

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт – Институт физики высоких технологий

Направление подготовки – Оптотехника

Кафедра – Лазерной и световой техники

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Тема работы
Создание математической модели и исследование свойств оптических систем

УДК 681.7-047.37:519.876

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
4В31	Эмирова Диляра Рустемовна		

Руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор каф. ЛиСТ	Агапов Н.А.	Д. Т. Н.		

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент каф. Менеджмент	Меньшикова Е.В.	к. филос. н.		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор каф. ЭБЖ	Назаренко О.Б.	Д. Т. Н.		

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Зав. кафедрой	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент каф. ЛиСТ	Полисадова Е.Ф.	к. ф.-м. н.		

Томск – 2017 г.

Реферат

Выпускная квалификационная работа 125 с., 20 рис., 24 табл., 22 источника, 4 приложения.

Ключевые слова: математическая модель, алгоритм, автоматизация, оптическая система, расчет допусков, конструктивные параметры, габаритный расчет, абберационный расчет, расчет производных.

Объектом исследования является математическая модель оптической системы.

Цель работы: разработка алгоритмов расчета производных от параметров лучей.

В процессе исследования произведен выбор математической модели на основе исходных данных, поэтапное дифференцирование заданных параметров оптической системы, компоновка и программирование в программе Mathcad.

В результате исследования была спроектирована конкретная математическая модель оптической системы, произведен расчет и проверена работа составленной программы.

Основные конструктивные, технологические и технико-эксплуатационные характеристики: Выполнение данного проекта позволяет ускорить решение важнейших задач для оптических систем. Результаты работы по выполнению данного проекта характеризуются высоким современным научным уровнем, обладают высокой степенью новизны и оригинальности.

Область применения: технические вузы, изготовление оптических элементов, научные исследования в области оптики.

ЗАДАНИЕ на выполнение выпускной квалификационной работы

В форме:

Бакалаврской работы

(бакалаврской работы, дипломного проекта/работы, магистерской диссертации)

Студенту:

Группа	ФИО
4В31	Эмировой Диляре Рустемовне

Тема работы:

Создание математической модели и исследование свойств оптических систем
Утверждена приказом директора (дата, номер)

Срок сдачи студентом выполненной работы:

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ:

Исходные данные к работе <i>(наименование объекта исследования или проектирования; производительность или нагрузка; режим работы (непрерывный, периодический, циклический и т. д.); вид сырья или материал изделия; требования к продукту, изделию или процессу; особые требования к особенностям функционирования (эксплуатации) объекта или изделия в плане безопасности эксплуатации, влияния на окружающую среду, энергозатратам; экономический анализ и т. д.).</i>	<i>Данная работа посвящена разработке алгоритмов расчета производных от параметров лучей. Решение данной задачи позволит произвести расчет допусков на конструктивные параметры оптических систем, определить степень влияния каждой поверхности на качество изображений и в перспективе послужит базой для синтеза оптических систем. В работе рассматриваются возможности расчета допусков на основе вычисления производных от аберраций по конструктивным параметрам, пока для одной поверхности - преломляющей и отражающей.</i>
Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов <i>(аналитический обзор по литературным источникам с целью выяснения достижений мировой науки техники в рассматриваемой области; постановка задачи исследования, проектирования, конструирования; содержание процедуры исследования, проектирования; обсуждение результатов выполненной работы; наименование дополнительных разделов, подлежащих разработке; заключение по работе).</i>	<ul style="list-style-type: none"> - приобретение навыков по расчету производных любых заданных параметров оптических систем. - создание математической модели для исследования свойств оптических систем -экспериментально проверить работу модели .- разработка раздела «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»; - разработка раздела «Социальная ответственность»; - заключение.
Перечень графического материала <i>(с точным указанием обязательных чертежей)</i>	<i>-графики зависимостей</i>
Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы <i>(с указанием разделов)</i>	
Раздел	Консультант
«Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»	Меньшикова Е.В.
«Социальная ответственность»	Назаренко О.Б.

Названия разделов, которые должны быть написаны на русском и иностранном языках:

Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику	30.08.16
---	-----------------

Задание выдал руководитель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор	Агапов Н.А.	д. т. н.		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
4В31	Эмирова Д.Р.		

Оглавление	
Введение	6
1. Автоматизация проектирования оптических систем	8
1.1 Исходные принципы автоматизации проектирования оптических систем	8
1.2 Основные математические модели оптических систем	13
1.3 Программное обеспечение автоматизации проектирования в оптике	17
2. Характеристики и параметры оптических систем	17
2.1 Внешняя функциональная модель оптической системы	17
2.2 Внешние характеристики оптических систем как изображающих приборов	18
2.3 Внутренняя функциональная модель оптической системы	23
2.4 Конструктивные параметры	23
2.5 Расчет допусков на параметры оптических систем	24
2.5.1 Статическое описание ошибок изготовления и сборки оптических систем	25
2.5.2 Распределение допусков по различным ошибкам	27
3. Расчетная часть	29
3.1 Исходные данные	29
3.2 Расчет производной от поперечной сферической аберрации по радиусу	32
3.3 Сводка формул по расчету производной от поперечной сферической аберрации по радиусу	35
3.4 Сводка формул по расчету производной от поперечной сферической аберрации по эксцентриситету	38
3.5 Исследование зависимости производной от координаты точки пересечения луча с плоскостью изображения по радиусу кривизны поверхности	40
3.6 Исследование зависимостей производной от координаты точки пересечения луча с плоскостью изображения по эксцентриситету	45
Заключение	51
Приложение А	53
Приложение Б	60
Приложение В	66
Приложение Г	74

Введение

Данная работа посвящена разработке алгоритмов расчета производных от параметров лучей. Решение данной задачи позволит произвести расчет допусков на конструктивные параметры оптических систем, определить степень влияния каждой поверхности на качество изображений и в перспективе послужит базой для синтеза оптических систем. Эта задача в полном объеме не решена ни в одной из САПР. В работе рассматриваются возможности расчета допусков на основе вычисления производных от аберраций по конструктивным параметрам, пока для одной поверхности - преломляющей и отражающей.

Работа состояла из двух этапов. Первым этапом рассмотрения главной темы: «Создание математической модели и исследование свойств оптических систем», являлось приобретение навыков по расчету производных любых заданных параметров оптических систем. Вторым этапом являлось главное задание – это создать математическую модель для исследования свойств оптических систем.

Математические модели, в настоящее время, на базе использования математических методов и средств вычислительной техники представляют из себя мощный фактор технического и научного прогресса. Эти модели также играют огромную роль в повышении производительности труда и качества изготавливаемой продукции.

Расчет оптических систем – это очень сложный и творческий процесс. Его особенностью является большое количество трудных математических вычислений, взять, к примеру, расчет хода лучей через оптическую систему. Для упрощения данных вычислений прибегают к созданию унифицированных схем (алгоритмов) и применению ЭВМ.

Актуальным моментом данной выпускной квалификационной работы является то, что была создана математическая модель, которая в перспективе

позволит производить расчет допусков на конструктивные параметры оптических систем, и определить степень влияния каждой поверхности на качество изображений. Это значительно упростит жизнь инженеров-оптотехников. Так как уходят на задний план трудоемкие вычисления вручную. Программа основана на том, что вбивая в нее исходные значения параметров оптической системы, на выходе полностью получаем просчитанные допуски и характеристики в виде таблиц и графиков.

В разделе «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение» предполагается оценка технического проекта при помощи SWOT-анализа для рассмотрения сильных и слабых сторон для дальнейших возможностей и усовершенствований. Будут рассмотрены организационно-технические вопросы, связанные со всеми видами работ исполнителей дипломной работы.

В разделе «Социальная ответственность» предусматривается оценка условий труда, анализ вредных и опасных факторов, пожарной безопасности и охраны окружающей среды.

1. Автоматизация проектирования оптических систем

1.1 Исходные принципы автоматизации проектирования оптических систем

Первым этапом прежде всего, применительно к исходным задачам, необходимо пояснить, что такое оптическая система. Оптическая система – совокупность оптических (прозрачных, однородных, преломляющих, отражающих, дифракционных и т.п.) сред, разделенных оптическими поверхностями (регулярными гладкими поверхностями определенной формы) и содержащими диафрагмы (экран с отверстиями), необходимую для построения изображения. Оптическая система – объединение оптических деталей таких как: линзы, призмы, зеркала и других элементов, которые определенным образом расположены в пространстве путем закрепления их в оправы [1].

Под конструктивными параметрами оптической системы понимают величины, требуемые и необходимые для однозначного определения ее конструкции. Такими величинами являются:

- параметры формы и взаимного расположения поверхностей;
- параметры оптических сред;
- параметры диафрагм;
- параметры покрытий.

Целью расчета оптической системы является определение номинальных значений и допустимых отклонений всех конструктивных параметров. Процесс проектирования – это последовательность операций, производимых над описаниями или математическими моделями проектируемого объекта до получения окончательных проектных решений.

По степени автоматизации проектирование разделяется на:

- неавтоматизированное – операции выполняются человеком;
- автоматическое – операции выполняются ЭВМ без участия конструктора;

- автоматизированное – часть операций выполняется конструктором, а часть – ЭВМ [2].

Так же существенными являются свойства проекторных операций: детерминированность (эвристичность), объектно-независимость (объекто-ориентированность), сравнительная трудоемкость.

Детерминированные операции выполняются по определенным алгоритмам и результат их выполнения не зависит от исполнителя. Для эвристических операций невозможно составить определенный алгоритм выполнения, результат таких операций определяется опытом, квалификацией исполнителя.

Алгоритм и математический аппарат объектно-независимых операций не зависит от проектируемого объекта. Данные операции являются универсальными и применимыми к любым объектам. Содержание объектно-ориентированных операций зависит от специфики проектируемого объекта.

В процессе своего развития автоматизация проектирования прошла несколько стадий. Низшим уровнем являлось наличие отдельных, не связанных между собой программ, обеспечивающих выполнение на ЭВМ. Более эффективным стало объединение в пакеты прикладных программ (ППП) с общей теоретической базой – системой математических моделей объекта проектирования. Характерной чертой ППП является унификация обмена информацией между отдельными программами пакета. Высший уровень автоматизации представляют системы автоматизированного проектирования (САПР), в которых оптимальным образом распределены функции между конструктором и ЭВМ. Отличительными особенностями САПР являются:

- 1) общая система математических моделей проектируемого объекта;
- 2) автоматизация обмена информацией между отдельными программами САПР;

3) наличие личных архивов конструкторов, обеспечивающих хранение в ЭВМ и удобное использование исходных данных, промежуточных и окончательных результатов;

4) контакт между конструктором и ЭВМ посредством универсального и машинно-независимого языка;

5) графическое отображение информации;

6) работа в диалоговом режиме одновременно с несколькими пользователями, дающая возможность каждому конструктору легко оценивать результаты и принимать решения о дальнейшем ходе процесса [2].

Эффективность систем автоматизированного проектирования определяется их теоретической, программной и технической базами. Теоретическую базу, требуемую для данного проекта, составляет система математических моделей, описывающих объект проектирования – оптическую систему, и математические методы обработки этих моделей.

Задача проектирования и анализа работы оптических систем является весьма трудоемкой. Вычислительная оптика как никакая другая инженерная дисциплина требует привлечения всего арсенала численных методов (численное дифференцирование и интегрирование, вычисление преобразования Фурье и выполнение других интегральных преобразований, матричные вычисления и решение систем уравнений, методы оптимизации и др.) [3]. Для решения прикладных задач проектирования оптических систем как правило используются персональные компьютеры, позволяющие существенно снизить затраты на комплексные расчеты оптических систем [4]. Однако задачи, стоящие перед инженерами-оптиками существенно расширяются в следствии следующих факторов:

1) номенклатура физически реализуемых и используемых оптических поверхностей, сред, элементов и деталей существенно расширилась за последнее десятилетие;

2) существует необходимость в новых идеях и подходах анализа, оптимизации, синтеза оптических систем и автоматизация этапов жизненного цикла оптического прибора;

3) компоновка оптических систем становится более емкой и сложной (применение многоконфигурационных систем, систем с синтезированной апертурой и др.);

4) создание современных прецизионных оптических систем диктует необходимость учета новых факторов, непосредственно влияющих на работу оптической системы (двулучепреломление, рассеяние света на оптических поверхностях и другие) [4].

Можно отметить, что потребности специалистов-оптиков неуклонно растут, а требования к программному обеспечению для проектирования оптики постоянно ужесточаются. На сегодняшний день на рынке существует несколько десятков зарубежных универсальных САПР для проектирования оптических систем различного назначения и ряд систем, предназначенных для проектирования узко специализированных систем (в частности, систем лазерной, интегральной и волоконной оптики). При анализе работы оптических систем основной операцией является расчет хода лучей. В основном программах для представления и анализа работы оптической системы используется классический подход, когда явно задается последовательность взаимного расположения элементов составляющих оптическую систему, и расчет лучей выполняется последовательно. Такой способ обычно применяется для проектирования и анализа изображающих оптических систем. Другой подход который используется обычно при проектирования и анализа осветительных систем использует глобальную систему координат и непоследовательную (недетерминированную) процедуру расчета лучей. На рынке САПР оптического приборостроения существуют достаточно широкий набор ПО, наиболее известные системы для проектирования и анализа оптических систем это: •CODE V; •ASAP; •OSLO; •SYNOPSYS; •Virtual Optical Bench; •WinLens; •ZEMAX, TracePro [5-8].

Сравнительный анализ демонстрационных программ и общей справочной информации показал, что наибольшее количество возможностей для проектирования, анализа и оптимизации оптических систем различного назначения предоставляют программы OSLO, Zemax и CodeV. Набор предоставляемых возможностей у данных САПР не сильно отличаются друг от друга. Разработчики программных продуктов остальных программ по возможностям стремятся приблизиться к основным программам, а дополнительно стараются предложить какую-либо уникальную возможность по анализу или оптимизации оптических систем определенного типа.

Практическое использование зарубежных САПР показывает, что главным их недостатком является реализация отдельных стадий проектирования и ориентация на зарубежную элементную базу, нормы и стандарты, что не позволяет полноценно использовать их в отечественных научно-исследовательских организациях и на предприятиях оптической отрасли. Кроме того, как правило подходы, терминология проектирования оптических систем и анализа изображений как правило отличается от отечественной. Немаловажный фактор ограничивающий использование зарубежных САПР является высокая стоимость программных продуктов. Так же фактором ограничивающим использование зарубежных САПР является англоязычная терминология. Среди отечественных систем автоматизированного проектирования оптики можно выделить программы DEMOS (Design, Evaluation and Modeling of Optical Systems), САРО (Система Автоматизированного Расчета Оптике), разработанные в разные годы ВНЦ “ГОИ им. С. И. Вавилова”, а также пакет ОПАЛ (ОПтических АЛгоритмов), разработанный в ЛИТМО [9]. Однако необходимо отметить, что такие системы являются аппаратно-зависимыми и доступ к ним ограничен. Бурное развитие и быстрая смена компьютерной техники привели к тому, что использование этой системы на сегодняшний день неэффективно и невозможно. Современные условия требуют более широкой интеграции САПР и поддержки жизненного цикла изделия на всех этапах. Наличие

теоретической базы и создание математического обеспечения являются хорошей основой для решения задач автоматизации проектирования на совершенно другом уровне. Таким образом разработка современного конкурентоспособного отечественного САПР, позволяющего решать комплексную поддержку работы оптика-разработчика, начиная с этапа синтеза исходной оптической схемы или поиска аналога, включая автоматизированную оптимизацию и анализ оптических систем является актуальной. Данная работа посвящена решению одной из важнейших задач – расчету допусков на конструктивные параметры оптических систем. Эта задача в полном объеме не решена ни в одной из САПР. В работе рассматриваются возможности расчета допусков на основе вычисления производных от аберраций по конструктивным параметрам, пока для одной поверхности - преломляющей и отражающей.

1.2 Основные математические модели оптических систем

Требования для математических моделей оптических систем:

- универсальными – использующиеся для широкого класса объектов;
- адекватными – описывающие свойства и параметры объекта с необходимой точностью;
- экономичными – затрачивающие минимальное количество вычислений при обработке;
- простыми;
- наглядными.

Так как, ни одна модель не способна одновременно удовлетворить всем этим требованиям, используют систему моделей, основанная на блочно-иерархическом подходе. Процесс проектирования подразделяется на три иерархических уровня, на каждом из которых рассматриваются системы.

1. Высший уровень – оптическая система описываемая как элемент в цепи различных устройств, входящих в оптический прибор. На данном

уровне используется внешняя функциональная модель. Эта модель описывает оптическую систему как преобразователь сигналов общего вида. В процессе проектирования на этом уровне определяются значения внешних характеристик всех элементов, обеспечивающие оптимальное функционирование оптического прибора в целом.

2. Средний уровень – оптическая система представляется состоящей из элементов. На данном уровне целью проектирования является определение значений конструктивных параметров, обеспечивающих необходимые значения внешних характеристик, полученных на высшем уровне. На этом этапе используются две математические модели:

- Внутренняя функциональная модель;
- Принципиальная конструкционная модель.

Внутренняя функциональная модель показывает физические принципы создания оптического изображения. Основой этой модели является зрачковая функция, демонстрирующая влияние оптической системы на проходящее через нее электромагнитное поле.

Принципиальная конструкционная модель включает в себя конструктивные параметры. Данные параметры определяют функционирование оптической системы.

3. Низший уровень – оптическая система представляет собой совокупность оптических деталей, закрепленных в оправах. На данном уровне определяются конструктивные элементы, которые обеспечивают надежное закрепление деталей и расположение их относительно друг друга с требуемой точностью, а также, на низшем уровне используется детальная конструкционная модель, которая включает в себя математическое описание крепежных элементов, взаимного расположения и подвижек деталей.

Также необходимо рассмотреть модели, которые обладают общими чертами и используются на любом уровне:

- оптимизационная модель – модель, описывающая оптическую систему как объект оптимизации. Данная модель включает в себя

характеристики оптической системы, параметры, ограничения на область возможных изменений и математические соотношения, связывающие параметры и характеристики;

- статическая модель – модель, характеризующая оптическую систему как объект полученный в процессе изготовления и сборки деталей.

На любом уровне существует алгоритм проектирования, который состоит из последовательности операций синтеза, анализа и оптимизации. Данный алгоритм представлен на рисунке 1.1.

Обозначения:

- прямоугольники показывают детерминированные операции, выполняемые ЭВМ;
- трапеции показывают эвристические операции, выполняемые конструктором;
- ромбами обозначены эвристические решения о дальнейшем ходе проектирования, принимаемые конструктором на основе оценки результатов операций, выполненных ЭВМ.

Из схемы видно, что процесс проектирования содержит возвраты на начальные этапы с изменением и усложнением заданий на их выполнение. Заканчивается процесс после того, как результаты анализа на всех уровнях будут положительно оценены конструктором.

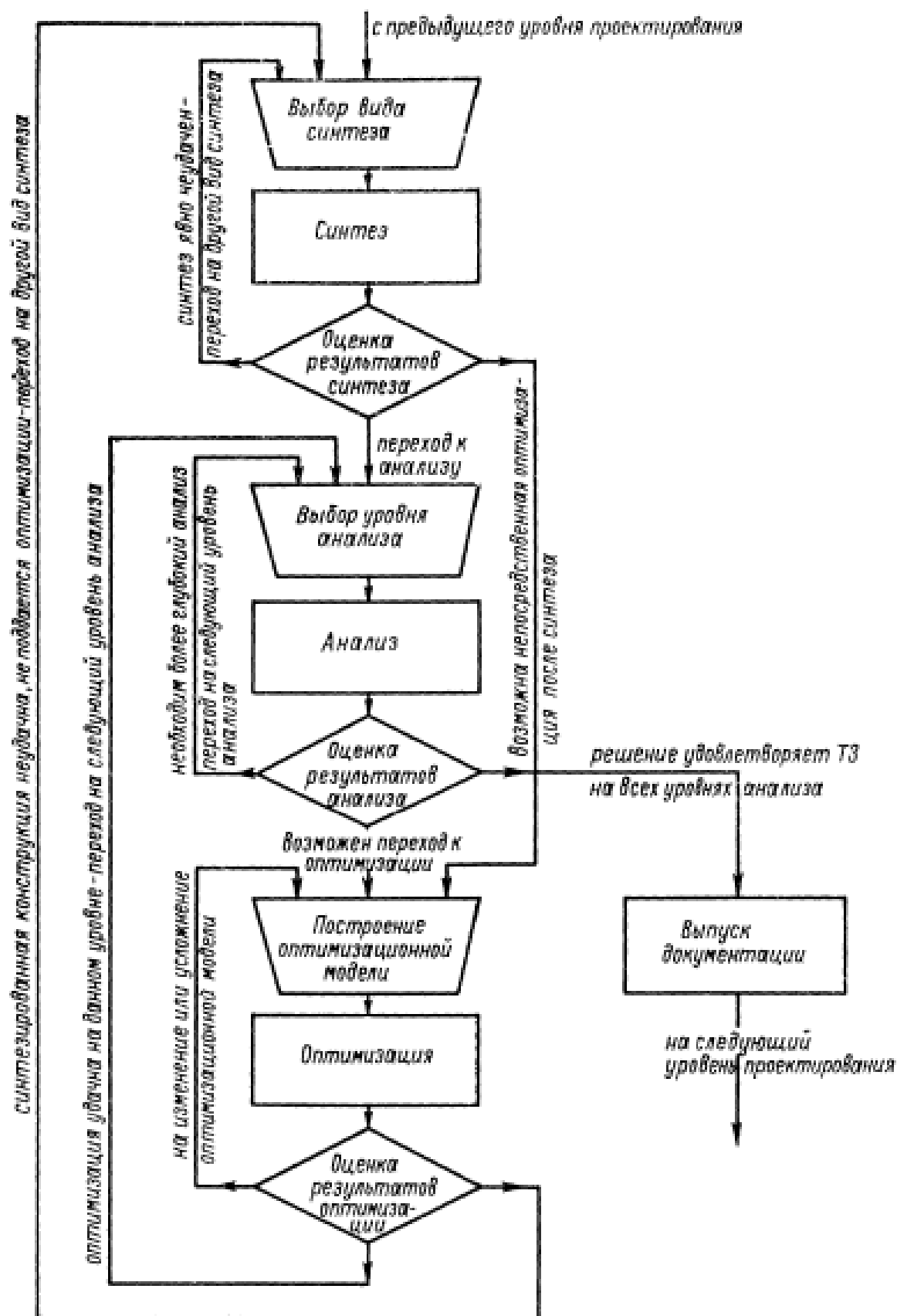


Рисунок 1.1 – Алгоритм процесса автоматизированного проектирования

1.3 Программное обеспечение автоматизации проектирования в оптике

Программное обеспечение автоматизированной системы проектирования оптических систем подразделяется на: системную и проблемную части. Системная часть включает в себя диспетчер, который организует взаимодействие с системой автоматизированного проектирования (САПР) с пользователями и выполнение их заказов в пакетном или диалоговом режиме. Проблемная часть состоит из библиотеки унифицированным образом организованных программ, выполняющих отдельные операции проектирования, рассмотренные выше функциональных блоков. Функциональные блоки включают в себя отдельные подпрограммы, решающие элементарные задачи как общематематического характера, так и оптического характера. Подпрограммы пишутся на универсальных алгоритмических языках высшего уровня, наиболее распространенный из них ФОРТРАН [2].



Рисунок 1.2 – Примерная структура САПР оптических систем

2. Характеристики и параметры оптических систем

2.1 Внешняя функциональная модель оптической системы

Внешняя функциональная модель рассматривает общие закономерности формирования изображения в оптических системах. Данная модель используется на высшем уровне проектирования, где оптическая

система рассматривается с внешних позиций как обобщенный преобразователь сигнала. Следовательно, полученные характеристики и закономерности, являются общими и пригодными для описания любых приборов, формирующих изображение. Внешняя функциональная модель отражает точку зрения заказчика оптической системы и позволяет легко описать едиными понятиями работу каскада преобразования информации. Каскад включает в себя оптическую систему, фотографическую эмульсию, электронные блоки, фотоэлектрические преобразователи и другие, характерные для современных оптических и оптико-электронных приборов.

