

ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ФЕРРОЖИДКОСТИ В УЗКИХ КАНАЛАХ

А.Ф. Глухов, В.А. Демин, И.А. Мальгачёва, Е.А. Попов

Пермский государственный университет

E-mail: demin@psu.ru

Экспериментально и теоретически изучена тепловая конвекция магнитных жидкостей на основе керосина в тонких связанных каналах с границами высокой теплопроводности. Для объяснения сложного динамического поведения конвективной системы в области малых надкритичностей предложена трехкомпонентная модель, согласно которой магнитная жидкость должна рассматриваться как коллоидный раствор с феррочастицами и сложной по молекулярному составу несущей жидкостью. Показано, что природа нелинейных конвективных колебаний магнитной жидкости вблизи порога механического равновесия определяется термодиффузионным разделением компонентов керосина в поперечном сечении каналов.

Ключевые слова:

Тепловая конвекция, связанные каналы, магнитная жидкость, бинарный носитель.

Key words:

Thermal convection, connected channels, magnetic liquid, binary medium.

В последнее время описанию тепло- и массопереноса в газовых и жидких многокомпонентных средах уделяется огромное внимание как в отечественной, так и зарубежной научной литературе. С физической точки зрения имеются существенные различия между молекулярными растворами и коллоидными смесями. В молекулярных многокомпонентных растворах ведущую роль играют одни эффекты (диффузия и термодиффузия), а в коллоидах, например, феррожидкостях, представляющих собой смеси с парамагнитными свойствами, – другие [1]. Известно, что для магнитной жидкости, в первую очередь, определяющим является взаимодействие феррочастиц с магнитным полем, которое оказывает на ее движение колоссальное влияние [2, 3]. С другой стороны, наиболее распространенной несущей жидкостью для феррочастиц является керосин, который сам является сложной многокомпонентной средой. Когда магнитное поле отсутствует, на передний план могут выступать другие более тонкие эффекты, не связанные с воздействием внешних полей. Ранее было отмечено [4], что сложная, обусловленная наличием внутреннего гиромангнетизма реология феррожидкостей должна наиболее ярко проявляться при их движении по тонким каналам. Однако, прямых экспериментов в области свободной тепловой конвекции, сопровождаемых теоретическими расчетами не было.

В рамках другого направления было проведено исследование тепловой конвекции жидких молекулярных бинарных смесей в длинных связанных каналах с границами высокой теплопроводности [5]. В этой работе была установлена ключевая роль термодиффузии при формировании специфических колебательных режимов в области малых надкритичностей. В [6] описаны точно такие же эксперименты с феррожидкостями на основе керосина. Оказалось, что феррожидкости ведут себя, в определенном смысле, подобно молекулярным бинарным смесям. Объяснения, почему в магнитной жидкости, так же как в молекулярных бинарных

смесях, формируются специфические перебросовые колебания, дано не было. Более детальные эксперименты с магнитными жидкостями и бинарными смесями, а также расчеты, результаты которых будут представлены ниже, показали, что определяющую роль в наблюдавшихся эффектах играет термодиффузия компонентов несущей жидкости, но не самих магнитных частиц.

Постановка задачи и эксперимент

Экспериментальная установка состояла из прямоугольного латунного стержня, в котором выточены два продольных параллельных канала квадратного сечения шириной $2d=3,2$ мм и высотой $h=50$ мм. Каналы соединялись сверху и внизу перемычками того же профиля, которые были снабжены массивными изотермическими теплообменниками (рис. 1, а). Разность температур между теплообменниками создавалась при помощи электрического нагревателя внизу и обдуваемого радиатора сверху. Терморегулятор «Термодат 16Е3» поддерживал заданную разность температур. Тем самым в жидкости, находящейся в равновесии, создавалось однородное по сечению и линейное по длине распределение температуры. При достижении критических условий подогрева возникало конвективное течение среды: в одном канале восходящий поток, а в другом – нисходящий.

Интенсивность течения определялась по разности температур между восходящим и нисходящим потоками при помощи дифференциальной медь-константановой термопары из проводов диаметром 0,1 мм. Спаи термопары были установлены в средней части каналов, а ее сигнал измерялся цифровым прибором «Термодат» Т29БМ1 с разрешением 0,01 °С. Приборы подключались к USB-порту компьютера и опрашивались в автоматизированном режиме. Смеси готовились в стеклянной колбе и перед заливкой в каналы тщательно перемешивались в течение 10...15 мин путем интенсивных взбалтываний. В качестве рабочих использовались керосин, магнитные жидкости с 4 и 12 % содержа-

нием феррочастиц размером 10...11 нм и растворы сульфата натрия в воде.

