

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт Энергетический
Направление подготовки Теплоэнергетика и теплотехника
Кафедра Теоретической и промышленной теплотехники

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

| Тема работы |
|--|
| Численное исследование процесса конвективного и кондуктивного теплообмена в технологических водоёмах с тепловым насосом |

УДК 556:550.3:536.25-047.37

Студент

| Группа | ФИО | Подпись | Дата |
|--------|----------------------------|---------|------|
| 5БМ5В | Карина Екатерина Андреевна | | |

Руководитель

| Должность | ФИО | Ученая степень, звание | Подпись | Дата |
|-----------------------|-------------------------------|------------------------|---------|------|
| доцент кафедры ТПТ | Максимов Вячеслав Иванович | к.т.н. | | |

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

| Должность | ФИО | Ученая степень, звание | Подпись | Дата |
|-------------------------------|-------------|------------------------|---------|------|
| доцент кафедры менеджмента | Попова С.Н. | к.э.н. | | |

По разделу «Социальная ответственность»

| Должность | ФИО | Ученая степень, звание | Подпись | Дата |
|-----------------------|------------------|------------------------|---------|------|
| доцент кафедры БЖД | Василевский М.В. | к.т.н. | | |

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

| Зав. кафедрой | ФИО | Ученая степень, звание | Подпись | Дата |
|---------------|---------------|------------------------|---------|------|
| ТПТ | Кузнецов Г.В. | профессор, д.ф.-м.н. | | |

Томск – 2017 г.

Запланированные результаты обучения

| Код результата | Результат обучения (Выпускник должен быть готов) |
|--|--|
| Общекультурные (универсальные) компетенции | |
| P1 | Понимает необходимость самостоятельного обучения и повышения квалификации в течении всего периода профессиональной деятельности. |
| P2 | Проявляет способность эффективно работать самостоятельно в качестве члена команды по междисциплинарной тематике, быть лидером в команде, консультировать по вопросам проектирования научных исследований, а также быть готовым к педагогической деятельности. |
| P3 | Умеет находить отечественных и зарубежных партнёров, владеет иностранным языком, позволяющим работать с зарубежными партнёрами с учётом культурных, языковых и социально – экономических условий. |
| P4 | Проявляет внимание используемых методов, области их применения, вопросов безопасности и здравоохранения, юридических аспектов, ответственности за профессиональную деятельность и её влиянии на окружающую среду. |
| P5 | Следует кодексу профессиональной этики, ответственности и нормам научно – исследовательской деятельности. |
| Профессиональные компетенции | |
| P6 | Проявляет глубокие естественно – научные, математические профессиональные знания в проведении научных исследований в перспективных областях профессиональной деятельности. |
| P7 | Принимает участие в фундаментальных исследованиях и проектах, в области физики металлов и материаловедении, а также в модернизации современных и создании новых методов изучения механических, электрических, магнитных, тепловых свойств твёрдых тел. |
| P8 | Способен обрабатывать, анализировать и обобщать научно – техническую информацию, передовой отечественный и зарубежный опыт в профессиональной деятельности, осуществлять презентацию научной деятельности. |
| P9 | Способен применять полученные знания для решения нечётко определённых задач, в нестандартных ситуациях, использует творческий подход для разработки новых оригинальных идей и методов исследования в области физики металлов, материаловедения и термообработки. |
| P10 | Способен планировать проведение аналитических имитационных исследований по профессиональной деятельности с применением современных достижений науки и техники, передового отечественного и зарубежного опыта в области научных исследований, умеет критически оценивать полученные теоретические и экспериментальные данные и делает выводы, знает правовые основы в области интеллектуальной собственности. |
| P11 | Умеет интегрировать знания в различных и смежных областях научных исследований и решает задачи, требующие абстрактного и креативного мышления и оригинальности в разработке концептуальных аспектов проектов научных исследований. |

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
Направление подготовки Теплоэнергетика и теплотехника
Кафедра Теоретической и промышленной теплотехники

УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой ТПТ

(Подпись) _____
(Дата) Кузнецов Г.В.

ЗАДАНИЕ
на выполнение выпускной квалификационной работы

В форме:

| |
|--------------------------|
| Магистерской диссертации |
|--------------------------|

Студенту:

| Группы | ФИО |
|--------|----------------------------|
| 5БМ5В | Карина Екатерина Андреевна |

Тема работы:

| | |
|--|------------------------|
| Численное исследование процесса конвективного и кондуктивного теплообмена в технологических водоёмах с тепловым насосом | |
| Утверждена приказом ректора | № 235/с от 27.01.17 г. |

Срок сдачи студентом выполненной работы:

| |
|---------------|
| 13.06.2017 г. |
|---------------|

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ:

| | |
|---------------------------------|--|
| Исходные данные к работе | Физическая и геометрическая постановка задачи смешанной конвекции жидкости в прямоугольной области с источниками входа и выхода массы жидкости |
|---------------------------------|--|

| | |
|---|---|
| Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов | Аналитический обзор по литературным источникам с целью выяснения мировой науки в рассматриваемой области. Выбор математической модели, реализация программы в программном комплексе MATLAB. Анализ полученных данных при численном моделировании. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение. Социальная ответственность. Заключение |
| Перечень графического материала | |

Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы

| Раздел | Консультант |
|---|-------------------------|
| Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение | Попова С.Н |
| Социальная ответственность | Василевский М.В. |
| раздел ВКР на иностранном языке | Тарасова Е.С. |

Названия разделов, которые должны быть написаны на русском и иностранном языках:

Введение

Глава 1. Современное состояние моделирования конвективного и кондуктивного теплообмена в технологических водоёмах с тепловым насосом

Глава 2. Постановка задачи конвективного и кондуктивного массопереноса при движении несжимаемой вязкой жидкости в прямоугольной замкнутой области

Глава 3. результаты исследования естественной конвекции в прямоугольной области с холодным и горячим источником

Глава 4. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

Глава 5. Социальная ответственность

Заключение

| | |
|---|--|
| Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику | |
|---|--|

Задание выдал руководитель:

| Должность | ФИО | Ученая степень, звание | Подпись | Дата |
|-----------|----------------------------|---------------------------|---------|------|
| доцент | Максимов Вячеслав Иванович | к.т.н. | | |

Задание принял к исполнению студент:

| Группа | ФИО | Подпись | Дата |
|--------|----------------------------|---------|------|
| 5БМ5В | Карина Екатерина Андреевна | | |

Реферат

Актуальность. Рациональное использование топливно-энергетических ресурсов и уменьшение загрязнения окружающей среды является актуальной проблемой. Применение новых энергосберегающих технологий станет одной из перспективных путей решений этой проблемы. Теплоснабжение и холодоснабжение с помощью тепловых насосов получает всё большее признание в мире.

Цель и задачи исследования. Численное моделирование вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной области с холодным источником с учётом теплоподвода тепла с внешних границ.

Задачи:

1. выбор математической модели конвективного теплообмена в прямоугольной области с холодным источником;
2. выбор метода решения задачи конвективного теплообмена в прямоугольной области с холодным источником;
3. численное моделирование процесса конвективного теплообмена в прямоугольной области;
4. анализ и вывод полученных результатов.

Методологическая основа. При работе над диссертацией использовались научные публикации, посвященные анализу и исследованиям естественной, вынужденной и смешанной конвекции, а также учебная литература по данной тематике.

Информационная база. Поставленная цель достигается в процессе анализа современного состояния отрасли; изучения научной и специальной литературы, WEB-ресурсов; собственных исследований; международной и отечественной практики исследования состояния вопроса.

Новизна исследования и научные результаты. Впервые получено решение задачи естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в

прямоугольной полости при наличии холодных источников с учётом теплоподвода.

Объектом исследования магистерской диссертации является технологический водоём с тепловым насосом.

Предметом исследования

Положения, выносимые на защиту:

1. алгоритм решения задач смешанной конвекции в прямоугольных полостях, состоящих из сред с различными теплофизическими характеристиками, при наличии холодных источников, и с учётом теплоподвода;

2. результаты численного моделирования естественной конвекции жидкости в прямоугольной полости при наличии холодных источников;

Практическая значимость. Создан вычислительный комплекс для моделирования естественной конвекции в прямоугольной полости при наличии холодных источников.

Полученные новые численные результаты могут быть использованы для совершенствования методик расчёта тепловых и гидродинамических режимов водоёмов.

Структура работы. Работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка литературы, одного приложения. Текстовая часть проиллюстрирована 32 рисунками, список источников включает 72 источника.

Определения, обозначения, сокращения, нормативные ссылки

В настоящей работе использованы ссылки на следующие стандарты:

В работе использованы следующие обозначения и сокращения:

МКР – метод конечных разностей;

ГУ – граничные условия;

$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}$ - число Грасгофа;

$Pr = \frac{\nu}{a}$ - число Прандтля;

$Sh = \frac{V \cdot t}{L}$ - число Струхали;

X, Y – безразмерные координаты;

U, V – безразмерные скорости;

Θ - безразмерная температура;

Ψ - безразмерный аналог функции тока;

Ω - безразмерный аналог вектора вихря;

α_i, β_i, x_i - прогоночные коэффициенты;

H – длина полости;

L – высота полости;

τ - итерационный параметр, аналогичный времени;

k – итерационный индекс;

Оглавление

| | |
|---|----|
| Введение..... | 12 |
| Глава 1 Современное состояние моделирования процесса конвективного и кондуктивного теплообмена в технологическом водоёме с тепловым насосом..... | 16 |
| Глава 2 Постановка задачи конвективного и кондуктивного массопереноса при движении несжимаемой вязкой жидкости в прямоугольной замкнутой области..... | 29 |
| 2.1 Геометрическая модель..... | 29 |
| 2.2 Математическая модель | 30 |
| 2.3 Краткое описание используемого численного метода | 34 |
| 2.4 Решение трёхточечного разностного уравнения второго порядка методом прогонки | 36 |
| 2.5 Решение уравнения Пуассона для функции тока | 37 |
| 2.6 Постановка граничных условий для вектора завихрённости скорости..... | 39 |
| 2.7 Аппроксимация уравнения для вектора завихрённости скорости... .. | 40 |
| 2.8 Аппроксимация для уравнения энергии..... | 42 |
| 2.9 Тестирование естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости..... | 44 |
| Глава 3 Численное моделирование естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной области с холодным источником..... | 47 |
| 3.1 Результаты моделирования с одним холодным источником | |
| 3.2 Результаты моделирования с двумя холодными источниками..... | 50 |
| 3.3 Результаты моделирования с тремя холодными источниками | 55 |
| 3.4 Результаты моделирования с одним горячим источником | 59 |

| | |
|---|----|
| Глава 4 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение..... | 62 |
| 4.1 Предпроектный анализ..... | 62 |
| 4.1.1 Потенциальные потребители результатов исследования | 62 |
| 4.2 Анализ конкурентных технических решений..... | 63 |
| 4.3 FAST - анализ | 65 |
| 4.4 Оценка готовности проекта к коммерциализации..... | 68 |
| 4.5 Планирование управления научным проектом..... | 70 |
| 4.6 План проекта..... | 72 |
| 4.7 Бюджет исследования | 74 |
| 4.8 Оценка экономической эффективности научно-технического исследования | 78 |
| Заключение к главе 4..... | 81 |
| Глава 5 Социальная ответственность | 82 |
| 5.1. Производственная безопасность..... | 83 |
| 5.1.1 Опасные и вредные факторы | 83 |
| 5.1.2 Микроклимат | 84 |
| 5.1.3 Освещённость | 86 |
| 5.1.4 Расчёт системы искусственного освещения на рабочем месте..... | 86 |
| 5.1.5 Шум | 88 |
| 5.1.6 Психофизиологические факторы..... | 90 |
| 5.1.7 Электромагнитные излучения | 91 |
| 5.1.8 Электрическая безопасность..... | 92 |
| 5.2 Экологическая безопасность..... | 93 |
| 5.2.1 Общие сведения о влиянии на ОС | 93 |

| | |
|--|-----|
| 5.2.2 Анализ возможного влияния объекта исследования на ОС | 94 |
| 5.3 Безопасность в чрезвычайных ситуациях | 95 |
| 5.4 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности..... | 98 |
| 5.4.1 Правовые нормы трудового законодательства | 98 |
| 5.4.2 Организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны... | 99 |
| 5.4.3 Требования к организации рабочих мест | 99 |
| Заключение к главе 5..... | 100 |
| Заключение | 102 |
| Список используемых источников | 103 |
| Приложение А | 106 |

Введение

В последнее время всё больше внимания уделяется исследованиям антропогенных изменений гидрологических и гидрохимических условий водоёмов, так как последствия этих изменений могут существенно влиять как на сам водоём, так и на окружающую среду. Ущерб такого воздействия на водоём может быть очень значителен, поэтому всё чаще проводятся исследования технологических водоёмов, с целью улучшения их параметров.

Изменения гидрофизических условий водоёма зависят: от типа водоснабжения объекта, системы водоснабжения, географической зоны в которой расположен водоём, а также от параметров охладителя.

Применение новых энергосберегающих технологий станет одной из перспективных путей решений этой проблемы. Теплоснабжение и холодоснабжение с помощью тепловых насосов получает всё большее признание в мире.

В холодное время года температура воды в водоёме достаточно мала, а использование теплового насоса может повлечь за собой полное промерзание водоёма.

Целесообразно проводить численное исследование конвективного теплообмена в технологических водоёмах, а также анализ состояния объекта. Полученные результаты могут способствовать улучшению состояния объекта, поэтому проводится математическое моделирование.

Глава 1 Современное состояние моделирования процесса конвективного и кондуктивного теплообмена в технологическом водоёме с тепловым насосом

В современном мире всё больший интерес вызывают исследования в сфере тепло- и массообмена. Повышенный интерес к исследованию в области теплообмена отражает растущее внимание к проблемам энергетики и охране окружающей среды. Исследованию конвективного и кондуктивного теплообмена посвящено достаточно много работ [1-33].