Для оптических систем и приборов, предмет (входной сигнал) и изображение (выходной сигнал) являются оптическими сигналами. Применительно к оптическим приборам можно выделить два типа предмета и изображения: удаленный предмет или изображение и близкий предмет или изображение. В первом случае обобщенные координаты на поверхности предмета или изображения – это угловые координаты, наблюдаемые из центра зрачка. Во втором случае, обобщенные координаты – это линейные координаты.

2.2 Внешние характеристики оптических систем как изображающих приборов

Основными характеристиками внешней модели являются те, которые демонстрируют, как прибор преобразует предмет в изображение (чем отличается функция предмета от функции изображения). Эти характеристики называются передаточными. Передаточные характеристики в соответствии с передачей в изображении различных свойств предмета подразделяются на:

- масштабные;
- энергетические;
- структурные;
- частотные;

- присоединительные.

Масштабные передаточные характеристики рассматривают передачу прибором размеров и формы предмета, т.е. преобразование координат точек предмета в координаты соответствующих этим точкам изображений. Пусть координаты исходной точки предмета A есть x , а координаты центра ее изображения x'' . Масштабные передаточные характеристики описывают преобразование координат:

$$x \rightarrow x'' \quad (2.1)$$

Это преобразование не должно зависеть от положения точки на поверхности предмета, и оно также должно быть линейным преобразованием вида:

$$x' = Vx, \quad (2.2)$$

где V - матрица размерности 2×2 .

При данных условиях существует возможность для выбора ориентации систем координат на поверхностях предмета и изображения таким образом, что матрица будет диагональна:

$$V = \begin{pmatrix} v_x & 0 \\ 0 & v_y \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

где v_x - обобщенное увеличение в направлении x ;

v_y - обобщенное увеличение в направлении y .

При этом формула (1.2) принимает вид:

$$\begin{cases} x' = v_x x \\ y' = v_y y \end{cases} \quad (2.4)$$

Масштабные передаточные характеристики любых приборов описываются двумя параметрами v_x и v_y . Изображение в таких приборах называют ортоскопическими.

Энергетические передаточные характеристики описывают передачу прибором энергии предмета. Обобщенная энергия определяется как интеграл

от функции их обобщенных интенсивностей по обобщенным координатам в пределах требуемого участка:

$$E = \int_S \int_A I(x) dx; \quad E' = \int_{S'} \int_A I'(x') dx'. \quad (2.5)$$

Обобщенная энергия удаленного предмета – это освещенность зрачка данной площадкой предмета, а обобщенная энергия близкого предмета есть сила света данного участка предмета. Энергия как близкого, так и удаленного изображения оказывается потоком, участвующим в формировании данного участка изображения.

Структурные передаточные характеристики. Изображающие приборы с одинаковыми увеличениями и светосилами могут давать изображения разного качества (передачи тонкой структуры предмета). Важнейшим свойством изображающего прибора является способность передавать тонкую структуру предмета.

Частотные передаточные характеристики, описание передачи структуры предмета в виде свертки функции предмета функции рассеяния точки (ФРТ) или функции рассеяния линии (ФРЛ). Наиболее подходящим эталоном структуры является периодический гармонический предмет. Он характеризуется пространственной частотой ν (величиной, обратной периоду T), углом ориентации θ относительно системы координат x, y , амплитудой и начальным сдвигом.

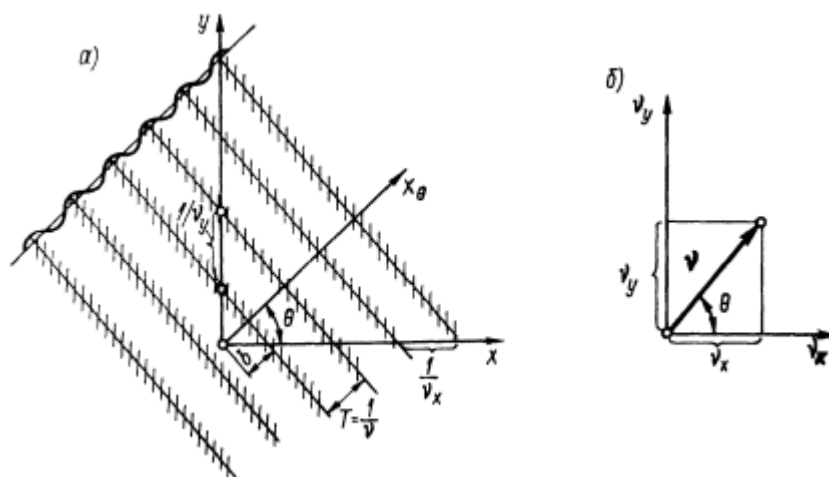


Рисунок 2.1 – Пространственное гармоническое колебание: в координатном (а) и частотном (б) пространствах

Присоединительные характеристики. Для правильной работы внешней функциональной модели в каскаде необходимо согласование с предыдущим звеном – генератором предмета и последующим – приемником изображения. Характеристики, содержащие информацию, необходимую для такого согласования – называют присоединительными. Присоединительные характеристики, относящиеся ко входу прибора – называют входными (передними), а характеристики относящиеся к выходу приборы – выходными (задними). Различают три группы присоединительных характеристик:

1. Характеристики предмета и изображения включают в себя s и s' -обобщенные передний и задний отрезки, показывающие расстояния до предмета и изображения. Для близкого предмета или изображения обобщенные отрезки измеряют в миллиметрах от прибора, а для удаленного предмета или изображения определяют в обратных миллиметрах от зрачка до предмета или изображения.

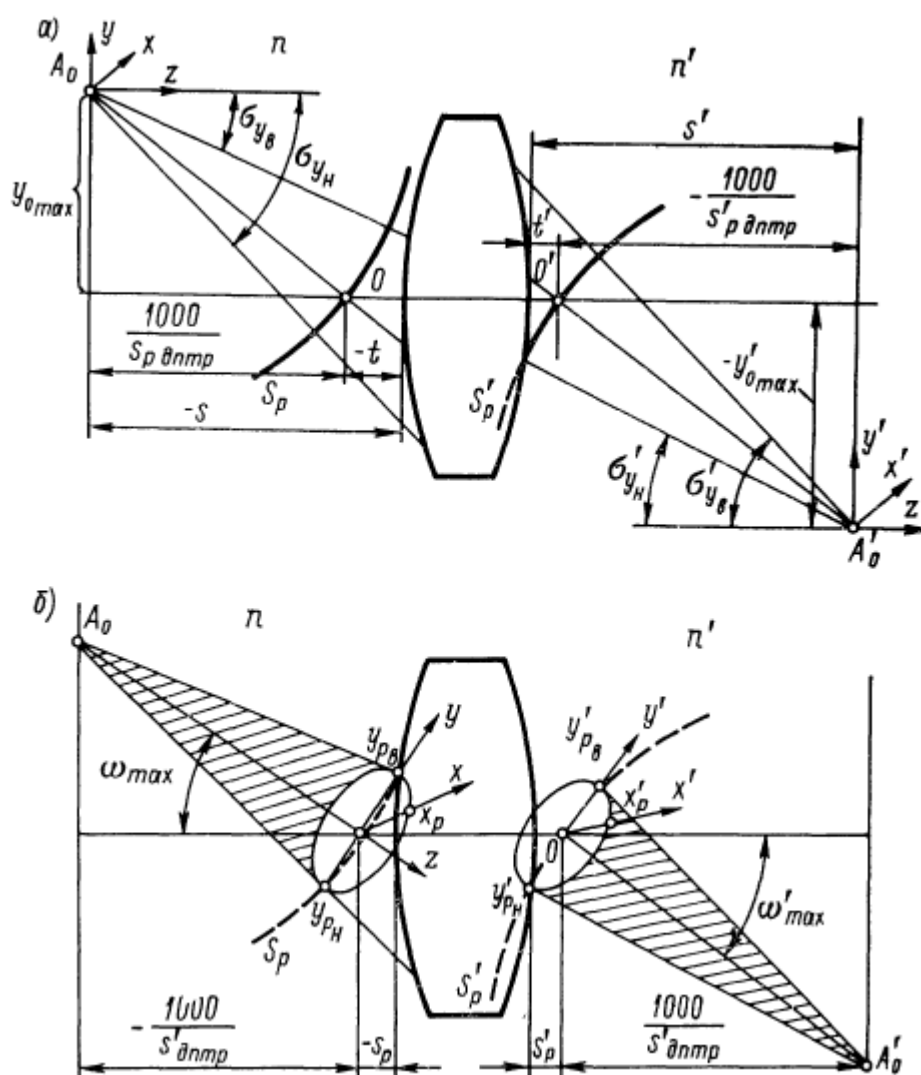


Рисунок 2.2 – Определение присоединительных характеристик оптических систем: для близких (а) и удаленных (б) предметов и изображений

2. Зрачковые присоединительные характеристики указывают положение, форму и размеры зрачковых приборов. Действие зрачка для данной зоны проявляется в ограничении размеров телесного угла, в котором распространяется входящие в прибор или выходящие из него излучение точки предмета.

3. Спектральные присоединительные характеристики требуются для согласования интервала длин волн излучения, в котором воспринимается предмет и образуется изображение.

2.3 Внутренняя функциональная модель оптической системы

Внутренние характеристики базируются на внутренней модели, которая описывает физические процессы формирования оптического изображения. Физическим носителем информации в оптических системах является электромагнитное поле. Электромагнитное поле — это фундаментальное физическое поле, которое взаимодействует с электрически заряженными телами, и в том числе с телами, имеющими собственные дипольные и мультипольные электрические и магнитные моменты[4].

При любых операциях над оптической системой, действие оптической системы сводится к четырем факторам:

- 1) преобразованию пучка лучей, расходящегося из точки предмета, в сходящийся к точке изображения;
- 2) ограничению размеров проходящего пучка лучей или волнового фронта;
- 3) ослаблению интенсивности (амплитуды) проходящего поля;
- 4) нарушению гомоцентричности пучка или сферичности волнового фронта, или изменению фазы проходящего поля.

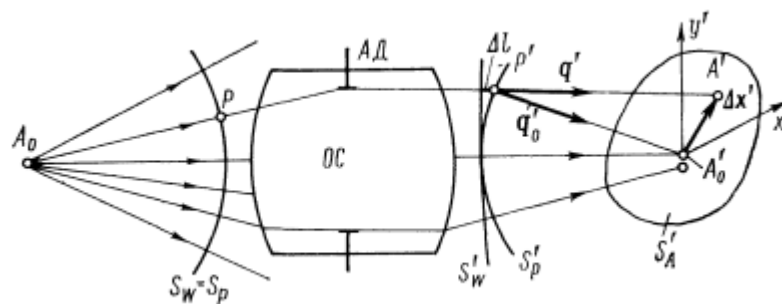


Рисунок 2.3 – Схема работы оптической системы

2.4 Конструктивные параметры

Для использования и представления конструктивных параметров конструктору, который задает внешнее представление, и программисту,

использующего данные в конкретных программах, предъявляются некоторые требования:

1. Машинное представление конструктивных параметров. При использовании конструктивных параметров в программах желательно, чтобы эти данные были представлены в виде, не требующей каждый раз преобразования в необходимую форму. Все данные должны быть в том виде, в котором производятся действия ЭВМ. Однородные данные, например: значения кривизны поверхностей, осевые расстояния, показатели преломления для удобства организации в программах циклов расчета луча, следует объединять в массивы;

2. Внешнее представление конструктивных параметров. Внешнее представление должно быть ориентировано на достижение удобства конструктора. Все данные необходимо приводить в десятичной системе счисления в привычной форме. Данные оптических сред удобнее задавать наименованием среды, длинами волн и т.д. Различие между машинным и внешним представлением, т.е. степень приближения к требованиям конструктора, зависит от мощности используемых ЭВМ [2].

Результаты, предназначенные для использования конструктором, представляются во внешней форме, конкретный вид которой определяется соображениями удобства.

2.5 Расчет допусков на параметры оптических систем

Определение допустимых отклонений конструктивных параметров оптических систем является этап проектирования, без которого нельзя осуществить выпуск технической документации и последующее изготовление оптических деталей и сборок системы. Очень часто полученные допуски оказываются настолько жесткими, что не могут быть реализованы. В данном случае приходится возвращаться к начальным этапам проектирования, на котором либо меняют тип оптической системы,

обеспечивающий большую технологичность конструкции, либо пересматривают техническое задание.

В простых случаях при назначении допусков обходятся без ЭВМ, пользуясь приближенными формулами и рекомендациями для типовых оптических систем и деталей. Но при проектировании современных высококачественных и сложных оптических систем, требуется применение ЭВМ и соответствующего математического аппарата.

2.5.1 Статическое описание ошибок изготовления и сборки оптических систем

В процессе изготовления и сборки конструктивные параметры оптической системы приобретают случайные отклонения от номинальных значений. Математические модели, положенные в основу расчета допусков описывают оптическую систему как объект изготовления и сборки. Они являются статистическими моделями и строятся на базе теории вероятности и математической статистики.

Случайные величины – конструктивные параметры от номинальных значений, в результате которых появляются случайные неконтролируемые воздействия отклонения θ . Также необходимо знать закон ее распределения, который характеризуется функцией плотности вероятности $f(\theta)$, показывающей вероятность того, что значение случайной величины лежит в некоем интервале (θ_1, θ_2) , т.е.:

$$p(0 \in (\theta_1, \theta_2)) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f(\theta) d\theta. \quad (2.6)$$

Для точного определения законов распределения технологических погрешностей, необходимо производить серьезные и трудоемкие статистические исследования оптического производства, но с хорошим приближением можно считать, что эти погрешности распределены по нормальному закону:

$$f(\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(\theta - \mu)^2 / 2\sigma^2]. \quad (2.7)$$

В данном случае достаточно двух параметров закона:

- математического ожидания $\mu = MO(\theta)$;
- дисперсии $\sigma^2 = D(\theta)$ или среднеквадратического отклонения (СКО) $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

Для большинства технологических ошибок можно принимать, что $\mu = 0$. Как следует из формул (2.6) и (2.7) с вероятностью $\approx 0,95$, величина θ не выходит за пределы $\pm 2\sigma$, поэтому удвоенное СКО можно с 5%-ным риском принять за допуск $\delta\theta$ на данную ошибку, т.е.

$$\delta\theta = 2\sigma \quad (2.8)$$

Объединим случайные ошибки всех параметров в случайный вектор $\theta: \theta^T = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$. В этот вектор входят ошибки: параметров оптических сред, параметров формы поверхностей и их взаимного расположения.

Для каждой среды имеем столько параметров, сколько достаточно для описания погрешности ее показателя преломления в рабочем интервале длин волн. Обычно достаточно двух параметров δn_{λ_0} и $\delta(n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2})$.

Для каждой сферической поверхности имеем ошибку в кривизне δp_0 и цилиндричности поверхности $\delta p_{\text{ц}}$.

Ошибки взаимного положения поверхностей в центрированных системах состоят из ошибки осевого расстояния δd_z и ошибок децентрировки, а именно: поперечных смещений $\delta d_x, \delta d_y$ или поворота поверхности вокруг осей x и y . При наличии указанных ошибок центрированная оптическая система, составленная из сферических поверхностей, становится нецентрированной и поверхности становятся несферическими (торическими или поверхностями двоякой кривизны), поэтому для анализа влияния ошибок в этом случае необходимо пользоваться алгоритмами расчета хода лучей, учитывающими наличие децентрировок и несферических поверхностей.

Кроме перечисленных общих ошибок, на характеристики оптических систем, в частности, на качество изображения, влияют и местные ошибки, к которым относятся местные неоднородности показателя преломления (свилы, оптическая неоднородность) и местные дефекты формы поверхностей. Определение их влияния на качество изображения точными методами весьма сложно и поэтому эти ошибки не включаются в общий вектор, а при необходимости влияние их исследуется отдельно.

2.5.2 Распределение допусков по различным ошибкам

Важными моментами, определяющими решение задачи о допусках на технологические ошибки оптических систем, являются следующие:

- выбор критерия допустимости отклонений характеристик от номинальных значений;
- выбор способа суммирования влияния ошибок различных параметров;
- распределение допусков по различным параметрам.

Обычно при определении допусков требуют, чтобы при любых отклонениях конструктивных параметров в пределах их допусков $\delta\theta_j$ отклонения всех характеристик также оставались в пределах своих допусков,

$$\delta y_i, \text{ т.е. } |y_i| = \left| \sum_{j=1}^n a_{ij} \theta_j \right| \leq \delta y_i \text{ при любых } \theta_j \text{ таких, что} \\ |\theta_j| \leq \delta \theta_j. \quad (2.9)$$

Так как $|\sum a_{ij} \theta_j| \leq \sum |a_{ij} \theta_j|$, то формула (2.9) заменяется следующим:

$$\sum_{j=1}^n |a_{ij}| \delta \theta_j \leq \delta y_i \text{ для } i = 1, \dots, m. \quad (2.10)$$

С вероятностью 95% выполняется неравенство $|y_i| < 2\sigma_{y_i}$, поэтому получаем вероятностный закон сложения допусков

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^2 (\delta\theta_j)^2 \leq (\delta y_i)^2 \quad \text{для } i = 1, \dots, m. \quad (2.11)$$

Условия (2.10) или (2.11) должны выполняться для всех характеристик. Если рассматривать их отдельно для каждой i -й характеристики получаем свои допуски на ошибки параметров $\delta\theta_j$. В качестве окончательного решения нужно принять наименьшие допуски, т.е. $\delta\theta_j = \min(\delta\theta_{ij})$. Тогда условия (2.10) или (2.11) будут автоматически соблюдены.

Такой критерий назначения допусков по допустимым отклонениям всех характеристик обладает существенными недостатками: во-первых, трудно назначить обоснованные допуски на все характеристики, особенно на абберрации различных лучей; во-вторых, при этом не учитывается возможная взаимная компенсация влияний измерения различных абберраций на качество изображения (балансировка абберраций) и поэтому полученные допуски на параметры получаются ужесточенными.

Из этого следует, что рациональнее устанавливать допуски на ошибки изготовления исходя из допустимого изменения одной оценочной функции, объединяющей в себе все характеристики оптической системы.

3. Расчетная часть

3.1 Исходные данные

Представим себе некую оптическую систему, которая строит изображение точечного предмета. Если оптическая система не идеальная, то изображение точки будет представлять собой кружок рассеяния, который с точки зрения лучевой оптики характеризуется точечной диаграммой. Каждая точка точечной диаграммы представляет собой точку пересечения луча с плоскостью изображения. Положение точки задается вектором $\tilde{\vec{A}}'(x', y')$ (рисунок 3.2), значение которого рассчитывается по формулам расчета хода луча. Величина вектора $\tilde{\vec{A}}'(x', y')$ зависит от конструктивных параметров оптической системы: радиусов кривизны поверхностей r_i , расстояний между поверхностями d_i , показателей преломления и т.д. По сути, для точки на оси вектор $\tilde{\vec{A}}'(x', y')$ представляет собой поперечную сферическую aberrацию. Чем меньше вектор $\tilde{\vec{A}}'(x', y')$, тем меньше сферическая aberrация и тем выше качество изображения. Небольшое изменение любого конструктивного параметра приводит к изменению вектора $\tilde{\vec{A}}'(x', y')$ для любого луча, выходящего из точки предмета. В общем виде изменение вектора $\tilde{\vec{A}}'(x', y')$ определяется полным дифференциалом:

$$d\tilde{\vec{A}}'(x', y') = \sum_{i=1}^k \frac{\partial \tilde{\vec{A}}'(x', y')}{\partial r_i} \cdot dr_i + \sum_{i=1}^k \frac{\partial \tilde{\vec{A}}'(x', y')}{\partial d_i} \cdot dd_i + \dots$$

А теперь рассмотрим самый простой случай – преломляющую (отражающую) поверхность второго порядка, описываемую уравнением вида:

$$x^{*2} + y^{*2} = 2 \cdot r \cdot z + (e^2 - 1) \cdot z^2.$$

Для сферы $e=0$ и поэтому изменение вектора $\tilde{A}'(x', y')$ при заданном расстоянии от точки предмета до поверхности будет определяться только изменением радиуса кривизны r :

$$d\tilde{A}'(x', y') = \frac{\partial \tilde{A}'(x', y')}{\partial r} \cdot dr,$$

Или, если перейти к конечным разностям, то:

$$\Delta \tilde{A}'(x', y') = \frac{\partial \tilde{A}'(x', y')}{\partial r} \cdot \Delta r.$$

Задавая допустимое отклонение вектора $\tilde{A}'(x', y')$, то есть величину $\Delta \tilde{A}'(x', y')$, можно рассчитать и отклонение радиуса Δr , которое вызывает изменение вектора $\tilde{A}'(x', y')$ на величину $\Delta \tilde{A}'(x', y')$, то есть допуск на радиус:

$$\Delta r = \frac{\Delta \tilde{A}'(x', y')}{\frac{\partial \tilde{A}'(x', y')}{\partial r}}.$$

Из последней формулы видно: чем больше значение производной, тем меньше допуск на радиус. То есть по величине производной можно судить о степени влияния параметра на величину кружка рассеяния. Осталось определить величину производной $\frac{\partial \tilde{A}'(x', y')}{\partial r}$. Для этого воспользуемся точными формулами по расчету хода луча через поверхности вращения второго порядка.

Рассмотрим поверхность вращения второго порядка. Поместим начало координат в вершину поверхности, тогда ее уравнение можно записать в виде:

$$x^{*2} + y^{*2} = 2 \cdot r \cdot z + (e^2 - 1) \cdot z^2,$$

где r – радиус кривизны при вершине, $c = e^2 - 1$ – постоянная, e – эксцентриситет поверхности. При $e = 0$ получаем сферу; при $0 < e < 1$ – эллипсоид; при $e = 1$ – параболоид; при $e > 1$ – гиперболоид. Таким образом, для такой поверхности конструктивными параметрами являются радиус кривизны и эксцентриситет.

Сводка формул по расчету хода луча

Задано:

$\vec{A}(x, y)$ - вектор, задающий начальную точку падающего луча,

$\vec{s}(\xi, \eta, \zeta)$ - направляющий вектор падающего луча,

$x^{*2} + y^{*2} = 2 \cdot r \cdot z + (e^2 - 1) \cdot z^2$ - уравнение поверхности,

n и n' - показатели преломления среды перед и после поверхности.

