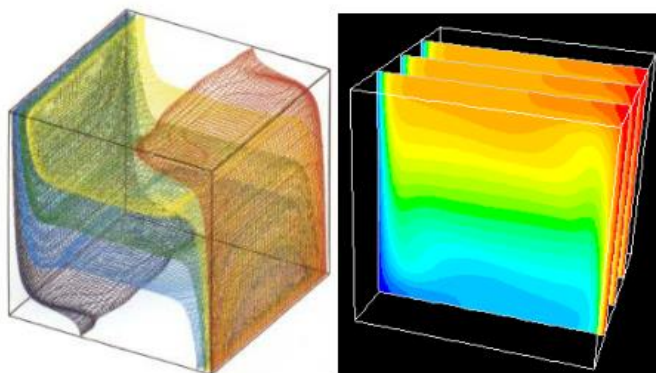


Рисунок 14 – Поле температуры при $Ra=10^6$.

В результате проведённых исследований можно сделать вывод о том, что увеличение числа Рэлея существенно влияет на конвективное течение. При его увеличении, конвективные действия усиливаются. Полученные трехмерные

результаты демонстрируют удовлетворительную согласованность с экспериментальными данными. Сравнение численных результатов с данными позволяет считать возможным использование программного комплекса ANSYS FLUENT для моделирования конвективных течений в замкнутых областях.

Методом конечных разностей численно исследована [20] устойчивость осесимметричного конвективного движения газа по отношению к конечным возмущениям температуры на нижней границе. Рассмотренное конвективное течение приближенно описывает свободную конвекцию, возникающую в атмосфере от нагрева подстилающей поверхности. Использованное возмущение температуры увеличивает интенсивность одного из двух возможных течений и подавляет другое с противоположными знаками вихрей. Методами вычислительного эксперимента выясняется соответствующая задача о ветвлении решений. Показано, что перестройка одного течения в другое вдали от порога возникновения конвекции требует существенных возмущений температуры.

Исследование турбулентной естественной конвекции, как одного из механизмов переноса энергии, находит отражение не только в современных исследованиях по эффективности охлаждения узлов и блоков электронной аппаратуры, но может использоваться и при моделировании теплового режима жилого помещения, с целью повышения энергоэффективности. Большой интерес представляет исследование влияние числа Рэлея на структуру потока, а также на распределение локальных и интегральных характеристик.

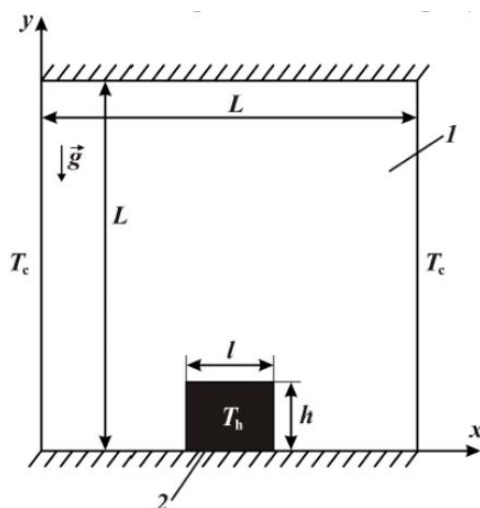


Рисунок 15 – Область решения: 1 – воздушная полость,
2 – источник тепловыделения.

Для решения уравнений была использована локально-одномерная схема А.А.Самарского. Уравнения решались с использованием локально-одномерной схемы А.А. Самарского. Уравнение Пуассона решалось по пятиточечной схеме «креста» Полученная СЛАУ решалась методом последовательной верхней релаксации. Чтобы определить значение плотности лучистого потока использовался способ решения с применением плотности результирующего излучения.

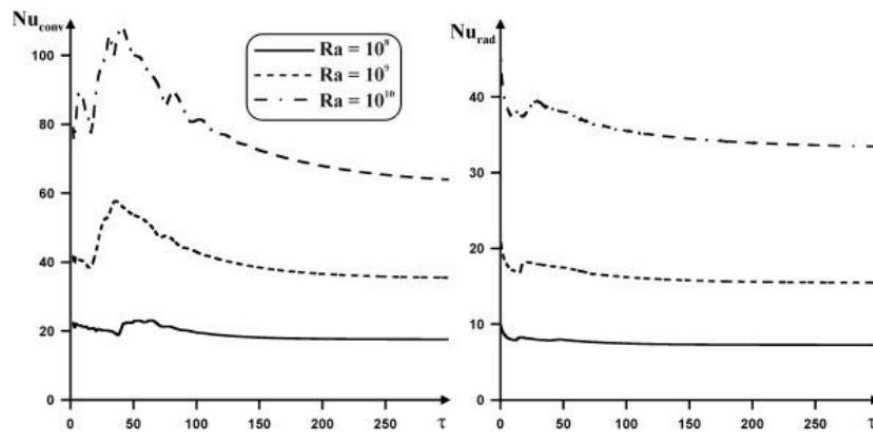


Рисунок 16 – Зависимости конвективного и радиационного чисел Нуссельта на левой вертикальной стенке от времени и числа Рэлея.

Ещё одним примером осесимметричной задачи является работа [22], в которой проведен численный анализ тепловых режимов замкнутого двухфазного термосифона цилиндрической формы в условиях смешанной конвекции в предположении бесконечно тонкой зоны испарения и пленки жидкости постоянной толщины. Математическая модель, сформулированная безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура», реализована численно на основе метода конечных разностей. Получены распределения изолиний функции тока, температуры и поля скорости, характеризующие формирование и развитие термогидродинамических структур в анализируемом объекте.

2.Описание экспериментального стенда, порядок проведения опытов и их результаты

Экспериментальные исследования проводятся с использованием установки, имеющей вид прямоугольного параллелепипеда с размерами $0,40 \times 0,56 \times 0,40$ м. Каждая из граней параллелепипеда имеет толщину $0,005$ м и теплоизолирована от окружающей среды. Стенд находится в помещении с температурой 18°C .

Теплоносителем в установке является воздух, который нагревается источником энергии с размерами $0,1 \times 0,05 \times 0,001$ м, и расположенный на нижней горизонтальной поверхности экспериментального стенда.

Измерение температуры воздуха проводится в различных точках исследуемой области семью хромель-алюмелевыми термопарами с диаметром спая 1 мм , которые подключены к модулю автоматики серии NL-8TI. Среди них 5 измеряют температуры над тепловыделяющим элементом, одна измеряет температуру окружающей среды и одна измеряет температуру на тепловыделяющем элементе. При помощи трансформатора напряжения регулируется мощность, которую выдаёт тепловыделяющий элемент. Величину силы тока и напряжения измеряют с помощью цифрового мультиметра серии M266. Исследование проводилось при следующих значениях мощности источника тепловыделения: $Q_1=20\text{ Вт}$, $Q_2=40\text{ Вт}$.