Всё чаще на практике рассматривают случаи тел с ограниченным объемом [1-27]. На границах квадратной полости задаются граничные условия для температуры первого и второго рода, в полости расположены источники тепла. В работе проведено математическое моделирование естественной конвекции в воздухе, в замкнутой прямоугольной полости. Моделирование было выполнено с помощью программы Simulink, которая решает системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных методом конечных разностей в трёх измерениях. Систему уравнения решали методом конечных разностей. Однофазный поток жидкости описывался системой уравнений Навье-Стокса.

Ряд работ посвящён моделированию, в которых присутствует источник тепловыделения [1-5]. В работе [1] проводилось математическое моделирование термогравитационной конвекции в закрытой полости с теплопроводными стенками, при наличии тепловыделяющего элемента с неизменной скоростью тепловыделения, который расположен у основания области. Был проведён анализ влияния числа Грасгофа на тепловой поток, влияние нестационарности, а также рассмотрена структура при изменении относительной теплопроводности.

В [2] приведены результаты численного решения задачи теплопереноса в замкнутой области в режиме свободной конвекции с использованием модели сопряжённого теплообмена. Источником нагрева являлся инфракрасный излучатель, который располагался горизонтально в верхней

части области моделирования. Проводились расчёты с целью того, чтобы узнать целесообразность проведения достаточно сложных моделей сопряжённого теплообмена. При этом сделан вывод, что большая часть энергии расходуется на нагрев ограждающих конструкций. Из этого следует, что расчет тепловых режимов помещений с системами отопления проводится путем решения задач свободной конвекции в сопряженной постановке с учетом теплоотвода в ограждающие конструкции и аккумуляции в них энергии.

Всё чаще учёные используют метод прогонки в решении уравнений конвективного теплообмена [3]. Проводились расчёты нестационарных одномерных дифференциальных уравнений теплопроводности путём сравнения численных результатов тестовой задачи с результатами, полученными в ходе её решения с использованием аналитического и приближённо аналитического методов. Данный метод применим при расчёте задач, при больших числа Фурье. Были получены изолинии функции тока, температуры, кинетической энергии и скорости ее диссипации. Показано, что с увеличением числа Рэлея толщина теплового пограничного слоя уменьшается, а ядра конвективного течения сужаются. В случае малых значений числа Прандтля ($Pr = 0.0115$) в центральной части формируется трехядерная конвективная ячейка. Полученные в работе результаты позволили проанализировать две модели турбулентности (стандартные $k-\epsilon$ и $k-\omega$).

Математическое моделирование естественной конвекции в прямоугольной области с теплопритоком на внешних границах и с локальным источником теплопоглощения представлено в [4]. Данный процесс описывался системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближениях Буссинеска для жидкости. В результатах численного решения задачи были получены показания гидродинамических характеристик и температур, которые описывают основные закономерности процесса, при различных расположениях источника теплопоглощения.

Сделан вывод о том, что расположение источника теплоты приводит к существенному изменению структуры течений и распределения температуры по всей рассматриваемой области.

Моделирование турбулентных режимов естественной конвекции и поверхностного теплового излучения в замкнутой квадратной полости с локальным источником энергии, расположенным в зоне основания анализируемого объекта [5]. Температура источника тепловыделения являлась постоянной, а горизонтальные стенки теплоизолированные, на вертикальных стенках поддерживается постоянная минимальная температура. Режим течения считался турбулентным. В результате проведенных исследований были представлены зависимости среднего конвективного и радиационного чисел Нуссельта на левой вертикальной стенке от числа Рэлея (рисунок 1.1), которые отражают интенсификацию процесса теплопереноса с ростом величины выталкивающей силы.

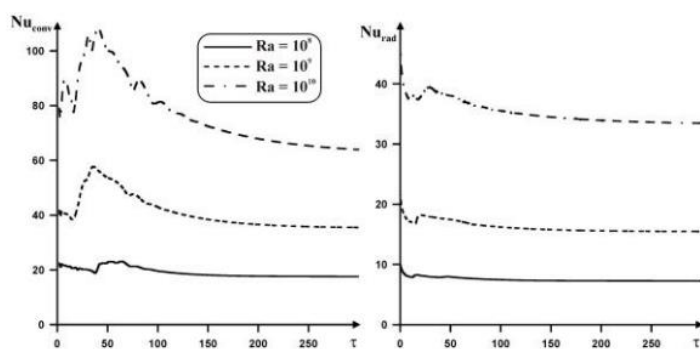


Рисунок. 1.1- Зависимость числа Nu от числа Ra

Численное моделирование сопряженного конвективно-кондуктивного теплопереноса в прямоугольной области при наличии вынужденного течения и источника тепловыделения в [6]. В результате исследования были получены результаты тепловых и гидродинамических характеристик Показан анализируемый процесс.

Естественная конвекция, осуществляется при появлении вектора температуры вблизи действия массовых сил. Естественная конвекция является главным фактором в большинстве технологических процессов,

который осуществляет процесс механизма переноса тепла. Исследования проводились не только для прямоугольных областей, в работе [7] рассматривается задача нестационарного теплопереноса в замкнутом вертикальном цилиндре, показателем являлось число Рэлея, фактор нестационарности, а также относительный коэффициент теплопроводности. Число Рэлея увеличивается из-за роста температуры источника энергии, что в дальнейшем служит источником повышения температуры по всей области и уменьшения скорости конвективного течения по всей области.

Численное исследование смешанной конвекции воды в квадратной полости с движущейся верхней границей показано в работе [8]. Изучалось воздействие движущей скорости и характеристики воды, на структуру течений, с учётом не изменения времени на характеристики теплообмена. Задействовали три значения числа Грасгофа (10^4 ; $1,5 \cdot 10^4$; $2 \cdot 10^4$), Число Рейнольдса брали в диапазоне от 0 до 300. Данные расчётов показывают, что по сравнению с чистой вынужденной конвекцией зависимость Nu от Re в случае смешанной конвекции, носит сложный, не монотонный характер, связано это с тем, что при смешанной конвекции в холодной воде при различных значениях числа Re возникают различные по своей структуре течения. Доказано, что при определённых значениях Рейнольдса, существуют два различных типа стационарных решений.

Моделирование сопряженного теплопереноса в термосифоне в режиме естественной конвекции в замкнутой области исследовалось в [9]. Присутствовал источник тепловыделения на левой границе области решения. На верхней и нижней границе записывались условия второго рода для уравнения энергии. В настоящей задаче было установлено, что увеличение числа Рэлея и относительного коэффициента теплопроводности приводят к интенсификации теплопереноса в полости, а при увеличении толщины стенки заметно ослабление конвекции.

В [10] проведено исследование плоской задачи естественной конвекции при наличии постоянного магнитного поля в замкнутой квадратной полости.

Данная область квадратной формы содержала вязкую теплопроводную магнитную несжимаемую жидкость. На левой боковой стенке поддерживалась постоянная максимальная температура, на правой – постоянная минимальная температура, две противоположные горизонтальные стенки являлись адиабатическими. Для описания нестационарных режимов естественной конвекции в замкнутой области используются нестационарные уравнения Навье–Стокса, содержащие силу Лоренца, а также уравнение энергии, сформулированные в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность». В результате расчётов были получены распределения изолиний функции тока и температуры в диапазоне изменения чисел Рэлея $10^5 < Ra < 10^7$ и Гартмана $10 < Ha < 100$.

Течение вязкой несжимаемой жидкости и теплообмен в полости имеющих два участками ввода и вывода жидкости в работе [11]. На границах области заданы неоднородные граничные условия. Неоднородность объясняется теплофизическими свойствами и теплообменом на границах области. Данный процесс описывается уравнениями Навье–Стокса для жидкой фазы и уравнением теплопроводности для твёрдой фазы. В этой работе теоритически исследованы гидродинамика, теплообмен в водоёме-охладителе ТЭС Восточно – Сибирского региона.

Результаты моделирования являются основание для вывода о необходимости подхода к прогностическому моделированию процессов биологического загрязнения водоёмов-охладителей ТЭС.

Конвективно-радиационному теплопереносу в замкнутой области посвящена работа [12]. Получены распределения локальных характеристик и интегральных (средние числа Нуссельта на характерных границах), определяющие основные закономерности данного процесса в осуществимом конкретном диапазоне изменения определяющих параметров. Определены значения влияния излучения при образовании тепловых режимов. Рассмотрено действие фактора нестационарности на развитие полей как

термодинамических, так и гидродинамических характеристик. Получены взаимосвязанные значения для определения среднего числа Нуссельта на поверхности полости и твердой стенки в зависимости от числа Рейнольдса.

В [13] была решена нелинейная нестационарная сопряжённая задача теплопереноса в течениях свободной кондукции и конвекции в замкнутой прямоугольной области с источником тепловыделения и неоднородными граничными условиями. Температура на источнике тепловыделения оставалась постоянной. Произведено сравнение температурных полей, которые мы получили, с данными эксперимента и продемонстрировано, что процесс передачи тепла в любом объекте теплоснабжения является двумерным процессом, моделирование которого на основе плоской модели приводит к существенным отклонениям по значениям характерных температур.

Исследование процесса смешанной конвекции в области, заполненной газом и ограниченной твёрдыми стенками конечной толщины, в условиях лучистого подвода энергии к внутренней границе рассмотрено в [14]. Было установлено, что при локальном подводе лучистой энергии к внутренней границе замкнутой прямоугольной области, при наличии участка ввода и вывода массы формируются существенно неоднородные поля температур и функций тока.

Целью работы [15] являлось математическое моделирование пространственных режимов естественной конвекции в замкнутом воздушном объёме с учётом теплового излучения от ограждающих стенок. Область решения представляет собой кубическую полость с изотермическими гранями, остальные стенки считались адиабатическими. Описывалась трёхмерными уравнениями конвекции Обербека-Буссинеска в воздушной полости, в условиях поверхностного излучения в безразмерных переменных «векторный потенциал-вектор завихрённости скорости-температура». Результат вычисления отражает существенное влияние излучения в полости на распределения термогидродинамических параметров, особенно в

пространственной постановке. Увеличение приведённой степени черноты отражается на росте скорости циркуляции воздушных масс.

Исследуются нестационарные режимы естественной конвекции в замкнутой квадратной полости с источником энергии постоянной температуры, при источнике тепловыделения разной формы в [16]. Предполагается, что на вертикальных стенках поддерживается температура охлаждения, которая технически может быть реализована за счет введения тепловых трубок, а горизонтальные стенки являются адиабатическими. Жидкость, заполняющая внутреннюю полость, считается ньютоновской, теплопроводной и удовлетворяющей приближению Буссинеска. Процесс переноса тепла описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции Обербека–Буссинеска в безразмерных переменных «функция тока – завихренность». Расчеты проводились при числах Рэлея равных 10^5 и 10^6 в случаях, когда источник энергии имеет форму прямоугольника (рисунок 1.2), равнобедренной трапеции и равнобедренного треугольника. Увеличения числа Рэлея приводит к сгущению изотерм вблизи как вертикальных стенок полости, так и сторон локального источника энергии, что отражает уменьшение толщины теплового пограничного слоя. Изменение формы тепловыделяющего элемента приводит к изменению структуры течения и его интенсивности, а также отражается на геометрических параметрах теплового двумерного факела, формирующегося над источником (рисунок 1.3).

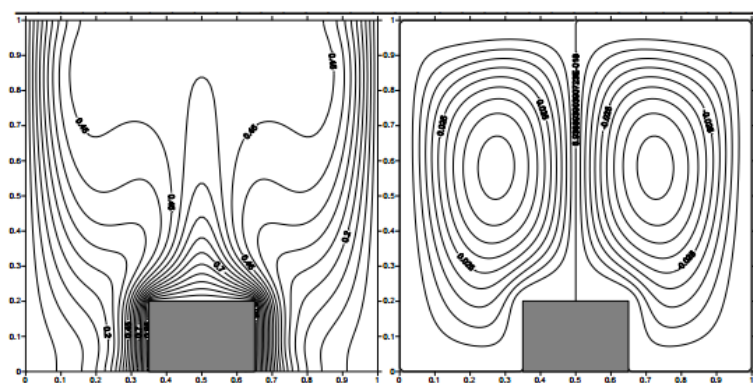


Рисунок 1.2 – Линии тока (справа) и изотермы (слева) при $Ra=10^5$ с прямоугольной формой источника энергии

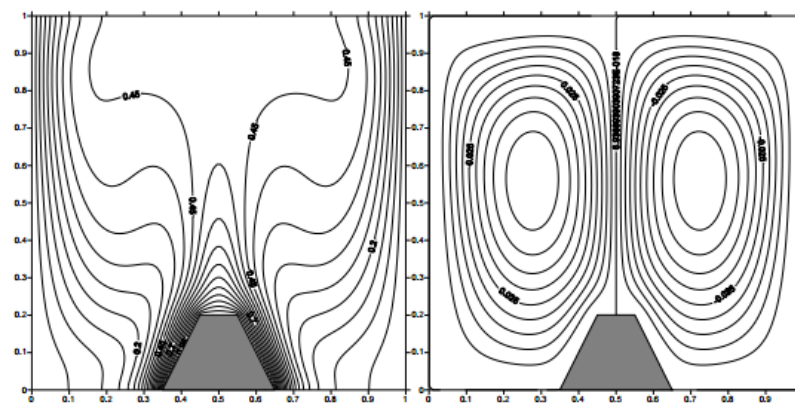


Рисунок 1.3 – Линии тока (справа) и изотермы (слева) при $Ra=10^5$ с трапецевидной формой источника энергии

Целью этой работы является математическое моделирование естественной конвекции в наклонной прямоугольной области с локальным источником тепла [17]. Были исследованы некоторые параметры влияния на число Nu и представлены в виде графиков (рисунок 1.4):

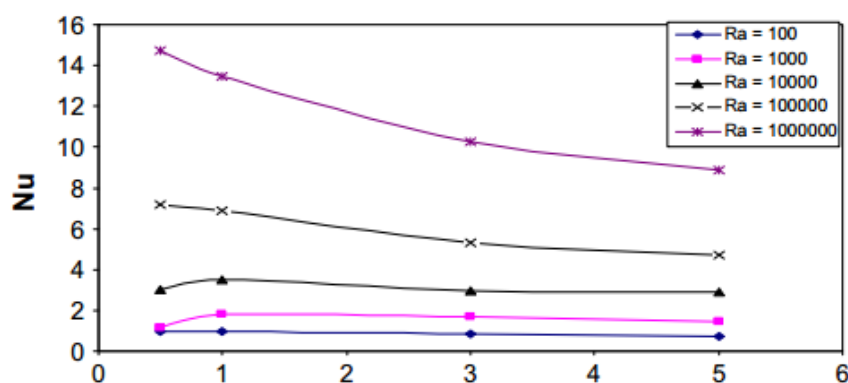


Рисунок 1.4 – Соотношение числа Nu и чисел Ra

В [18] проводилось исследование смешанной конвекции в вертикальном канале от источника тепла конечных размеров, который располагается на вертикальной стенке. Расчёты проводились для числа $Pr=0,7$ в диапазоне чисел Грасгофа от 0 до 10^5 и чисел Re от 0 до 10. Использовали модель постановки двумерные нестационарные уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска. Задача задавалась в переменных «вихрь скорости-функция тока-температура» и решалась методом конечных разностей. Результатом исследования являлось то, что влияние сил выталкивающих на максимум безразмерной температуры являлись

немонотонными. При слабой конвекции $Gr < 10^5$ влияние значительно в сравнении со случаем теплопроводности $Gr=0$, $Re=0$, но слабо зависит от величины Грасгофа. В интервале $10^5 < Gr < 10^6$ влияние выталкивающих сил растёт и при $Gr=10^6$, в условиях слабого внешнего течения $Re < 100$, максимум температуры определяется в значительной степени ими.