Расчет:

$$\vec{P} = \zeta \cdot \vec{A},$$

$$\bar{q}^2 = (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta^2)^2 - b^2 \cdot \vec{P}^2 \cdot (\vec{S}^2 - c \cdot \zeta^2), \quad \bar{q} = \sqrt{\bar{q}^2} > 0,$$

$$z = \frac{b \cdot \vec{P}^2}{\bar{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta^2)} = -\frac{\bar{q} + (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta^2)}{b \cdot (\vec{S}^2 - c \cdot \zeta^2)},$$

$$\bar{t} = 1 + b \cdot z \cdot (1 + c),$$

$$\bar{R} = \bar{t}^2 - b \cdot z \cdot (\bar{t} - 1),$$

$$\bar{q}'^2 = (n'^2 - n^2) \cdot \bar{R} \cdot \zeta^2 + \bar{q}^2,$$

$$\bar{q}' = \sqrt{\bar{q}'^2} > 0 \text{ – для преломления,}$$

$$\bar{q}' = -\bar{q} \text{ – для отражения,}$$

$$\bar{\psi} = \frac{\bar{q}' - \bar{q}}{\zeta^2 \cdot \bar{R}},$$

$$\vec{P}^* = \vec{P} + z \cdot \vec{S},$$

$$A = 1 + \bar{\psi} \cdot \bar{t}, \quad B = \bar{\psi} \cdot \bar{t} \cdot z,$$

$$C = -b \cdot \bar{\psi}, \quad D = 1 - b \cdot \bar{\psi} \cdot z,$$

$$Q = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix},$$

$$|Q| = A \cdot D - B \cdot C = [1 + \bar{\psi} \cdot (1 + c \cdot b \cdot z)],$$

$$\begin{pmatrix} \vec{P}' \\ \vec{S}' \end{pmatrix} = Q \cdot \begin{pmatrix} \vec{P} \\ \vec{S} \end{pmatrix},$$

$$\zeta' = |Q| \cdot \zeta.$$

Сопряженные точки сечения согласно связаны соотношением:

$$s' = -\frac{B - s \cdot A}{D - s \cdot C}.$$

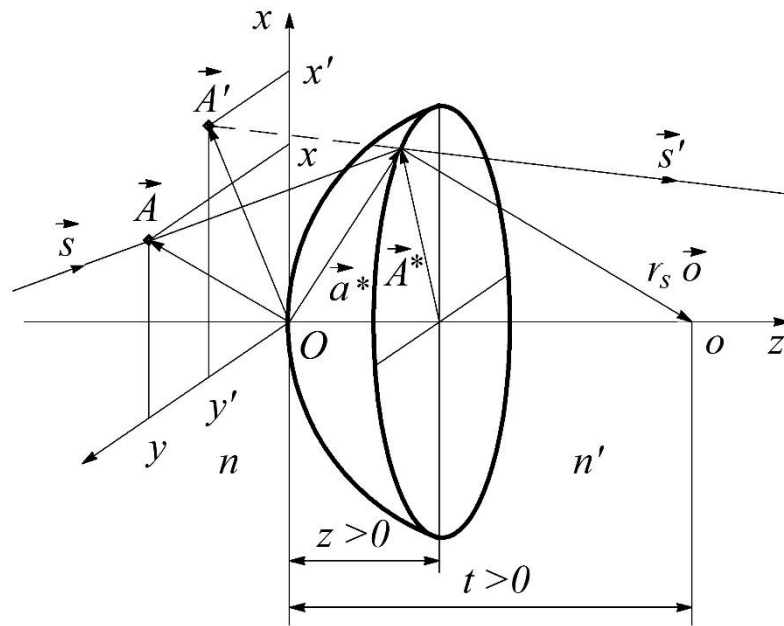


Рисунок 3.1 – Геометрические величины, используемые при расчете
хода луча

3.2 Расчет производной от поперечной сферической аберрации по радиусу

Для простоты рассмотрим меридиональное сечение, для которого

$$y = 0, \quad \eta = 0, \quad \vec{A}(x, y) = \vec{A}(x) = \vec{i} \cdot x,$$

где \vec{A} – вектор, задающий начальную точку падающего луча. Компоненты направляющего на поверхность луча представим в виде:

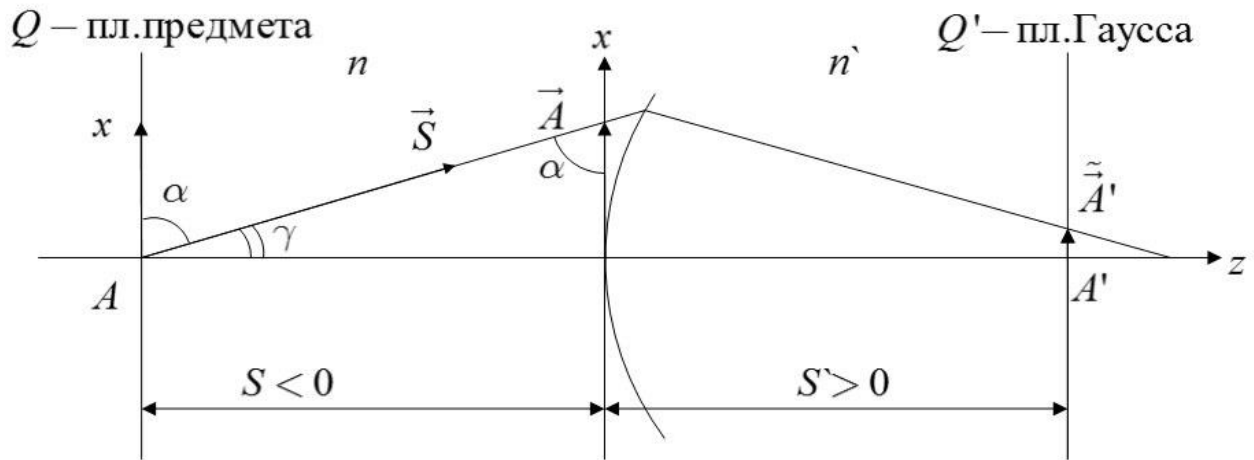


Рисунок 3.2 – Оптическая система

$\xi = n \cdot \cos \alpha$, $\eta = n \cdot \cos \beta = 0$, $\zeta = n \cdot \cos \gamma$, где

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}}, \quad \cos \gamma = -\frac{s}{\sqrt{x^2 + s^2}}.$$

Углы α и γ показаны на рисунке 3.2. Расстояние s от точки предмета до поверхности задается. Расстояние s' до плоскости Гаусса рассчитывается по формуле отрезков:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \phi \text{ – для преломления, откуда находим}$$

$$s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} + \phi} \text{ – для преломления,}$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} \text{ – для отражения, откуда}$$

$$s' = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}} \text{ – для отражения.}$$

Далее дифференцируем формулы для расчета хода луча по радиусу кривизны r и получаем:

$$\vec{P}' = A \cdot \vec{P} + B \cdot \vec{S},$$

$$\vec{S}' = c \cdot \vec{P} + D \cdot \vec{S},$$

$$S' = S[1 + \vec{\psi}(1 + cbz)].$$

$$\vec{\tilde{P}}' = \vec{P} + s' \cdot \vec{S}',$$

$$\frac{\partial \vec{\tilde{P}}'}{\partial r} = \frac{\partial \vec{P}'}{\partial r} + s' \frac{\partial \vec{S}'}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \vec{P}'}{\partial r} = \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \vec{P} + \frac{\partial B}{\partial r} \cdot \vec{S}$$

$$\frac{\partial \vec{S}'}{\partial r} = \frac{\partial C}{\partial r} \cdot \vec{P} + \frac{\partial D}{\partial r} \cdot \vec{S}$$

$$\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot \bar{t} + \bar{\psi} \frac{\partial \bar{t}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial B}{\partial r} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot \bar{t} \cdot z + \bar{\psi} \frac{\partial \bar{t}}{\partial r} \cdot r + \bar{\psi} \cdot \bar{t} \cdot \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \cdot \bar{\psi} - b \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial D}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \cdot \bar{\psi} \cdot z - b \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot z - b \cdot \bar{\psi} \cdot \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \bar{t}}{\partial r} = -\frac{1+c}{r^2} \cdot z + (1+c) \cdot b \cdot \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{-\frac{1}{r^2} \cdot \vec{P}^2 \cdot [\bar{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta^2)] - b \cdot \vec{P}^2 \cdot [\frac{\partial \bar{q}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \vec{P} \cdot \vec{S}]}{[\bar{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta^2)]^2}$$

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} = \frac{(\frac{\partial \bar{q}'}{\partial r} - \frac{\partial \bar{q}}{\partial r}) \cdot \zeta^2 \cdot \bar{R} - (\bar{q}' - \bar{q}) \cdot \zeta^2 \cdot \frac{\partial \bar{R}}{\partial r}}{(\zeta^2 \cdot \bar{R})^2}$$

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial r} = 2 \cdot \bar{t} \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot z \cdot (\bar{t} - 1) - b \cdot \frac{\partial z}{\partial r} \cdot (\bar{t} - 1) - b \cdot z \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \bar{q}^2}{\partial r} = 2 \cdot \bar{q} \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial r} \rightarrow \frac{\partial \bar{q}}{\partial r} = \frac{1}{2 \cdot \bar{q}} \cdot \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \bar{q}^2}{\partial r} = 2 \cdot (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta^2) \cdot (-\frac{1}{r^2}) \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} + 2 \cdot b \cdot \frac{1}{r^2} \cdot (\vec{P}^2) \cdot (\vec{S}^2 - c \cdot \zeta^2)$$

$$\frac{\partial \bar{q}'}{\partial r} = -\frac{\partial \bar{q}}{\partial r} \text{ - для отражения}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'^2}{\partial r} = 2 \cdot \bar{q}' \cdot \frac{\partial \bar{q}'}{\partial r} \rightarrow \frac{\partial \bar{q}'}{\partial r} = \frac{1}{2 \cdot \bar{q}'} \cdot \frac{\partial \bar{q}'^2}{\partial r} \text{ - для преломления}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'^2}{\partial r} = (n'^2 - n^2) \cdot \zeta^2 \cdot \frac{\partial \bar{R}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{q}'^2}{\partial r} \text{ - для преломления}$$

$$\tilde{P}' = \zeta' \cdot \tilde{A}' \rightarrow \tilde{A}' = \frac{1}{\zeta'} \cdot \tilde{P}'$$

$$\frac{\partial \tilde{A}'}{\partial r} = \frac{1}{\zeta'} \cdot \frac{\partial \tilde{P}'}{\partial r} - \frac{1}{\zeta'^2} \cdot \tilde{P}' \cdot \frac{\partial \zeta'}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial r} = \zeta \cdot \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot (1 + c \cdot b \cdot z) + \zeta \cdot \bar{\psi} \cdot \left(-\frac{c}{r^2} \cdot z + c \cdot b \cdot \frac{\partial z}{\partial r}\right)$$

3.3 Сводка формул по расчету производной от поперечной сферической аберрации по радиусу

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}}$$

$$\cos \gamma = -\frac{s}{\sqrt{x^2 + s^2}}$$

$$\xi = n \cdot \cos \alpha$$

$$\eta = 0$$

$$\zeta = n \cdot \cos \gamma$$

$$\phi = \frac{n' - n}{r}$$

$$s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} + \phi} \text{ - для преломления}$$

$$s' = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}} \text{ - для отражения}$$

$$\vec{P} = \zeta \cdot \vec{A}$$

$$\overline{q^2} = (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \varsigma)^2 - b^2 \cdot \vec{P}^2 (\vec{S}^2 - c \cdot \varsigma^2)$$

$$\overline{q} = +\sqrt{\overline{q^2}}$$

$$z = \frac{b \cdot \vec{P}^2}{\overline{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \varsigma)}$$

$$\bar{t} = 1 + b \cdot z \cdot (1 + c)$$

$$\overline{R} = \bar{t}^2 - b \cdot z \cdot (\bar{t} - 1)$$

$$\overline{q'^2} = (n'^2 - n^2) \cdot \varsigma^2 \cdot \overline{R} + \overline{q^2}$$

$$\overline{q'} = +\sqrt{\overline{q'^2}} \text{ - для преломления}$$

$$\overline{q'} = -\overline{q} \text{ - для отражения}$$

$$\overline{\psi} = \frac{\overline{q'} - \overline{q}}{\varsigma^2 \cdot \overline{R}}$$

$$A = 1 + \overline{\psi} \cdot \bar{t}$$

$$B = \overline{\psi} \cdot \bar{t} \cdot z$$

$$C = -b \cdot \overline{\psi}$$

$$D = 1 - b \cdot \overline{\psi} \cdot z$$

$$\vec{P'} = A \cdot \vec{P} + B \cdot \vec{S}$$

$$\vec{S'} = C \cdot \vec{P} + D \cdot \vec{S}$$

$$S' = S \cdot [1 + \overline{\psi} \cdot (1 + c \cdot b \cdot z)]$$

$$\tilde{\vec{P'}} = \vec{P'} + s' \cdot \vec{S'}$$

$$\tilde{\vec{A'}} = \frac{1}{\varsigma'} \cdot \tilde{\vec{P'}}$$

$$\frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} = -\frac{2}{r^2} \cdot [\vec{P} \cdot \vec{S} \cdot (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \varsigma^2) - b \cdot \vec{P}^2 \cdot (\vec{S}^2 - c \cdot \varsigma^2)]$$

$$\frac{\partial \overline{q}}{\partial r} = \frac{1}{2 \cdot \overline{q}} \cdot \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{-\frac{1}{r^2} \cdot \vec{P}^2 \cdot [\bar{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \varsigma^2)] - b \cdot \vec{P}^2 \cdot [\frac{\partial \bar{q}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \vec{P} \cdot \vec{S}]}{[\bar{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \varsigma^2)]^2}$$

$$\frac{\partial \bar{t}}{\partial r} = -\frac{1+c}{r^2} \cdot z + (1+c) \cdot b \cdot \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial r} = 2 \cdot \bar{t} \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot z \cdot (\bar{t} - 1) - b \cdot \frac{\partial z}{\partial r} \cdot (\bar{t} - 1) - b \cdot z \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'}{\partial r} = -\frac{\partial \bar{q}}{\partial r} \text{ - для отражения}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'^2}{\partial r} = (n'^2 - n^2) \cdot \varsigma^2 \cdot \frac{\partial \bar{R}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial r} \text{ - для преломления}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'}{\partial r} = \frac{1}{2 \cdot \bar{q}'} \cdot \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial r} \text{ - для преломления}$$

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} = \frac{(\frac{\partial \bar{q}'}{\partial r} - \frac{\partial \bar{q}}{\partial r}) \cdot \varsigma^2 \cdot \bar{R} - (\bar{q}' - \bar{q}) \cdot \varsigma^2 \cdot \frac{\partial \bar{R}}{\partial r}}{(\varsigma^2 \cdot \bar{R})^2}$$

$$\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot \bar{t} + \bar{\psi} \frac{\partial \bar{t}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial B}{\partial r} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot \bar{t} \cdot z + \bar{\psi} \frac{\partial \bar{t}}{\partial r} \cdot r + \bar{\psi} \cdot \bar{t} \cdot \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \cdot \bar{\psi} - b \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial D}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \cdot \bar{\psi} \cdot z - b \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot z - b \cdot \bar{\psi} \cdot \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \vec{P}'}{\partial r} = \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \vec{P} + \frac{\partial B}{\partial r} \cdot \vec{S}$$

$$\frac{\partial \vec{S}'}{\partial r} = \frac{\partial C}{\partial r} \cdot \vec{P} + \frac{\partial D}{\partial r} \cdot \vec{S}$$

$$\frac{\partial \vec{\tilde{P}}'}{\partial r} = \frac{\partial \vec{P}'}{\partial r} + s' \frac{\partial \vec{S}'}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial r} = \zeta \cdot \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \cdot (1 + c \cdot b \cdot z) + \zeta \cdot \bar{\psi} \cdot \left(-\frac{c}{r^2} \cdot z + c \cdot b \cdot \frac{\partial z}{\partial r}\right)$$

$$\frac{\partial \tilde{A}'}{\partial r} = \frac{1}{\zeta'} \cdot \frac{\tilde{P}'}{\partial r} - \frac{1}{\zeta'^2} \cdot \tilde{P}' \cdot \frac{\partial \zeta'}{\partial r}$$

3.4 Сводка формул по расчету производной от поперечной сферической аберрации по эксцентриситету

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}}$$

$$\cos \gamma = -\frac{s}{\sqrt{x^2 + s^2}}$$

$$\xi = n \cdot \cos \alpha$$

$$\eta = 0$$

$$\zeta = n \cdot \cos \gamma$$

$$\phi = \frac{n' - n}{r}$$

$$s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} + \phi} \text{ - для преломления}$$

$$s' = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}} \text{ - для отражения}$$

$$\vec{P} = \zeta \cdot \vec{A}$$

$$\bar{q}^2 = (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta)^2 - b^2 \cdot \vec{P}^2 (\vec{S}^2 - c \cdot \zeta^2)$$

$$\bar{q} = +\sqrt{\bar{q}^2}$$

$$z = \frac{b \cdot \vec{P}^2}{\bar{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta)}$$

$$\bar{t} = 1 + b \cdot z \cdot (1 + c)$$

$$\bar{R} = \bar{t}^2 - b \cdot z \cdot (\bar{t} - 1)$$

$$\bar{q}'^2 = (n'^2 - n^2) \cdot \zeta^2 \cdot \bar{R} + \bar{q}^2$$

$$\bar{q}' = +\sqrt{\bar{q}'^2} \text{ - для преломления}$$

$$\bar{q}' = -\bar{q} \text{ - для отражения}$$

$$\bar{\psi} = \frac{\bar{q}' - \bar{q}}{\zeta^2 \cdot \bar{R}}$$

$$A = 1 + \bar{\psi} \cdot \bar{t}$$

$$B = \bar{\psi} \cdot \bar{t} \cdot z$$

$$C = -b \cdot \bar{\psi}$$

$$D = 1 - b \cdot \bar{\psi} \cdot z$$

$$\vec{P}' = A \cdot \vec{P} + B \cdot \vec{S}$$

$$\vec{S}' = C \cdot \vec{P} + D \cdot \vec{S}$$

$$S' = S \cdot [1 + \bar{\psi} \cdot (1 + c \cdot b \cdot z)]$$

$$\tilde{\vec{P}}' = \vec{P}' + s' \cdot \vec{S}'$$

$$\tilde{A}' = \frac{1}{\zeta'} \cdot \tilde{\vec{P}}'$$

$$\frac{\partial \bar{q}^2}{\partial e} = b^2 \cdot \vec{P}^2 \cdot S^2 \cdot 2 \cdot e$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial e} = \frac{1}{2 \cdot \bar{q}} \cdot \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial e}$$

$$\frac{\partial z}{\partial e} = \frac{-b \cdot \vec{P}^2}{[\bar{q} - (b \cdot \vec{P} \cdot \vec{S} - \zeta^2)]^2} \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial e}$$

$$\frac{\partial \bar{t}}{\partial e} = b \cdot \frac{\partial z}{\partial e} + b \cdot \frac{\partial z}{\partial e} \cdot c + b \cdot z \cdot 2 \cdot e$$

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial e} = 2 \cdot \bar{t} \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial e} - b \cdot \frac{\partial z}{\partial e} \cdot (\bar{t} - 1) - b \cdot z \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial e}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'}{\partial e} = -\frac{\partial \bar{q}}{\partial e} \text{ - для отражения}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'^2}{\partial e} = (n'^2 - n^2) \cdot \zeta^2 \cdot \frac{\partial \bar{R}}{\partial e} + \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial e} - \text{для преломления}$$

$$\frac{\partial \bar{q}'}{\partial e} = \frac{1}{2 \cdot \bar{q}'} \cdot \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial e} - \text{для преломления}$$

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial e} = \frac{1}{\zeta^2} \cdot \frac{(\frac{\partial \bar{q}'}{\partial e} - \frac{\partial \bar{q}}{\partial e}) \cdot \bar{R} - (\bar{q}' - \bar{q}) \cdot \frac{\partial \bar{R}}{\partial e}}{\bar{R}^2}$$

$$\frac{\partial A}{\partial e} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial e} \cdot \bar{t} + \bar{\psi} \frac{\partial \bar{t}}{\partial e}$$

$$\frac{\partial B}{\partial e} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial e} \cdot \bar{t} \cdot z + \bar{\psi} \frac{\partial \bar{t}}{\partial e} \cdot r + \bar{\psi} \cdot \bar{t} \cdot \frac{\partial z}{\partial e}$$

$$\frac{\partial C}{\partial e} = -b \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial e}$$

$$\frac{\partial D}{\partial e} = -b \cdot \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial e} \cdot z - b \cdot \bar{\psi} \cdot \frac{\partial z}{\partial e}$$

$$\frac{\partial \vec{P}'}{\partial e} = \frac{\partial A}{\partial e} \cdot \vec{P} + \frac{\partial B}{\partial e} \cdot \vec{S}$$

$$\frac{\partial \vec{S}'}{\partial e} = \frac{\partial C}{\partial e} \cdot \vec{P} + \frac{\partial D}{\partial e} \cdot \vec{S}$$

$$\frac{\partial \tilde{\vec{P}}'}{\partial e} = \frac{\partial \vec{P}'}{\partial e} + s' \cdot \frac{\partial \vec{S}'}{\partial e}$$

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial e} = \zeta \cdot \left[\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial e} \cdot (1 + c \cdot b \cdot z) + \bar{\psi} \cdot b \cdot z \cdot 2 \cdot e \right]$$

$$\frac{\partial \tilde{\vec{A}}'}{\partial r} = \frac{1}{\zeta'} \cdot \frac{\partial \tilde{\vec{P}}'}{\partial r} - \frac{1}{\zeta'^2} \cdot \tilde{\vec{P}}' \cdot \frac{\partial \zeta'}{\partial r}$$

3.5 Исследование зависимости производной от координаты точки пересечения луча с плоскостью изображения по радиусу кривизны поверхности

В качестве примера рассмотрим преломляющую поверхность с параметрами:

$$r = -500$$

$$e = 1,5$$

$$n = 1$$

$$n' = 1,5$$

Световой диаметр поверхности = 200

На основе разработанного алгоритма была составлена программа в среде Mathcad-15, с помощью которой и проводилось исследование. Задавалась точка на оси, расположенная на расстоянии s от вершины поверхности. Значение s менялось от нуля до бесконечности с заданным шагом. Для каждого значения s рассчитывался ход меридионального пучка лучей и соответствующие значения производных. Результаты расчетов представлены ниже на графиках.