При проведении эксперимента значения температур на всех термопарах фиксировались каждую секунду. При установление стационарного температурного режима в исследуемом объеме, эксперимент считался законченным.

Для исключения случайных погрешностей измерений эксперимент повторялся несколько раз при идентичных условиях.

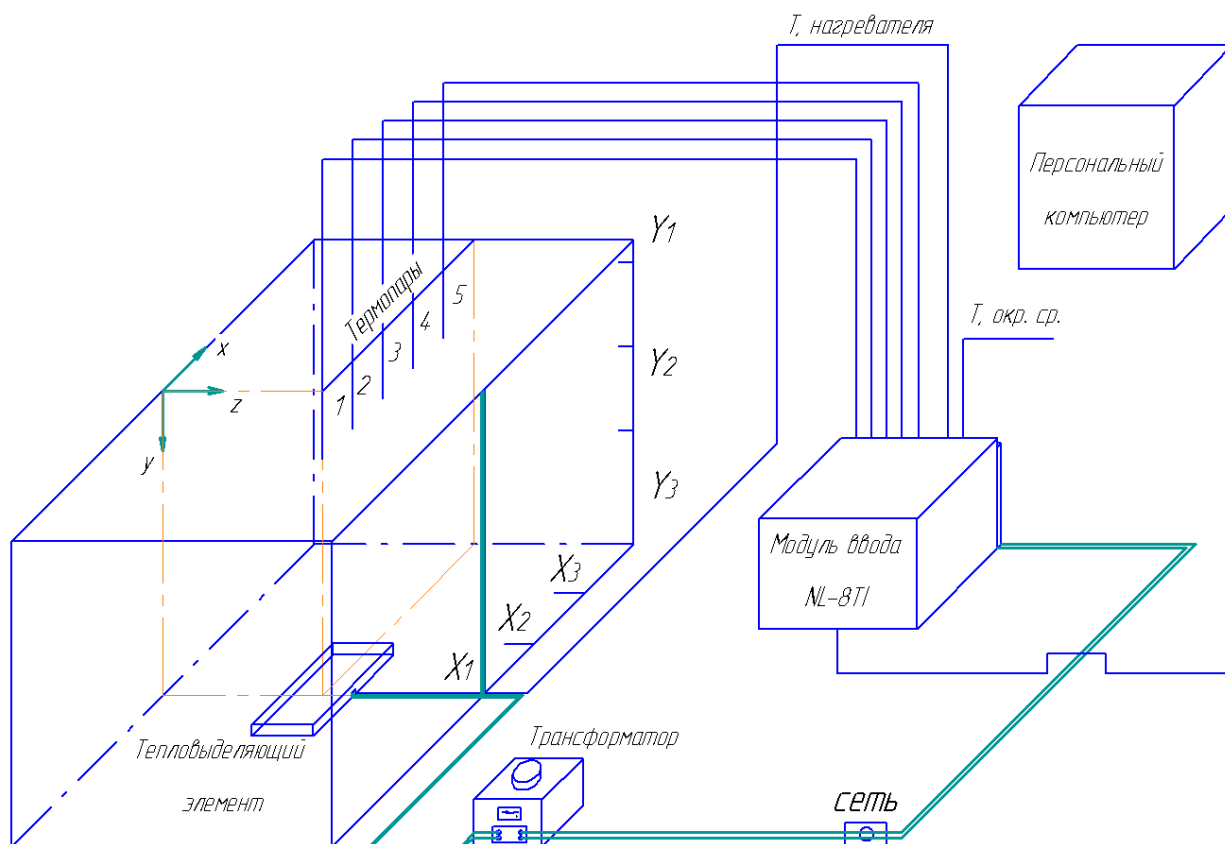


Рисунок 1- Схема экспериментальной установки.

В таблице 1 указаны пространственные координаты нагревательного элемента по оси X и расположения термопар по оси Y.

Положение	1	2	3
X, м	0,26	0,38	0,51
Y, м	0	0	0
Z, м	0,2	0,2	0,2

Таблица 1– пространственные координаты источника тепловыделения

Термопары в количестве 5 штук расположены на равном расстоянии друг от друга, в таблице 2 указаны их пространственные координаты.

	T1	T2	T3	T4	T5
X, м	0,28	0,905	1,53	2,155	2,78
Y, м	0,40(1); 0,28(2); 0,16(3)	0,40(1); 0,28(2); 0,16(3)	0,40(1); 0,28(2); 0,16(3)	0,40(1); 0,28(2); 0,16(3)	0,40(1); 0,28(2); 0,16(3)
Z, м	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Таблица 2– пространственные координаты термопар

3. Постановка задачи конвективного теплопереноса в прямоугольной замкнутой области

3.1 Физическая и геометрическая модели

Рассмотрим краевую задачу конвективного теплообмена, представленную на рисунке 6.

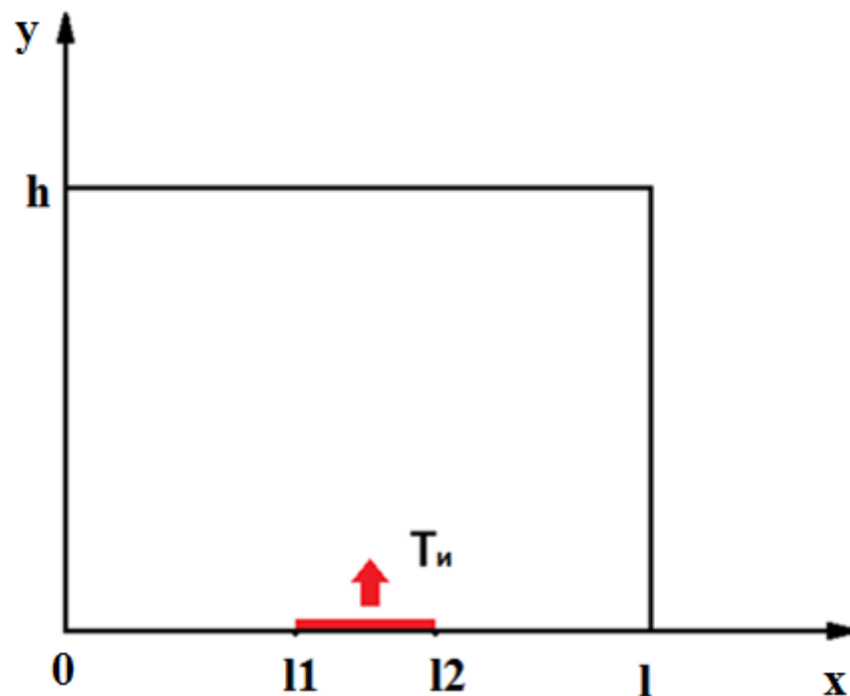


Рисунок 6 – область решения.