Численный анализ тепловых режимов замкнутого двухфазного термосифона цилиндрической формы в условиях смешанной конвекции в предположении бесконечно тонкой зоны испарения и пленки жидкости постоянной толщины рассматривался в [19]. Математическая модель, сформулированная в безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура», реализована численно на основе метода конечных разностей. Получены распределения изолиний функции тока, температуры и поля скорости, характеризующие формирование и развитие термогидродинамических структур в анализируемом объекте.

На основе двумерного численного моделирования проведен анализ смешанной конвекции в вертикальном плоскопараллельном канале с двумя источниками тепла конечных размеров на стенке в [20]. Исследовано влияние расстояния между тепловыми источниками на структуру течения и поле температур. Расчеты ограничены диапазонами числа Грасгофа $0-10^5$, числа Рейнольдса $0-10$ и значением числа Прандтля $0,7$. В качестве математической модели использованы нестационарные уравнения Навье–Стокса в приближении Буссинеска. Задача решена методом конечных разностей. Результатом являлось то, что воздействие массовых сил на естественное течение воздуха в горизонтальном канале с тремя источниками тепла на одной из плоскопараллельных стенок, способствует возникновению вторичного вихря в поперечной форме. Его интенсивность изменяется в зависимости от значений чисел Релея и от расстояния между источниками тепла. При увеличении расстояния между тепловыми источниками интенсивность вторичного течения и максимальная температура стенки

уменьшаются. Эти зависимости непостоянны и имеют максимальное значение, которое исчезает с ростом числа Релея.

Г.В. Кузнецов и М.А. Шерemet в работе [21] решали задачу турбулентной термогравитационной конвекции в области, которая имела прямоугольную форму, с теплопроницаемыми стенками бесконечно малой толщины при наличии локального источника тепловыделения в условиях конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой. Был проведён анализ влияния числа Грасгофа, относительного коэффициента теплопроводности и фактора нестационарности на локальные характеристики (поля температуры, линии тока, скорости диссипации и кинетической энергии турбулентности) и на интегральную характеристику. Отмечено, что уменьшение относительного коэффициента теплопроводности отражается на изменении профиля температуры, что не может не превести к падению значений кинетической энергии турбулентности и скорости её диссипации в газовой полости и влияет на увеличение среднего числа Нуссельта на поверхности источника тела.

В [22] приведена модель, которая описывает кондуктивно—ламинарную естественную конвекцию ньютоновской тепловыделяющей жидкости в прямоугольной области с постоянной температурой стенок, которая формализована в виде неоднородного бигармонического дифференциального уравнения относительно функции тока, отвечающей условиям “прилипания” и “непротекания” на границах области. Использовали уравнения Обербека-Буссинеска в переменных Гельмгольца, описывающие свободноконвективное течение вязкой несжимаемой жидкости в каверне. Получено описание процесса свободной конвекции тепловыделяющих жидкостей в замкнутых объёмах при малых числах Грасгофа.

Движение несжимаемой вязкой неизотермической жидкости в открытой полости прямоугольного типа в условиях вынужденной конвекции и сопряженного теплообмена рассматривалось в [23]. Было получено течение

вязкой несжимаемой жидкости в открытой каверне в условиях вынужденной конвекции (в сопряженной и несопряженной постановках задачи). Исследовано влияние параметров модели на характер движения. Получены температурные профили для твердой и жидкой фаз. Изучено влияние распределения температуры в обеих фазах.

Определению оптимальных граничных условий для моделирования естественной конвекции воздуха в помещении была посвящена работа [24]. Объектом исследования являлся профиль температур в замкнутом объеме в заданный момент времени. Полученные результаты моделирования естественной конвекции в замкнутом объеме показали корректное воспроизведение характера изменения температурного профиля над нагревательным элементом. При этом расчетные температурные поля находятся в заметном рассогласовании с опытными данными по абсолютным значениям температур. Поскольку распределение температур в значительной степени зависит от теплопотерь через границы расчетной области, можно сделать заключение о некорректной интерпретации принятых граничных условий. Заимствованное у авторов экспериментального исследования значение коэффициента теплоотдачи не обеспечило достаточную интенсивность теплоотвода в рамках реализации рассмотренной расчетной модели.

Проведён численный и экспериментальный анализ ламинарных режимов термогравитационной сопряжённой конвекции в замкнутом параллелепипеде с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой в работе [25]. Проводились исследования показано, что экспериментальные данные и результаты численных расчетов достаточно хорошо согласуются.

В [26] работе рассматривались стационарные слоистые течения Бенара-Марангони вязкой несжимаемой жидкости индуцируемые градиентом температуры на обеих границах. Получены решения для краевых условий

третьего рода на границах потока жидкости – теплообмен по закону Ньютона. Показано, что при некоторых условиях найдется толщина слоя жидкости, при которой касательные напряжения на твердой поверхности в направлении x и y одновременно обращаются в ноль.

Исследование естественной сопряженной конвекции тепловыделяющей жидкости вокруг оребренной трубы, которая помещена в центральную часть квадратной полости в [27]. Отмечено, что размеры рёбер и угол наклона трубы, а также плотность объемного тепловыделения оказывают существенное влияние на интенсивность теплопереноса.

Численному моделированию естественной конвекции в замкнутой квадратной области с теплопроводными стенками конечной толщины посвящена работа [28]. Полученные результаты, которые свидетельствуют о существенном изменении термогидродинамических параметров по сравнению с аналогичными параметрами в случае несопряженной постановки.

В [29] методом конечных разностей исследовано влияние расположения и размера нагревателя на естественный конвективный теплообмен в квадратной области. Число Ra брали в диапазоне $5 \cdot 10^2 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^5$, квадратная полость размером $0,1 \leq D/L \leq 1,0$. Исследование показало, что среднее число Nu увеличивается в том случае, если размер нагревателя уменьшается.

Исследована модель свободной конвекции тепловыделяющей жидкости в полусферическом замкнутом объеме с полностью изотермической границей в [30]. Посредством использования аналитических оценок отмечено, что при значениях чисел Ra течение в данном объеме предполагается турбулентным, что существенно упростило задачу. В следствие показаны интегральные соотношения для теплоотдачи через нижнюю и верхнюю части границы полусферической емкости. Результатами численных расчетов является то, что большая часть тепла отводится через

обращенную вниз сферическую поверхность. Отношения потока тепла через верхнюю горизонтальную границу к потоку тепла через нижнюю границу уменьшается от 0,5 до 0,3 в диапазоне модифицированных чисел Рэлея Ra от 10^9 до 10^7 .

Исследуется тепловая конвекция упруговязкой жидкости в горизонтальном цилиндре квадратного сечения при подогреве снизу в [31]. Для описания реологических свойств жидкости используется обобщенная модель Олдройда. Исследование проводится на основе слабо нелинейного анализа, а также решения полных нелинейных уравнений численно методом конечных разностей. Определены реологические параметры, при которых характер возбуждения конвекции меняется. При малых значениях параметра упругости τ при всех значениях ε наблюдается мягкое возбуждение конвекции. С увеличением τ наблюдается переход от мягкого возбуждения к жесткому. Характер возбуждения конвекции зависит от значения реологического параметра a : при $a \approx 1$ конвекция возбуждается мягко при любых значениях реологических параметров τ и ε , при меньших a имеется область жесткого возбуждения.

В [32] исследуются локальные особенности теплообмена и температурного расслоения при ослабленной естественной конвекции в квадратной области. Изучается зависимость локальных эффектов от вида тепловых условий на горизонтальных границах. Используются условия двух типов: равномерный тепловой поток (либо отток), общее условие теплоотдачи. Локальные особенности полей температуры и потоков тепла при ослабленной естественной конвекции в квадратной области существенно зависят от вида тепловых граничных условий. Рост интенсивности теплообмена на верхней границе при подогреве нижней границы равномерным тепловым потоком уменьшает температурное расслоение и смещает переходной режим в сторону больших чисел Грасгофа; снижает интенсивность конвективного течения в режиме перехода, но практически не воздействует на силу течения при $Gr \geq 10^4$; уменьшает градиент температуры

на верхней границе, но мало влияет на структуру температурного поля вблизи нижней стенки.

Трёхмерная естественная ламинарная конвекция в полости параллелепипеда, который будет иметь нагрев двух боковых стенок при разновидности отношения сторон в широких пределах $A_x = L/H = 0,1-5$ в [33]. Число Рэлея варьировалось в диапазоне $Ra = 10^3 - 10^6$. Исследовано влияние геометрии объема на микроструктуру трехмерного теплопереноса и течения. Продемонстрировано, что характер течения, который является трёхмерным, сильно оказывает влияние на теплопередачу при малых значениях параметра удлинения ($A_x < 1$). Для более удлиненных объемов интегральный коэффициент теплоотдачи не зависит от соотношения сторон прослойки и его величина может быть определена из 2D-приближения.

Практической значимостью нашего исследования является моделирование конвективного и кондуктивного теплообмена в водоёме, в [34] проводится математическое моделирование, описывающее динамику вод в проточном, нестратифицированном водохранилище. Динамика вод и изменение их химического состава описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, которые обычно называются уравнениями Сен-Венана. Модель, которая приводится в данной работе, может быть использована для решения многих важных прикладных задач: расчёт паводка, управление потоком, гидротехническое проектирование. Здесь приведён алгоритм построения криволинейных сеток в методе конечных элементов.

Математическое моделирование процессов биологического загрязнения технологических водоёмов тепловых электрических станций было проведено в [35]. Показаны итоги математического моделирования гидродинамики, теплообмена и то как развивается фитопланктон в типичном водоеме-охладителе тепловой электрической станции в разные времена года. Изучены фотосинтетическая способность фитопланктона в открытом водоеме для различных термических периодов и режимы смешанной

конвекции. Показано распределение гидродинамических параметров, температур и определена фотосинтетическая способность фитопланктона в водоеме-охладителе ТЭС в различные времена года. сделан вывод о том, что структура течений в различные времена года существенно не меняется, а в открытом водоеме-охладителе даже в зимний период фотосинтетическая активность биопланктона достаточна для биологического загрязнения воды до уровня, превышающего допустимый.

Метод вычисления SRT Lattice Boltzmann используют в работе [36]. Темой данной работы является моделирование гидродинамики мелководных водоёмов. С помощью SRT Lattice Boltzmann модели проводятся численные эксперименты для реальных водоёмов. Результатами работы программы являлось векторное поле скоростей и скалярное поле для давления (рисунок 1.5 -1.7).

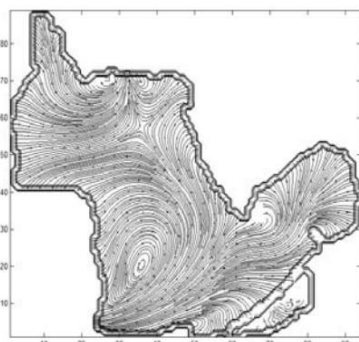


Рисунок 1.5 – Линии тока
на глубине 1 м.

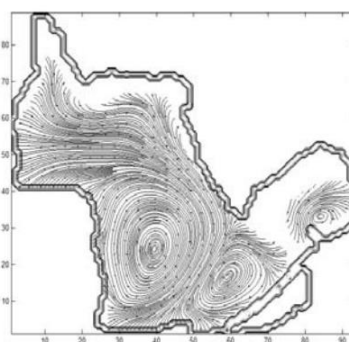


Рисунок 1.6 – Линии тока
на глубине 3,5 м.

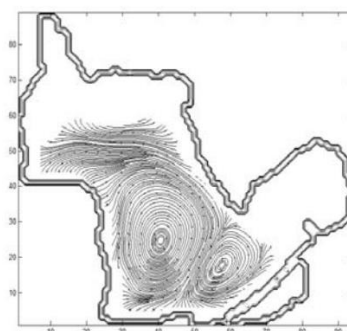


Рисунок 1.7 – Линии тока
на глубине 6 м.