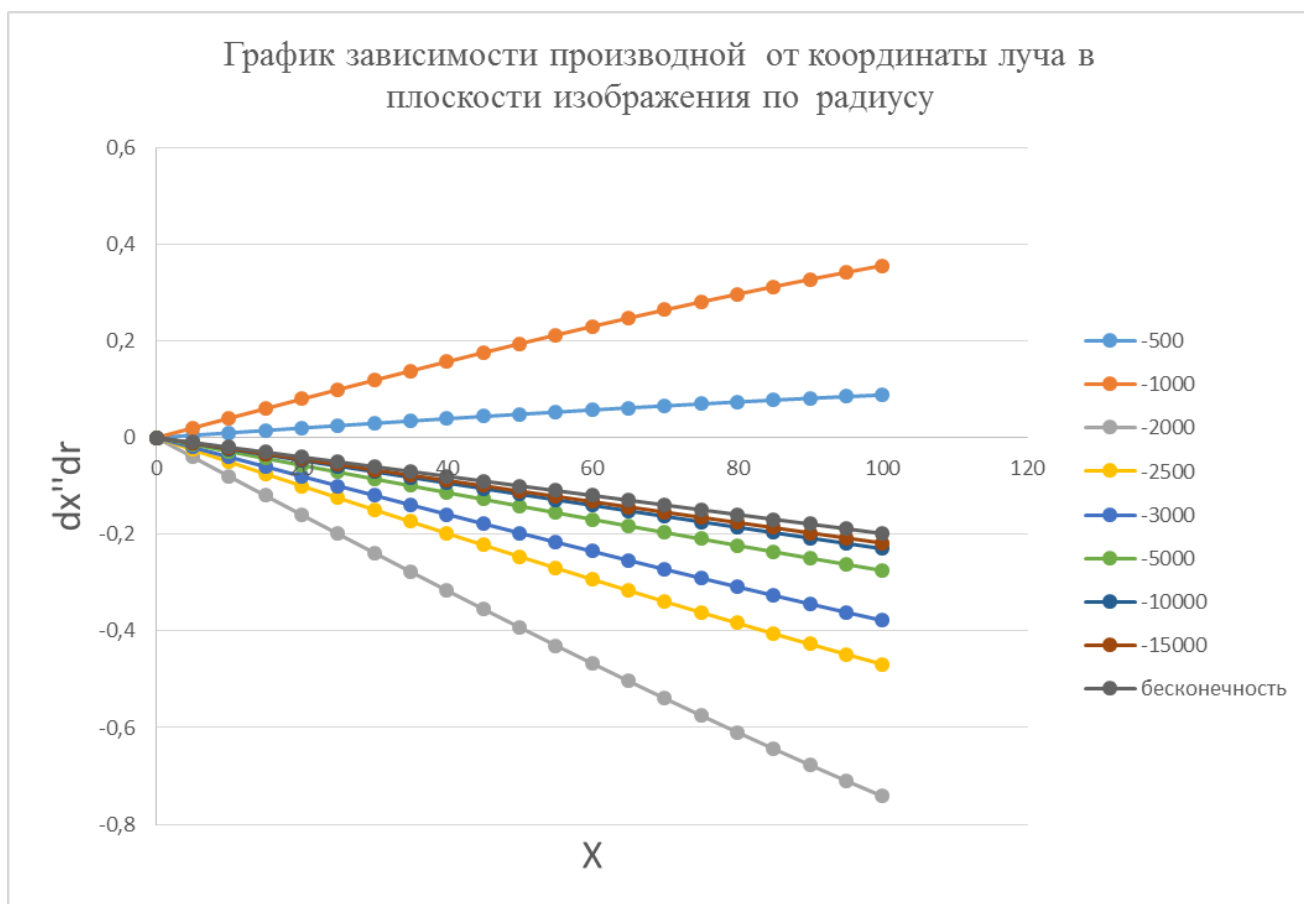


Рисунок 3.3 – Графики зависимостей производной от координаты луча в плоскости изображения по радиусу при расположении точки предмета на расстоянии от -500 мм до бесконечности

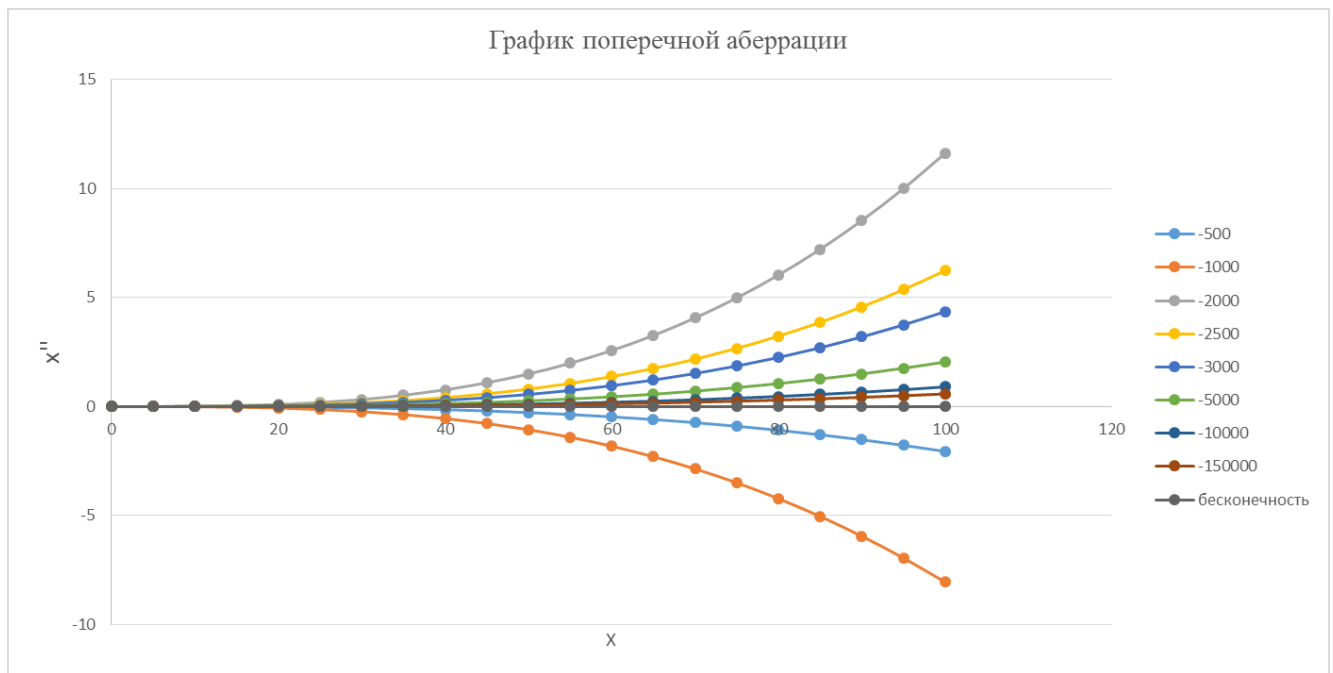


Рисунок 3.4 – Графики поперечных аберраций при расположении точки предмета на расстоянии от -500 мм до бесконечности

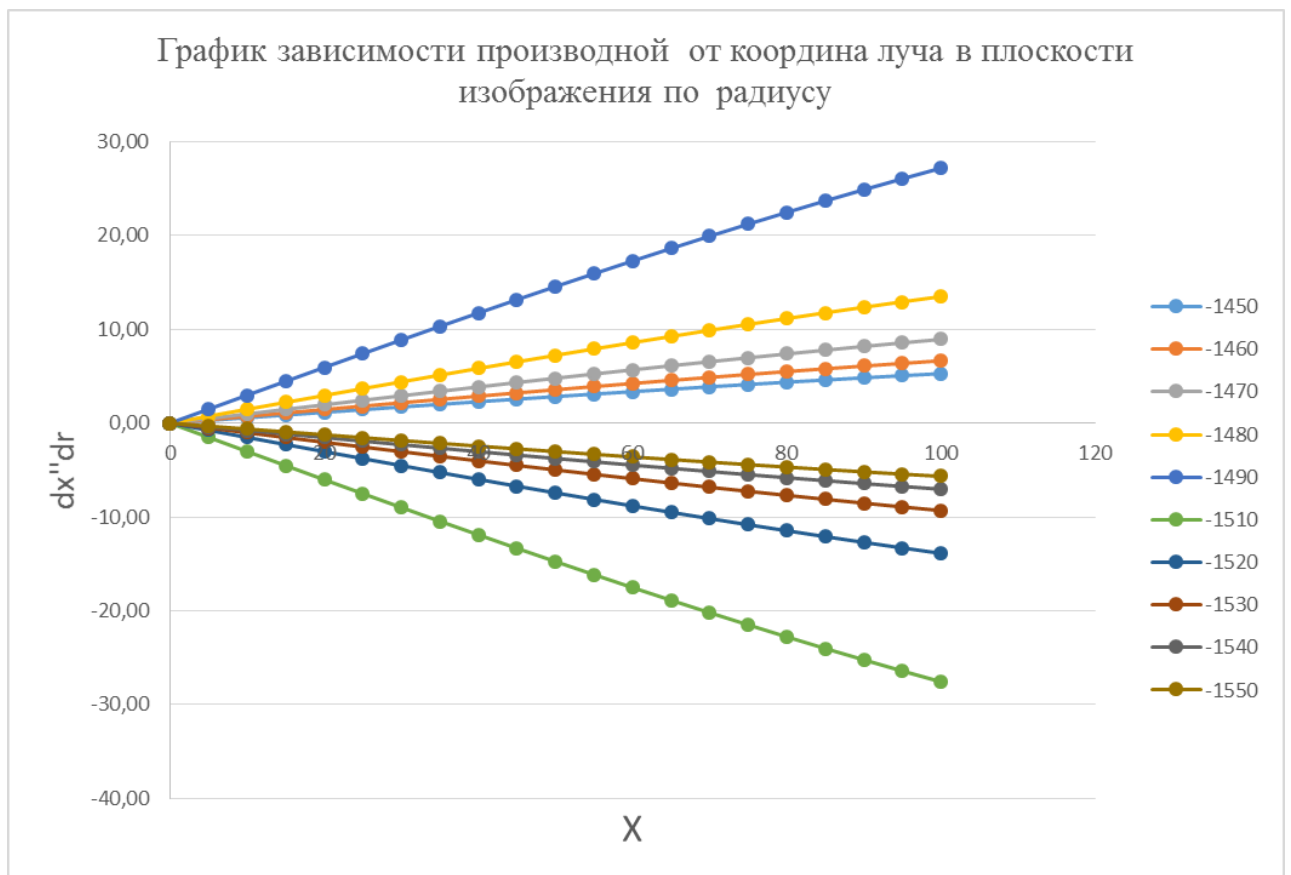


Рисунок 3.5 – График зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения по радиусу при расположении точки предмета на расстоянии s от -1450 мм до -1550 мм

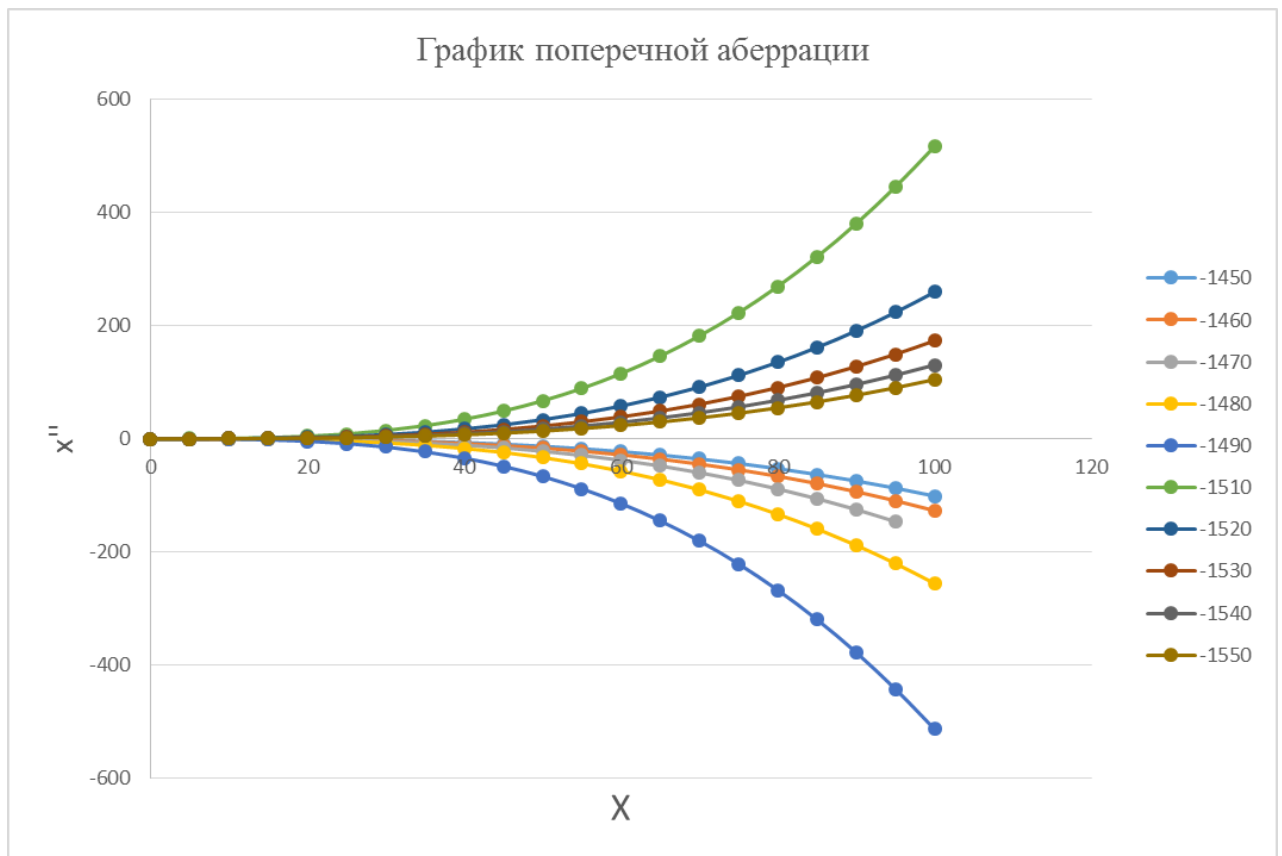


Рисунок 3.6 – График поперечной аберрации при расположении точки предмета на расстоянии s от -1450 мм до -1550 мм

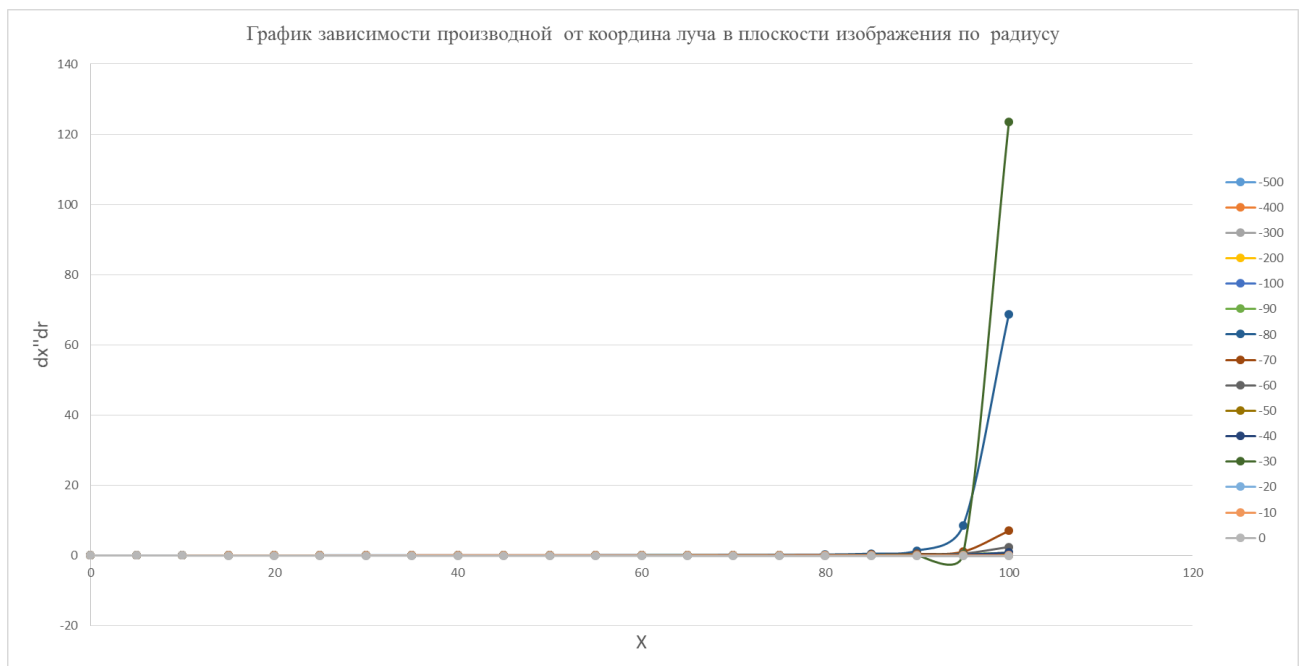


Рисунок 3.7 – График зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения по радиусу при расположении точки предмета на расстоянии s от 0 до -500 мм

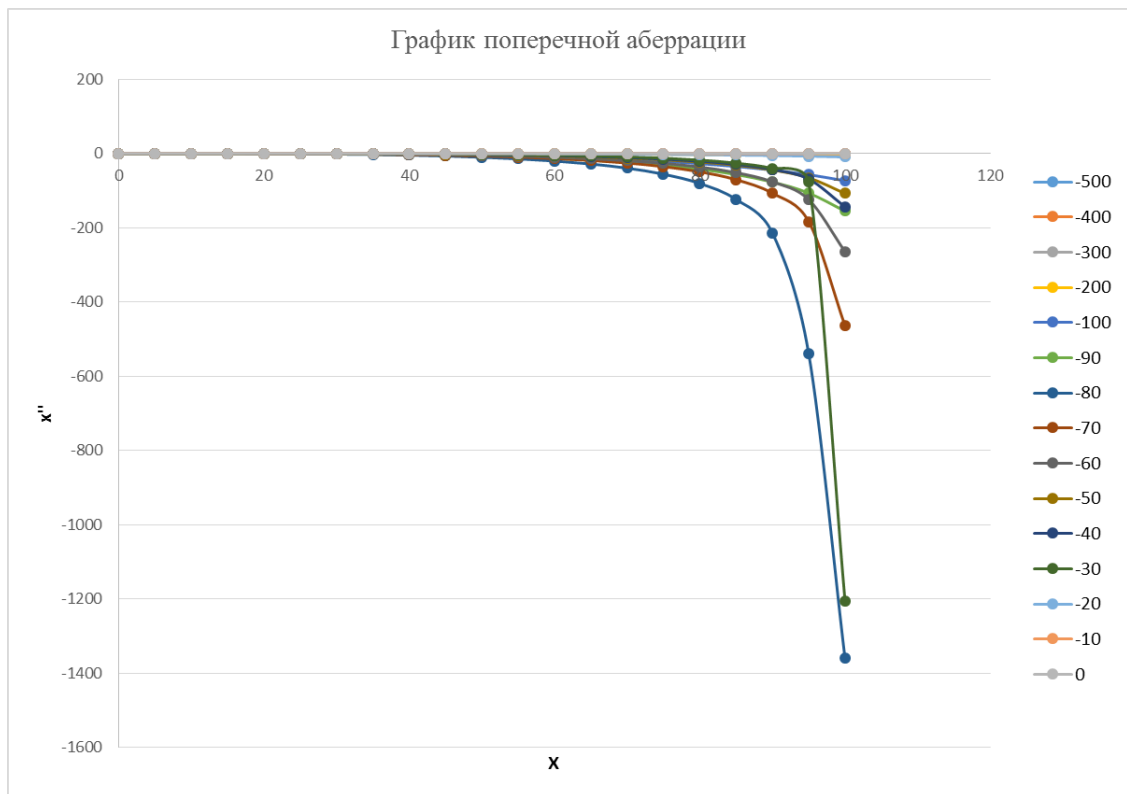


Рисунок 3.8 – График поперечной аберрации при расположении точки предмета на расстоянии s от 0 до -500 мм

Анализируя графики, можно сделать следующие выводы:

1. Производная по радиусу для осевого луча равна нулю. Очевидный результат, поскольку направление осевого луча не меняется при изменении s и поперечная аберрация равна нулю для любого значения r .
2. Для заданного значения s график зависимости производной по r от x практически представляет собой линейную зависимость. При изменении s от 0 до $s = s_F$ график поворачивается против часовой стрелки и при $s = s_F$ график производной устремляется в плюс бесконечность, поскольку поперечная сферическая аберрация согласно расчетам в этом случае также устремляется в бесконечность. При переходе через точку $s = s_F$ графики производных перемещаются в четвертую четверть и при дальнейшем удалении точки предмета продолжают поворачиваться против часовой стрелки до положения, соответствующего $s = -\infty$.
3. Поперечная аберрация при $s = 0$ равна нулю, что тоже очевидно: точка поверхности изображается сама в себя. При удалении точки предмета

от 0 до $s = s_F$ поперечная aberrация для крайних лучей увеличивается и при $s = s_F$ устремляется в бесконечность. При переходе через точку $s = s_F$ знак поперечной aberrации меняется на противоположный и при дальнейшем удалении точки предмета от поверхности поперечная aberrация устремляется к нулю, становясь равной нулю при $s = -\infty$.

4. Величина производной зависит от s . Значит, допуск на радиус будет разный для различных расстояний. Поэтому, если система работает в некотором диапазоне расстояний, следует выбирать самый жесткий допуск.

3.6 Исследование зависимостей производной от координаты точки пересечения луча с плоскостью изображения по эксцентриситету

Для определения правильности создания математической модели, следует исследовать зависимости производной от координаты точки пересечения луча с плоскостью изображения по эксцентриситету на определенных интервалах. Исследование ведется как на протяженности от нуля до бесконечности, так и на исследовании критических точек.

В качестве примера рассмотрим преломляющую поверхность с параметрами:

$$r = -500$$

$$e = 1,5$$

$$n = 1$$

$$n' = 1,5$$

$$\text{Световой диаметр поверхности} = 200$$

На основе разработанного алгоритма была составлена программа в среде Mathcad-15, с помощью которой и проводилось исследование. Задавалась точка на оси, расположенная на расстоянии s от вершины поверхности. Значение s менялось от нуля до бесконечности с заданным шагом. Для каждого значения s рассчитывался ход меридионального пучка

лучей и соответствующие значения производных. Результаты расчетов представлены ниже на графиках.

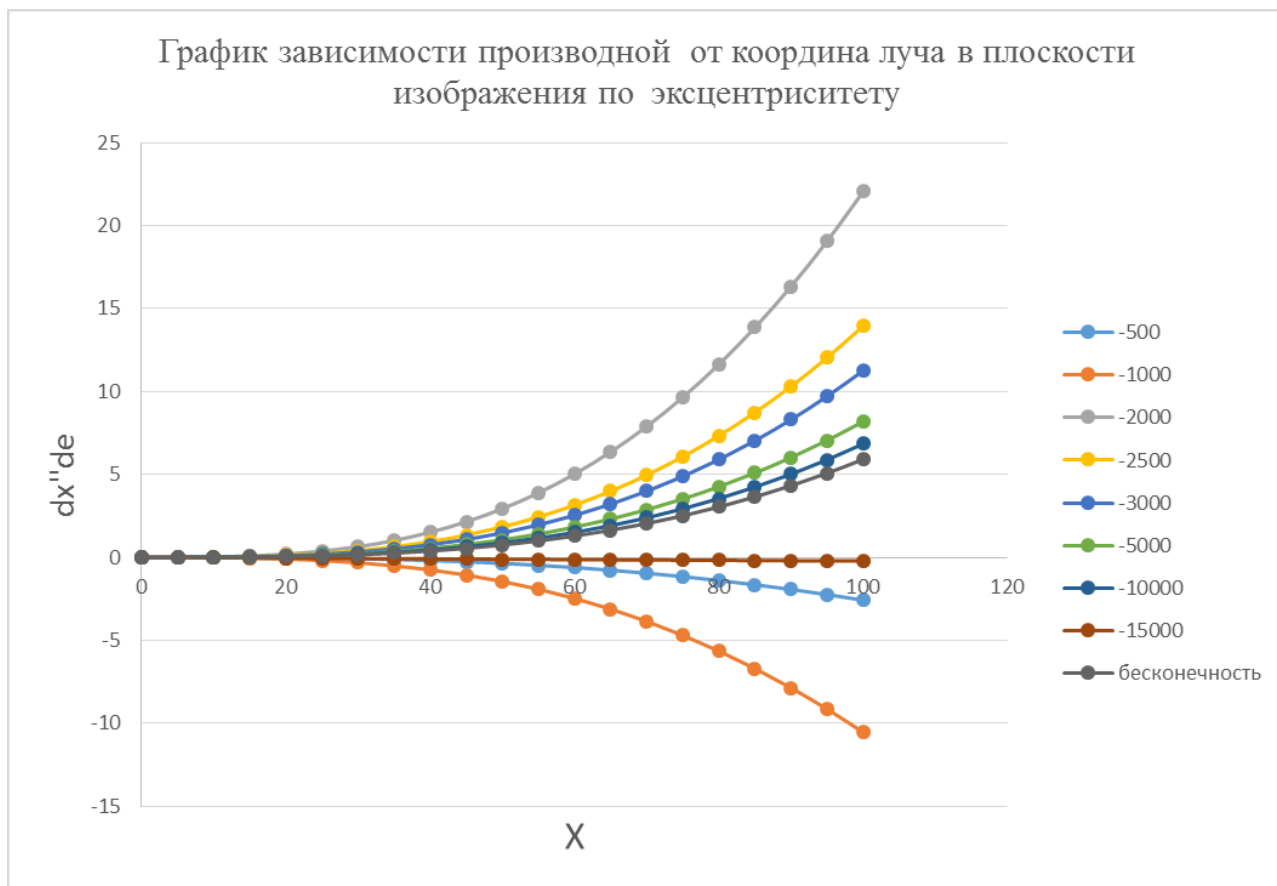


Рисунок 3.9 – Графики зависимостей производной от координаты луча в плоскости изображения по эксцентриситету при расположении точки предмета на расстоянии от -500 мм до бесконечности

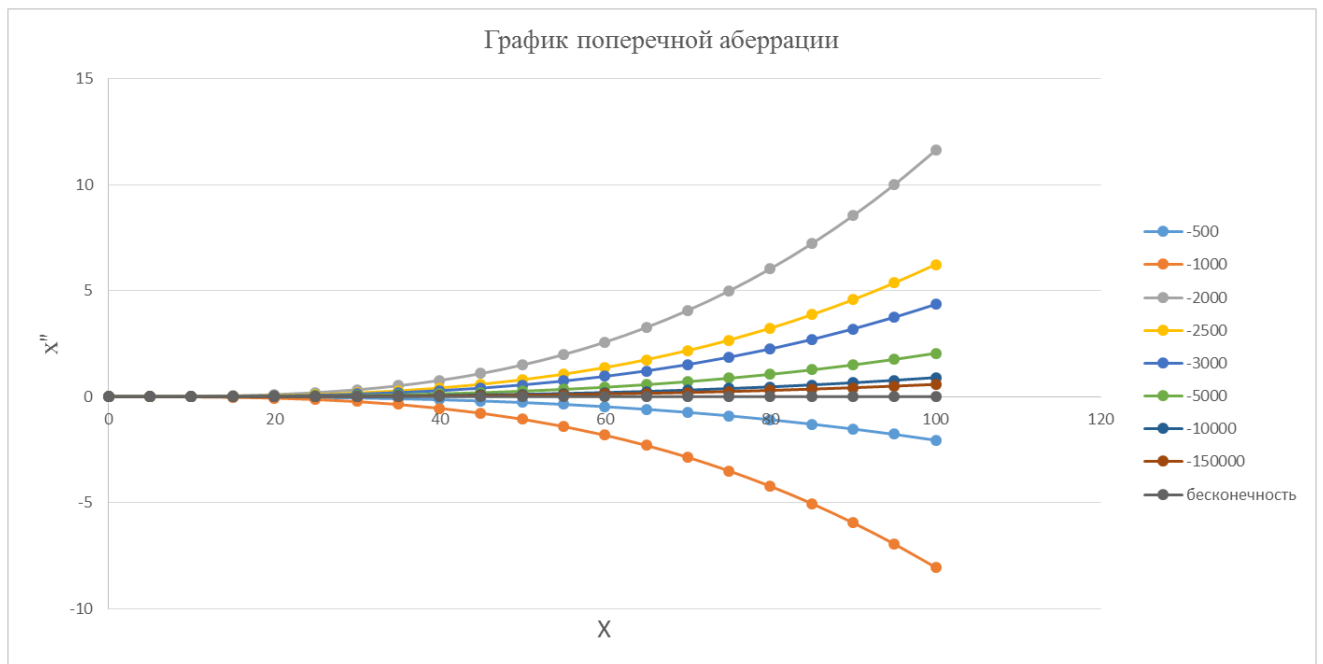


Рисунок 3.10 – Графики поперечных аберраций при расположении точки предмета на расстоянии от -500 мм до бесконечности