Область решения представляет собой прямоугольную область с заданными размерами и определенными теплофизическими характеристиками. На границах выставляются определенные граничные условия. В начальный момент времени на стенках полости и воздух, который ее заполняет, имеют одинаковые и постоянные во всех точках температуры. Режим течения считается ламинарным.

3.2 Математическая постановка задачи

Течение вязкой жидкости при учете ньютоновского закона трения без упрощающего предположения, которое при малой вязкости связано с приближениями на пограничном слое, а при больших вязкостях – с приближением Стокса, описываются уравнением Навье-Стокса. Для того чтобы определить поля течений и температуры в среде используется нестационарное двумерное уравнение конвекции в приближениях Буссинеска. Основными в приближениях Буссинеска являются предположения о том, что рассматриваемую «слабую» конвекцию: вызванную неоднородностью температур отклонений плотностей от средних значений предполагается настолько малыми, что ими можно пренебрегать во всех уравнениях, помимо уравнения движения, где эти отклонения учитываются в члене, содержащем подъемную силу. Если пренебречь вязкими диссипациями энергий, то уравнение неразрывности, а также уравнения энергии и движения в полости для рассматриваемых задач будут иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3.2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (3.2.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g_y (T - T_0), \quad (3.2.3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (3.2.4)$$

В данной системе уравнений искомыми функциями считаются компоненты векторов скоростей, давление и температура в области решения,

зависящие от пространственных координат в том числе и времени .
 Параметрами являются плотность, коэффициент динамической вязкости, температурный коэффициент объемного расширения, которая составляет ускорение силы тяжести в проекции на ось, начальная температура в области решений, удельная теплоемкость при постоянном давлении, коэффициент теплопроводности.

Начальные условия для системы уравнений (3.2.1-3.2.4):

$$u(x, y, 0) = v(x, y, 0) = 0; \quad (3.2.5)$$

$$T_i(x, y, 0) = T_0(x, y, 0) = 0; \quad (3.2.6)$$

Граничные условия для системы уравнений (3.2.1-3.2.4):

на внешних боковых границах:

$$-\lambda \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} = \alpha(T^e - T_i(x, y, t)), \quad (3.2.7)$$

при $x=0, 0 \leq y \leq h,$

$$\lambda \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} = \alpha(T^e - T_i(x, y, t)), \quad (3.2.8)$$

при $x=l, 0 \leq y \leq h,$

на верхней границе:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0; \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad (3.2.9)$$

при $y=h, 0 \ll x \ll l,$

на нижней границе:

$$\psi = 0; \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad (3.2.10)$$

при $y=0, 0 \ll x \ll l_1, l_2 \ll x \ll l$,

$$\psi = 0; \frac{\partial T}{\partial y} = T_u; \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad (3.2.11)$$

при $y=0, l_1 \ll x \ll l_2$.

Введём в рассмотрение функцию тока Ψ и вектор вихря скорости ω , которые задаются следующим образом:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{V_0}, V = \frac{v}{V_0}, \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \Psi = \frac{\psi}{\psi_0}, \Omega = \frac{w}{w_0}, \tau = \frac{t}{t_0};$$

где $\Delta T = T_u - T_0, V_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL}, \psi_0 = V_0 L, w_0 = \frac{V_0}{L}$;

где x, y – координаты декартовой системы координат; X, Y – безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y ; L – длина параллелепипеда по оси x ; t – время; t_0 – масштаб времени; τ – безразмерное время; u, v составляющие скорости в проекции на оси x, y соответственно; U, V безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v ; V_0 – масштаб скорости (скорость конвекции); Θ – безразмерная температура; ψ_0 – масштаб функции тока; Ψ – безразмерный аналог функции тока; w_0 – масштаб вектора вихря; Ω – безразмерный аналог вектора вихря.

Тогда, с учетом выше приведённых уравнений:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (3.2.12)$$

$$\Delta \Psi = -2 \cdot \Omega, \quad (3.2.13)$$

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \cdot \sqrt{Gr}} \Delta \Theta. \quad (3.2.14)$$

Где $Sh = V_0 t_0 / L$ число Струхала; $Gr = \beta g_y L^3 (T_u - T_0) / \nu^2$ число Грасгофа, ν коэффициент кинематической вязкости; $Pr = \nu / a$ число Прандтля.

Безразмерные граничные условия для предположенной системы (3.2.12-3.2.14) уравнений имеют вид:

$$t = 0, 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H : T = T_0, \quad (3.2.15)$$

$$X = 0, 0 \leq y \leq H : \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0, -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \cdot \Theta_{i,j}, \quad (3.2.16)$$

$$Y = H, 0 \leq x \leq L : \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (3.2.17)$$

$$X = L, 0 \leq y \leq H : \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0, \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \cdot \Theta_{i,j}, \quad (3.2.18)$$

$$Y = 0, 0 \leq x \leq L : \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (3.2.17)$$

3.3 Краткое описание численного метода

Для решения поставленных уравнений используется метод конечных разностей (МКР).

Вводится пространственно-временная сетка с координатами для аппроксимации дифференциальных уравнений:

$$x_i = ih, y_i = il, \tau_i = n\tau,$$

Где h, l – шаги сетки по координатам x, y соответственно, τ – шаг по времени, $i = \overline{0, M}, j = \overline{0, N}, n = \overline{0, K}$.

Введем следующее обозначение:

$$\varphi(ih, jl, n\tau) = \varphi_{i,j}^n.$$

Затем производные по пространственным переменным можно аппроксимировать центральными разностями:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2h}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i-1,j}}{h^2}, \quad (3.3.1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}}{2l}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-1}}{l^2}, \quad (3.3.2)$$

разностями против потока:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{h}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}}{l}; \quad (3.3.3)$$

и также разностями по потоку:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{h}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{l}; \quad (3.3.4)$$

Производную по времени заменим разностным отношением «вперед» в виде:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \approx \frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\tau}. \quad (3.3.5)$$

3.4 Уравнение Пуассона для функции тока

Решим уравнение Пуассона для функции тока:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -2 \cdot \Omega \quad (3.4.1)$$

Это уравнение решается отдельно от уравнения вихря в основной схеме. На каждом временно слое приходится решать многократно стационарное эллиптическое уравнения, поэтому усовершенствование этого элемента играет важную роль.