Важным составляющим является экологическое состояние водоёма, в [37] проводится моделирование экосистем пресноводных озёр. Представлены одно, двух и трехмерные математические модели термо- гидродинамики пресноводных водоемов (озер и водохранилищ), которые применялись и применяются для обеспечения моделей водных экосистем информацией об абиотических факторах водной среды при разнообразных антропогенных и климатических воздействиях.

Глава 2 Постановка задачи конвективного и кондуктивного массопереноса при движении несжимаемой вязкой жидкости в прямоугольной замкнутой области

2.1 Геометрическая модель

Рассматривается двумерная, краевая задача теплопереноса с холодным источником, при учёте естественной конвекции для области, которая представляет прямоугольную полость с заданными размерами и разными теплофизическими характеристиками. На границах области заданы граничные условия второго рода. Стенки полости и заполняющая её жидкость, в начальный момент времени, имеют одинаковую температуру во всех точках, причём жидкость является неподвижной (рисунок 2.1). В прямоугольной области располагается холодный источник, который представляет собой квадрат, расположение источника (см. таблицу 2.1).

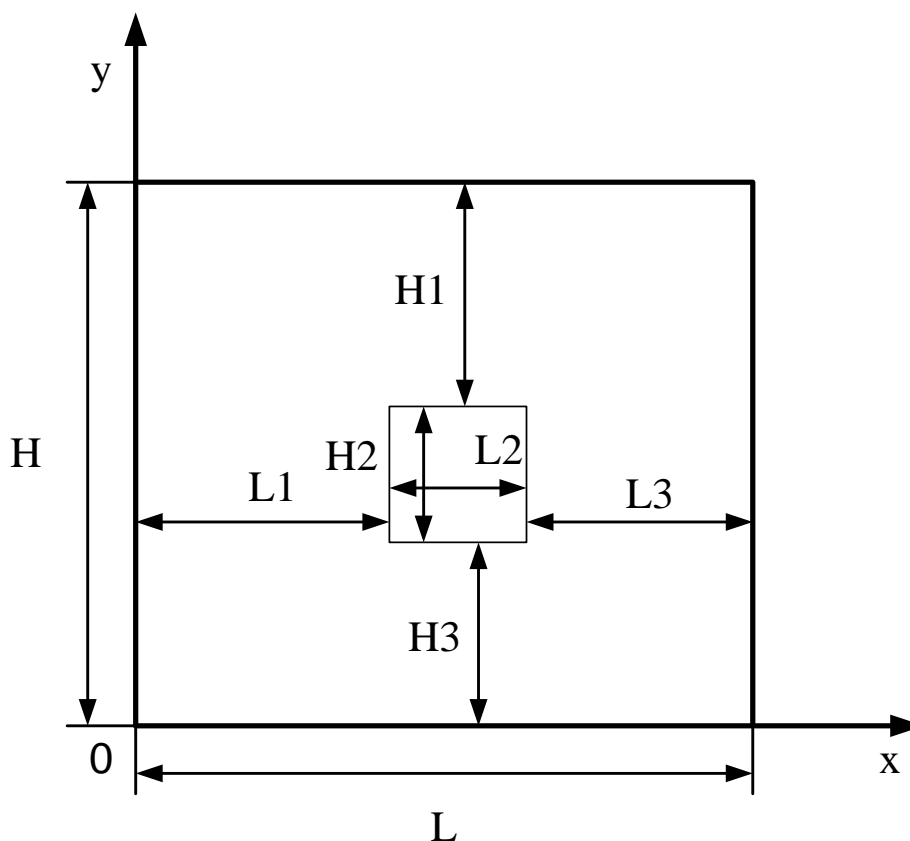


Рисунок 2.1 – Область решения

Таблица 2.1 – Расположение источника в исследуемой области (в безразмерных координатах).

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| X | 0,13-0,19 | 0,13-0,19 | 0,13-0,19 | 0,46-0,52 | 0,46-0,52 | 0,46-0,52 | 0,79-0,85 | 0,79-0,85 | 0,79-0,85 |
| Y | 0,8-0,85 | 0,47-0,52 | 0,12-0,17 | 0,8-0,85 | 0,47-0,52 | 0,12-0,17 | 0,8-0,85 | 0,47-0,52 | 0,12-0,17 |

Режим течения считается ламинарным, теплофизические свойства не зависят от температуры. При моделировании процесса свободно-конвективного теплопереноса в жидкой среде число Грасгофа принимается $Gr=10^6$. Принятое число Gr будет соответствовать ламинарному течению [38]. Жидкость вязкая, несжимаемая, удовлетворяющей приближению Буссинеска.

Теплообмен излучением не учитывается, так как его значение пренебрежимо мало по сравнению с теплообменом за счёт конвекции.

2.2 Математическая модель

Для описания конвективного течения используется уравнения Навье-Стокса и теплопроводности.

Если не учитывать вязкую диссипацию энергии, то уравнения движения, энергии и неразрывности в рассматриваемой области будет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (2.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g_y (T - T_0), \quad (2.3)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (2.4)$$

В системе уравнений (2.1-2.4) искомыми функциями является температура и давление, а также компоненты вектора скорости, зависящие от времени и пространственных координат. Параметрами буду являться

плотность ρ , температурный коэффициент объемного расширения β , коэффициент динамической вязкости μ , которая составляет ускорение силы тяжести в проекции на ось yg_y ($g_x = 0$), начальная температура в области решений T_0 , удельная теплоемкость при постоянном давлении C_p , коэффициент теплопроводности λ .

Система уравнений (2.1-2.4) при искомым начальных и граничных условий для температур, давлений и полей скоростей, представляет замкнутую систему, которая определяет поля скоростей, давлений и температур несжимаемой, вязкой, однородной жидкости и изменение этих параметров во времени.

Приведённые выше уравнения (2.1-2.4) могут быть записаны в другой форме, которые не будут содержать давление, эти уравнения являются более удобными для численных реализаций [39, 40].

Далее приведём функцию тока и вектор вихря скорости:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \omega = \frac{1}{2} \text{rot}_z \vec{V} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (2.5)$$

С учётом уравнения (2.5), уравнения (2.1)-(2.4) примут вид:

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{2} \rho \beta g_y \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.6)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = -2\omega, \quad (2.7)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (2.8)$$

Прослеживается связь между функцией тока и вектором завихрённости (2.7) следует из определений вектора завихрённости (2.5). Продифференцировав первое уравнение по y , второе уравнение по x , вычитаем результаты и используем определение вектора вихря в виде (2.5), получаем уравнение (2.6).

Исходные уравнения, начальные и граничные условия будем использовать в безразмерной форме. Данный выбор можно объяснить следующими целями: расчёт и обработка результатов будет использоваться в общей критериальной форме, которая будет содержать минимум параметров, а также приведение значений вычисляемых величин к соответствующим шкалам.

Масштабом была выбрана длина водоёма, рассматриваемой области по оси y . Для того чтобы систему уравнений (2.6-2.8) привести к безразмерному виду воспользуемся соотношениями.

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad U = \frac{u}{U_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\psi_0}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0},$$

$$\text{Где } \Delta T = T_{\max} - T_0, \quad V_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL}, \quad \psi_0 = V_0 L, \quad \omega_0 = \frac{V_0}{L}. \quad (2.9)$$

Где x, y – координаты для декартовой системы координат; X, Y – безразмерные координаты, которые соответствуют координатам x, y ; L – длина полости в рассматриваемой области решения задачи по оси x ; t – время; t_0 – масштаб времени; τ – безразмерное время; u, v – составляющие скорости в проекции на оси x, y соответственно; U, V – безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v ; V_0 – масштаб скорости (скорости конвекции); Θ – безразмерная температура; ψ_0 – масштаб функции тока; Ψ – безразмерный аналог функции тока; ω_0 – масштаб вектора вихря; Ω – безразмерный аналог вектора вихря.

Для задачи, уравнение Буссинеска в переменных «вихрь-скорости-функция тока - температура» [41, 42] записаны данным образом:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial X} \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr\sqrt{Gr}} \Delta \Theta \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -2 \cdot \Omega \quad (2.12)$$

Здесь число Струхала $Sh = V_0 t_0 / L$; число Грасгофа $Gr = \beta g_y L^3 (T_{\max} - T_0) / \nu^2$; ν - коэффициент кинематической вязкости, $Pr = \nu / a$ - число Прандтля; a_i - коэффициент температуропроводности i -той подобласти; $Fo = a_i t_0 / L^2$ - число Фурье, соответствующее i -ой подобласти.

Начальные условия для системы уравнения (2.10)- (2.12) будут иметь вид:

$$\Psi(X, Y, 0) = 0;$$

$$\Omega(X, Y, 0) = 0;$$

$$\Theta(X, Y, 0) = 0;$$

Граничные условия:

- верхняя граница рассматриваемой области:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} &= 0, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= -K_{eva}. \end{aligned} \right\} \text{при } 0 < x < L, \ y = H \quad (2.13)$$

-нижняя граница рассматриваемой области:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} &= 0, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= Ki. \end{aligned} \right\} \text{при } 0 < x < L, \ y = 0 \quad (2.14)$$

-левая и правая граница:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial X} &= 0, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial X} &= Ki. \end{aligned} \right\} \text{при } 0 < y < H, \ x = 0 \quad (2.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial X} &= 0, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial X} &= Ki \end{aligned} \right| \text{при } 0 < y < H, \quad x = L \quad (2.16)$$

На всех областях пластины поддерживается одинаковая температура:

- верхняя и нижняя граница

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} &= 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= T_{\min} \end{aligned} \right| \text{при } \begin{aligned} L_1 \leq x \leq L_3, \quad H_3 + H_2 \leq y \leq H_1 \\ L_1 \leq x \leq L_3, \quad H_3 \leq y \leq H_1 + H_2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

- правая и левая граница

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial X} &= 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial X} &= T_{\min} \end{aligned} \right| \text{при } \begin{aligned} H_1 \leq y \leq H_3, \quad L_3 + L_2 \leq x \leq L_1 \\ H_1 \leq y \leq H_3, \quad L_3 \leq x \leq L_1 + L_2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Здесь $Ki = \frac{q \cdot L}{\lambda(T_{\max} - T_0)}$ - число Кирпичёва, $K_{eva} = \frac{W_{eva} \cdot Q \cdot L}{\lambda(T_{\max} - T_0)}$ - безразмерное

число испарения, q - тепловой поток на границе области, $W_{eva} = \frac{A(P_n - P^{\prime\prime})}{\sqrt{\frac{2\pi R}{M}} T_{eva}}$ -

массовая скорость испарения, Q - теплота фазового перехода, P_n – давление насыщения, $P^{\prime\prime}$ - парциальное давление испаряющихся компонентов, R – газовая постоянная, M – молекулярный вес, A – коэффициент аккомодации, T_{eva} – температуры испарения.

Особенностью постановки граничных условий для системы уравнений (2.10-2.12) является то, что формально они заданы только для уравнения энергии и функции тока и не заданы для уравнения вихря [43, 44].

2.3 Краткое описание используемого численного метода

Для решения системы уравнений (2.10) - (2.12) воспользуемся методом конечных разностей (МКР) [45, 46]. Идея МКР достаточно проста, и понятно

уже из названия. За вместо производных в уравнении используются их конечно разностные аппроксимации. При решении дискретных аппроксимаций краевых дифференциальных задач нужно стремиться достичь 2 противоречивые цели: эффективное устойчивое решение получающихся алгебраических систем и хорошее качество аппроксимаций.

Для того чтобы проаппроксимировать дифференциальное уравнение, введём пространственно-временную сетку с координатами:

$$x_i = ih, \quad y_j = jl, \quad \tau_n = \tau n \quad (2.19)$$

Где h, l – шаги сетки по координатам x, y соответственно, τ – шаг по времени, $i = \overline{0, M}, \quad j = \overline{0, N}, \quad n = \overline{0, k}$.

Введём следующие обозначения: $\varphi(ih, jl, n\tau) = \varphi_{i,j}^n$. Любую производную можно аппроксимировать центральной разностью по каждой пространственной переменной:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &\approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2h}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i-1,j}}{h^2}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &\approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}}{2l}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-1}}{l^2}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

Разностью против потока:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{h}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}}{l}, \quad (2.21)$$

А так же разностью по потоку:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{h}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{l}, \quad (2.22)$$

Производную по времени замени разностным отношением «вперёд» в следующем виде:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \approx \frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\tau}. \quad (2.23)$$

На основе представленных аппроксимаций дифференциальная задача (2.10)-(2.12) сводится к разностной.

2.4 Решение трёхточечного разностного уравнения второго порядка методом прогонки

Решим задачу простым методом конечных разностей, где каждое из уравнений связывает три соседние неизвестные [45,46]

$$A_i x_{i+1} - B_i x_i + C_i x_{i-1} = F_i \quad (2.24)$$

Где $i = \overline{1, n-1}$. Данные уравнения называются трёхточечными разностными уравнениями второго порядка. Система (2.24) имеет трёхдиагональную структуру.

Для избавления от нулевых элементов в под диагональной части матрицы, будем предполагать, что существуют данные наборы чисел a_i и b_i ($i = \overline{0, n-1}$) при которых

$$x_i = a_i x_{i+1} + \beta_i \quad (2.25)$$

Трёхточечное уравнение второго порядка (2.24) преобразуем в двухточечное уравнение первого порядка (2.25). Уменьшим (2.25) индекс на единицу и получим выражение: $x_{i-1} = a_{i-1} x_i + \beta_{i-1}$ подставляем выражение в уравнение (2.24):

$$A_i x_{i+1} - B_i x_i + C_i a_{i-1} x_i + C_i \beta_{i-1} = F_i, \quad (2.26)$$

Получается:

$$x_i = \frac{A_i}{B_i - a_{i-1} C_i} x_{i+1} + \frac{\beta_{i-1} C_i - F_i}{B_i - a_{i-1} C_i}$$

следовательно

$$a_i = \frac{A_i}{B_i - a_{i-1} C_i}, \quad \beta_i = \frac{\beta_{i-1} C_i - F_i}{B_i - a_{i-1} C_i} \quad (2.27)$$

Для того чтобы определить a_i и b_i по (2.27) нужно знать a_0 и b_0 , которые будут находиться из левого граничного условия.