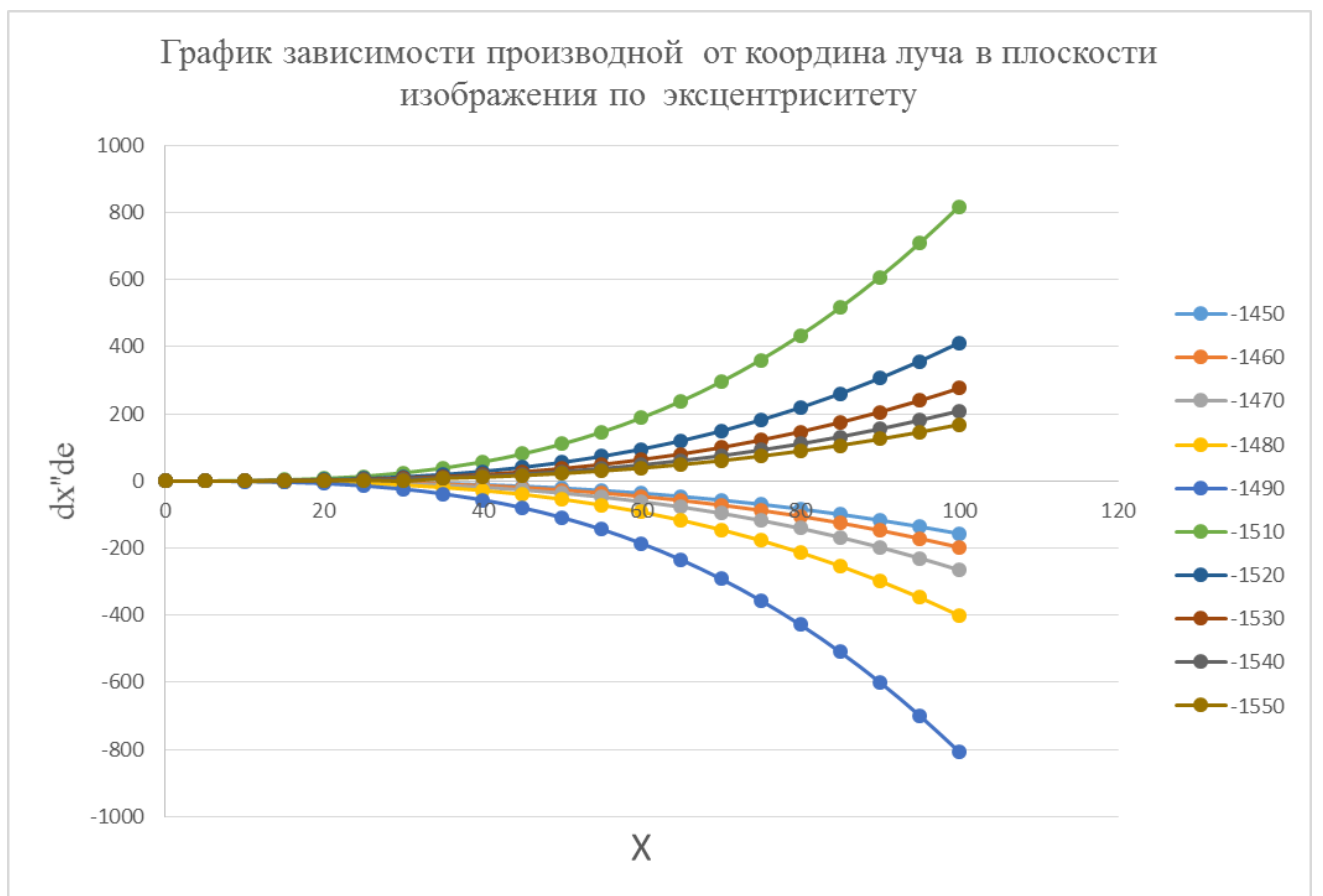


Рисунок 3.11 – График зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения по эксцентриситету при расположении точки предмета

на расстоянии s от -1450 мм до -1550 мм

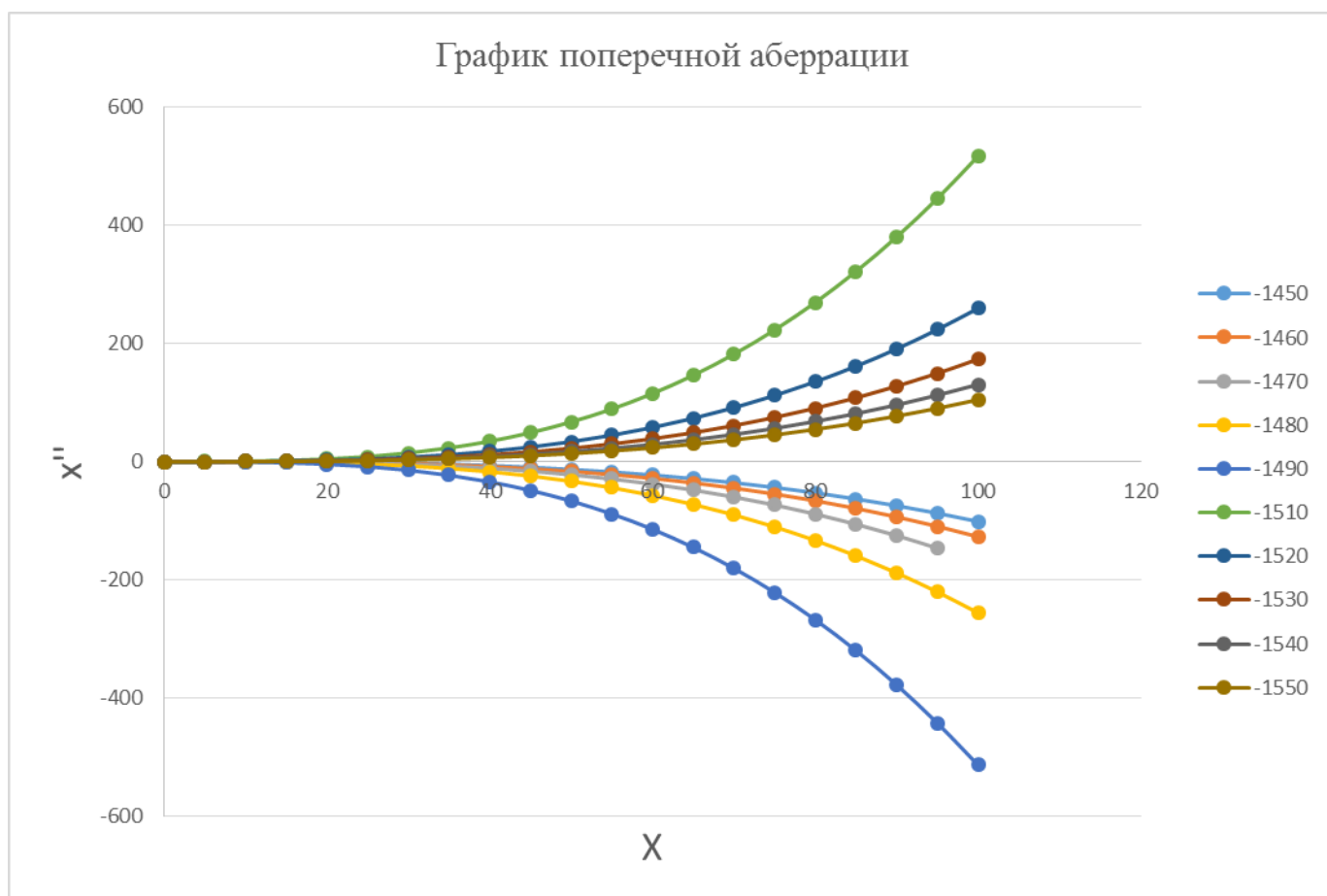


Рисунок 3.12 – График поперечной аберрации при расположении точки предмета на расстоянии s от -1450 мм до -1550 мм

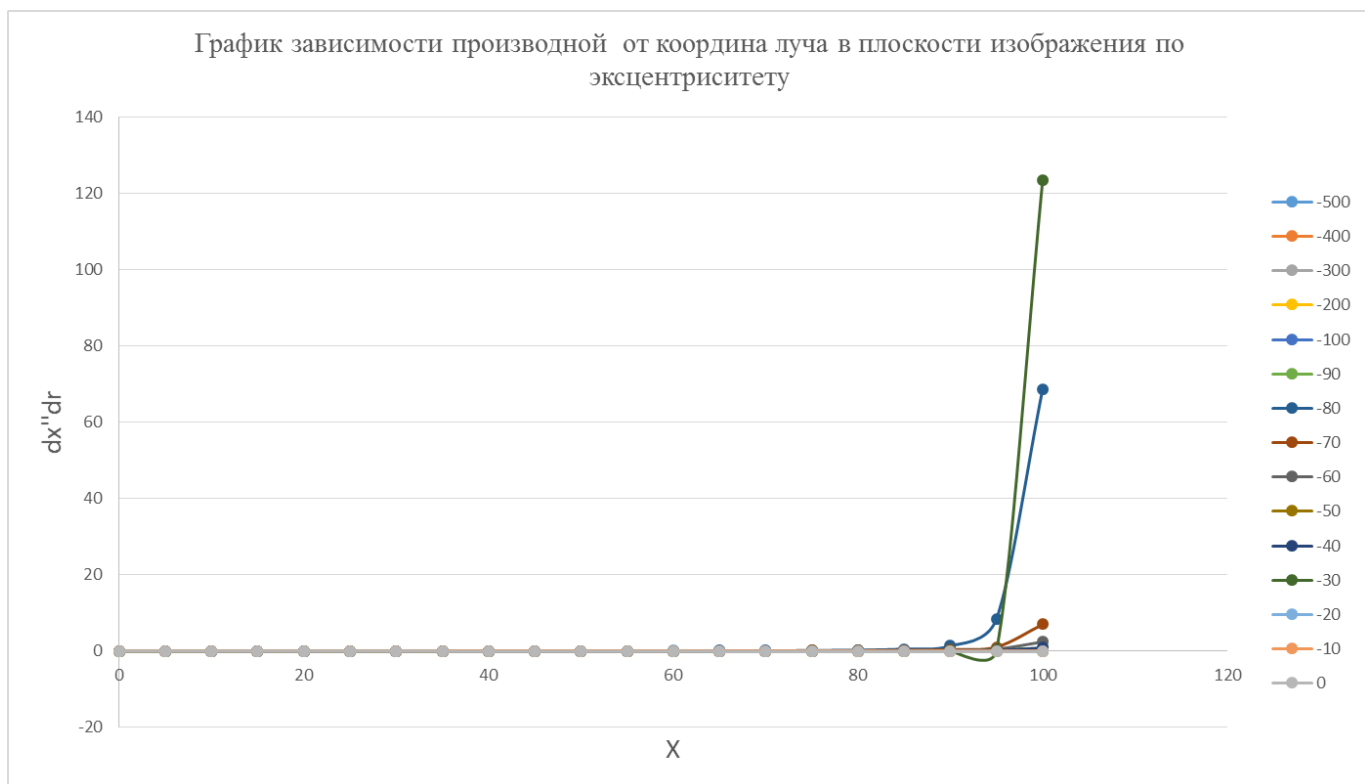


Рисунок 3.13 – График зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения по эксцентриситету при расположении точки предмета на расстоянии s от 0 до -500 мм

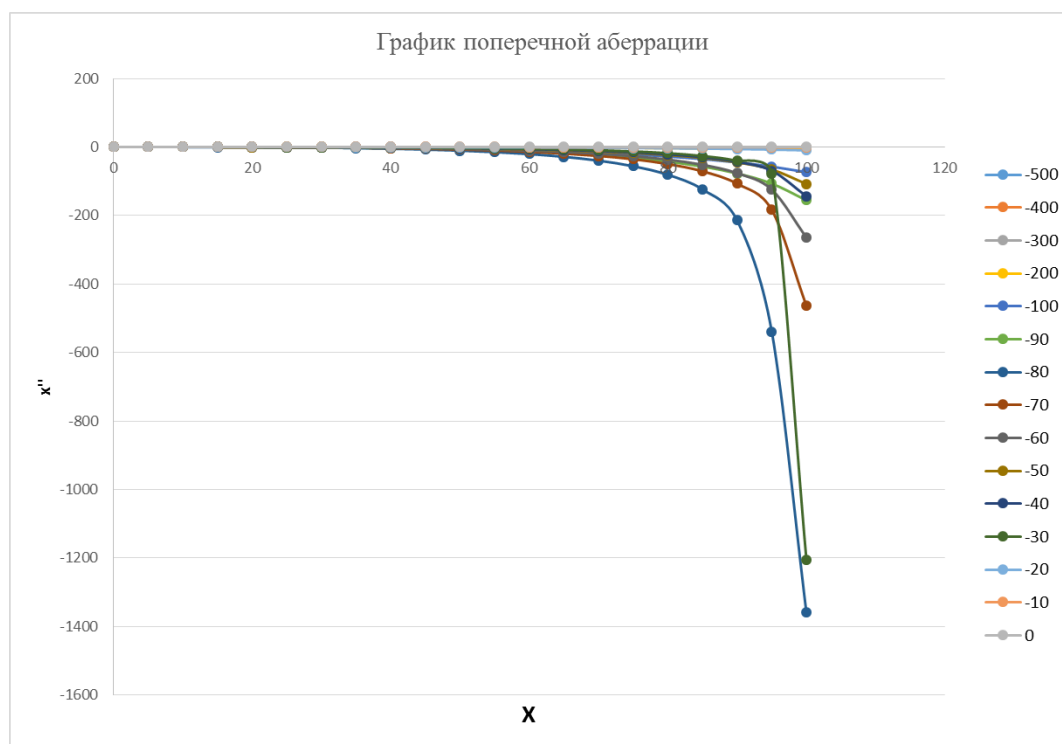


Рисунок 3.14 – График поперечной аберрации при расположении точки предмета на расстоянии s от 0 до -500 мм

Анализируя графики, можно сделать следующие выводы:

1. Производная по эксцентриситету для осевого луча равна нулю. Очевидный результат, поскольку направление осевого луча не меняется при изменении s и поперечная абберрация равна нулю для любого значения r .

2. Для заданного значения s график зависимости производной по e от x практически представляет собой линейную зависимость. При изменении s от 0 до $s = s_F$ график поворачивается против часовой стрелки и при $s = s_F$ график производной устремляется в плюс бесконечность, поскольку поперечная сферическая абберрация согласно расчетам в этом случае также устремляется в бесконечность. При переходе через точку $s = s_F$ графики производных перемещаются в четвертую четверть и при дальнейшем удалении точки предмета продолжают поворачиваться против часовой стрелки до положения, соответствующего $s = -\infty$.

3. Поперечная абберрация при $s = 0$ равна нулю, что тоже очевидно: точка поверхности изображается сама в себя. При удалении точки предмета от 0 до $s = s_F$ поперечная абберрация для крайних лучей увеличивается и при $s = s_F$ устремляется в бесконечность. При переходе через точку $s = s_F$ знак поперечной абберрации меняется на противоположный и при дальнейшем удалении точки предмета от поверхности поперечная абберрация устремляется к нулю, становясь равной нулю при $s = -\infty$.

4. Величина производной зависит от s . Значит, допуск на эксцентриситет будет разный для различных расстояний. Поэтому, если система работает в некотором диапазоне расстояний, следует выбирать самый жесткий допуск.

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы на тему «Создание математической модели и исследование свойств оптических систем» были рассмотрены все вопросы технического задания. В силу сложности поставленной задачи на данном этапе для создания математической модели была использована одна преломляющая поверхность второго порядка с осевой симметрией.

В ходе работы были разработаны точные алгоритмы расчета производных от параметров лучей по эксцентриситету и по радиусу, основанные на точных формулах по расчету хода лучей через поверхность и справедливые как для преломляющих, так и отражающих поверхностей. Создано математическое обеспечение в среде Mathcad 15, позволяющее произвести расчет:

- производных от поперечной сферической аберрации по конструктивным параметрам (радиусу и эксцентриситету) одной поверхности;
- поперечной сферической аберрации;
- допуск на конструктивные параметры одной поверхности (преломляющей или отражающей),

а также определить по величине производной степень влияния конструктивных параметров поверхности на качество изображений. В дальнейшем планируется обобщение данной модели на систему из k поверхностей для расчета допусков и для синтеза оптических систем.

В ходе выполнения данной выпускной квалификационной работы были выполнены несколько поставленных промежуточных задач. Во-первых, были приобретены навыки по расчету производных от параметров луча по конструктивным параметрам одной поверхности. Во-вторых, было создано полностью работающее математическое обеспечение для исследования свойств одной оптической поверхности. Результаты расчета представлены в виде таблиц и графиков.

Эта работа презентабельна тем, что в настоящее время использование математических методов и средств вычислительной техники представляет из себя мощный фактор технического и научного прогресса. Обобщение данной модели будет играть огромную роль в повышении производительности труда и качества изготавливаемой продукции.

В разделе «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение» произведен анализ технического проекта. Проработаны такие темы как: SWOT-анализ работы представляющий из себя сильные и слабые стороны исследуемого объекта, планово-временные и материальные показатели процесса проектирования. Разработан план-график выполнения технического проекта, а также с помощью интегрального показателя определена ресурсоэффективность проекта.

В разделе «Социальная ответственность» представлены оценка условий труда, приведен анализ вредных и опасных факторов, рассмотрены меры защиты от опасных факторов, пожарная безопасность и охрана окружающей среды.

Приложение А

$r := -500$

$\underline{e} := 1.5$

$n := 1.5$

$n' := 1$

$\underline{s} := 0$

$Ra := 100$

$ki := 20$

$\underline{\varepsilon} := 1$

$\varepsilon' := 1$

$rez := \left| \begin{array}{l} y \leftarrow 0 \\ \eta \leftarrow 0 \\ step \leftarrow \frac{Ra}{ki} \\ b \leftarrow \frac{1}{r} \end{array} \right.$

$c \leftarrow e^2 - 1$	$f \leftarrow \begin{cases} -\frac{n \cdot r}{n' - n} & \text{if } \varepsilon' = 1 \\ \frac{r}{2} & \text{if } \varepsilon' = -1 \end{cases}$
$f' \leftarrow \begin{cases} \frac{n' \cdot r}{n' - n} & \text{if } \varepsilon' = 1 \\ \frac{r}{2} & \text{if } \varepsilon' = -1 \end{cases}$	$\Phi \leftarrow \begin{cases} \frac{n' - n}{r} & \text{if } \varepsilon' = 1 \\ \frac{-2n}{r} & \text{if } \varepsilon' = -1 \end{cases}$

$\text{Ress}' \leftarrow$	<table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s \neq 0$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> <table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s \neq f$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> <table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = 1$ </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = -1$ </td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow 10^{15}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s = f$ </td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow f'$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s = 0$ </td> </tr> </table>	$\text{if } s \neq 0$	<table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s \neq f$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> <table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = 1$ </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = -1$ </td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow 10^{15}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s = f$ </td> </tr> </table>	$\text{if } s \neq f$	<table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = 1$ </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = -1$ </td> </tr> </table>	$s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$	$\text{if } \varepsilon' = 1$	$s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$	$\text{if } \varepsilon' = -1$	$s' \leftarrow 10^{15}$	$\text{if } s = f$	$s' \leftarrow f'$	$\text{if } s = 0$
$\text{if } s \neq 0$	<table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s \neq f$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> <table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = 1$ </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = -1$ </td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow 10^{15}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } s = f$ </td> </tr> </table>	$\text{if } s \neq f$	<table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = 1$ </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = -1$ </td> </tr> </table>	$s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$	$\text{if } \varepsilon' = 1$	$s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$	$\text{if } \varepsilon' = -1$	$s' \leftarrow 10^{15}$	$\text{if } s = f$				
$\text{if } s \neq f$	<table border="0" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = 1$ </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px; vertical-align: top;"> $s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$ </td> <td style="padding-left: 10px; vertical-align: top;"> $\text{if } \varepsilon' = -1$ </td> </tr> </table>	$s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$	$\text{if } \varepsilon' = 1$	$s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$	$\text{if } \varepsilon' = -1$								
$s' \leftarrow \frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$	$\text{if } \varepsilon' = 1$												
$s' \leftarrow \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$	$\text{if } \varepsilon' = -1$												
$s' \leftarrow 10^{15}$	$\text{if } s = f$												
$s' \leftarrow f'$	$\text{if } s = 0$												
$s' \leftarrow \text{Ress}'$													
$r2 \leftarrow r^2$													
$\text{for } i \in 0..ki$													