Заменим уравнение (3.4.1) нестационарным уравнением:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} + 2 \cdot \Omega, \quad (3.4.2)$$

Где τ – итерационный параметр, аналогичный времени, запишем схему переменных направлений для уравнения (3.4.1):

$$\frac{\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \Psi_{i,j}^k}{\tau / 2} = \frac{\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h^2} + \frac{\Psi_{i,j+1}^k - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i,j-1}^k}{l^2} + 2\Omega_{i,j} \quad (3.4.3)$$

$$\frac{\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\tau / 2} = \frac{\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h^2} + \frac{\Psi_{i,j+1}^{k+1} - 2\Psi_{i,j}^{k+1} + \Psi_{i,j-1}^{k+1}}{l^2} + 2\Omega_{i,j} \quad (3.4.4)$$

Где k – итерационный индекс, $i = \overline{1, M-1}$, $j = \overline{1, N-1}$.

Разностные уравнения сводятся к стандартному трёхдиагональному виду и решаются методом прогонки.

Приведем уравнение (3.4.2) к виду $A_i \Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - B_i \Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + C_i \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} = F_i$. Тогда коэффициенты A_i, B_i, C_i примут вид:

$$A_i = \frac{1}{h^2}, \quad B_i = \frac{2}{h^2} + \frac{2}{\tau}, \quad C_i = \frac{1}{h^2}, \quad F_i = -\frac{2}{\tau} \Psi_{i,j}^k - \frac{\Psi_{i,j+1}^k - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i,j-1}^k}{l^2} - 2\Omega_{i,j}$$

Разностное уравнение (3.4.3) также приведем к стандартному трехдиагональному виду и решим методом прогонки, тогда коэффициенты A_j, B_j, C_j примут вид:

$$A_j = \frac{1}{l^2}, \quad B_j = \frac{2}{l^2} + \frac{2}{\tau}, \quad C_j = \frac{1}{l^2}, \quad F_j = -\frac{2}{\tau} \Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \frac{\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h^2} - 2\Omega_{i,j}$$

Для определения прогоночных коэффициентов необходимо найти α_0 и β_0 исходя из граничного условия. Граничные условия для уравнения Пуассона имеют вид $\Psi(X, Y, \tau) = 0$. Тогда, используя соотношение $\Psi_{0,j}^{k+\frac{1}{2}} = \alpha_0 \Psi_{1,j}^{k+\frac{1}{2}} + \beta_0$, получаем, что $\alpha_0 = 0, \beta_0 = 0$.

3.5 Аппроксимация уравнения вектора завихренности скорости

Рассмотрим для уравнения вихря структуру разностной схемы:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (3.5.1)$$

Аппроксимация нелинейного конвективного члена вида $U \frac{\partial \Omega}{\partial X}$ является основной проблемой, возникающей при построении разностной схемы для

уравнения (3.5.1). При малых значениях $\frac{1}{\sqrt{Gr}}$ и соответственно при больших Gr приводит к нарушению монотонности. Использование монотонной аппроксимации позволяет получить системы алгебраических уравнений, коэффициенты которых удовлетворяют достаточным условиям устойчивости прогонок. Но использование данной аппроксимации приводит к появлению значительной схемной вязкости, так как она имеет первый порядок точности

Запишем с учетом метода переменных направлений и монотонной аппроксимации Самарского схему для решения двумерного нестационарного уравнения вихря, для избежания подобного будем использовать аппроксимацию Самарского со вторым порядком точности.

Для решения двумерного нестационарного уравнения вихря запишем схему с учетом метода переменных направлений и монотонной аппроксимации Самарского:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{Sh} \frac{\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Omega_{i,j}^n}{\tau/2} + U_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Omega_{i,j}^n}{2h} - |U_{i,j}^n| \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} + V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2l} = \\
& = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left[\left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h\sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h^2} + \frac{\Omega_{i,j+1}^n - 2\Omega_{i,j}^n + \Omega_{i,j-1}^n}{l^2} \right] + \\
& + \frac{1}{2} \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{2h}
\end{aligned} \tag{3.5.2}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{Sh} \frac{\Omega_{i,j}^{n+1} - \Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + U_{i,j}^n \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} + V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^{n+1} - \Omega_{i,j-1}^{n+1}}{2l} - |V_{i,j}^n| \frac{\Omega_{i,j+1}^n - 2\Omega_{i,j}^n + \Omega_{i,j-1}^n}{2l} = \\
& = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left[\frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h^2} + \left(1 + |V_{i,j}^n| \frac{l\sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} \frac{\Omega_{i,j+1}^{n+1} - 2\Omega_{i,j}^{n+1} + \Omega_{i,j-1}^{n+1}}{l^2} \right] +
\end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2}\frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{2h} \quad (3.5.3)$$

Где $i = \overline{1, M-1}$, $j = \overline{1, N-1}$, $n = \overline{0, K-1}$.

Для того, чтобы схема не зависела от знака скорости будем использовать аппроксимацию конвективных членов.

Разностные уравнения (3.5.2) и (3.5.3) сводятся к стандартному трёхдиагональному виду и решается методом прогонки.

Приведем уравнение (3.5.2) к виду $A_i \Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - B_i \Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + C_i \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} = F_i$. Тогда коэффициенты A_i , B_i , C_i примут вид:

$$A_i = \frac{1}{h^2 \sqrt{\text{Gr}}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h \sqrt{\text{Gr}}}{2} \right)^{-1} - \frac{U_{i,j}^n}{2h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2h},$$

$$B_i = \frac{1}{h^2 \sqrt{\text{Gr}}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h \sqrt{\text{Gr}}}{2} \right)^{-1} + \frac{|U_{i,j}^n|}{h} + \frac{2}{\tau \cdot \text{Sh}},$$

$$C_i = \frac{1}{h^2 \sqrt{\text{Gr}}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h \sqrt{\text{Gr}}}{2} \right)^{-1} + \frac{U_{i,j}^n}{2h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2h},$$

$$F_i = V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2l} - \frac{2\Omega_{i,j}^n}{\tau \cdot \text{Sh}} - \frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} \frac{\Omega_{i,j+1}^n - 2\Omega_{i,j}^n + \Omega_{i,j-1}^n}{l^2} - \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{4h}.$$

Из левого граничного условия находим α_0 и β_0 для определения прогоночных коэффициентов. Используя соотношение $\Omega_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_0 \Omega_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_0$

получаем, что $\alpha_0 = 0, \beta_0 = \frac{\Psi_{2,j}^{n+1} - 8\Psi_{2,j}^{n+1}}{4h^2}$.