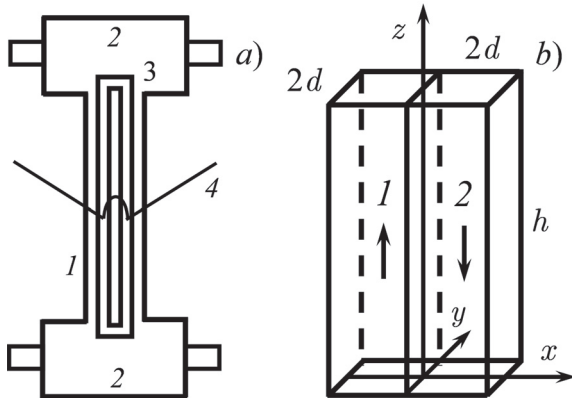


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (а): 1) латунный стержень; 2) теплообменники; 3) связанные каналы, 4) термопара; система координат (b): 1, 2 – левый и правый каналы

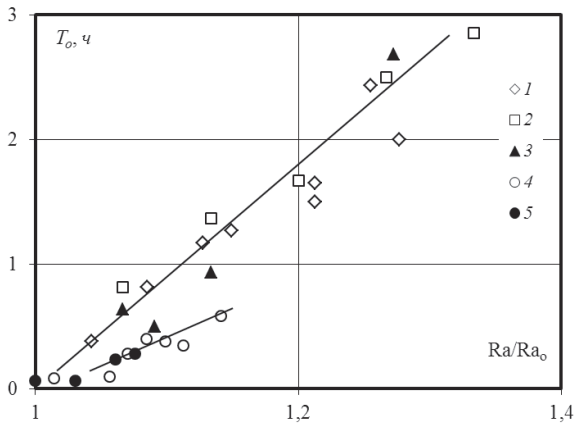


Рис. 2. Период перебросов T_0 в зависимости от относительного числа Рэлея Ra : 1) 12 % феррожидкость, $\Delta=4,7\text{ K}$; 2) 4 % феррожидкость, $\Delta=1,5\text{ K}$; 3) керосин, $\Delta=1,5\text{ K}$; 4) 10 % водный раствор сульфата натрия, $\Delta=7,1\text{ K}$; 5) 4 % водный раствор сульфата натрия, $\Delta=6,6\text{ K}$

Концентрационный коэффициент плотности у всех смесей достаточно велик: от $4 \cdot 10^{-2}$ у раствора сульфата натрия в воде до 5,5 у магнитной жидкости. Таким образом, даже слабые градиенты концентрации способны создавать достаточно сильные неоднородности плотности, которые могут служить причиной возникновения или наоборот подавления конвекции. В экспериментах исследовалась зависимость периода перебросовых колебаний (периодической смены направления течения жидкости в каналах) от числа Рэлея, рис. 2. Все результаты группируются вблизи двух зависимостей. Первая объединяет магнитные жидкости, а вторая характеризует водные растворы сульфата натрия. Результаты опытов с керосином тяготеют к результатам с магнитными жидкостями. Каждая точка отражает результат измерения периода в одном эксперименте для фиксированных параметров, при этом верхний теплообменник всегда имел тем-

пературу близкую к комнатной. Критические для возникновения конвекции разности температур Δ приведены в подписи к рисунку. Для керосина критическая разность, как и для 4 % магнитной жидкости составляет 1,5 К, но для экспериментов с керосином каналы предварительно были заужены путем наклейки на одну из стенок латунной пластины толщиной 0,8 мм.

Анализ данных, рис. 2, позволяет сделать вывод, что природа перебросовых колебаний в магнитных жидкостях вполне аналогична природе колебаний бинарных смесей с положительной молекулярной термодиффузией [5]. Опыты с керосином позволяют предположить определяющую роль термодиффузионного разделения компонентов этой дисперсионной среды.

Основные уравнения и методика расчета

Рассмотрим тепловую конвекцию непроводящей парамагнитной жидкости с учетом того, что за парамагнетизм среды отвечают ферритовые наночастицы [2–4], и они равномерно распределены в сложной по составу жидкости-носителе. В роли жидкой матрицы выступает керосин, который структурно в первом приближении будем считать бинарной смесью, состоящей из двух типов молекул. Это длинные, более легкие молекулы нефтяных углеводородов и плоские (из-за наличия бензольного кольца) более тяжелые молекулы предельных алифатических углеводородов. Предполагается, что эти компоненты при наличии неоднородностей температуры перераспределяются в полости вследствие явления положительной термодиффузии.

В опытах связанные каналы имели твердые высокотеплопроводные границы. Однако по причине того, что каналы находились на достаточно большом расстоянии друг от друга, в расчетах их тепловым взаимодействием пренебрегалось. Система координат выбиралась так, чтобы ось z была направлена вдоль оси канала. В этой системе координат $\vec{k}(0,0,1)$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх. Воспользуемся системой уравнений гидродинамики для жидкостей с внутренним вращением [7]. В общем случае, когда присутствует внешнее поле, для несжимаемой жидкости имеем:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla \left(p + \frac{\vec{M}}{\chi} (\vec{M} - \chi \vec{H}_e) \right) + (\vec{M} \nabla) \vec{H} + \left(\eta + \frac{\chi}{4\gamma^2 \tau} \right) \Delta \vec{v} + \frac{1}{2\gamma \tau} \text{rot } \vec{M}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{M} = \gamma [\vec{M} \vec{H}] - \frac{1}{\tau} (\vec{M} - \chi \vec{H}_e) - D_{\perp} \text{rot rot } \vec{M} + D_{\parallel} \nabla \text{div } \vec{M}. \quad (2)$$