По формулам (2.25) находят $x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1$, при условии, что x_n найдено из граничного условия по правой стенке.

Таким образом, решение уравнений вида (2.24) производится методом прогонки, и сводится по трём формулам: находятся прогоночные коэффициенты a_i и β_i по формулам (2.27) при $i = \overline{1, n-1}$ это будет является прямой прогонкой, затем получаем неизвестные x_i по формуле (2.25) при $i = \overline{n-1, n-2, \dots, 1}$ (обратная прогонка).

Для того чтобы метод хорошо работал, в процессе вычислений нельзя допускать делений на нуль, если в системе большие размерности, не должно быть быстрого роста погрешностей округлений.

Если знаменатели прогоночных коэффициентов (2.27) не обращаются в нуль, то назовём прогонку корректной и устойчивой, если $|a_i| < 1$ при всех $i = \overline{0, n-1}$.

В [109] доказана теорема, которая представляет устойчивость прогонки уравнений и достаточные условия корректности.

$$|B_i| > |A_i| + |C_i| \quad \forall i = \overline{1, n-1} \text{ и } |a_0| < 1 \Rightarrow |a_i| < 1 \quad (2.28)$$

2.5 Решение уравнения Пуассона для функции тока

Уравнение Пуассона для функции тока будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -2\Omega \quad (2.29)$$

В основной схеме решается отдельно от уравнения вихря скорости. Усовершенствование данного элемента играет важную роль, так как есть необходимость многократно, на каждом временном слое решать стационарное эллиптическое уравнение.

Одним из методов решения уравнений (2.29), нашедшим широкое применение и использующим итерационное решение разностных уравнений является неявный метод переменных направлений [47, 48].

Заменим уравнение (2.29) нестационарным:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} + 2\Omega \quad (2.30)$$

Где τ - является итерационным параметром, аналогичным времени, запишем схему переменных направлений для уравнения (2.30) в виде[49]:

$$\frac{\Psi_{j,i}^{k+0,5} - \Psi_{j,i}^k}{\tau/2} = \frac{\Psi_{j,i+1}^{k+0,5} - 2\Psi_{j,i}^{k+0,5} + \Psi_{j,i-1}^{k+0,5}}{h^2} + \frac{\Psi_{j+1,i}^k - 2\Psi_{j,i}^k + \Psi_{j-1,i}^k}{l^2} + 2\Omega_{j,i} \quad (2.31)$$

$$\frac{\Psi_{j,i}^{k+1} - \Psi_{j,i}^{k+0,5}}{\tau/2} = \frac{\Psi_{j,i+1}^{k+0,5} - 2\Psi_{j,i}^{k+0,5} + \Psi_{j,i-1}^{k+0,5}}{h^2} + \frac{\Psi_{j+1,i}^{k+1} - 2\Psi_{j,i}^{k+1} + \Psi_{j-1,i}^{k+1}}{l^2} + 2\Omega_{j,i} \quad (2.32)$$

Где k – итерационный индекс, $i = \overline{1, M-1}$; $j = \overline{1, N-1}$.

Каждое уравнения (2.31), (2.32) приводятся к стандартному виду и решаются с помощью метода прогонки (пункт 2.4).

Рассмотрим решение уравнений (2.31) методом прогонки. Приведём уравнение к виду $A_i \Psi_{i+1} - B_i \Psi_i + C_i \Psi_{i-1} = F_i$. Тогда коэффициенты примут вид:

$$A_i = \frac{1}{h^2} \quad B_i = \frac{2}{h^2} + \frac{2}{\tau} \quad C_i = \frac{1}{h^2} \quad F_i = -\frac{2}{\tau} \Psi_{i,j}^k - \frac{\Psi_{i,j+1}^k - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i,j-1}^k}{l^2} - 2\Omega_{i,j}$$

Перед тем как перейти к методу прогонки проверим достаточные ли условия корректности и устойчивости метода прогонки (2.28).

Из выражений A_i , B_i , C_i видно что $|B_i| > |A_i| + |C_i| \quad \forall i = \overline{1, M-1}$ и $|a_0| < 1$

Данное выражение будет показано ниже.

Для того чтобы определить прогоночные коэффициенты по соотношению (2.27) нужно найти a_0 и β_0 из левого граничного условия.

Граничные условия для уравнения Пуассона имеют вид $\Psi(X, Y, \tau) = 0$. Тогда используя соотношение $\Psi_{0,j}^{k+0,5} = \alpha_0 \Psi_{1,j}^{k+0,5} + \beta_0$, получаем, $\alpha_0 = 0 < 1, \beta_0 = 0$.

Определим значения $\Psi_{i,j}^{k+0,5}$, $i = M-1, \dots, 1$ по выражению (2.25), с учётом того, что $\Psi_{M,j}^{k+0,5} = 0$. Исходя из этого определяем $\Psi_{i,j}^{k+0,5}, i = \overline{0, M}$. Затем решим уравнение (2.32), оно будет решаться аналогично (2.31).

В качестве критерия точности решения уравнения Пуассона для функции тока рассматривалось соотношение вида $\max |\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k| < \varepsilon$.

Используемый метод переменных направлений является абсолютно устойчивым и порядок аппроксимации $O(h^2 + l^2)$ [42,46].

2.6 Постановка граничных условий для вектора завихрённости скорости

Отметим, что постановка граничных условий уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока, имеет некоторую особенность [50, 51].

$$\Psi(X, Y, \tau) = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0. \quad (2.33)$$

Граничные условия (2.33) показаны только для функции тока и не показаны для вектора вихря. Потому возникает острая проблема для определения недостающих граничных условий [52, 53] при решении разностных уравнений для функции вихря.

В работах Тома [54], говорится о возможности представить функцию тока, вблизи границы, в виде ряда Тейлора:

$$\Psi_{1,j} = \Psi_{0,j} + h \frac{\partial \Psi}{\partial X} \Big|_{0,j} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \Big|_{0,j} + \dots \quad (2.34)$$

Если в (2.34) отбросить члены высшего порядка по h , то можно получить формулу для вихря на границе в виде:

$$\Omega_{0,j} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \Big|_{0,j} = \frac{\Psi_{0,j} - \Psi_{1,j}}{h^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial X} \Big|_{0,j} + O(h). \quad (2.35)$$

При использовании формулы (2.34) предполагается, что граничные условия (2.33) выполняются. Это и связывает вихрь на границе с функцией тока в ближайших к границе узлах сетки:

$$\Omega_{0,j} = -\frac{\Psi_{1,j}}{h^2}. \quad (2.36)$$

Также можем получить формулы более высокого порядка, аппроксимируем вторую производную для функции тока с помощью формул:

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{0,j} = \frac{8\Psi_{1,j} - \Psi_{2,j} - 7\Psi_{0,j}}{2h^2} - \frac{1}{3} \left. \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right|_{0,j} + O(h^2). \quad (2.37)$$

Тогда исходя из формулы (2.37), получим формулу второго порядка (формулу Вудса) [55, 56], которая будет связывать значения вихря на границе и функцию тока в 2-х узлах сетки:

$$\Omega_{0,j} = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{0,j} = \frac{\Psi_{2,j} - 8\Psi_{1,j}}{4h^2} + O(h^2). \quad (2.38)$$

В этой работе граничными для вектора вихря условиями были условие Вудса (2.38).

2.7 Аппроксимация уравнения для вектора завихрённости скорости

Разностная структура для уравнения вихря:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial X} \quad (2.39)$$

Не мало важной проблемой, которая возникает при построении разностной схемы для (2.39), будет являться аппроксимация конвективного нелинейного члена $U \frac{\partial \Omega}{\partial X}$. При больших значениях Gr, будет происходить

нарушение монотонности. Использование монотонной аппроксимации вида (2.22) позволяет получить системы алгебраических уравнений, коэффициенты которых удовлетворяют достаточным условиям устойчивости прогонок. Но использование этой аппроксимации приводит к появлению значительной схемной вязкости, так как она имеет первый порядок точности. Для того чтобы избежать подобное, можем использовать аппроксимацию Самарского [42, 45], которая имеет второй порядок точности.

Применение разностной аппроксимации к уравнению вихря приведёт к системе алгебраических уравнений, которые возможно решить только итерационным путём. Метод переменных направлений позволяет свести

решение двумерных уравнений к последовательности одномерных с трёхдиагональными матрицами.

Запишем схему Самарского для двумерного нестационарного уравнения вихря, с учётом метода переменных направлений и монотонной аппроксимации:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{Sh} \frac{\Omega_{i,j}^{n+0,5} - \Omega_{i,j}^n}{\tau/2} + U_{i,j}^n \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+0,5} - \Omega_{i-1,j}^{n+0,5}}{2h} - \\
& - |U_{i,j}^n| \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+0,5} - 2\Omega_{i,j}^{n+0,5} + \Omega_{i-1,j}^{n+0,5}}{2h} + V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2l} = \\
& = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left[\left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h\sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+0,5} - 2\Omega_{i,j}^{n+0,5} + \Omega_{i-1,j}^{n+0,5}}{h^2} + \right. \\
& \left. + \frac{\Omega_{i,j+1}^n - 2\Omega_{i,j}^n + \Omega_{i,j-1}^n}{l^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{2h}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{Sh} \frac{\Omega_{i,j}^{n+1} - \Omega_{i,j}^{n+0,5}}{\tau/2} + U_{i,j}^n \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+0,5} - \Omega_{i-1,j}^{n+0,5}}{2h} - \\
& - |V_{i,j}^n| \frac{\Omega_{i,j+1}^{n+1} - 2\Omega_{i,j}^{n+1} + \Omega_{i,j-1}^{n+1}}{2l} + V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2l} = \\
& = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left[\left(1 + |V_{i,j}^n| \frac{l\sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} \frac{\Omega_{i,j+1}^{n+1} - 2\Omega_{i,j}^{n+1} + \Omega_{i,j-1}^{n+1}}{l^2} + \right. \\
& \left. + \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+0,5} - 2\Omega_{i,j}^{n+0,5} + \Omega_{i-1,j}^n}{h^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{2h}
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Здесь $i = \overline{1, M-1}$; $j = \overline{1, N-1}$; $n = \overline{0, K-1}$.

Схема не зависит от знака скорости, если использовать аппроксимацию конвективных членов, усреднённая относительно U^n и $|U^n|$ (или V^n и $|V^n|$).

Уравнения (2.40) и (2.41) сводятся к стандартному трёхдиагональному виду и решаются с помощью метода прогонки.

Решим уравнение (2.40) методом прогонки. Приведём его к виду

$A_i \Omega_{i+1,j}^{n+0,5} - B_i \Omega_{i,j}^{n+0,5} + C_i \Omega_{i-1,j}^{n+0,5} = F_i$. Коэффициент A_i , B_i , C_i примут вид:

$$\begin{aligned}
A_i &= \frac{1}{h^2 \cdot \sqrt{Gr}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h \cdot \sqrt{Gr}}{2} \right) - \frac{U_{i,j}^n}{2 \cdot h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2 \cdot h}, \\
B_i &= \frac{2}{h^2 \cdot \sqrt{Gr}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h \cdot \sqrt{Gr}}{2} \right) - \frac{2}{\tau \cdot Sh} + \frac{|U_{i,j}^n|}{h}, \\
C_i &= \frac{1}{h^2 \cdot \sqrt{Gr}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h \cdot \sqrt{Gr}}{2} \right) + \frac{U_{i,j}^n}{2 \cdot h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2 \cdot h}, \\
F_i &= V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2l} - \frac{2 \cdot \Omega_{i,j}^n}{\tau \cdot Sh} - \frac{1}{\sqrt{Gr}} \frac{\Omega_{i,j+1}^n - 2 \cdot \Omega_{i,j}^n + \Omega_{i,j-1}^n}{l^2} - \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{4 \cdot h}
\end{aligned}$$

Перед тем, как перейти к методу прогонки, нужно проверить на достаточные условия корректности и устойчивости метода.

Из выражений A_i , B_i , C_i видно что $|B_i| > |A_i| + |C_i| \quad \forall i = \overline{1, M-1}$ и $|a_0| < 1$

Данное выражение будет показано ниже.

Для того чтобы определить прогоночные коэффициенты по соотношению (2.27) нужно найти a_0 и β_0 из левого граничного условия. Граничные условия для уравнения вихря имеют вид (2.38). Тогда используя

соотношение $\Omega_{0,j}^{k+0,5} = \alpha_0 \Omega_{1,j}^{k+0,5} + \beta_0$, получаем, $\alpha_0 = 0 < 1, \beta_0 = \frac{\Psi_{2,j}^{n+1} - 8\Psi_{1,j}^{n+1}}{4h^2}$.

Определим значения $\Omega_{i,j}^{k+0,5}$, $i = \overline{M-1, ..., 1}$ по выражению (2.25), с учётом того, что на правой границе имеется условие Вудса. Исходя из этого определяем $\Omega_{i,j}^{k+0,5}, i = \overline{0, M}$. Затем решим уравнение (2.41), оно будет решаться аналогично (2.40).

Используемый метод переменных направлений является абсолютно устойчивым и порядок аппроксимации $O(h^2 + l^2)$ [103,106].

2.8 Аппроксимация уравнения энергии

Решим уравнение энергии для жидкой фазы:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \Delta \Theta \quad (2.42)$$

Решать уравнение (2.42) будем с помощью локально одномерной схемы А.А. Самарского [45].