3.6 Аппроксимация уравнения энергии

Рассмотрим для уравнения энергии структуру разностной схемы вида:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \cdot \sqrt{Gr}} \Delta \Theta. \quad (3.6.1)$$

Запишем с учетом локально одномерной схемы и монотонной аппроксимации Самарского дискретизацию двумерного нестационарного уравнения энергии:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Sh} \frac{\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Theta_{i,j}^n}{\tau} + U_{i,j}^n \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} - |U_{i,j}^n| \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} = \\ & = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \left[\left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{Pr \cdot h \sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h^2} \right] \end{aligned} \quad (3.6.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Sh} \frac{\Theta_{i,j}^{n+1} - \Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} + V_{i,j}^n \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{2l} - |V_{i,j}^n| \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{2l} = \\ & = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \left[\left(1 + |V_{i,j}^n| \frac{Pr \cdot l \sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{l^2} \right] \end{aligned} \quad (3.6.3)$$

Где $i = \overline{1, M-1}$, $j = \overline{1, N-1}$, $n = \overline{0, K-1}$.

Разностные уравнения (3.6.2) и (3.6.3) сводятся к стандартному трёхдиагональному виду и решаются методом прогонки.

Приведем уравнение (3.5.2) к виду $A_i \Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - B_i \Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + C_i \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} = F_i$. Тогда коэффициенты A_i , B_i , C_i примут вид:

$$A_i = \frac{1}{\text{Pr} \cdot h^2 \sqrt{\text{Gr}}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{\text{Pr} \cdot h \sqrt{\text{Gr}}}{2} \right)^{-1} - \frac{U_{i,j}^n}{2h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2h},$$

$$B_i = \frac{1}{\text{Pr} \cdot h^2 \sqrt{\text{Gr}}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{\text{Pr} \cdot h \sqrt{\text{Gr}}}{2} \right)^{-1} + \frac{|U_{i,j}^n|}{h} + \frac{2}{\tau \cdot \text{Sh}},$$

$$C_i = \frac{2}{\text{Pr} \cdot h^2 \sqrt{\text{Gr}}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{\text{Pr} \cdot h \sqrt{\text{Gr}}}{2} \right)^{-1} + \frac{U_{i,j}^n}{2h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2h},$$

$$F_i = -\frac{\Theta_{i,j}^n}{\tau \cdot \text{Sh}}.$$

Для определения прогоночных коэффициентов необходимо найти α_0 и β_0 исходя из граничного условия первого рода, получаем, что $\alpha_0=0$, $\beta_0 = T_1$.

3.7 Тестовая задача

Для тестирования полученного алгоритма была рассмотрена задача с течением газа в замкнутой квадратной области размером L , верхняя граница теплоизолирована, на боковых стенках заданы температуры. На левой стенке задана максимальная температура, а на правой минимальная.

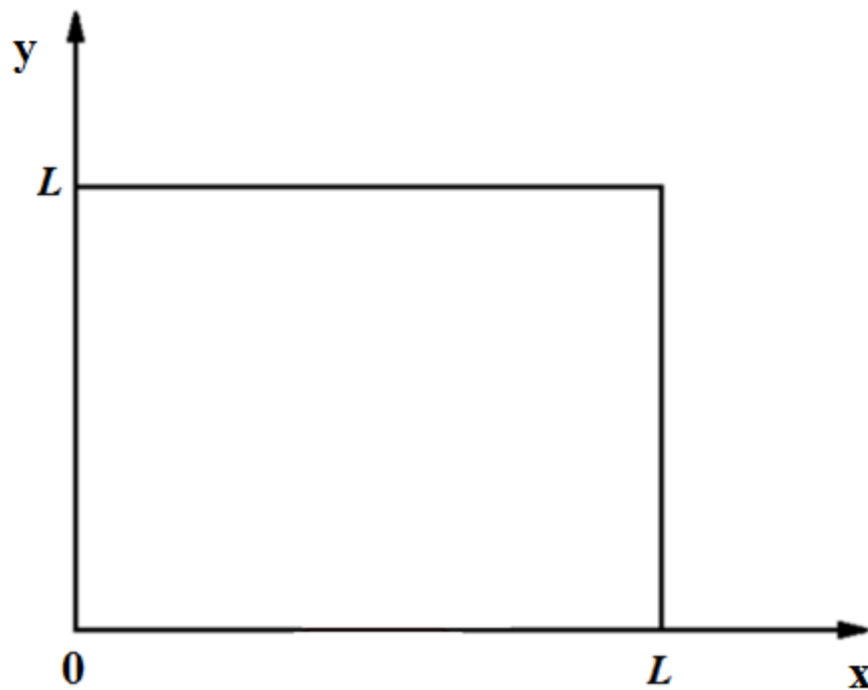


Рисунок 6 – область решения.

Математическая задача будет иметь вид:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (3.7.1)$$

$$\Delta \Psi = -2 \cdot \Omega, \quad (3.7.2)$$

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \cdot \sqrt{Gr}} \Delta \Theta. \quad (3.7.3)$$

Безразмерные граничные условия для предложенной системы уравнений имеют вид:

$$t = 0 : T = T_0, 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H; \quad (3.7.4)$$

$$X = 0 : \Psi = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = \Theta_u, \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0, 0 \leq y \leq H, \quad (3.7.5)$$

$$Y = H : \Psi = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, 0 \leq x \leq L, \quad (3.7.6)$$

$$X = 1 : \Psi = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = \Theta_0, \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0, 0 \leq y \leq H, \quad (3.7.7)$$

$$Y = 0 : \Psi = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, 0 \leq x \leq L, \quad (3.2.17)$$

На рисунке 8 показаны результаты, полученные автором (1) и полученные в данной работе, поля температур имеют идентичные линии, значения температур совпадают.

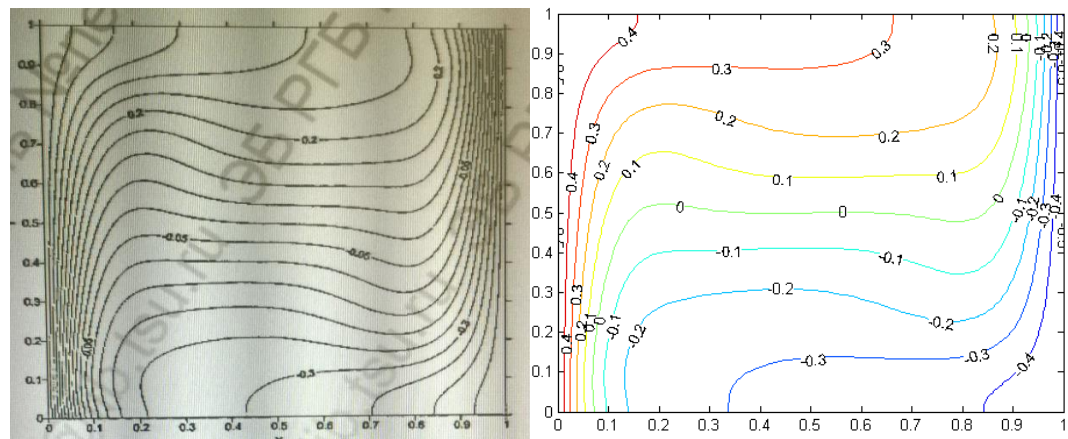


Рисунок 8 – Типичные поля температур при $Gr=10^6$

4. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

В последнее время посвящено много работ исследованию конвективного теплообмена. Для эффективного использования имеющихся ресурсов необходимо учитывать коммерческий потенциал и перспективность проведения научного исследования, а также необходимо, чтобы исследователь знал не только текущее состояние проекта, но и его перспективы в дальнейшем исследовании.