$x \leftarrow \text{step} \cdot i$

$R\cos \leftarrow$ if $s \neq 0$

$$\left| \begin{array}{l} \text{gip} \leftarrow \sqrt{s^2 + x^2} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \cos\alpha \leftarrow \frac{x}{\text{gip}} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \cos\gamma \leftarrow -\frac{s}{\text{gip}} \end{array} \right.$$

if $s = 0$

$$\left| \begin{array}{l} \cos\alpha \leftarrow 0 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \cos\gamma \leftarrow 1 \end{array} \right.$$

$$\left(\begin{array}{c} \cos\alpha \\ \cos\gamma \end{array} \right)$$

$$\cos\alpha \leftarrow R\cos_0$$

$$\cos\gamma \leftarrow R\cos_1$$

$$\xi \leftarrow n \cdot \cos\alpha$$

$\eta \leftarrow 0$ $\zeta \leftarrow n \cdot \cos \gamma$ $\zeta^2 \leftarrow \zeta^2$ $PX \leftarrow \zeta \cdot x$ $PY \leftarrow \zeta \cdot y$ $PS \leftarrow PX \cdot \xi + PY \cdot \eta$ $P2 \leftarrow PX \cdot PX + PY \cdot PY$ $S2 \leftarrow \xi^2 + \eta^2$ $q^2 \leftarrow (b \cdot PS - \zeta^2)^2 - b^2 \cdot P2 \cdot (S2 - c \cdot \zeta^2)$ $q \leftarrow \sqrt{q^2}$ $z \leftarrow \frac{b \cdot P2}{q - (b \cdot PS - \zeta^2)}$ $t \leftarrow 1 + b \cdot z \cdot (1 + c)$ $R \leftarrow t^2 - b \cdot z \cdot (t - 1)$ $q'^2 \leftarrow (n'^2 - n^2) \cdot R \cdot \zeta^2 + q^2$ $q' \leftarrow \begin{cases} \sqrt{q'^2} & \text{if } \varepsilon' = 1 \\ -q & \text{if } \varepsilon' = -1 \end{cases}$ $\psi \leftarrow \frac{q' - q}{\zeta^2 \cdot R}$ $A \leftarrow 1 + \psi \cdot t$ $B \leftarrow \psi \cdot t \cdot z$ $C \leftarrow -b \cdot \psi$ $D \leftarrow 1 - b \cdot \psi \cdot z$ $PX' \leftarrow A \cdot PX + B \cdot \xi$ $PY' \leftarrow A \cdot PY + B \cdot \eta$ $\xi' \leftarrow C \cdot PX + D \cdot \xi$ $\eta' \leftarrow C \cdot PY + D \cdot \eta$ $\zeta' \leftarrow \zeta \cdot [1 + \psi \cdot (1 + c \cdot b \cdot z)]$ $PX'' \leftarrow PX' + s' \cdot \xi'$

$$PY'' \leftarrow PY' + s' \cdot \eta'$$

$$AX'' \leftarrow \frac{1}{\zeta'} \cdot PX''$$

$$AY'' \leftarrow \frac{1}{\zeta'} \cdot PY''$$

$$dq2dr \leftarrow -\frac{2}{r^2} \cdot [PS \cdot (b \cdot PS - \zeta^2) - b \cdot P2 \cdot (S2 - c \cdot \zeta^2)]$$

$$dqdr \leftarrow \frac{1}{2q} \cdot dq2dr$$

$$dzdr \leftarrow \frac{-\left(\frac{1}{r^2} \cdot P2\right) \cdot \left[q - (b \cdot PS - \zeta^2) - b \cdot P2 \cdot \left(dqdr + \frac{1}{r^2} \cdot PS\right)\right]}{[q - (b \cdot PS - \zeta^2)]^2}$$

$$dtdr \leftarrow -\frac{1+c}{r^2} \cdot z + (1+c) \cdot b \cdot dzdr$$

$$dRdr \leftarrow 2 \cdot t \cdot dtdr + \frac{1}{r^2} \cdot z \cdot (t-1) - b \cdot dzdr \cdot (t-1) - b \cdot z \cdot dtdr$$

$$dq'2dr \leftarrow (n'^2 - n^2) \cdot \zeta^2 \cdot dRdr + dq2dr$$

$$dq'dr \leftarrow \begin{cases} \frac{1}{2q'} \cdot dq'2dr & \text{if } \varepsilon' = 1 \\ -dqdr & \text{if } \varepsilon' = -1 \end{cases}$$

$$d\psi dr \leftarrow \frac{(dq'dr - dqdr) \cdot R - (q' - q) \cdot dRdr}{(\zeta \cdot R)^2}$$

$$dAdr \leftarrow d\psi dr \cdot t + \psi \cdot dtdr$$

$$dBdr \leftarrow d\psi dr \cdot t \cdot z + \psi \cdot dtdr \cdot z + \psi \cdot t \cdot dzdr$$

$$dCdr \leftarrow \frac{1}{r^2} \cdot \psi - b \cdot d\psi dr$$

$$dDdr \leftarrow \frac{1}{r^2} \cdot \psi \cdot z - b \cdot d\psi dr \cdot z - b \cdot \psi \cdot dzdr$$

$$dPX'dr \leftarrow dAdr \cdot PX + dBdr \cdot \xi$$

$$dPY'dr \leftarrow dAdr \cdot PY + dBdr \cdot \eta$$

$$d\xi'dr \leftarrow dCdr \cdot PX + dDdr \cdot \xi$$

$$\begin{aligned}
d\eta'dr &\leftarrow dCdr \cdot PY + dDdr \cdot \eta \\
d\zeta'dr &\leftarrow \zeta \cdot d\psi dr \cdot (1 + c \cdot b \cdot z) + \zeta \cdot \psi \cdot \left(-\frac{c}{r^2} \cdot z + c \cdot b \cdot dzdr \right) \\
dPX''dr &\leftarrow dPX'dr + s' \cdot d\xi'dr \\
dPY''dr &\leftarrow dPY'dr + s' \cdot d\eta'dr \\
\zeta'^2 &\leftarrow \zeta'^2 \\
dx''dr_i &\leftarrow \frac{dPX''dr}{\zeta'} - \frac{PX'' \cdot d\zeta'dr}{\zeta'^2} \\
dy''dr_i &\leftarrow \frac{dPY''dr}{\zeta'} - \frac{PY'' \cdot d\zeta'dr}{\zeta'^2} \\
X_i &\leftarrow x \\
x''_i &\leftarrow AX'' \\
\begin{pmatrix} X \\ dx''dr \\ x'' \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$X := rez_0 \quad dx''dr := rez_1 \quad x'' := rez_2$$

 $X =$

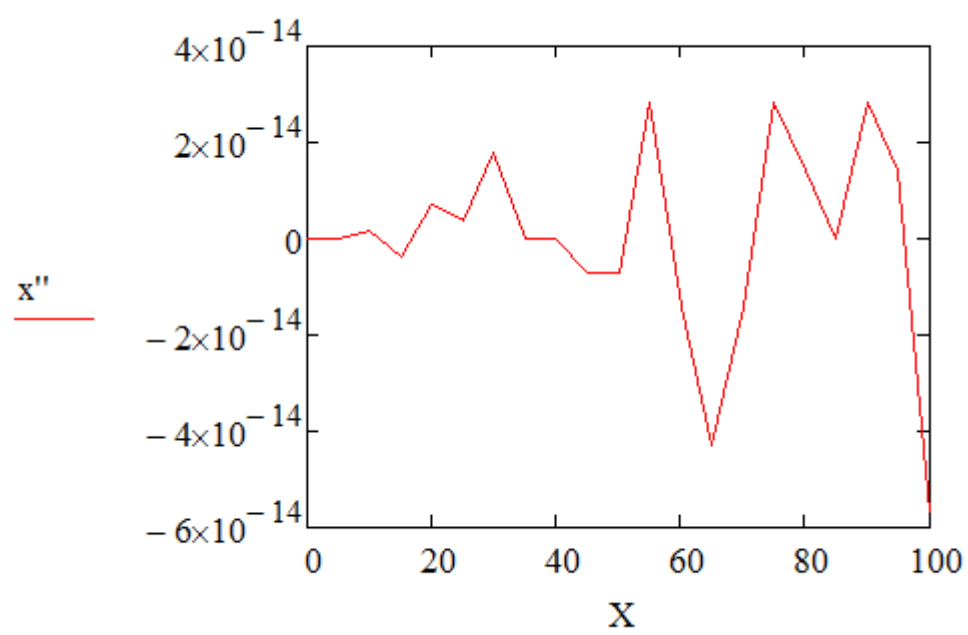
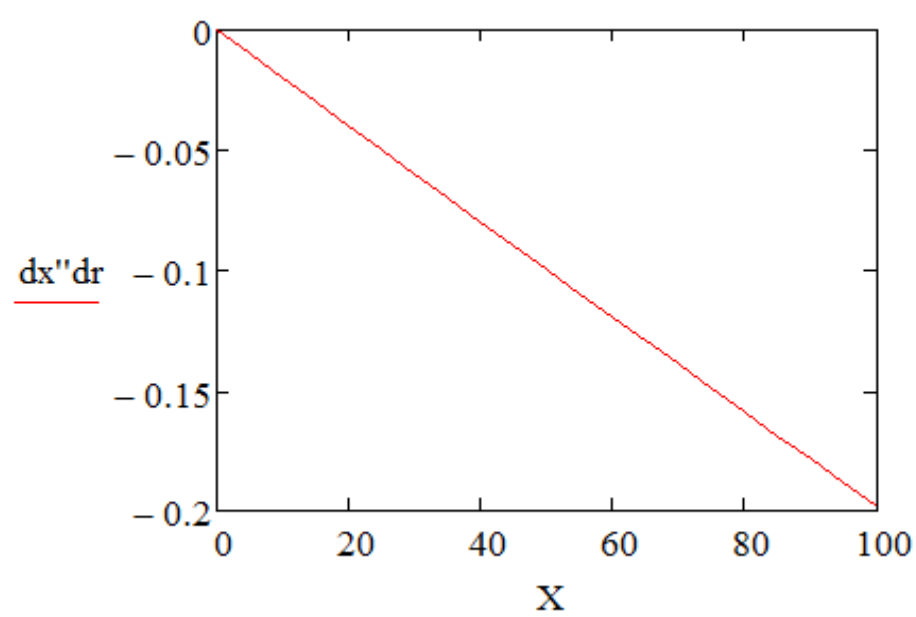
	0
0	0
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30
7	35
8	40
9	45
10	50
11	55
12	60
13	65
14	70
15	...

 $dx''dr =$

	0
0	0
1	-9.99975·10 ⁻³
2	-0.02
3	-0.02999
4	-0.03998
5	-0.04997
6	-0.05995
7	-0.06992
8	-0.07988
9	-0.08982
10	-0.09976
11	-0.10968
12	-0.11959
13	-0.12949
14	-0.13937
15	...

 $x'' =$

	0
0	0
1	0
2	1.77645·10 ⁻¹⁵
3	-3.55311·10 ⁻¹⁵
4	7.10685·10 ⁻¹⁵
5	3.55382·10 ⁻¹⁵
6	1.77715·10 ⁻¹⁴
7	0
8	0
9	-7.11259·10 ⁻¹⁵
10	-7.11426·10 ⁻¹⁵
11	2.84644·10 ⁻¹⁴
12	-1.42362·10 ⁻¹⁴
13	-4.27218·10 ⁻¹⁴
14	-1.42453·10 ⁻¹⁴
15	...



Приложение Б

$r := -500$

$\underline{e} := 1.5$

$n := 1.5$

$n' := 1$

$\underline{s} := 0$

$Ra := 100$

$ki := 20$

$\underline{\varepsilon} := 1$

$\varepsilon' := 1$

$rez :=$ $\left| \begin{array}{l} y \leftarrow 0 \\ \eta \leftarrow 0 \\ step \leftarrow \frac{Ra}{ki} \\ b \leftarrow \frac{1}{r} \\ \\ c \leftarrow e^2 - 1 \\ f \leftarrow \left| \begin{array}{l} -\frac{n \cdot r}{n' - n} \quad \text{if } \varepsilon' = 1 \\ \frac{r}{2} \quad \text{if } \varepsilon' = -1 \end{array} \right. \\ f' \leftarrow \left| \begin{array}{l} \frac{n' \cdot r}{n' - n} \quad \text{if } \varepsilon' = 1 \\ \frac{r}{2} \quad \text{if } \varepsilon' = -1 \end{array} \right. \\ \Phi \leftarrow \left| \begin{array}{l} \frac{n' - n}{r} \quad \text{if } \varepsilon' = 1 \\ \frac{-2n}{r} \quad \text{if } \varepsilon' = -1 \end{array} \right. \end{array} \right.$

```

Ress' ← if s ≠ 0
        if s ≠ f
            s' ←  $\frac{n'}{\frac{n}{s} + \Phi}$  if  $\varepsilon' = 1$ 
            s' ←  $\frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s}}$  if  $\varepsilon' = -1$ 
            s' ←  $10^{15}$  if s = f
        s' ← f if s = 0
s' ← Ress'
r2 ← r2
for i ∈ 0..ki

```

```

x ← step·i
Rcos ← if s ≠ 0
        gip ←  $\sqrt{s^2 + x^2}$ 
        cosα ←  $\frac{x}{gip}$ 
        cosγ ←  $-\frac{s}{gip}$ 
        if s = 0
            cosα ← 0
            cosγ ← 1
         $\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \cos\gamma \end{pmatrix}$ 
cosα ← Rcos0
cosγ ← Rcos1
ξ ← n·cosα

```

$$\eta \leftarrow 0$$

$$\zeta \leftarrow n \cdot \cos \gamma$$

$$\zeta^2 \leftarrow \zeta^2$$

$$PX \leftarrow \zeta \cdot x$$

$$PY \leftarrow \zeta \cdot y$$

$$PS \leftarrow PX \cdot \xi + PY \cdot \eta$$

$$P2 \leftarrow PX \cdot PX + PY \cdot PY$$

$$S2 \leftarrow \xi^2 + \eta^2$$

$$q^2 \leftarrow (b \cdot PS - \zeta^2)^2 - b^2 \cdot P2 \cdot (S2 - c \cdot \zeta^2)$$

$$q \leftarrow \sqrt{q^2}$$

$$z \leftarrow \frac{b \cdot P2}{q - (b \cdot PS - \zeta^2)}$$

$$t \leftarrow 1 + b \cdot z \cdot (1 + c)$$

$$R \leftarrow t^2 - b \cdot z \cdot (t - 1)$$

$$q'^2 \leftarrow (n'^2 - n^2) \cdot R \cdot \zeta^2 + q^2$$

$$q' \leftarrow \begin{cases} \sqrt{q'^2} & \text{if } \varepsilon' = 1 \\ -q & \text{if } \varepsilon' = -1 \end{cases}$$

$$\psi \leftarrow \frac{q' - q}{\zeta^2 \cdot R}$$

$$A \leftarrow 1 + \psi \cdot t$$

$$B \leftarrow \psi \cdot t \cdot z$$

$$C \leftarrow -b \cdot \psi$$

$$D \leftarrow 1 - b \cdot \psi \cdot z$$

$$PX' \leftarrow A \cdot PX + B \cdot \xi$$

$$PY' \leftarrow A \cdot PY + B \cdot \eta$$

$$\xi' \leftarrow C \cdot PX + D \cdot \xi$$

$$\eta' \leftarrow C \cdot PY + D \cdot \eta$$

$$\zeta' \leftarrow \zeta \cdot [1 + \psi \cdot (1 + c \cdot b \cdot z)]$$

$$PX'' \leftarrow PX' + s' \cdot \xi'$$

$$PY'' \leftarrow PY' + s' \cdot \eta'$$

$$AX'' \leftarrow \frac{1}{\zeta'} \cdot PX''$$

$$AY'' \leftarrow \frac{1}{\zeta'} \cdot PY''$$

$$dq_{2de} \leftarrow b^2 \cdot \zeta^2 \cdot P2 \cdot 2 \cdot e$$

$$dq_{de} \leftarrow \frac{1}{2q} \cdot dq_{2de}$$

$$dz_{de} \leftarrow -\frac{b \cdot P2}{\left[q - (b \cdot PS - \zeta^2)\right]^2} \cdot dq_{de}$$

$$dt_{de} \leftarrow b \cdot dz_{de} + b \cdot dz_{de} \cdot c + b \cdot z \cdot 2e$$

$$dR_{de} \leftarrow 2 \cdot t \cdot dt_{de} - b \cdot dz_{de} \cdot (t - 1) - b \cdot z \cdot dt_{de}$$

$$dq'_{2de} \leftarrow (n'^2 - n^2) \cdot \zeta^2 \cdot dR_{de} + dq_{2de}$$

..

$$dq'_{de} \leftarrow \begin{cases} \frac{1}{2q'} \cdot dq'_{2de} & \text{if } \varepsilon' = 1 \\ -dq_{de} & \text{if } \varepsilon' = -1 \end{cases}$$

$$d\psi_{de} \leftarrow \frac{1}{\zeta^2} \frac{(dq'_{de} - dq_{de}) \cdot R - (q' - q) \cdot dR_{de}}{R^2}$$

$$dA_{de} \leftarrow d\psi_{de} \cdot t + \psi \cdot dt_{de}$$

$$dB_{de} \leftarrow d\psi_{de} \cdot t \cdot z + \psi \cdot dt_{de} \cdot z + \psi \cdot t \cdot dz_{de}$$

$$dC_{de} \leftarrow -b \cdot d\psi_{de}$$

$$dD_{de} \leftarrow -b \cdot d\psi_{de} \cdot z - b \cdot \psi \cdot dz_{de}$$

$$dPX'_{de} \leftarrow dA_{de} \cdot PX + dB_{de} \cdot \xi$$

$$dPY'_{de} \leftarrow dA_{de} \cdot PY + dB_{de} \cdot \eta$$

$$d\xi'_{de} \leftarrow dC_{de} \cdot PX + dD_{de} \cdot \xi$$

$$d\eta'_{de} \leftarrow dC_{de} \cdot PY + dD_{de} \cdot \eta$$

$$d\zeta'_{de} \leftarrow \zeta \cdot [d\psi_{de} \cdot (1 + c \cdot b \cdot z) + \psi \cdot b \cdot z \cdot 2 \cdot e]$$

$$dPX''_{de} \leftarrow dPX'_{de} + s' \cdot d\xi'_{de}$$

$$\begin{array}{l}
 dPY''de \leftarrow dPY'de + s' \cdot d\eta'de \\
 \zeta'^2 \leftarrow \zeta'^2 \\
 dx''de_i \leftarrow \frac{dPX''de}{\zeta'} - \frac{PX'' \cdot d\zeta'de}{\zeta'^2} \\
 dy''de_i \leftarrow \frac{dPY''de}{\zeta'} - \frac{PY'' \cdot d\zeta'de}{\zeta'^2} \\
 \hline
 X_i \leftarrow x \\
 x''_i \leftarrow AX'' \\
 \left(\begin{array}{c} X \\ dx''de \\ x'' \end{array} \right)
 \end{array}$$

$$X := rez_0 \quad dx''de := rez_1 \quad x'' := rez_2$$

 $X =$

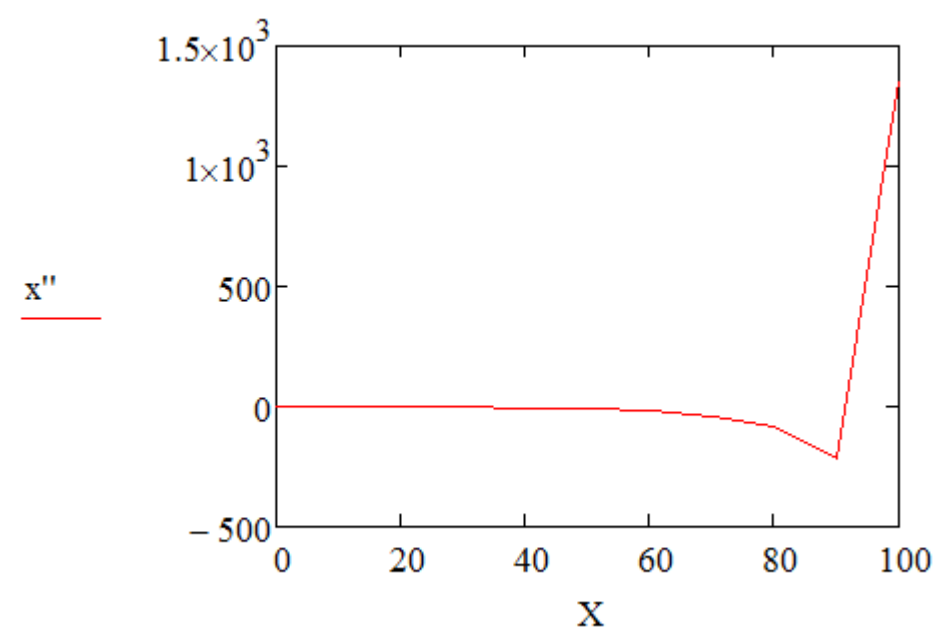
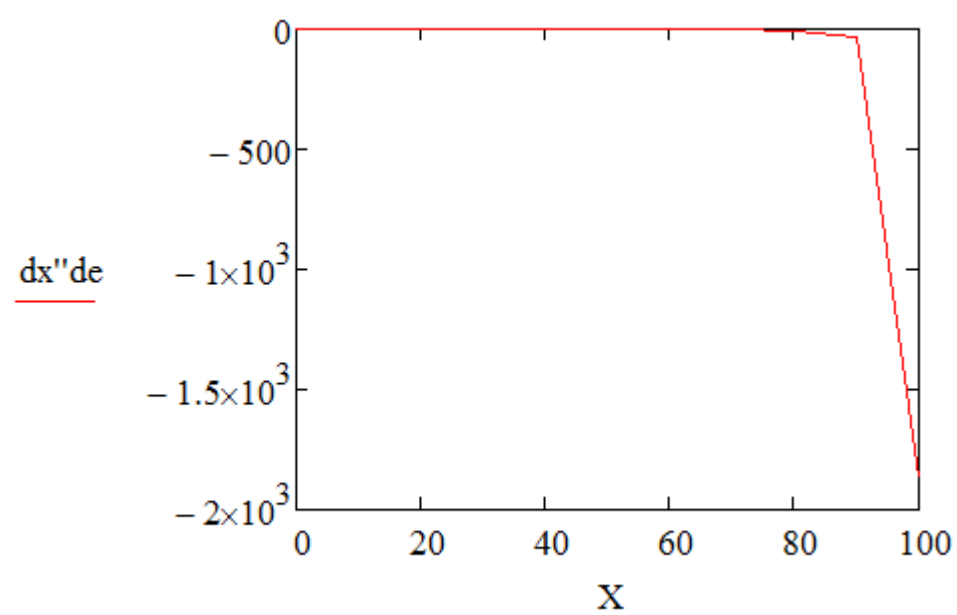
	0
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50
6	60
7	70
8	80
9	90
10	100

 $dx''de =$

	0
0	0
1	-3.55105·10 ⁻⁴
2	-3.28435·10 ⁻³
3	-0.01401
4	-0.04564
5	-0.13326
6	-0.38014
7	-1.14933
8	-4.23584
9	-29.54363
10	-1.86373·10 ³

 $x'' =$

	0
0	0
1	-0.06658
2	-0.54569
3	-1.92175
4	-4.85878
5	-10.41384
6	-20.55252
7	-39.68588
8	-80.93682
9	-214.16531
10	1.35965·10 ³



Приложение В

Таблица 1В – Результаты расчетов по исследованию зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения и поперечной аберрации по радиусу на расстоянии от -500 мм до бесконечности

	s= -500		s= -1000		s= -1500		s= -2000		s= -2500	
X	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,004998	-0,00028	0,02	-0,00108	$-1 \cdot 10^{10}$	451332000	-0,04	0,0015	-0,03	0,0008062
10	0,009987	-0,00225	0,04	-0,00862	$-2 \cdot 10^{10}$	3609280000	-0,0799	0,0121	-0,05	0,0064479
15	0,01495	-0,00758	0,0598	-0,02906	$-2,99 \cdot 10^{10}$	12173600000	-0,1198	0,0408	-0,07	0,02175
20	0,01989	-0,01793	0,0796	-0,06881	$-3,98 \cdot 10^{10}$	28830300000	-0,1595	0,0966	-0,1	0,05153
25	0,02479	-0,03494	0,0993	-0,13417	$-4,97 \cdot 10^{10}$	56244900000	-0,199	0,1885	-0,12	0,10057
30	0,02964	-0,06022	0,1187	-0,23141	$-5,95 \cdot 10^{10}$	97055900000	-0,2383	0,3254	-0,15	0,17363
35	0,03443	-0,09533	0,138	-0,36663	$-6,92 \cdot 10^{10}$	$1,53868 \cdot 10^{11}$	-0,2774	0,516	-0,17	0,27542
40	0,03916	-0,1418	0,157	-0,54584	$-7,88 \cdot 10^{10}$	$2,29246 \cdot 10^{11}$	-0,3161	0,7691	-0,2	0,41061
45	0,04381	-0,20108	0,1757	-0,77489	$-8,83 \cdot 10^{10}$	$3,25709 \cdot 10^{11}$	-0,3544	1,0932	-0,22	0,58382
50	0,04837	-0,27461	0,1941	-1,05945	$-9,77 \cdot 10^{10}$	$4,45723 \cdot 10^{11}$	-0,3924	1,4967	-0,25	0,79959
55	0,05285	-0,36371	0,2122	-1,40502	$-1,07 \cdot 10^{11}$	$5,91698 \cdot 10^{11}$	-0,4299	1,988	-0,27	1,06241
60	0,05724	-0,46969	0,2299	-1,81688	$-1,16 \cdot 10^{11}$	$7,65979 \cdot 10^{11}$	-0,4669	2,5751	-0,29	1,37669
65	0,06152	-0,59375	0,2472	-2,30012	$-1,25 \cdot 10^{11}$	$9,70844 \cdot 10^{11}$	-0,5034	3,266	-0,32	1,74674
70	0,06569	-0,73704	0,2642	-2,85959	$-1,34 \cdot 10^{11}$	$1,2085 \cdot 10^{12}$	-0,5394	4,0683	-0,34	2,17681
75	0,06976	-0,90063	0,2807	-3,49988	$-1,42 \cdot 10^{11}$	$1,48107 \cdot 10^{12}$	-0,5748	4,9896	-0,36	2,67104
80	0,0737	-1,08552	0,2967	-4,22536	$-1,51 \cdot 10^{11}$	$1,79061 \cdot 10^{12}$	-0,6096	6,0372	-0,38	3,23345
85	0,07753	-1,29262	0,3123	-5,04012	$-1,59 \cdot 10^{11}$	$2,13907 \cdot 10^{12}$	-0,6437	7,2182	-0,41	3,868
90	0,08124	-1,52279	0,3274	-5,94801	$-1,67 \cdot 10^{11}$	$2,52834 \cdot 10^{12}$	-0,6772	8,5393	-0,43	4,57849
95	0,08483	-1,7768	0,3419	-6,95257	$-1,75 \cdot 10^{11}$	$2,96019 \cdot 10^{12}$	-0,7099	10,007	-0,45	5,36864