Запишем дискретизацию двумерного нестационарного уравнения энергии:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Sh} \frac{\Theta_{i,j}^{n+0,5} - \Theta_{i,j}^n}{\tau} + U_{i,j}^n \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+0,5} - \Theta_{i-1,j}^{n+0,5}}{2h} - |U_{i,j}^n| \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+0,5} - 2\Theta_{i,j}^{n+0,5} + \Theta_{i-1,j}^{n+0,5}}{2h} = \\ & = \frac{1}{Pr \cdot \sqrt{Gr}} \left[\left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{Pr \sqrt{Gr \cdot h}}{2} \right)^{-1} \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+0,5} - 2\Theta_{i,j}^{n+0,5} + \Theta_{i-1,j}^{n+0,5}}{h^2} \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Sh} \frac{\Theta_{i,j}^{n+1} - \Theta_{i,j}^{n+0,5}}{\tau} + V_{i,j}^n \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{2l} - |V_{i,j}^n| \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{2l} = \\ & = \frac{1}{Pr \cdot \sqrt{Gr}} \left[\left(1 + |V_{i,j}^n| \frac{Pr \sqrt{Gr \cdot l}}{2} \right)^{-1} \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{l^2} \right] \end{aligned} \quad (2.44)$$

Здесь $i = \overline{1, M-1}$; $j = \overline{1, N-1}$; $n = \overline{0, K-1}$.

И в данной схеме (2.43) и (2.44) используется аппроксимация конвективных членов U^n и $|U^n|$ (или V^n и $|V^n|$).

Разностные уравнения (2.43) и (2.44) решаются методом прогонки. Рассмотрим решение уравнения (2.43) и решим его методом прогонки. Сведём это уравнение к виду $A_i \Theta_{i+1,j}^{n+0,5} - B_i \Theta_{i,j}^{n+0,5} + C_i \Theta_{i-1,j}^{n+0,5} = F_i$. Коэффициент A_i, B_i, C_i примут вид:

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{1}{Pr \cdot h^2 \cdot \sqrt{Gr}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{Pr \cdot h \cdot \sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} - \frac{U_{i,j}^n}{2 \cdot h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2 \cdot h}, \\ B_i &= \frac{2}{Pr \cdot h^2 \cdot \sqrt{Gr}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{Pr \cdot h \cdot \sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} + \frac{1}{\tau \cdot Sh} + \frac{|U_{i,j}^n|}{h}, \\ C_i &= \frac{1}{Pr \cdot h^2 \cdot \sqrt{Gr}} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{Pr \cdot h \cdot \sqrt{Gr}}{2} \right)^{-1} + \frac{U_{i,j}^n}{2 \cdot h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2 \cdot h}, \\ F_i &= -\frac{\Theta_{i,j}^n}{\tau \cdot Sh} \end{aligned}$$

Перед тем, как перейти к методу прогонки, нужно проверить на достаточные условия корректности и устойчивости метода.

Из выражений A_i, B_i, C_i видно что $|B_i| > |A_i| + |C_i| \quad \forall i = \overline{1, M-1}$ и $|a_0| < 1$

Данное выражение будет показано ниже.

Для того чтобы определить прогоночные коэффициенты по соотношению (2.27) нужно найти a_0 и β_0 из левого граничного условия. На левой и правой границе стоят условия первого рода, следовательно $a_i = 0$, $\beta_i = 1$, а на нижней и верхней границе теплоизоляция $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$; Тогда из соотношения $\Theta_{0,j}^{k+0,5} = \alpha_0 \Theta_{1,j}^{k+0,5} + \beta_0$, найдём $a_i = 1$, $\beta_i = 0$. Далее осуществляем обратный ход прогонки и находим температуры $\Theta_{i,j}^{n+0,5}$, $i = \overline{0, M}$. После того решаем (2.44) аналогично (2.43).

Используемый метод переменных направлений является абсолютно устойчивым и порядок аппроксимации $O(h^2 + l^2)$ [42, 45].

2.9 Тестирование естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости

В задаче рассмотрена естественная конвекция в замкнутой прямоугольной области. Замкнутая область, имеющая одинаковую длину и высоту. На правой и левой границе поддерживаются постоянные по высоте, но различные температуры T_{\max} и T_{\min} , а верхняя и нижняя граница является теплоизолированной (рисунок 2.2).

Безразмерную температуру введём следующим образом:

$$\Theta = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \quad (2.45)$$

Математическая постановка тепловой конвекции для рассматриваемой области будет иметь вид:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial X} \quad (2.46)$$

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \Delta \Theta \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -2 \cdot \Omega \quad (2.48)$$

Безразмерные граничные условия для системы уравнений (2.46)-(2.48)

имеют вид:

$$x = 0, 0 \leq y \leq H, \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0; \Theta = 0.5;$$

$$x = L, 0 \leq y \leq H, \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0; \Theta = -0.5;$$

$$y = 0, 0 \leq x \leq L, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0; \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0;$$

$$y = H, 0 \leq x \leq L, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0; \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0;$$

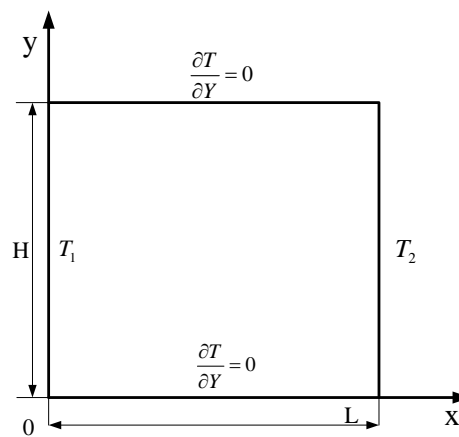
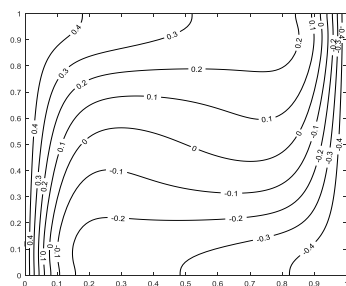
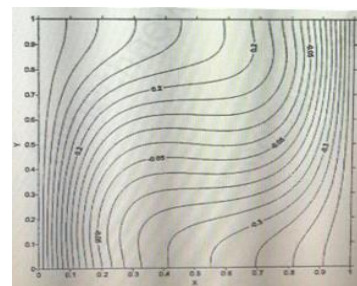


Рисунок 2.2 – Область решения тестовой задачи

На рисунках 2.3, 2.4 показаны сравнения полей температур и линий тока, при следующих параметрах: $Gr=10^4$, $Pr=0,71$. Представленное сравнение на рисунках показывает достаточно близкое согласование с литературными данными [57].

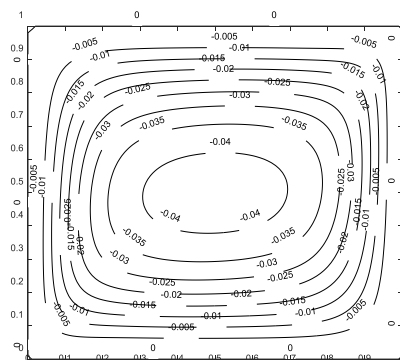


а)

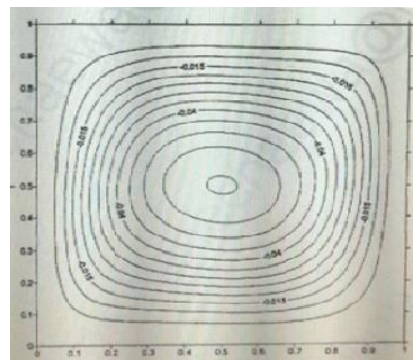


б)

Рисунок 2.3 – Типичное поле температуры при $Gr=10^5$, $Pr=7,1$



а)



б)

Рисунок 2.4 – Типичное поле скоростей и линии тока при $Gr=10^5$, $Pr=7,1$

При рассмотрении задач видно, что использование численного алгоритма для естественной конвекции достаточно хорошо согласовано с теоритическими данными, поэтому разработанная тестовая задача будет использоваться для дальнейшего численного моделирования.

Глава 4 Финансовый менеджмент, ресурсосбережение и ресурсоэффективность

Целью данного раздела работы является технико-экономическое обоснование научно-исследовательских работ (НИР). Оно проводится с целью определения и анализа трудовых и денежных затрат, направленных на реализацию НИР, а также уровня научно-технической результативности НИР.

Рамки данной работы НИР включают в себя создание математической модели для моделирования состояния конвективных течений в технологических водоёмах, путем создания программного комплекса. При создании комплекса использовались среда программирования и отладки матричная лаборатория MatLab. На основе НИР оформлена диссертационная работа в пакете программ Microsoft Office.

4.1 Предпроектный анализ

4.1.1 Потенциальные потребители результатов исследования

Изучение конвективного и кондуктивного теплопереноса имеют всю большую значимость при моделировании и оптимизации физических процессов, связанных с применением альтернативной энергии воды. С каждым годом запасы топлива, для обеспечения жизнедеятельности, иссякают. Вскоре встанет острый вопрос о переходе с привычных нам источников энергии на альтернативные источники.

Конвективный теплоперенос играет важную роль в природе и в разных отраслях техники. От масштабов изучения естественной конвекции зависит дальнейшее развитие техники.

В данной работе было получено решение задачи конвективного и кондуктивного теплопереноса.

Создан вычислительный комплекс для моделирования конвективного и кондуктивного теплопереноса в технологическом водоёме с источником тепловыделения и теплопоглощения.

Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы для совершенствования существующих методик расчёта теплообмена, и конечно позволять спрогнозировать оптимальный режим их эксплуатации.

Разработанная математическая модель может быть применена для обычных потребителей, и крупномасштабных предприятий с наличием вблизи водоёмов.

4.2 Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения

Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения позволяет провести оценку сравнительной эффективности научной разработки и определить направления для ее будущего повышения.

В результате научно-исследовательской работы необходимо проанализировать влияние конвективного и кондуктивного теплообмена в прямоугольной области, что наглядно видно на графических изображениях. Поэтому для исследования выбрано программное обеспечение MatLab, так как в нем встроен графический модуль, что исключает необходимость использовать дополнительные программы для построения зависимостей.

Таблица 4.1 – Оценочная карта для сравнения конкурентного программного обеспечения (технических разработок)

| Наименование ПО | Преимущества | Недостатки |
|--------------------|---|---|
| MatLab | 1. Удобный графический интерфейс; 2. Проверка результатов в режиме реального времени; 3. Содержит обширную библиотеку компонентов блок-схемы, а также удобный редактор компонентов; 4. Возможность исследовать | 1. Неполная поддержка статических функций |

| | | |
|--------|---|---|
| | работоспособность систем, выявлять ошибки, исправлять недостатки; | |
| Pascal | 1. Качественная среда разработки, включающая мощный отладчик; 2. Высокая скорость компиляции; 3. Высокая скорость выполнения откомпилированных программ. | 1. Недостаточно полно реализовано объектно- ориентированное программирование; 2. Компилятор рассчитан на реальный режим DOS, который сейчас практически не используется; |
| C++ | 1. Пользовательские функции- операторы позволяют кратко и ёмко записывать выражения над пользовательскими типами в естественной алгебраической форме; 2. Поддерживаются различные стили и технологии программирования; 3. Эффективность. Язык спроектирован так, чтобы дать программисту максимальный контроль над всеми аспектами структуры и порядка исполнения программы | 1. Сложность и избыточность, из- за которых C++ трудно изучать. 2. В языке практически полностью сохранён набор конструкций Си. 3. Шаблоны в своём исходном виде приводят к порождению кода очень большого объёма. 4. Метапрограммирование на основе шаблонов C++ сложно и при этом ограничено в возможностях |
| Python | 1. встроенные структуры данных, словари, кортежи; 2. простой и удобный синтаксис; 3. мощные интерфейсы к конкретным ОС | 1. медленное выполнение; 2. плохо читается код; 3. отсутствуют встроенные современные типы данных |

4.3 FAST-анализ

В рамках данной работы объектом FAST-анализа выступает технологический водоём с тепловым насосом. Главной задачей нашего проекта является обеспечение теплом жилого помещения. В данной работе рассматривается процесс конвективного и кондуктивного теплообмена воды с теплоносителем в коллекторах, через стенку труб.

Таблица 4.2 – Классификация функций, выполняемых объектом исследования.

| Наименование детали (узла процесса) | Выполняемая функция | Ранг функции | | |
|---|--|--------------|----------|-----------------|
| | | Главная | Основная | Вспомогательная |
| Испаритель | понижение <u>температуры</u> <u>кипения</u> | | X | |
| Компрессор | повышение давления (сжатие) | | X | |
| Конденсатор | отдача тепла | | X | |
| Насос | перекачка рабочего тела | X | | |
| Тепловой аккумулятор | снабжение энергией | | X | |
| Трубы | базовая деталь | | | X |
| Хладагент | Вещество, переносящее тепло | | | X |

Определим значимость, выполняемых функций объектом. Для оценки значимости функций будем использовать метод расстановки приоритетов, предложенный Блумбергом В.А. и Глущенко В.Ф. В основу данного метода положено расчетно-экспертное определение значимости каждой функции.

Таблица 4.3 – Матрица смежности

| | Функция 1 | Функция 2 | Функция 3 | Функция 4 | Функция 5 | Функция 6 | Функция 7 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Функция 1 | = | = | = | > | = | < | < |
| Функция 2 | = | = | = | > | = | < | < |
| Функция 3 | = | = | = | > | = | < | < |
| Функция 4 | < | < | < | = | < | < | < |

| | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|
| Функция 5 | = | = | = | > | = | < | < |
| Функция 6 | > | > | > | > | > | = | = |
| Функция 7 | > | > | > | > | > | = | = |

Примечание: «<» – менее значимая; «=» – одинаковые функции по значимости; «>» – более значимая

Преобразуем матрицу смежности в матрицу количественных соотношений.