Целью работы является исследование и создание конкурентоспособной разработки, технологии, отвечающей современным требованиям в области ресурсоэффективности и ресурсосбережения.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) оценка коммерческого потенциала и перспективности проведения научного исследования;
- 2) планирование научно-исследовательской работы;
- 3) определение ресурсной, финансовой, бюджетной, социальной и экономической эффективности научного исследования;
- 4) определение возможных альтернатив проведения научного исследования, отвечающих современным требованиям в области ресурсоэффективности и ресурсосбережения.

4.1 Внутренняя среда

1. Проектный продукт и его характеристики

Под продуктом понимается исследование конвективного теплообмена в замкнутом объеме при различных мощностях и расположениях источника тепловыделения. Результатом данного исследования будет являться качество работы термопар.

2. Обеспеченность, потребность в основных средствах

Основными средствами являются термопары типа ТХК, ЭВМ, и источник тепловыделения.

4.2 Экспертная оценка

Проведение экспертной оценки поможет определиться с данным выбором. Поэтому зададимся параметрами, по которым будем сравнивать методы.

Модель экспертной оценки строится по следующим параметрам:

1. Класс точности измерений
2. Доступность
3. Популярность
4. Диапазон изменения температур
5. Термическое сопротивление

Три эксперта оценили параметры данных методов по 10 - ти бальной шкале (10 - max) «Vi». Далее они оценили важность каждого критерия по 5 бальной шкале (5 –max.) «Pi». Все данные представлены в таблицах 1- 6.

Таблица 1 – Список методов анализа измерительного прибора

№	Название метода
1	Сравнение с эталоном
2	MSA (анализ измерительных систем (ИС))
3	Тепловой баланс

Таблица 2 - Оценка эффективности методов экспертом №1

Название метода	Класс точно сти	Доступнос ть	Популярность	Диапазон температур	Терм.сопр отивление
Тепловой баланс	8/5	8/4	3/3	5/5	8/4
MSA (анализ измерительных систем (ИС))	9/5	7/4	3/3	5/5	9/4
Сравнение с эталоном	7/5	7/4	2/3	4/5	10/4

Таблица3- Оценка эффективности методов экспертом №2

Название метода	Класс точно сти	Доступнос ть	Популярность	Диапазон температур	Терм.со- противле- ние
Тепловой баланс	8/5	7/4	7/5	8/5	8/5
MSA (анализ измерительных систем (ИС))	9/5	6/4	9/5	7/5	9/5
Сравнение с эталоном	9/5	8/4	9/5	9/5	8/5

Таблица 4 - Оценка эффективности методов экспертом №3

Название метода	Класс точности	Доступность	Популярность	Диапазон температур	Терм.сопротивление
Тепловой баланс	10/5	4/3	8/4	5/4	6/3
MSA (анализ измерительных систем (ИС))	9/5	7/3	8/4	4/4	7/3
Сравнение с эталоном	10/5	8/3	9/4	9/4	8/3

Таблица 5 - Весовой коэффициент и оценка эффективности методов

Эксперт	Метод	Класс точности		Доступность		Популярность		Диапазон температур		Терм.сопрот.		Сумма W_i
№		W_i	$V_i^* W_i$	W_i	$V_i^* W_i$	W_i	$V_i^* W_i$	W_i	$V_i^* W_i$	W_i	$V_i^* W_i$	
1	1	0,236	1,888	0,172	1,376	0,186	0,558	0,218	1,09	0,186	1,488	1
	2		2,124		1,204		0,558		1,09		1,674	
	3		1,652		1204		0,364		0,872		1,86	
2	1	0,236	1,888	0,172	1,204	0,186	1,274	0,218	1,744	0,186	1,488	1
	2.		2,124		1,032		1,638		1,526		1,674	
	3		2,214		1,376		1,638		1,962		1,488	
3	1	0,236	2,36	0,172	0,688	0,186	1,456	0,218	1,09	0,186	1,116	1
	2		2,124		1,204		1,456		0,872		1,302	
	3		2,36		1,376		1,638		1,962		1,488	

Для определения эффективности необходимо произвести расчет интегрального показателя эффективности данного научного исследования. Поэтому необходимо определить финансовую эффективность и ресурсоэффективность.

При проведении расчета интегрального показателя опираются на оценку бюджета затрат трех и более вариантов исполнения научного исследования, в результате берется наибольший интегральный показатель в качестве базы расчета, с которым в дальнейшем соотносятся финансовые значения всех исполнений.

Таблица 6 - Итоговые экспертные оценки

Название метода	Эксперт №1	Эксперт №2	Эксперт №3	Средняя оценка
Тепловой баланс	7,552	8,968	7,788	8,102
MSA (анализ измерительных систем (ИС))	7,788	9,44	8,26	8,482
Сравнение с эталоном	7,08	10,148	10,384	9,204

При проведении анализа оценок было выявлено, что самые лучшие показатели получил метод «Сравнение с эталоном», а самый худший результат получил метод «Тепловой баланс».

Дальнейшее исследование будем проводить по методу «Сравнение с эталоном».

4.3 Календарный план

Планирование комплекса предполагаемых работ осуществляется в следующем порядке:

- 1) определение структуры работ в рамках научного исследования;
- 2) определение участников каждой работы;
- 3) установление продолжительности работ;
- 4) построение графика проведения научных исследований.

Для выполнения научных исследований формируется рабочая группа, в состав которой могут входить научные сотрудники и преподаватели, инженеры, техники и лаборанты, численность групп может варьироваться. По каждому виду запланированных работ устанавливается соответствующая должность исполнителей.

В данном разделе необходимо составить перечень этапов и работ в рамках проведения научного исследования, провести распределение исполнителей по видам работ. Примерный порядок составления этапов и работ, распределение исполнителей по данным видам работ приведен в таблице 7.

Затем необходимо построить календарный-план график выполнения работ, который приведен в табл.9.