100	0,08828	-2,05535	0,356	-8,05711	$-1,82 \cdot 10^{11}$	$3,43631 \cdot 10^{12}$	-0,742	11,628	-0,47	6,24203
-----	---------	----------	-------	----------	-----------------------	-------------------------	--------	--------	-------	---------

	s= -3000 2f		s= -5000		s= -10000		s= -15000 10f		s= -10 ¹⁰ Бесконечность	
X	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,02	0,000561	-0,014	0,000261	-0,01176	0,000114289	-0,0111	7E-05	-0,01	$1,031 \cdot 10^{-10}$
10	-0,03998	0,004485	-0,029	0,002089	-0,02352	0,000914227	-0,0222	0,0006	-0,02	$8,25 \cdot 10^{-10}$
15	-0,05992	0,01513	-0,043	0,007048	-0,03527	0,00308505	-0,0333	0,002	-0,03	$2,784 \cdot 10^{-9}$
20	-0,07982	0,03585	-0,057	0,0167	-0,04701	0,00731116	-0,0444	0,0047	-0,04	$6,599 \cdot 10^{-9}$
25	-0,09964	0,06997	-0,071	0,03261	-0,05873	0,01428	-0,0555	0,0092	-0,05	$1,289 \cdot 10^{-8}$
30	-0,11938	0,12081	-0,085	0,05631	-0,07043	0,02466	-0,0665	0,0158	-0,06	$2,227 \cdot 10^{-8}$
35	-0,13901	0,19167	-0,1	0,08937	-0,0821	0,03914	-0,0776	0,0252	-0,07	$3,535 \cdot 10^{-8}$
40	-0,15853	0,2858	-0,114	0,1333	-0,09374	0,0584	-0,0886	0,0375	-0,08	$5,276 \cdot 10^{-8}$
45	-0,17792	0,40643	-0,128	0,18964	-0,10534	0,08312	-0,0996	0,0534	-0,09	$7,511 \cdot 10^{-8}$
50	-0,19715	0,55676	-0,141	0,2599	-0,11691	0,11395	-0,1106	0,0732	-0,1	$1,03 \cdot 10^{-7}$
55	-0,21622	0,73995	-0,155	0,34558	-0,12844	0,15157	-0,1215	0,0974	-0,11	$1,371 \cdot 10^{-7}$
60	-0,23511	0,95908	-0,169	0,44817	-0,13992	0,19664	-0,1324	0,1264	-0,12	$1,779 \cdot 10^{-7}$
65	-0,25381	1,21722	-0,183	0,56912	-0,15135	0,24982	-0,1432	0,1606	-0,13	$2,261 \cdot 10^{-7}$
70	-0,2723	1,51738	-0,196	0,7099	-0,16272	0,31177	-0,1541	0,2005	-0,14	$2,823 \cdot 10^{-7}$
75	-0,29057	1,86248	-0,21	0,87194	-0,17405	0,38313	-0,1649	0,2465	-0,15	$3,471 \cdot 10^{-7}$
80	-0,30862	2,25542	-0,223	1,05665	-0,18531	0,46455	-0,1756	0,2989	-0,16	$4,211 \cdot 10^{-7}$
85	-0,32642	2,69902	-0,236	1,26542	-0,19652	0,55666	-0,1863	0,3582	-0,17	$5,049 \cdot 10^{-7}$
90	-0,34397	3,19601	-0,249	1,49963	-0,20766	0,6601	-0,1969	0,4249	-0,18	$5,992 \cdot 10^{-7}$
95	-0,36126	3,74909	-0,262	1,76061	-0,21874	0,77549	-0,2075	0,4992	-0,19	$7,044 \cdot 10^{-7}$
100	-0,37828	4,36085	-0,275	2,04971	-0,22976	0,90344	-0,2181	0,5818	-0,2	$8,212 \cdot 10^{-7}$

	s= -30000 20f		s= -60000 40f		s= -90000 60f		s= -120000 80f		s= -150000 100f	
X	dx''dr	x''	dx''dr	x''	dx''dr	x''	dx''dr	x''	dx''dr	x''
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,01053	$3,55 \cdot 10^{-5}$	-0,01	$1,75 \cdot 10^{-5}$	-0,01017	0,000011576	-0,0101	$9 \cdot 10^{-6}$	-0,01	$6,917 \cdot 10^{-6}$
10	-0,02105	0,000284	-0,021	0,00014	-0,02034	$9,26044 \cdot 10^{-5}$	-0,0203	$7 \cdot 10^{-5}$	-0,02	$5,533 \cdot 10^{-5}$
15	-0,03157	0,000958	-0,031	0,000471	-0,0305	0,000312518	-0,0304	0,0002	-0,03	0,0001867
20	-0,04208	0,00227	-0,041	0,001117	-0,04066	0,000740711	-0,0405	0,0006	-0,04	0,0004426
25	-0,05258	0,004433	-0,051	0,002181	-0,05081	0,00144652	-0,0506	0,0011	-0,05	0,0008644
30	-0,06307	0,007658	-0,061	0,003768	-0,06095	0,0024992	-0,0607	0,0019	-0,06	0,0014934
35	-0,07355	0,01216	-0,072	0,005983	-0,07109	0,00396792	-0,0708	0,003	-0,07	0,0023711
40	-0,08401	0,01814	-0,082	0,008928	-0,08121	0,00592173	-0,0809	0,0044	-0,08	0,0035386
45	-0,09445	0,02582	-0,092	0,01271	-0,09131	0,00842953	-0,0909	0,0063	-0,09	0,0050372
50	-0,10487	0,03541	-0,102	0,01743	-0,10141	0,01156	-0,101	0,0086	-0,1	0,0069081
55	-0,11527	0,04712	-0,112	0,02319	-0,11148	0,01538	-0,111	0,0115	-0,11	0,0091921
60	-0,12565	0,06114	-0,123	0,0301	-0,12154	0,01996	-0,1211	0,0149	-0,12	0,01193
65	-0,136	0,0777	-0,133	0,03825	-0,13159	0,02537	-0,1311	0,019	-0,13	0,01516
70	-0,14633	0,097	-0,143	0,04776	-0,14161	0,03168	-0,141	0,0237	-0,14	0,01893
75	-0,15662	0,11925	-0,153	0,05871	-0,15161	0,03895	-0,151	0,0291	-0,15	0,02328
80	-0,16689	0,14465	-0,163	0,07123	-0,1616	0,04725	-0,161	0,0354	-0,16	0,02824
85	-0,17713	0,1734	-0,173	0,08539	-0,17156	0,05665	-0,1709	0,0424	-0,17	0,03386
90	-0,18735	0,2057	-0,183	0,10131	-0,18151	0,06721	-0,1808	0,0503	-0,18	0,04017
95	-0,19753	0,24177	-0,193	0,11909	-0,19143	0,07901	-0,1907	0,0591	-0,19	0,04722
100	-0,20768	0,2818	-0,203	0,13882	-0,20134	0,0921	-0,2006	0,0689	-0,2	0,05505

Таблица 2В – Результаты расчетов по исследованию зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения и поперечной аберрации по радиусу вблизи критической точки 1500 мм на расстоянии от -1450 мм до -1550 мм

	s= -1450		s= -1460		s= -1470		s= -1480		s= -1490	
X	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"
0	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,29	-0,013	0,3649	-0,017	0,4899	-0,022	0,7398	-0,034	1,4896	-0,068
10	0,58	-0,107	0,7293	-0,134	0,9791	-0,179	1,4786	-0,269	2,9772	-0,54
15	0,87	-0,36	1,0926	-0,451	1,4668	-0,603	2,2152	-0,908	4,4604	-1,821
20	1,16	-0,852	1,4544	-1,068	1,9525	-1,428	2,9487	-2,149	5,9373	-4,312
25	1,44	-1,661	1,814	-2,083	2,4353	-2,787	3,678	-4,193	7,4058	-8,411
30	1,7249	-2,867	2,1711	-3,595	2,9147	-4,808	4,402	-7,235	8,8638	-14,51
35	2,01	-4,545	2,525	-5,699	3,39	-7,623	5,1198	-11,47	10,309	-23,01
40	2,28	-6,771	2,8754	-8,491	3,8604	-11,36	5,8304	-17,09	11,74	-34,28
45	2,56	-9,619	3,2217	-12,06	4,3254	-16,13	6,5329	-24,28	13,155	-48,71
50	2,83	-13,16	3,5635	-16,51	4,7845	-22,08	7,2263	-33,22	14,552	-66,65
55	3,10	-17,47	3,9004	-21,91	5,2369	-29,31	7,9097	-44,1	15,928	-88,48
60	3,36	-22,62	4,2319	-28,36	5,6821	-37,94	8,5825	-57,09	17,283	-114,5
65	3,62	-28,66	4,5577	-35,95	6,1197	-48,08	9,2436	-72,36	18,615	-145,2
70	3,87	-35,68	4,8773	-44,74	6,549	-59,85	9,8924	-90,07	19,923	-180,7
75	4,12	-43,72	5,1905	-54,83	6,9697	-73,35	10,528	-110,4	21,204	-221,5
80	4,37	-52,85	5,4969	-66,28	7,3813	-88,67	11,15	-133,4	22,457	-267,7
85	4,60	-63,13	5,7961	-79,18	7,7834	-105,9	11,758	-159,4	23,682	-319,8
90	4,84	-74,61	6,088	-93,58	8,1757	-125,2	12,351	-188,4	24,877	-378
95	5,06	-87,34	6,3722	-109,5	8,5577	-146,6	12,929	-220,6	26,042	-442,6
100	5,28	-101,4	6,6486	-127,2	8,9292	-170,1	13,49	-256	27,174	-513,8

	s= -1510		s= -1520		s= -1530		s= -1540		s= -1550	
X	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-1,5096	0,0679	-0,76	0,0341	-0,51	0,0228	-0,385	0,0171	-0,31	0,0137
10	-3,0172	0,543	-1,519	0,2723	-1,019	0,1821	-0,769	0,1369	-0,619	0,1099
15	-4,5204	1,8315	-2,275	0,9184	-1,527	0,614	-1,153	0,4618	-0,928	0,3705
20	-6,0172	4,3374	-3,029	2,175	-2,032	1,4542	-1,534	1,0938	-1,235	0,8775
25	-7,5056	8,4618	-3,778	4,2433	-2,535	2,8371	-1,914	2,1339	-1,541	1,7119
30	-8,9834	14,602	-4,522	7,3224	-3,034	4,8958	-2,291	3,6823	-1,845	2,9542
35	-10,449	23,149	-5,259	11,609	-3,529	7,7617	-2,664	5,838	-2,146	4,6836
40	-11,9	34,49	-5,99	17,296	-4,02	11,564	-3,035	8,6983	-2,444	6,9784
45	-13,334	49,004	-6,712	24,575	-4,504	16,431	-3,401	12,359	-2,738	9,9154
50	-14,75	67,061	-7,425	33,631	-4,983	22,486	-3,762	16,914	-3,029	13,57
55	-16,146	89,025	-8,128	44,646	-5,455	29,852	-4,118	22,454	-3,316	18,015
60	-17,521	115,25	-8,82	57,798	-5,919	38,646	-4,469	29,07	-3,599	23,323
65	-18,872	146,07	-9,5	73,259	-6,376	48,985	-4,814	36,847	-3,877	29,563
70	-20,198	181,84	-10,17	91,195	-6,825	60,979	-5,153	45,87	-4,15	36,804
75	-21,498	222,85	-10,82	111,77	-7,264	74,737	-5,485	56,22	-4,418	45,109
80	-22,771	269,43	-11,46	135,13	-7,695	90,363	-5,81	67,976	-4,68	54,542
85	-24,014	321,87	-12,09	161,44	-8,115	107,95	-6,128	81,211	-4,936	65,163
90	-25,228	380,45	-12,7	190,82	-8,526	127,61	-6,439	95,998	-5,186	77,029
95	-26,411	445,45	-13,3	223,43	-8,927	149,42	-6,741	112,41	-5,43	90,197
100	-27,561	517,11	-13,88	259,38	-9,316	173,46	-7,036	130,5	-5,667	104,72

Таблица 3В – Результаты расчетов по исследованию зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения и поперечной аберрации по радиусу на расстоянии от -500 мм до 0

	s= -500 <i>Ra=100</i>		s= -400		s= -300		s= -200		s= -100	
X	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,005	-0,00028	0,0036	-0,00022	0,0025	-0,00025	0,00154	-0,0007	0,00072	-0,00475936
10	0,00999	-0,00225	0,0073	-0,00175	0,005	-0,00201	0,00309	-0,00563	0,00148	-0,03819
15	0,01495	-0,00758	0,0109	-0,00589	0,0075	-0,00679	0,00466	-0,019	0,0023	-0,12957
20	0,01989	-0,01793	0,0145	-0,01393	0,01	-0,0161	0,00625	-0,04506	0,00325	-0,30941
25	0,02479	-0,03494	0,0181	-0,02717	0,0125	-0,03143	0,00789	-0,08807	0,00435	-0,61016
30	0,02964	-0,06022	0,0216	-0,04685	0,015	-0,05429	0,00957	-0,15232	0,00568	-1,06708
35	0,03443	-0,09533	0,0251	-0,07422	0,0175	-0,08616	0,01131	-0,24214	0,0073	-1,71925
40	0,03916	-0,1418	0,0286	-0,11049	0,02	-0,12854	0,01312	-0,36189	0,00931	-2,61088
45	0,04381	-0,20108	0,0321	-0,15683	0,0225	-0,18289	0,01501	-0,51602	0,01181	-3,79303
50	0,04837	-0,27461	0,0355	-0,21439	0,02501	-0,25069	0,01699	-0,709	0,01497	-5,32585
55	0,05285	-0,36371	0,0388	-0,28428	0,02751	-0,3334	0,01907	-0,94541	0,01899	-7,28168
60	0,05724	-0,46969	0,0421	-0,36757	0,03002	-0,43248	0,02126	-1,22991	0,02415	-9,74929
65	0,06152	-0,59375	0,0453	-0,4653	0,03253	-0,54936	0,02358	-1,56727	0,03083	-12,83999
70	0,06569	-0,73704	0,0485	-0,57845	0,03505	-0,68549	0,02603	-1,96236	0,03958	-16,69643
75	0,06976	-0,90063	0,0516	-0,70798	0,03758	-0,84231	0,02864	-2,42022	0,05119	-21,50591
80	0,0737	-1,08552	0,0547	-0,8548	0,04011	-1,02123	0,03141	-2,94603	0,06685	-27,52082
85	0,07753	-1,29262	0,0577	-1,01977	0,04266	-1,22369	0,03437	-3,54514	0,08842	-35,09148
90	0,08124	-1,52279	0,0606	-1,20372	0,04521	-1,4511	0,03752	-4,22312	0,11887	-44,72107
95	0,08483	-1,7768	0,0635	-1,40744	0,04778	-1,70489	0,04089	-4,98577	0,16331	-57,16232
100	0,08828	-2,05535	0,0663	-1,63168	0,05036	-1,98646	0,04449	-5,83915	0,23096	-73,59875

	s= -90		s= -80		s= -70 <i>Ra=80</i>		s= -60 <i>Ra=65</i>		s= -50 <i>Ra=50</i>	
X	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,00065	-0,0062	0,0006	-0,00827	0,0004	-0,00583	0,00027	-0,00448	0,00017	-0,00308424
10	0,00133	-0,0498	0,0012	-0,06658	0,00082	-0,04686	0,00057	-0,036	0,00036	-0,0248
15	0,0021	-0,16928	0,0019	-0,22695	0,00131	-0,1596	0,0009	-0,12258	0,00057	-0,08438
20	0,00301	-0,40535	0,0028	-0,54569	0,0019	-0,38326	0,0013	-0,29429	0,00081	-0,20238
25	0,00412	-0,80228	0,0039	-1,08604	0,00263	-0,76147	0,00179	-0,58446	0,00111	-0,4014
30	0,0055	-1,4096	0,0054	-1,92175	0,00358	-1,34438	0,00242	-1,03134	0,00147	-0,70711
35	0,00727	-2,2842	0,0075	-3,14205	0,00482	-2,19164	0,00323	-1,68017	0,00195	-1,14946
40	0,00955	-3,4932	0,0102	-4,85878	0,00649	-3,37645	0,00431	-2,58614	0,00256	-1,76447
45	0,01254	-5,11798	0,0141	-7,21732	0,00875	-4,99156	0,00577	-3,81872	0,00337	-2,59658
50	0,01649	-7,25977	0,0196	-10,4138	0,01188	-7,1584	0,00777	-5,46803	0,00445	-3,70229
55	0,0218	-10,0481	0,0276	-14,7239	0,0163	-10,0416	0,01056	-7,65502	0,00592	-5,15548
60	0,02902	-13,6534	0,0396	-20,5525	0,02267	-13,873	0,01454	-10,5479	0,00797	-7,0559
65	0,03902	-18,307	0,0583	-28,5272	0,03216	-18,9934	0,02038	-14,3904	0,01088	-9,54303
70	0,05318	-24,334	0,089	-39,6859	0,04686	-25,9311	0,0293	-19,5535	0,01516	-12,82015
75	0,07381	-32,2092	0,1434	-55,8967	0,07089	-35,5588	0,04359	-26,6366	0,02167	-17,19837
80	0,10498	-42,6603	0,2512	-80,9368	0,11334	-49,4458	0,06815	-36,687	0,03213	-23,18423
85	0,15448	-56,8683	0,5081	-123,893	0,19741	-70,7636	0,11491	-51,739	0,05023	-31,67167
90	0,23856	-76,8998	1,3688	-214,165	0,39784	-107,153	0,21957	-76,414	0,08514	-44,42485
95	0,39609	-106,756	8,4563	-538,819	1,07592	-183,515	0,5332	-124,304	0,16538	-65,55901
100	0,73919	-155,405	68,728	-1359,65	6,99126	-464,111	2,42149	-264,211	0,42132	-107,83981

	s= -40 <i>Ra=40</i>		s= -30 <i>Ra=30</i>		s= -20 <i>Ra=15</i>		s= -10 <i>Ra=5</i>		s= 0	
X	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"	dx"dr	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,00011	-0,00259	$6 \cdot 10^{-5}$	-0,00204	$2 \cdot 10^{-5}$	-0,0006	$3,4 \cdot 10^{-6}$	$-9,3 \cdot 10^{-5}$	-0,01	0
10	0,00023	-0,02085	0,0001	-0,01642	$4,2 \cdot 10^{-5}$	-0,00483	$6,8 \cdot 10^{-6}$	-0,00075	-0,02	$1,77645 \cdot 10^{-15}$
15	0,00036	-0,07101	0,0002	-0,05597	$6,4 \cdot 10^{-5}$	-0,0164	$1 \cdot 10^{-5}$	-0,00253	-0,02999	$-3,55311 \cdot 10^{-15}$
20	0,00052	-0,17048	0,0003	-0,13452	$9 \cdot 10^{-5}$	-0,03919	$1,4 \cdot 10^{-5}$	-0,00602	-0,03998	$7,10685 \cdot 10^{-15}$
25	0,00071	-0,33857	0,0004	-0,26752	0,00012	-0,07736	$1,8 \cdot 10^{-5}$	-0,01182	-0,04997	$3,55382 \cdot 10^{-15}$
30	0,00095	-0,59742	0,0005	-0,47287	0,00015	-0,13546	$2,2 \cdot 10^{-5}$	-0,02056	-0,05995	$1,77715 \cdot 10^{-14}$
35	0,00126	-0,97318	0,0007	-0,77197	0,00019	-0,21857	$2,7 \cdot 10^{-5}$	-0,03288	-0,06992	0
40	0,00167	-1,49768	0,001	-1,19121	0,00024	-0,33246	$3,2 \cdot 10^{-5}$	-0,04951	-0,07988	0
45	0,00221	-2,21084	0,0013	-1,76424	0,0003	-0,48385	$3,8 \cdot 10^{-5}$	-0,07119	-0,08982	$-7,11259 \cdot 10^{-15}$
50	0,00295	-3,16427	0,0017	-2,53535	0,00038	-0,68067	$4,5 \cdot 10^{-5}$	-0,09874	-0,09976	$-7,11426 \cdot 10^{-15}$
55	0,00398	-4,42685	0,0024	-3,56489	0,00047	-0,93248	$5,2 \cdot 10^{-5}$	-0,13307	-0,10968	$2,84644 \cdot 10^{-14}$
60	0,00543	-6,09379	0,0033	-4,93849	0,00059	-1,25104	$6,1 \cdot 10^{-5}$	-0,17518	-0,11959	$-1,42362 \cdot 10^{-14}$
65	0,00754	-8,30207	0,0046	-6,78321	0,00074	-1,65108	$7,1 \cdot 10^{-5}$	-0,22617	-0,12949	$-4,27218 \cdot 10^{-14}$
70	0,01074	-11,2585	0,0067	-9,29865	0,00094	-2,15147	$8,2 \cdot 10^{-5}$	-0,2873	-0,13937	$-1,42453 \cdot 10^{-14}$
75	0,01582	-15,2942	0,0103	-12,8216	0,0012	-2,77701	$9,5 \cdot 10^{-5}$	-0,36	-0,14924	$2,85007 \cdot 10^{-14}$
80	0,02446	-20,9816	0,0168	-17,9784	0,00155	-3,56109	0,00011	-0,44589	-0,15909	$1,42557 \cdot 10^{-14}$
85	0,04073	-29,4203	0,0304	-26,1098	0,00204	-4,55024	0,00013	-0,54687	-0,16892	0
90	0,07666	-43,0768	0,0674	-40,8218	0,00273	-5,81164	0,00015	-0,66513	-0,17874	$2,85348 \cdot 10^{-14}$
95	0,18291	-69,1173	0,2444	-77,4233	0,00377	-7,447	0,00018	-0,80328	-0,18855	$1,42737 \cdot 10^{-14}$
100	0,82873	-143,828	123,43	-1204,75	0,00537	-9,61939	0,00021	-0,96444	-0,19834	$-5,71214 \cdot 10^{-14}$