Таблица 4.4 – Матрица количественных соотношений функций

| | Функция 1 | Функция 2 | Функция 3 | Функция 4 | Функция 5 | Функция 6 | Функция 7 |
|---------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Функция 1 | 1 | 1 | 1 | 1.5 | 1 | 0.5 | 0.5 |
| Функция 2 | 1 | 1 | 1 | 1.5 | 1 | 0.5 | 0.5 |
| Функция 3 | 1 | 1 | 1 | 1.5 | 1 | 0.5 | 0.5 |
| Функция 4 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| Функция 5 | 1 | 1 | 1 | 1.5 | 1 | 0.5 | 0.5 |
| Функция 6 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1 | 1 |
| Функция 7 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1 | 1 |
| Итого: | 7.5 | 7.5 | 7.5 | 10 | 7.5 | 4.5 | 4.5 |
| $\Sigma = 49$ | | | | | | | |

Таблица 4.5 – Определение значимости функций

| Функции | Результат | % |
|-----------|---------------------|------|
| Функция 1 | $7.5 / 49 = 0.153$ | 15,3 |
| Функция 2 | $7.5 / 49 = 0.153$ | 15,3 |
| Функция 3 | $7.5 / 49 = 0.153$ | 15,3 |
| Функция 4 | $10 / 49 = 0.204$ | 20,4 |
| Функция 5 | $7.5 / 49 = 0.153$ | 15,3 |
| Функция 6 | $4.5 / 49 = 0.0918$ | 9,18 |
| Функция 7 | $4.5 / 49 = 0.0918$ | 9,18 |

Следующим этапом является выполнение анализа стоимости функций. Задача данной стадии заключается в том, что с помощью специальных методов оценить уровень затрат на выполнение каждой функции. Сделать это возможно с помощью применения нормативного метода. Расчет стоимости функций приведен в табл. 4.6

Таблица 4.6 – Определение стоимости функций, выполняемых объектом исследования

| Наименование | Цена, руб | % |
|----------------------|-----------|-------|
| Испаритель | 10 000 | 4.77 |
| Компрессор | 25 000 | 11.93 |
| Конденсатор | 12 000 | 5.72 |
| Насос | 150 000 | 71.59 |
| Тепловой аккумулятор | 2 000 | 0.95 |
| Трубы | 6 000 | 2.86 |
| Хладагент | 4 500 | 2.14 |
| Итого: | 209 500 | 100 |

Построение функционально-стоимостной диаграммы объекта и ее анализ.

Информация об объекте исследования, собранная в рамках предыдущих стадий, на данном этапе обобщается в виде функционально-стоимостной диаграммы (ФСД) (рисунок 4.1).

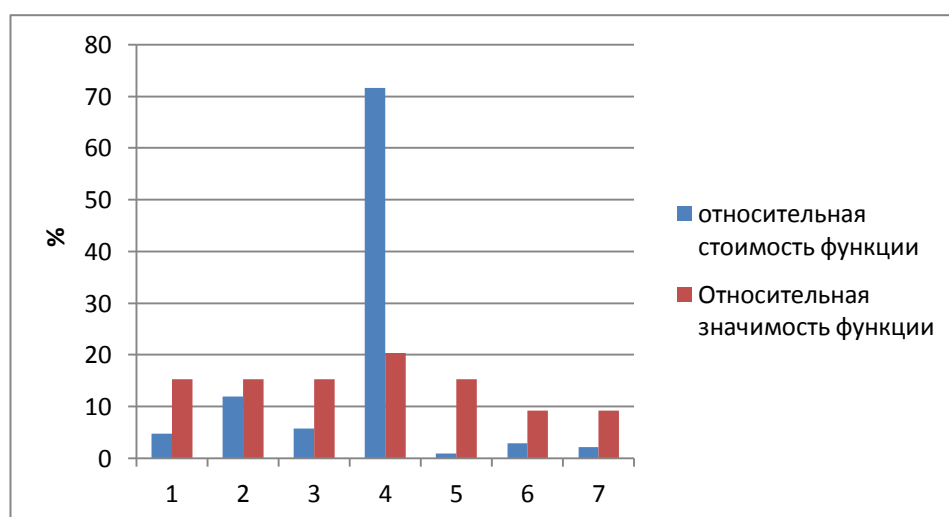


Рисунок 4.1 Функционально-стоимостная диаграмма.

Построенная функционально-стоимостная диаграмма позволяет выявить диспропорции между важностью (полезностью) функций и затратами на них. Анализ приведенной выше ФСД показывает явное наличие рассогласования

по функциям 2, 5. Необходимо провести работы по ликвидации данных диспропорций.

4.4 Оценка готовности проекта к коммерциализации

Для того чтобы оценить готовность проекта к коммерциализации, составим бланк оценки степени готовности.

Таблица 4.7 - Бланк оценки степени готовности научного проекта к коммерциализации

| № п/п | Наименование | Степень проработанности научного проекта | Уровень имеющихся знаний у разработчика |
|-------|---|--|---|
| 1. | Определен имеющийся научно-технический задел | 3 | 3 |
| 2. | Определены перспективные направления коммерциализации научно-технического задела | 3 | 2 |
| 3. | Определены отрасли и технологии (товары, услуги) для предложения на рынке | 3 | 3 |
| 4. | Определена товарная форма научно-технического задела для представления на рынок | 2 | 1 |
| 5. | Определены авторы и осуществлена охрана их прав | 2 | 3 |
| 6. | Проведена оценка стоимости интеллектуальной собственности | 1 | 2 |
| 7. | Проведены маркетинговые исследования рынков сбыта | 2 | 2 |
| 8. | Разработан бизнес-план коммерциализации научной разработки | 1 | 1 |
| 9. | Определены пути продвижения научной разработки на рынок | 3 | 1 |
| 10. | Разработана стратегия (форма) реализации научной разработки | 3 | 2 |
| 11. | Проработаны вопросы международного сотрудничества и выхода на зарубежный рынок | 1 | 1 |
| 12. | Проработаны вопросы использования услуг инфраструктуры поддержки, получения льгот | 1 | 1 |
| 13. | Проработаны вопросы | 2 | 1 |

| | | | |
|-----|---|----|----|
| | финансирования коммерциализации научной разработки | | |
| 14. | Имеется команда для коммерциализации научной разработки | 1 | 1 |
| 15. | Проработан механизм реализации научного проекта | 3 | 1 |
| | ИТОГО БАЛЛОВ | 31 | 24 |

При проведении анализа по таблице, приведенной выше, по каждому показателю ставится оценка по пятибалльной шкале. При этом система измерения по каждому направлению (степень проработанности научного проекта, уровень имеющихся знаний у разработчика) отличается. Так, при оценке степени проработанности научного проекта 1 балл означает не проработанность проекта, 2 балла – слабую проработанность, 3 балла – выполнено, но в качестве не уверен, 4 балла – выполнено качественно, 5 баллов – имеется положительное заключение независимого эксперта. Для оценки уровня имеющихся знаний у разработчика система баллов принимает следующий вид: 1 означает не знаком или мало знаю, 2 – в объеме теоретических знаний, 3 – знаю теорию и практические примеры применения, 4 – знаю теорию и самостоятельно выполняю, 5 – знаю теорию, выполняю и могу консультировать.

Оценка готовности научного проекта к коммерциализации (или уровень имеющихся знаний у разработчика) определяется по формуле:

$$B_{\text{сум}} = \sum B_i, \quad (4.1)$$

где $B_{\text{сум}}$ – суммарное количество баллов по каждому направлению;

B_i – балл по i -му показателю.

Значение $B_{\text{сум}}$ позволяет говорить о мере готовности научной разработки и ее разработчика к коммерциализации. Так, если значение $B_{\text{сум}}$ получилось от 75 до 60, то такая разработка считается перспективной, а знания разработчика достаточными для успешной ее коммерциализации. Если от 59

до 45 – то перспективность выше среднего. Если от 44 до 30 – то перспективность средняя. Если от 29 до 15 – то перспективность ниже среднего. Если 14 и ниже – то перспективность крайне низкая.

По результатам оценки сделаем вывод, что степень проработанности научного проекта находится на среднем уровне, при этом уровень знания у разработчика ниже среднего.

4.5 Планирование управления научным проектом

4.5.1. Контрольные события проекта

При организации проекта необходимо грамотно расставить сроки выполнения каждой задачи.

Таблица 4.8 – Контрольные события

| Контрольное событие | Срок выполнения | Форма отчетности |
|---|-----------------------------------|---|
| Знакомство с литературой по теме | Октябрь 2016 г. – июнь 2017 г. | Рефераты, собеседование с руководителем. |
| Выбор и утверждение темы диссертации | Сентябрь 2016 г. | Номер приказа об утверждении темы. |
| Проведение экспериментальных исследований | Январь -июль 2016 г. | Отчеты руководителю, обсуждение на семинарах. |
| Написание программы | Сентябрь 2016 г.- Май 2017 г. | Отчёт руководителю, обсуждение на семинарах. |
| Подготовка статей, в т.ч. в рецензируемых журналах, составление докладов по материалам работы | Декабрь 2016 г. -май 2017 г. | Представление рукописей статей и докладов, проектов документов. |
| Доклад о проделанной работе | Июнь 2017 г. | Отчёт комиссии. |

Составим таблицу, где основным исполнителем будет представлен инженер (И), а научный руководитель (НР).

Таблица 4.9 – Перечень работ и продолжительность их выполнения

| Этапы работы | Исполнители | Загрузка исполнителей |
|--|-------------|-----------------------|
| Формулировка задачи | НР | 100% |
| Составление технического задания | НР | 90% |
| | И | 10% |
| Поиск и изучение литературы | НР | 10% |
| | И | 90% |
| Разработка календарного плана | НР | 70% |
| | И | 30% |
| Разработка общего алгоритма программного комплекса | НР | 20% |
| | И | 80% |
| Отладка полученного программного комплекса | НР | 20% |
| | И | 80% |
| Оформление расчётно-пояснительной записки | И | 100% |
| Подведение итогов – сравнение полученных результатов с желаемыми | НР | 30% |
| | И | 70% |

4.6 План проекта

В рамках научного проекта нужно составить таблицу с календарным планом и рабочей загрузкой исполнителя и научного руководителя. Изначально проведём расчёт продолжительности этапов работ. Для определения ожидаемого значения продолжительности работ $t_{ож}$ и других величин воспользуемся формулами (4.2-4.5).

$$t_{ож} = \frac{3 \cdot t_{min} + 2 \cdot t_{max}}{5}, \quad (4.2)$$

где t_{min} – минимальная трудоёмкость работ, чел/дн.;

t_{max} – максимальная трудоёмкость работ, чел/дн.

Для того чтобы построить линейный график, на необходимо рассчитать длительность этапов в рабочих днях, а затем перевести в календарные дни.

Расчёт продолжительности выполнения каждого этапа в рабочих днях, $T_{рд}$ рассчитывается по формуле:

$$T_{рд} = \frac{t_{ож}}{K_{вн}} \cdot K_{д}, \quad (4.3)$$

Где $t_{ож}$ – трудоёмкость работы, чел/дн.;

$K_{вн}$ – коэффициент выполнения работ ($K_{вн} = 1$);

$K_{д}$ – коэффициент, учитывающий дополнительное время на компенсации согласование работ ($K_{д}=1,2$).

Коэффициент календарности T_k рассчитывается по формуле:

$$T_k = \frac{T_{кал}}{T_{кал} - T_{вд} - T_{пд}}, \quad (4.4)$$

Где $T_{кал}$ – календарные дни ($T_{кал}=365$);

$T_{вд}$ – выходные дни ($T_{вд}=52$);

$T_{пд}$ – праздничные дни ($T_{пд}=12$).

$$T_k = \frac{365}{365 - 52 - 12} = 1,213,$$

В таблице 4.10 представлены длительность этапов работ и число исполнителей, занятых на каждом этапе.

Таблица 4.10-Трудозатраты на выполнение проекта

| Этап | Исполнители | Продолжительность работ, дни | | | Длительность работ, дни | | | |
|--|-------------|------------------------------|-----------|----------|-------------------------|------|----------|-------|
| | | | | | $T_{рд}$ | | $T_{кд}$ | |
| | | t_{min} | t_{max} | $t_{ож}$ | НР | И | НР | И |
| Формулировка задачи | НР | 2 | 4 | 2,8 | 3,36 | - | 4,08 | - |
| Составление технического задания на проект | НР, И | 2 | 3 | 2,4 | 2,59 | 0,29 | 3,14 | 0,35 |
| Поиск и изучение литературы | НР, И | 21 | 27 | 23,4 | 5,6 | 28,8 | 7,78 | 34,06 |
| Разработка календарного | НР, И | 2 | 4 | 2,8 | 2,69 | 0,67 | 3,26 | 0,82 |

| | | | | | | | | |
|--|-------|----|----|-------|-------|--------|-------|---------|
| плана | | | | | | | | |
| Разработка общего алгоритма программного комплекса | НР, И | 8 | 15 | 10,8 | 3,89 | 9,07 | 4,72 | 11,0 |
| Реализация алгоритма в среде программирования | НР, И | 30 | 60 | 42 | 10,54 | 50,4 | 12,3 | 61,135 |
| Отладка полученного программного комплекса | НР, И | 15 | 20 | 17 | 4,45 | 20,4 | 7,86 | 24,75 |
| Оформление расчётно-пояснительной записки | И | 10 | 15 | 12 | - | 14,40 | - | 17,47 |
| Подведение итогов | НР, И | 4 | 7 | 5,2 | 2,5 | 3,74 | 3,03 | 4,54 |
| Итого: | | | | 118,4 | 35,62 | 127,77 | 46,17 | 154,125 |

4.6 Бюджет исследования

Бюджет исследования будет исходить из стоимости материалов, покупных изделий, техники для необходимого выполнения работы. Количество материальных ценностей определяется по нормам расхода. Цена материальных ресурсов определяется исходя из средней стоимости за 2016 год. Планируемые затраты группируются по статьям в таблицу 4.11.