[4] Таблица 7 – Перечень этапов, работ и распределение исполнителей

Основные этапы	№ раб	Содержание работ	Должность исполнителя
Разработка технического задания	1	Составление и утверждение технического задания	Руководитель темы
Выбор направления Исследований	2	Подбор и изучение материалов по теме	Студент
	3	Выбор направления исследований	Руководитель, студент
	4	Календарное планирование работ по теме	Руководитель, студент
Теоретические и экспериментальные исследования	5	Проведение теоретических расчетов и обоснований	Студент
	6	Построение макетов (моделей) и проведение экспериментов	Студент
	7	Сопоставление результатов экспериментов с теоретическими исследованиями	Студент
Обобщение и оценка результатов	8	Оценка эффективности полученных результатов	Руководитель, студент
	9	Определение целесообразности проведения ВКР	Руководитель, студент
<i>Проведение ВКР</i>			
Разработка технической документации и проектирование	10	Разработка стенда для выполнения проекта	Студент
	11	Выбор и расчет стенда	Студент
	12	Оценка эффективности работы и применения проектируемого изделия	Студент
	13	Разработка правил безопасности при использовании стенда	Руководитель
Изготовление и испытание макета	14	Конструирование и изготовление макета	Студент
	15	Лабораторные испытания макета	Студент
Оформление комплекта документации по ВКР	16	Составление пояснительной записки	Студент
	17	Проверка пояснительной записки	Руководитель

Таблица 8 - Временные показатели проведения научного исследования


Название Работы	Трудоёмкость работ									Исполнители	Длительность работ в рабочих днях T_{pi}			Длительность работ в календарных днях T_{ki}				
	t_{min} , чел-дни			t_{max} , чел-дни			$t_{ож\bar{c}i}$, чел-дни				Руководитель	Студент 1.	Студент 2.	Руководитель	Студент 1.	Студент 2.		
	Руководитель	Студент 1.	Студент 2.	Руководитель	Студент 1.	Студент 2.	Руководитель	Студент 1.	Студент 2.									
Составление и утверждение технического задания	1	-	-	2	-	-	1,4	-	-	+	-	-	1,4	-	-	2	-	-
Подбор и изучение материалов по теме	-	25	25	-	30	30	-	27	27	-	+	+	-	13,5		-	19	
Выбор направления исследований	1	1	1	2	2	2	1,4	1,4	1,4	+	+	+	0,47			1		
Календарное планирование работ по теме	1	1	1	2	2	2	1,4	1,4	1,4	+	+	+	0,47			1		
Проведение теоретических расчетов и обоснований	-	30	30	-	32	32	-	31	31	-	+	+		15,5			23	
Построение макетов (моделей) и проведение экспериментов	-	16	16	-	20	20	-	17,6	17,6	-	+	+		8,8			13	
Сравнительный анализ полученных данных	-	5	5	-	8	8	-	6,2	6,2	-	+	+		3,1			5	
Оценка эффективности полученных результатов	10	10	10	14	14	14	11,6	11,6	11,6	+	+	+	3,87			6		
Определение целесообразности проведения ВКР	1	1	1	2	2	2	1,4	1,4	1,4	+	+	+	0,47			1		
Разработка стенда для выполнения проекта	-	2	2	-	4	4	-	2,8	2,8	-	+	+		1,4			2	


Таблица 9 – Календарный план-график проведения ВКР

№ работ	Вид работ	Исполнители	T_{ki} , кал.дн.	Продолжительность выполнения работ													
				февраль							Март						
				1	2	10	11	12	22	7	12	13	14	16	18	21	
1	Составление и утверждение технического задания	Руководитель темы	2														
2	Подбор и изучение материалов по теме	Студент	5														
3	Выбор направления исследований	Руководитель темы, студент	1														
4	Календарное планирование работ по теме	Руководитель темы, студент	1														
5	Проведения теоретических расчетов и обоснований	Студент	10														
6	Построение макетов (моделей) и проведение экспериментов	Студент	13														
7	Сопоставление результатов экспериментов с теоретическими исследованиями	Студент	5														
8	Оценка эффективности полученных результатов	Руководитель темы, студент	1														
9	Определение целесообразности проведения ВКР	Руководитель темы, студент	1														
10	Разработка стенда для выполнения проекта	Студент	2														
11	Выбор и расчет стенда	Студент	2														
12	Оценка эффективности работы и применения проектируемого изделия	Студент	3														

Продолжение таблицы 9 Календарный план-график проведения ВКР

№ работ	Вид работ	Исполнители	T_{ki} , кал.дн.	Продолжительность выполнения работ							
				март			апрель		Май		
				21	23	31	1	9	3	10	
13	Разработка правил безопасности при использовании стенда	Руководитель темы	2								
14	Конструирование и изготовление макета	Студент	8								
15	Лабораторные испытания макета	Студент	8								
16	Составление пояснительной записки	Студент	18								
17	Проверка пояснительной записки	Руководитель темы	2								

Руководитель темы - 

2 студента - 

1 студент - 

Диаграмма Ганта – это тип столбчатых диаграмм (гистограмм), который используется для иллюстрации календарного плана проекта, на котором работы по теме представляются протяженными во времени отрезками, характеризующимися датами начала и окончания выполнения данных работ.

График строится с разбивкой по месяцам и декадам (10 дней) за период времени выполнения научного проекта. При этом работы на графике следует выделить различной штриховкой в зависимости от исполнителей, ответственных за ту или иную работу.

4.4 Бюджет, смета проекта

При планировании бюджета ВКР должно быть обеспечено полное и достоверное отражение всех видов расходов, связанных с его выполнением.

В таблице 11 представлено подробное описание расходов на материалы.

Таблица 11- Расходы на материалы

Статьи расходов	Единица измерения	Цена, руб	Объем потребления	Итого, руб.
Канцелярские товары	-	-	-	1000
Заправка картриджа	Шт.	500	1	500
Бумага	Шт. пачек	250	1	250
Электроэнергия	кВт/ч	4,25	94,16	400,18
Плита пенополистерола	Шт.	100	2	200
Термопара	Шт.	50	8	400
Набор отверток	Шт.	300	1	300
Компьютер	Шт.	50000	1	50000
Ноутбук	Шт.	30000	1	30000
Принтер	Шт.	8000	1	8000
Мультиметр	Шт.	8000	1	8000
Нагрев. прибор	Шт.	1500	1	1500
Итого:				99550,18

Таблица 12 - Потребления электроэнергии

Источник потребления	Мощность потребления, кВт/ч.	Количество часов работы	Общий расход, кВт
Компьютер	0,2	108	21,6
Ноутбук	0,06	144	8,64
Освещение	0,05	54	2,7
Нагревательный прибор	5	12	60
Мультиметр	0,002	12	0,024
Принтер	0,05	24	1,2
Итого:			94,16