Приложение Г

Таблица 1Г – Результаты расчетов по исследованию зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения и поперечной аберрации по эксцентриситету на расстоянии от -500 мм до бесконечности

	s= -500		s= -1000		s= -1500 (f)		s= -2000		s= -2500	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,000375	-0,00028	-0,001	-0,00108	749803000	451332000	0,003	0,0015	0,002	0,0008062
10	-0,002995	-0,00225	-0,012	-0,00862	$5,994 \cdot 10^9$	3609280000	0,024	0,0121	0,015	0,0064479
15	-0,01009	-0,00758	-0,04	-0,02906	$2,02 \cdot 10^{10}$	12173600000	0,0808	0,0408	0,051	0,02175
20	-0,02384	-0,01793	-0,095	-0,06881	$4,78 \cdot 10^{10}$	28830300000	0,1913	0,0966	0,12	0,05153
25	-0,0464	-0,03494	-0,186	-0,13417	$9,314 \cdot 10^{10}$	56244900000	0,373	0,1885	0,233	0,10057
30	-0,07982	-0,06022	-0,32	-0,23141	$1,605 \cdot 10^{11}$	97055900000	0,643	0,3254	0,402	0,17363
35	-0,12608	-0,09533	-0,506	-0,36663	$2,54 \cdot 10^{11}$	$1,53868 \cdot 10^{11}$	1,0182	0,516	0,637	0,27542
40	-0,18707	-0,1418	-0,752	-0,54584	$3,776 \cdot 10^{11}$	$2,29246 \cdot 10^{11}$	1,515	0,7691	0,949	0,41061
45	-0,26456	-0,20108	-1,064	-0,77489	$5,353 \cdot 10^{11}$	$3,25709 \cdot 10^{11}$	2,1493	1,0932	1,347	0,58382
50	-0,36019	-0,27461	-1,451	-1,05945	$7,307 \cdot 10^{11}$	$4,45723 \cdot 10^{11}$	2,9364	1,4967	1,841	0,79959
55	-0,47548	-0,36371	-1,918	-1,40502	$9,673 \cdot 10^{11}$	$5,91698 \cdot 10^{11}$	3,8909	1,988	2,441	1,06241
60	-0,61182	-0,46969	-2,471	-1,81688	$1,248 \cdot 10^{12}$	$7,65979 \cdot 10^{11}$	5,0268	2,5751	3,156	1,37669
65	-0,77044	-0,59375	-3,116	-2,30012	$1,577 \cdot 10^{12}$	$9,70844 \cdot 10^{11}$	6,3574	3,266	3,994	1,74674
70	-0,95246	-0,73704	-3,858	-2,85959	$1,956 \cdot 10^{12}$	$1,2085 \cdot 10^{12}$	7,8951	4,0683	4,964	2,17681
75	-1,15883	-0,90063	-4,701	-3,49988	$2,388 \cdot 10^{12}$	$1,48107 \cdot 10^{12}$	9,6515	4,9896	6,074	2,67104
80	-1,39038	-1,08552	-5,648	-4,22536	$2,876 \cdot 10^{12}$	$1,79061 \cdot 10^{12}$	11,637	6,0372	7,33	3,23345
85	-1,64778	-1,29262	-6,704	-5,04012	$3,421 \cdot 10^{12}$	$2,13907 \cdot 10^{12}$	13,863	7,2182	8,74	3,868
90	-1,9316	-1,52279	-7,87	-5,94801	$4,025 \cdot 10^{12}$	$2,52834 \cdot 10^{12}$	16,336	8,5393	10,31	4,57849
95	-2,24226	-1,7768	-9,149	-6,95257	$4,69 \cdot 10^{12}$	$2,96019 \cdot 10^{12}$	19,066	10,007	12,05	5,36864
100	-2,58008	-2,05535	-10,54	-8,05711	$5,418 \cdot 10^{12}$	$3,43631 \cdot 10^{12}$	22,06	11,628	13,95	6,24203

	s= -3000 2f		s= -5000		s= -10000		s= -15000 10f		s= -10 ¹⁰ бесконечность	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,0015	0,000561	0,0011	0,000261	0,0008823	0,000114289	-0,0111	7 · 10 ⁻⁵	7 · 10 ⁻⁴	1,031 · 10 ⁻¹⁰
10	0,01199	0,004485	0,0086	0,002089	0,0070566	0,000914227	-0,0222	0,0006	0,006	8,25 · 10 ⁻¹⁰
15	0,04044	0,01513	0,0289	0,007048	0,02381	0,00308505	-0,0333	0,002	0,02	2,784 · 10 ⁻⁹
20	0,09575	0,03585	0,0684	0,0167	0,0564	0,00731116	-0,0444	0,0047	0,048	6,599 · 10 ⁻⁹
25	0,18674	0,06997	0,1335	0,03261	0,11008	0,01428	-0,0555	0,0092	0,094	1,289 · 10 ⁻⁸
30	0,32211	0,12081	0,2305	0,05631	0,19006	0,02466	-0,0665	0,0158	0,162	2,227 · 10 ⁻⁸
35	0,51043	0,19167	0,3654	0,08937	0,3015	0,03914	-0,0776	0,0252	0,257	3,535 · 10 ⁻⁸
40	0,76008	0,2858	0,5445	0,1333	0,44953	0,0584	-0,0886	0,0375	0,383	5,276 · 10 ⁻⁸
45	1,07925	0,40643	0,7738	0,18964	0,63921	0,08312	-0,0996	0,0534	0,545	7,511 · 10 ⁻⁸
50	1,47593	0,55676	1,0592	0,2599	0,87555	0,11395	-0,1106	0,0732	0,747	1,03 · 10 ⁻⁷
55	1,95783	0,73995	1,4064	0,34558	1,16348	0,15157	-0,1215	0,0974	0,994	1,371 · 10 ⁻⁷
60	2,53243	0,95908	1,8211	0,44817	1,50784	0,19664	-0,1324	0,1264	1,289	1,779 · 10 ⁻⁷
65	3,20689	1,21722	2,3087	0,56912	1,91341	0,24982	-0,1432	0,1606	1,637	2,261 · 10 ⁻⁷
70	3,98807	1,51738	2,8747	0,7099	2,38486	0,31177	-0,1541	0,2005	2,043	2,823 · 10 ⁻⁷
75	4,88252	1,86248	3,5241	0,87194	2,92677	0,38313	-0,1649	0,2465	2,51	3,471 · 10 ⁻⁷
80	5,89642	2,25542	4,2619	1,05665	3,54362	0,46455	-0,1756	0,2989	3,043	4,211 · 10 ⁻⁷
85	7,03562	2,69902	5,0929	1,26542	4,23977	0,55666	-0,1863	0,3582	3,646	5,049 · 10 ⁻⁷
90	8,30556	3,19601	6,0217	1,49963	5,01946	0,6601	-0,1969	0,4249	4,322	5,992 · 10 ⁻⁷
95	9,71133	3,74909	7,0526	1,76061	5,88683	0,77549	-0,2075	0,4992	5,076	7,044 · 10 ⁻⁷
100	11,25761	4,36085	8,1899	2,04971	6,84587	0,90344	-0,2181	0,5818	5,912	8,212 · 10 ⁻⁷

	s= -30000 20f		s= -60000 40f		s= -90000 60f		s= -120000 80f		s= -150000 100f	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,000789	$3,55 \cdot 10^{-5}$	0,0008	$1,75 \cdot 10^{-5}$	0,0007627	0,000011576	0,0008	$9 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$6,917 \cdot 10^{-6}$
10	0,006315	0,000284	0,0062	0,00014	0,0061007	$9,26044 \cdot 10^{-5}$	0,0061	$7 \cdot 10^{-5}$	0,006	$5,533 \cdot 10^{-5}$
15	0,02131	0,000958	0,0208	0,000471	0,02059	0,000312518	0,0205	0,0002	0,02	0,0001867
20	0,05049	0,00227	0,0492	0,001117	0,04878	0,000740711	0,0486	0,0006	0,048	0,0004426
25	0,09856	0,004433	0,0961	0,002181	0,09524	0,00144652	0,0948	0,0011	0,095	0,0008644
30	0,17021	0,007658	0,1659	0,003768	0,1645	0,0024992	0,1638	0,0019	0,163	0,0014934
35	0,27011	0,01216	0,2633	0,005983	0,26107	0,00396792	0,26	0,003	0,259	0,0023711
40	0,40289	0,01814	0,3927	0,008928	0,38946	0,00592173	0,3879	0,0044	0,387	0,0035386
45	0,57316	0,02582	0,5588	0,01271	0,55413	0,00842953	0,5518	0,0063	0,55	0,0050372
50	0,78546	0,03541	0,7658	0,01743	0,75952	0,01156	0,7564	0,0086	0,755	0,0069081
55	1,04434	0,04712	1,0184	0,02319	1,01004	0,01538	1,0059	0,0115	1,003	0,0091921
60	1,35426	0,06114	1,3208	0,0301	1,31006	0,01996	1,3047	0,0149	1,302	0,01193
65	1,71965	0,0777	1,6775	0,03825	1,66389	0,02537	1,6572	0,019	1,653	0,01516
70	2,14488	0,097	2,0927	0,04776	2,07584	0,03168	2,0675	0,0237	2,063	0,01893
75	2,63426	0,11925	2,5706	0,05871	2,55014	0,03895	2,54	0,0291	2,534	0,02328
80	3,19205	0,14465	3,1156	0,07123	3,09097	0,04725	3,0788	0,0354	3,072	0,02824
85	3,82243	0,1734	3,7317	0,08539	3,70248	0,05665	3,6881	0,0424	3,679	0,03386
90	4,52951	0,2057	4,423	0,10131	4,38875	0,06721	4,3718	0,0503	4,362	0,04017
95	5,31734	0,24177	5,1936	0,11909	5,15381	0,07901	5,1342	0,0591	5,122	0,04722
100	6,18988	0,2818	6,0474	0,13882	6,00161	0,0921	5,979	0,0689	5,966	0,05505

Таблица 2Г –Результаты расчетов по исследованию зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения и поперечной аберрации по эксцентриситету вблизи критической точки 1500 мм на расстоянии от -1450 мм до -1550 мм

	s= -1450		s= -1460		s= -1470		s= -1480		s= -1490	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-0,0217	-0,013	-0,027	-0,017	-0,037	-0,022	-0,055	-0,034	-0,112	-0,068
10	-0,1738	-0,107	-0,219	-0,134	-0,294	-0,179	-0,444	-0,269	-0,893	-0,54
15	-0,5858	-0,36	-0,737	-0,451	-0,99	-0,603	-1,495	-0,908	-3,01	-1,821
20	-1,386	-0,852	-1,745	-1,068	-2,342	-1,428	-3,537	-2,149	-7,122	-4,312
25	-2,7006	-1,661	-3,399	-2,083	-4,563	-2,787	-6,892	-4,193	-13,88	-8,411
30	-4,6529	-2,867	-5,857	-3,595	-7,863	-4,808	-11,87	-7,235	-23,91	-14,51
35	-7,3631	-4,545	-9,268	-5,699	-12,44	-7,623	-18,79	-11,47	-37,84	-23,01
40	-10,947	-6,771	-13,78	-8,491	-18,5	-11,36	-27,94	-17,09	-56,26	-34,28
45	-15,517	-9,619	-19,53	-12,06	-26,22	-16,13	-39,61	-24,28	-79,75	-48,71
50	-21,178	-13,16	-26,66	-16,51	-35,79	-22,08	-54,06	-33,22	-108,9	-66,65
55	-28,032	-17,47	-35,29	-21,91	-47,38	-29,31	-71,56	-44,1	-144,1	-88,48
60	-36,174	-22,62	-45,54	-28,36	-61,14	-37,94	-92,35	-57,09	-186	-114,5
65	-45,691	-28,66	-57,52	-35,95	-77,23	-48,08	-116,7	-72,36	-234,9	-145,2
70	-56,666	-35,68	-71,34	-44,74	-95,79	-59,85	-144,7	-90,07	-291,4	-180,7
75	-69,172	-43,72	-87,08	-54,83	-116,9	-73,35	-176,6	-110,4	-355,8	-221,5
80	-83,278	-52,85	-104,8	-66,28	-140,8	-88,67	-212,7	-133,4	-428,4	-267,7
85	-99,043	-63,13	-124,7	-79,18	-167,5	-105,9	-253	-159,4	-509,5	-319,8
90	-116,52	-74,61	-146,7	-93,58	-197	-125,2	-297,7	-188,4	-599,5	-378
95	-135,75	-87,34	-170,9	-109,5	-229,6	-146,6	-346,8	-220,6	-698,6	-442,6
100	-156,77	-101,4	-197,4	-127,2	-265,1	-170,1	-400,6	-256	-806,9	-513,8

	s= -1510		s= -1520		s= -1530		s= -1540		s= -1550	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,11322	0,0679	0,057	0,0341	0,0382	0,0228	0,0289	0,0171	0,0232	0,0137
10	0,90505	0,543	0,4555	0,2723	0,3057	0,1821	0,2308	0,1369	0,1858	0,1099
15	3,05057	1,8315	1,5354	0,9184	1,0304	0,614	0,7778	0,4618	0,6263	0,3705
20	7,21779	4,3374	3,6329	2,175	2,4379	1,4542	1,8404	1,0938	1,4819	0,8775
25	14,0642	8,4618	7,0789	4,2433	4,7504	2,8371	3,5862	2,1339	2,8877	1,7119
30	24,2335	14,602	12,198	7,3224	8,1855	4,8958	6,1795	3,6823	4,9759	2,9542
35	38,3522	23,149	19,304	11,609	12,955	7,7617	9,7802	5,838	7,8754	4,6836
40	57,0266	34,49	28,704	17,296	19,263	11,564	14,543	8,6983	11,711	6,9784
45	80,8399	49,004	40,691	24,575	27,309	16,431	20,617	12,359	16,602	9,9154
50	110,349	67,061	55,546	33,631	37,279	22,486	28,145	16,914	22,665	13,57
55	146,084	89,025	73,536	44,646	49,353	29,852	37,262	22,454	30,007	18,015
60	188,541	115,25	94,91	57,798	63,7	38,646	48,095	29,07	38,732	23,323
65	238,187	146,07	119,91	73,259	80,478	48,985	60,764	36,847	48,936	29,563
70	295,452	181,84	148,74	91,195	99,832	60,979	75,379	45,87	60,708	36,804
75	360,731	222,85	181,61	111,77	121,9	74,737	92,043	56,22	74,13	45,109
80	434,38	269,43	218,69	135,13	146,79	90,363	110,85	67,976	89,277	54,542
85	516,719	321,87	260,15	161,44	174,63	107,95	131,87	81,211	106,21	65,163
90	608,027	380,45	306,14	190,82	205,5	127,61	155,19	95,998	125	77,029
95	708,544	445,45	356,76	223,43	239,5	149,42	180,87	112,41	145,69	90,197
100	818,47	517,11	412,12	259,38	276,67	173,46	208,95	130,5	168,32	104,72

Таблица 3Г – Результаты расчетов по исследованию зависимости производной от координаты луча в плоскости изображения и поперечной аберрации по эксцентриситету на расстоянии от -500 мм до -0

	s= -500 Ra= 100		s= -400		s= -300		s= -200		s= -100	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-7 \cdot 10^{-4}$	$-5 \cdot 10^{-5}$	-0,00475936
10	-0,003	-0,002	-0,002	-0,002	-0,001	-0,002	$-9 \cdot 10^{-4}$	-0,006	$-4 \cdot 10^{-4}$	-0,03819
15	-0,01	-0,008	-0,007	-0,006	-0,005	-0,007	-0,003	-0,019	-0,002	-0,12957
20	-0,024	-0,018	-0,017	-0,014	-0,012	-0,016	-0,007	-0,045	-0,004	-0,30941
25	-0,046	-0,035	-0,034	-0,027	-0,023	-0,031	-0,015	-0,088	-0,008	-0,61016
30	-0,08	-0,06	-0,058	-0,047	-0,04	-0,054	-0,026	-0,152	-0,015	-1,06708
35	-0,126	-0,095	-0,092	-0,074	-0,064	-0,086	-0,041	-0,242	-0,026	-1,71925
40	-0,187	-0,142	-0,136	-0,11	-0,095	-0,129	-0,062	-0,362	-0,042	-2,61088
45	-0,265	-0,201	-0,193	-0,157	-0,135	-0,183	-0,089	-0,516	-0,067	-3,79303
50	-0,36	-0,275	-0,263	-0,214	-0,185	-0,251	-0,124	-0,709	-0,104	-5,32585
55	-0,475	-0,364	-0,348	-0,284	-0,245	-0,333	-0,167	-0,945	-0,157	-7,28168
60	-0,612	-0,47	-0,448	-0,368	-0,317	-0,432	-0,22	-1,23	-0,235	-9,74929
65	-0,77	-0,594	-0,565	-0,465	-0,402	-0,549	-0,285	-1,567	-0,349	-12,83999
70	-0,952	-0,737	-0,7	-0,578	-0,501	-0,685	-0,363	-1,962	-0,514	-16,69643
75	-1,159	-0,901	-0,853	-0,708	-0,614	-0,842	-0,455	-2,42	-0,756	-21,50591
80	-1,39	-1,086	-1,025	-0,855	-0,742	-1,021	-0,563	-2,946	-1,115	-27,52082
85	-1,648	-1,293	-1,217	-1,02	-0,888	-1,224	-0,691	-3,545	-1,653	-35,09148
90	-1,932	-1,523	-1,429	-1,204	-1,05	-1,451	-0,839	-4,223	-2,479	-44,72107
95	-2,242	-1,777	-1,663	-1,407	-1,231	-1,705	-1,011	-4,986	-3,78	-57,16232
100	-2,58	-2,055	-1,918	-1,632	-1,431	-1,986	-1,209	-5,839	-5,911	-73,59875

	s= -90		s= -80		s= -70 <i>Ra= 80</i>		s= -60 <i>Ra= 65</i>		s= -50 <i>Ra= 50</i>	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	$-5 \cdot 10^{-5}$	-0,006	$-4 \cdot 10^{-5}$	-0,008	$-2 \cdot 10^{-5}$	-0,006	$-9 \cdot 10^{-6}$	-0,004	$-3 \cdot 10^{-6}$	-0,00308424
10	$-4 \cdot 10^{-4}$	-0,05	$-4 \cdot 10^{-4}$	-0,067	$-2 \cdot 10^{-4}$	-0,047	$-7 \cdot 10^{-5}$	-0,036	$-3 \cdot 10^{-5}$	-0,0248
15	-0,001	-0,169	-0,001	-0,227	$-6 \cdot 10^{-4}$	-0,16	$-3 \cdot 10^{-4}$	-0,123	$-9 \cdot 10^{-5}$	-0,08438
20	-0,004	-0,405	-0,003	-0,546	-0,001	-0,383	$-6 \cdot 10^{-4}$	-0,294	$-2 \cdot 10^{-4}$	-0,20238
25	-0,008	-0,802	-0,007	-1,086	-0,003	-0,761	-0,001	-0,584	$-5 \cdot 10^{-4}$	-0,4014
30	-0,014	-1,41	-0,014	-1,922	-0,006	-1,344	-0,003	-1,031	$-1 \cdot 10^{-3}$	-0,70711
35	-0,025	-2,284	-0,026	-3,142	-0,011	-2,192	-0,005	-1,68	-0,002	-1,14946
40	-0,043	-3,493	-0,046	-4,859	-0,019	-3,376	-0,008	-2,586	-0,003	-1,76447
45	-0,07	-5,118	-0,079	-7,217	-0,032	-4,992	-0,014	-3,819	-0,005	-2,59658
50	-0,113	-7,26	-0,133	-10,41	-0,052	-7,158	-0,023	-5,468	-0,008	-3,70229
55	-0,179	-10,05	-0,225	-14,72	-0,086	-10,04	-0,037	-7,655	-0,012	-5,15548
60	-0,28	-13,65	-0,38	-20,55	-0,141	-13,87	-0,061	-10,55	-0,02	-7,0559
65	-0,438	-18,31	-0,652	-28,53	-0,234	-18,99	-0,099	-14,39	-0,032	-9,54303
70	-0,687	-24,33	-1,149	-39,69	-0,393	-25,93	-0,164	-19,55	-0,051	-12,82015
75	-1,087	-32,21	-2,122	-55,9	-0,681	-35,56	-0,28	-26,64	-0,083	-17,19837
80	-1,75	-42,66	-4,236	-80,94	-1,238	-49,45	-0,498	-36,69	-0,141	-23,18423
85	-2,899	-56,87	-9,712	-123,9	-2,439	-70,76	-0,949	-51,74	-0,248	-31,67167
90	-5,015	-76,9	-29,54	-214,2	-5,536	-107,2	-2,042	-76,41	-0,473	-44,42485
95	-9,293	-106,8	-205,3	-538,8	-16,79	-183,5	-5,559	-124,3	-1,029	-65,55901
100	-19,3	-155,4	-1864	-1360	-121,9	-464,1	-28,2	-264,2	-2,923	-107,83981

	s= -40 <i>Ra= 40</i>		s= -30 <i>Ra= 30</i>		s= -20 <i>Ra= 15</i>		s= -10 <i>Ra= 5</i>		s= 0	
X	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"	dx"de	x"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	$-1 \cdot 10^{-6}$	-0,003	$-4 \cdot 10^{-7}$	-0,002	$-3 \cdot 10^{-8}$	$-6 \cdot 10^{-4}$	$-6 \cdot 10^{-10}$	$-9 \cdot 10^{-5}$	0,0007	0
10	$-1 \cdot 10^{-5}$	-0,021	$-3 \cdot 10^{-6}$	-0,016	$-3 \cdot 10^{-7}$	-0,005	$-5 \cdot 10^{-9}$	$-7 \cdot 10^{-4}$	0,006	$1,77645 \cdot 10^{-15}$
15	$-4 \cdot 10^{-5}$	-0,071	$-1 \cdot 10^{-5}$	-0,056	$-1 \cdot 10^{-6}$	-0,016	$-2 \cdot 10^{-8}$	-0,003	0,0202	$-3,55311 \cdot 10^{-15}$
20	$-1 \cdot 10^{-4}$	-0,17	$-3 \cdot 10^{-5}$	-0,135	$-2 \cdot 10^{-6}$	-0,039	$-4 \cdot 10^{-8}$	-0,006	0,048	$7,10685 \cdot 10^{-15}$
25	$-2 \cdot 10^{-4}$	-0,339	$-7 \cdot 10^{-5}$	-0,268	$-5 \cdot 10^{-6}$	-0,077	$-8 \cdot 10^{-8}$	-0,012	0,0937	$3,55382 \cdot 10^{-15}$
30	$-4 \cdot 10^{-4}$	-0,597	$-1 \cdot 10^{-4}$	-0,473	$-9 \cdot 10^{-6}$	-0,135	$-1 \cdot 10^{-7}$	-0,021	0,1618	$1,77715 \cdot 10^{-14}$
35	$-7 \cdot 10^{-4}$	-0,973	$-2 \cdot 10^{-4}$	-0,772	$-2 \cdot 10^{-5}$	-0,219	$-2 \cdot 10^{-7}$	-0,033	0,2568	0
40	-0,001	-1,498	$-4 \cdot 10^{-4}$	-1,191	$-3 \cdot 10^{-5}$	-0,332	$-4 \cdot 10^{-7}$	-0,05	0,3831	0
45	-0,002	-2,211	$-7 \cdot 10^{-4}$	-1,764	$-4 \cdot 10^{-5}$	-0,484	$-6 \cdot 10^{-7}$	-0,071	0,5451	$-7,11259 \cdot 10^{-15}$
50	-0,003	-3,164	-0,001	-2,535	$-6 \cdot 10^{-5}$	-0,681	$-8 \cdot 10^{-7}$	-0,099	0,7472	$-7,11426 \cdot 10^{-15}$
55	-0,005	-4,427	-0,002	-3,565	$-9 \cdot 10^{-5}$	-0,932	$-1 \cdot 10^{-6}$	-0,133	0,9938	$2,84644 \cdot 10^{-14}$
60	-0,009	-6,094	-0,003	-4,938	$-1 \cdot 10^{-4}$	-1,251	$-2 \cdot 10^{-6}$	-0,175	1,2891	$-1,42362 \cdot 10^{-14}$
65	-0,014	-8,302	-0,005	-6,783	$-2 \cdot 10^{-4}$	-1,651	$-2 \cdot 10^{-6}$	-0,226	1,6374	$-4,27218 \cdot 10^{-14}$
70	-0,023	-11,26	-0,008	-9,299	$-3 \cdot 10^{-4}$	-2,151	$-3 \cdot 10^{-6}$	-0,287	2,0431	$-1,42453 \cdot 10^{-14}$
75	-0,039	-15,29	-0,015	-12,82	$-4 \cdot 10^{-4}$	-2,777	$-4 \cdot 10^{-6}$	-0,36	2,5102	$2,85007 \cdot 10^{-14}$
80	-0,069	-20,98	-0,027	-17,98	$-6 \cdot 10^{-4}$	-3,561	$-5 \cdot 10^{-6}$	-0,446	3,043	$1,42557 \cdot 10^{-14}$
85	-0,131	-29,42	-0,056	-26,11	$-9 \cdot 10^{-4}$	-4,55	$-7 \cdot 10^{-6}$	-0,547	3,6456	0
90	-0,277	-43,08	-0,139	-40,82	-0,001	-5,812	$-9 \cdot 10^{-6}$	-0,665	4,322	$2,85348 \cdot 10^{-14}$
95	-0,741	-69,12	-0,568	-77,42	-0,002	-7,447	$-1 \cdot 10^{-5}$	-0,803	5,0762	$1,42737 \cdot 10^{-14}$
100	-3,753	-143,8	-320,7	-1205	-0,003	-9,619	$-1 \cdot 10^{-5}$	-0,964	5,9123	$-5,71214 \cdot 10^{-14}$