Таблица 4.11-Расходные материалы

| Наименование материалов | Цена за ед.,руб. | Количество | Сумма, руб. |
|-------------------------|------------------|------------|-------------|
| Офисная техника | | | |
| Компьютер | 30000 | 1 | 30000 |
| Клавиатура | 1000 | 1 | 1000 |

| | | | |
|--------------------------|-------|---|-------|
| Компьютерная мышь | 500 | 1 | 500 |
| Принтер | 5000 | 1 | 5000 |
| Офисная мебель | | | |
| Стол | 2000 | 1 | 2000 |
| Стул | 700 | 1 | 700 |
| Программное обеспечение | | | |
| MatLab R2016b | 2860 | 1 | 2860 |
| Microsoft Office 2010 | 25000 | 1 | 25000 |
| Итого: | 67060 | | |

Расходы на материалы составили $C_{\text{мат}}=67060$

Следующим этапом расчёта является расчёт основной заработной платы научного руководителя и инженера. Величина расходов по заработной плате определяется исходя из почасовой ставки от среднемесячного оклада. В состав основной заработной платы включается премия, выплачиваемая ежемесячно из фонда заработной платы (размер определяется Положением об оплате труда).

Таблица 4.12 – Затраты на основную заработную плату

| Исполнитель | Оклад, руб./мес. | Среднедневная ставка, руб./день | Затраты времени, дни | К | Фонд з/платы, руб. |
|-------------|---------------------|---------------------------------------|----------------------------|-----|--------------------------|
| НР | 7200 | 300 | 47 | 1,4 | 19740 |
| И | 4128 | 172 | 151 | 1,4 | 36360 |
| Итого: | | | 56100 | | |

Таким образом, затраты на основную заработную плату составили $ЗП_{\text{осн}}=56100$. При расчёте учитывалось, что в месяце 24 дня с учётом выходных. Затраты времени по каждому исполнителю брались из таблицы

4.10. Также был рассчитан коэффициент K , учитывающий коэффициент премий $K_{пр}=0,1$ и районный коэффициент $K_r=0,3$. Итоговый коэффициент ($K=1+K_{пр}+K_r=1,4$).

Дополнительная заработная плата рассчитывается исходя из 10-15% от основной заработной платы, работников, непосредственно участвующих в выполнение темы:

$$З_{доп} = k_{доп} \cdot З_{осн} \quad (4.6)$$

где $З_{доп}$ – дополнительная заработная плата, руб.;

$k_{доп}$ – коэффициент дополнительной зарплаты;

$З_{осн}$ – основная заработная плата, руб.

$$ЗП_{доп} = 0,1 \cdot 56100 = 5610 \text{ руб.} \quad (4.7)$$

В результате научно-исследовательской работы необходимо проанализировать влияние конвективного потока в прямоугольной области с источниками тепловыделения и теплопоглощения. Поэтому мы используем программное обеспечение MatLab, так как в нём есть встроенный интерфейс для вывода, необходимых нам графиков, и не нужно пользоваться другими программами.

Фонд заработной платы:

$$\Phi ЗП = ЗП_{осн} + ЗП_{доп}, \quad (4.8)$$

$$\Phi ЗП = 56100 + 5610 = 61710 \text{ руб.}, \quad (4.9)$$

Расчёт отчислений от фонда оплаты труда

Отчисления по заработной плате определяются по следующей формуле:

$$C_{соц} = K_{соц} \cdot \Phi ЗП, \quad (4.10)$$

Где $K_{соц}$ – коэффициент отчислений на уплату во внебюджетные фонды (пенсионный фонд, фонд обязательного страхования и др.). Данный коэффициент составляет 27,1 % от затрат на заработную плату.

$$C_{\text{соц}} = 0,271 \cdot 61710 = 16661,7 \text{ руб}, \quad (4.11)$$

Перейдём к затратам на электроэнергию. Данный вид расходов включает в себя затраты электроэнергии, потраченную на освещение, затраты при работе оборудования. Затраты на электроэнергию при работе оборудования для технологических целей рассчитываются по формуле:

$$\mathcal{E}_{\text{об}} = P_{\text{об}} \cdot C_{\text{э}} \cdot t_{\text{об}}, \quad (4.12)$$

Где $P_{\text{об}}$ – мощность, потребляемая оборудованием, кВт;

$C_{\text{э}}$ – тарифная цена за 1 кВт· час, принимаем $C_{\text{э}} = 2,93 \text{ руб/кВт} \cdot \text{час}$;

$T_{\text{об}}$ – время работы оборудования, час.

Время работы оборудования берётся на основании данных для $T_{\text{рд}}$ из расчёта, что продолжительность рабочего дня равна 8 часам.

$$\begin{aligned} t_{\text{об}} &= T_{\text{рд}} \cdot 8, \\ t_{\text{об}} &= 128 \cdot 8 = 1024 \text{ час}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

Мощность, потребляемая оборудованием $P_{\text{об}}$, принимаем равную мощности блока питания компьютера $P_{\text{об}} = 0,6 \text{ кВт}$

$$\mathcal{E}_{\text{об}} = 0,6 \cdot 2,93 \cdot 1024 = 1800,192 \text{ руб}, \quad (4.14)$$

Затраты на электроэнергию для освещения помещения, где осуществляется выполнение проекта $\mathcal{E}_{\text{ос}}$, рассчитаем по формуле:

$$\mathcal{E}_{\text{ос}} = P_{\text{ос}} \cdot C_{\text{э}} \cdot t_{\text{ос}}, \quad (4.15)$$

Где- $P_{\text{ос}}$ – мощность, потребляемая осветительными приборами 1,15 кВт;

$t_{\text{ос}}$ – время работы осветительных приборов, час.

Мощность, потребляемая освещением $P_{\text{ос}}$, определим по формуле:

$$P_{\text{ос}} = P_{\text{уст.ос}} \cdot K_{\text{с}}, \quad (4.16)$$

Время работы освещения $t_{\text{ос}}$, час, определяется по формуле:

$$t_{\text{ос}} = t_{\text{сут}} \cdot T, \quad (4.17)$$

Где $t_{\text{сут}}$ – длительность работы освещения за смену, час;

T – время затраченное на проведение работы,

Примем $T = 123 \text{ дня}$.

$$t_{oc}=5 \cdot 123=615 \text{ час,} \quad (4.18)$$

$$\mathcal{E}_{oc}=1,15 \cdot 2,93 \cdot 615=2072,24 \text{ руб,} \quad (4.19)$$

Общие затраты на электроэнергию \mathcal{E} , определим по формуле:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \mathcal{E}_{об} + \mathcal{E}_{oc}, \\ \mathcal{E} &= 1800,192 + 2072,24 = 3872,432 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Для того, чтобы провести оценку не учтённых в предыдущих статьях расходов, рассчитаем прочие расходы.

Прочие расходы составят 16% от единовременных затрат на выполнение технического продукта и рассчитываются по формуле:

$$\begin{aligned} C_{проч} &= (C_{мат} + C_{соц} + 3П_{осн} + \mathcal{E}) \cdot 0,16, \\ C_{проч} &= (67060 + 16661,7 + 3872,432 + 109840) \cdot 0,16 = \\ &= 31589,61 \text{ руб,} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Определим общую стоимость НИР путём сведения рассчитанных статей в смету.

Таблица 4.13 - Смета

| Статья затрат | Условное обозначение | Сумма, руб. |
|--|----------------------|-------------|
| 1 | 2 | 3 |
| Материалы и покупные изделия | $C_{мат}$ | 67 060 |
| Фонды оплаты труда | $3П_{осн}$ | 56100 |
| Отчисление из ФОТ | $C_{соц}$ | 16661,7 |
| Расходы на электроэнергию | \mathcal{E} | 3872,43 |
| Работы, выполняемые сторонними организациями | $C_{стор}$ | - |
| Прочие расходы | $C_{проч}$ | 31589,61 |
| Итого: | | 175283,59 |

Расходы на НИР составили $C=175283,59$ руб.

4.7. Оценка экономической эффективности научно-технического исследования

Выполнение научно-исследовательских работ оценивается уровнями достижения экономического, научного, научно-технического и социального эффектов.

Научный эффект характеризует получение новых научных знаний и отображает прирост информации, предназначенной для внутри-научного потребления.

Для итоговой оценки результатов проекта в зависимости от поставленных целей в качестве критерия эффективности принимается один из видов эффекта, а остальные используются в качестве дополнительных характеристик.

Сущность метода заключается в том, что на основе оценок признаков работы определяется коэффициент ее научно-технического уровня по формуле:

$$K_{\text{НТУ}} = \sum R_i \cdot n_i, \quad (4.22)$$

где $K_{\text{НТУ}}$ – коэффициент научно-технического уровня (НТУ);

R_i – весовой коэффициент i -го признака научно-технического эффекта;

n_i – количественная оценка i -го признака научно-технического эффекта, в баллах.

Таблица 4.14 – Весовые коэффициенты ТПУ

| <i>Признак НТУ</i> | <i>Примерное значение весового коэфф-та n_i</i> |
|------------------------|--|
| Уровень новизны | 0,4 |
| Теоретический уровень | 0,1 |
| Возможность реализации | 0,5 |

Таблица 4.15 – Баллы для оценки уровня новизны

| <i>Уровень новизны</i> | <i>Характеристика уровня новизны</i> | Баллы |
|------------------------|--------------------------------------|-------|
|------------------------|--------------------------------------|-------|

| | | |
|----------------------|--|------|
| Принципиально новая | Новое направление в науке и технике, новые факты и закономерности, новая теория, вещество, способ | – 10 |
| Новая | По-новому объясняются те же факты, закономерности, новые понятия дополняют ранее полученные результаты | – 7 |
| Относительно новая | Систематизируются, обобщаются имеющиеся сведения, новые связи между известными факторами | – 4 |
| Не обладает новизной | Результат, который ранее был известен | |

Таблица 4.16 – Баллы значимости теоретических уровней

| <i>Теоретический уровень полученных результатов</i> | <i>Баллы</i> |
|--|--------------|
| Установка закона, разработка новой теории | 10 |
| Глубокая разработка проблемы, многоспектральный анализ, взаимодействия между факторами с наличием объяснений | 8 |
| Разработка способа (алгоритм, программа и т. д.) | 6 |
| Элементарный анализ связей между фактами (наличие гипотезы, объяснения версии, практических рекомендаций) | 2 |
| Описание отдельных элементарных факторов, изложение наблюдений, опыта, результатов измерений | 0,5 |

Таблица 4.17 – Возможность реализации научных, теоретических результатов во времени и масштабам

| <i>Время реализации</i> | <i>Баллы</i> |
|-------------------------|--------------|
| В течение первых лет | 10 |
| От 5 до 10 лет | 4 |
| Свыше 10 лет | 2 |

Результаты оценок признаков научно-технического уровня приведены в таблице

Таблица 4.18 - Количественная оценка признаков НИОКР

| <i>Признак научно-технического эффекта НИР</i> | <i>Характеристика признака НИОКР</i> | <i>i</i> |
|--|--|----------|
| Уровень новизны | Систематизируются, обобщаются имеющиеся сведения, новые связи между известными факторами | 0,4 |

| | | |
|------------------------|--|-----|
| Теоретический уровень | Разработка способа (алгоритм, программа и т. д.) | 0,1 |
| Возможность реализации | От 5 до 10 лет | 0,5 |
| Масштабы реализации | Отрасль | |

Примечание: баллы по параметрам времени и масштабам реализации при расчёте складываются.

Исходя из оценки признаков НИОКР, показатель научно-технического уровня для данного проекта составил:

$$K_{НТУ} = 4 \cdot 0,4 + 6 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,5 = 4,1$$

Таким образом, исходя из данных в таблице , проект имеет средний уровень научно-технического эффекта (НТЭ).

Таблица 4.19 – Оценка уровня научно-технического эффекта

| <i>Уровень НТЭ</i> | <i>Показатель НТЭ</i> |
|---------------------------|------------------------------|
| Низкий | 1-4 |
| Средний | 4-7 |
| Высокий | 8-10 |

Обоснование оценки признаков НИОКР приводится в таблице

Таблица 4.20 – Сводная таблица оценки научно-технического уровня НИР

| <i>Фактор НТУ</i> | <i>Значимость</i> | <i>Уровень фактора</i> | <i>Выбранный балл</i> | <i>Обоснование выбранного балла</i> |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------------------|------------------------------|--|
| Уровень новизны | 0,4 | Дополняет ранее полученные результаты | 4 | Получены дополнительные результаты моделирования |
| Теоретический уровень | 0,1 | Разработка способа | 6 | Расширенное описание процесса моделирования |
| Возможность реализации | 0,5 | От 5 до 10 лет | 4 | Длительное время для реализации устройства |

Заключение к 4 главе

Экспертная оценка экономической эффективности составляет 4,1 балл и указывает, что проект может быть полезен с точки зрения научно-технического эффекта.

В данном разделе работы определены этапы и трудоемкость работ, найдены потенциальные потребители, предоставлен анализ конкурентных и технических решений ресурсоэффективности и энергосбережения, проведён FAST-анализ, составлены план-график и смета затрат. Программный комплекс завершен и готов к использованию.

Согласно сметы затрат расходы на НИР составил $C=175283,59$. Данный проект является экономически эффективным, несмотря на затраты в четверть миллиона рублей, позволяет спрогнозировать наиболее эффективное расположение коллекторов в водоёме, для большей экономии энергии. В ходе получения результатов расчета программы заказчики могут иметь представление о целесообразности использования теплового насоса в конкретном случае. В первой главе диссертации говорится, что при неправильном расположении коллекторов, можно нанести вред окружающей среде и промерзанию водоёмов, что поспособствует дальнейшей поломке теплового насоса. Исходя из этого видно, что затраты на разработку математической модели, позволяющей смоделировать процессы происходящие внутри водоёма помогут предотвратить поломку и продлить службу установки.