Оплата работы руководителя ВКР(бакалавра) почасовая. Норма времени на руководство ВКР бакалавра составляет 22 часа. В работе участвуют 2 студента, следовательно норма времени составит 44 часа. В соответствии с временным положением о порядке нормирования труда научно-педагогических работников, тариф на почасовую оплату работы доцента составляет 300 руб/час, а значит расходы на оплату труда определяются как:

$$C_{з.п.} = 44 \cdot 300 = 13200 \text{ руб.}$$

$$\text{Отчисления на социальные нужды } S_{с.н.} = 13200 \cdot 0,3 = 3960 \text{ руб.}$$

$$\text{Суммарные затраты составят: } C_{сум.} = 13200 + 3960 = 17160 \text{ руб.}$$

В итоге получим:

Таблица 13 – Смета проекта

Наименование	См, руб.	Сз.п.,руб	Сам.,руб	Ссум.,руб
Выполнение ВКР	99550,18	17160	1174,31	118434,49

4.5 Оценка ресурсоэффективности

В первую очередь обозначим основные критерии ресурсоэффективности.

Социальная эффективность – продвижение исследований в данной области.

Техническая эффективность – исследование в данной области позволит получить новые способы увеличения эффективности работы термосифонов.

Научная эффективность – на сегодняшний день изучение данной проблемы не так глубоко, наше исследование позволит получить новые данные.

Коммерческая эффективность – изучение данной проблемы в будущем может привести к уменьшению размеров установки, что сделает ее менее материалозатратной, к увеличению КПД что сделает ее более конкурентно способной и увеличит спрос.

Экономическая эффективность – позволит в будущем получать доход.

Интегральный финансовый показатель разработки определяется как:

$$I_{\text{финр}}^{\text{исп.}i} = \frac{\Phi_{pi}}{\Phi_{\text{max}}},$$

где $I_{\text{финр}}^{\text{исп.}i}$ – интегральный финансовый показатель разработки;

Φ_{pi} – стоимость i-го варианта исполнения;

Φ_{max} – максимальная стоимость исполнения научно-исследовательского проекта (в т.ч. аналоги).

Затраты на выполнение ВКР в общей сложности в первом исполнении составили 21884,49 руб, во втором 19354 руб., в третьем 20056 руб.

$$I_{\text{финр}}^{\text{исп.}1} = \frac{\Phi_{p1}}{\Phi_{\text{max}}} = \frac{21884,49}{21884,49} = 1$$

$$I_{\text{финр}}^{\text{исп.}2} = \frac{\Phi_{p2}}{\Phi_{\text{max}}} = \frac{19354}{21884,49} = 0,884$$

$$I_{\text{финр}}^{\text{исп.}3} = \frac{\Phi_{p3}}{\Phi_{\text{max}}} = \frac{20056}{21884,49} = 0,916$$

Интегральный показатель ресурсоэффективности вариантов исполнения объекта исследования можно определить следующим образом:

$$I_{pi} = \sum a_i \cdot b_i,$$

где I_{pi} – интегральный показатель ресурсоэффективности для i -го варианта исполнения разработки;

a_i – весовой коэффициент i -го варианта исполнения разработки;

b_i^a , b_i^p – бальная оценка i -го варианта исполнения разработки, устанавливается экспертным путем по выбранной шкале оценивания;

n – число параметров сравнения.

Сравнение значений интегральных показателей эффективности позволило понять, что более эффективным вариантом решения поставленной в бакалаврской работе технической задачи с позиции финансовой и ресурсной эффективности является выполнение работы по первому исполнению.

Таблица 14 - Сравнительная оценка характеристик вариантов исполнения проекта

Объект исследования Критерии	Весовой коэффициент параметра	Исп.1	Исп.2	Исп.3
1. Способствует росту производительности труда пользователя	0,1	4	5	4
2. Удобство в эксплуатации (соответствует требованиям потребителей)	0,1	4	5	3
3. КПД	0,1	5	4	4
4. Коэффициент теплоотдачи	0,05	4	4	5
5. Компактность	0,1	4	3	5
6. Диапазон температур	0,1	3	5	4
7. Энергосбережение	0,15	4	3	5
8. Надежность	0,2	4	5	3
9. Материалоемкость	0,1	4	4	5
ИТОГО	1	4	4,25	4,1

$$I_{p-исп1} = 4*0,1 + 4*0,1 + 5*0,1 + 4*0,05 + 4*0,1 + 3*0,1 + 4*0,15 + 4*0,2 + 4*0,1 = 4;$$

$$I_{p-ucn2} = 5*0,1 + 5*0,1 + 4*0,1 + 4*0,05 + 3*0,1 + 5*0,1 + 3*0,15 + 5*0,2 + 4*0,1 = 4,25 ;$$

$$I_{p-ucn3} = 4*0,1 + 3*0,1 + 4*0,1 + 5*0,05 + 5*0,1 + 4*0,1 + 5*0,15 + 3*0,2 + 5*0,1 = 4,1 ;$$

Интегральный показатель эффективности вариантов исполнения разработки:

$$I_{ucn.1} = \frac{I_{p-ucn1}}{I_{финр}^{ucn.1}} = \frac{4}{1} = 4$$

$$I_{ucn.2} = \frac{I_{p-ucn2}}{I_{финр}^{ucn.2}} = \frac{4,25}{0,884} = 4,8$$

$$I_{ucn.3} = \frac{I_{p-ucn3}}{I_{финр}^{ucn.3}} = \frac{4,1}{0,916} = 4,5$$

С целью определения наиболее целесообразного варианта из предложенных сравним интегральные показатели эффективности вариантов исполнения разработки и определим сравнительную эффективность проекта (\mathcal{E}_{cp}):

$$\mathcal{E}_{cp} = \frac{I_{ucn.1}}{I_{ucn.2}}$$

$$\mathcal{E}_{cp1} = \frac{I_{ucn.1}}{I_{ucn.2}} = \frac{4}{4,8} = 0,83$$

$$\mathcal{E}_{cp2} = \frac{I_{ucn.1}}{I_{ucn.3}} = \frac{4}{4,5} = 0,89$$

Таблица 15 - Сравнительная эффективность разработки

№ п/п	Показатели	Исп.1	Исп.2	Исп.3
1	Интегральный финансовый показатель разработки	1	0,884	0,916
2	Интегральный показатель ресурсоэффективности разработки	4	4,25	4,1
3	Интегральный показатель эффективности	4	4,8	4,5
4	Сравнительная эффективность вариантов исполнения	1	0,83	0,89

Сравнение значений интегральных показателей эффективности позволило понять, что более эффективным вариантом решения поставленной в бакалаврской работе технической задачи с позиции финансовой и ресурсной эффективности является выполнение работы по первому исполнению.