Здесь \vec{v} , \vec{M} и p – поля скорости, намагниченности и давления; ρ – плотность жидкости. Констан-

ты D_{\perp} и D_{\parallel} – соответственно, коэффициенты поперечной и продольной диффузии намагниченности; γ – эффективное значение гиромагнитного отношения для объемных плотностей внутреннего механического и магнитного моментов; χ – магнитная восприимчивость; τ – характерное время релаксации намагниченности. В уравнения входят \vec{H} – напряженность внешнего магнитного поля и \vec{H}_e – напряженность эффективного поля, возникающего за счет ориентации частиц в сдвиговом гидродинамическом потоке:

$$\vec{H}_e = \vec{\Omega}/\gamma = \frac{1}{2\gamma} \text{rot } \vec{v},$$

где $\vec{\Omega}$ – вихрь скорости. Внутренние степени свободы вносят дополнительный диссипативный вклад в виде вращательной вязкости $\eta_r = \chi/4\gamma^2\tau$. В дополнение жидкость считается несжимаемой, а магнитное поле удовлетворяет уравнениям:

$$\text{div } \vec{v} = 0, \text{ div } (\vec{H} + 4\pi \vec{M}) = 0, \text{ rot } \vec{H} = 0.$$

Для описания тепловой конвекции в подобной среде систему (1), (2) необходимо дополнить уравнением переноса тепла

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)T = a\Delta T, \quad (3)$$

где a – коэффициент температуропроводности феррожидкости. Считая среду-носитель бинарной жидкостью, в которой вследствие термодиффузии происходит перераспределение компонентов, добавим также к системе (1)–(3) уравнение переноса примеси:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)C = D(\Delta C + \alpha\Delta T), \quad (4)$$

где C – концентрация тяжелой компоненты в керосине; D и α – коэффициенты диффузии и термодиффузии. Не вдаваясь в детали вывода уравнений термоконцентрационной конвекции [8], внесем в уравнение Навье–Стокса (1) дополнительный член с соответствующей подъемной силой $g(\beta_i T + \beta_c C)\vec{k}$, где β_i – коэффициент теплового расширения; β_c – коэффициент, описывающий зависимость плотности жидкости-носителя от концентрации тяжелого компонента. Представленные уравнения описывают взаимодействие гидродинамических и магнитных процессов. Учет физических механизмов, связанных с магнитными свойствами среды (магнитной восприимчивостью и внутренним гиромагнетизмом), позволяет объяснить рассматриваемые явления. Даже в отсутствие внешнего поля уравнения (1), (2) содержат дополнительные слагаемые, отличающие их от стандартной системы уравнений тепловой конвекции для молекулярных бинарных жидкостей:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} \right) = -\nabla \left(p + \frac{\vec{M}}{\chi} (\vec{M} - \chi \vec{H}_e) \right) + \eta_e \Delta \vec{v} + g(\beta_i T - \beta_c C)\vec{k} + \frac{1}{2\gamma\tau} \text{rot } \vec{M}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{M} = -\frac{1}{\tau} (\vec{M} - \chi \vec{H}_e) - D_{\perp} \text{rot rot } \vec{M}, \quad (6)$$

где $\eta_e = \eta + \eta_r$ – эффективная динамическая вязкость. Введем безразмерные переменные. В качестве единицы измерения расстояния выберем полутолщину канала d , времени – d^2/ν , скорости – ν/d , температуры – Θ , концентрации – $\Theta\beta_i/\beta_c$, давления – $\rho\nu^2/d^2$, намагниченности – $\chi/\gamma\tau$.

Так как в эксперименте высота каналов велика по сравнению с их толщиной $h \gg d$, упростим конвективные уравнения с учетом приближения прямолинейных траекторий $\vec{v}(0,0,u(x,y,z,t))$. В дополнение переработаем уравнение для концентрации тяжелого компонента жидкости-носителя (4) в терминах новой переменной $F = C + \varepsilon T$. В результате полная система уравнений тепловой конвекции феррожидкости со сложным носителем в безразмерной форме имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \Pi + (1 + \Lambda)\Delta u + \frac{\text{Ra}H}{\text{Pr}} (T(1 + \varepsilon) - F) + 2\Lambda \cdot \text{Rx} \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} = -\text{Rx}M_x + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\text{Pf}} \Delta M_x, \\ \frac{\partial M_y}{\partial t} = -\text{Rx}M_y - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\text{Pf}} \Delta M_y, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T - \frac{u}{H}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial z} = \frac{1}{\text{Sc}} \Delta F + \frac{\varepsilon}{\text{Pr}} \Delta T, \\ \Pi = p + M^2/\chi - \vec{M}\vec{H}_e. \quad (10)$$

Здесь H – безразмерная высота канала; T – отклонение температуры от равновесного линейного профиля. Для простоты предполагается, что намагниченность, как и скорость, не зависит от вертикальной координаты. В ур. (7) входит эффективное давление Π и введены следующие обозначения для безразмерных параметров:

$$\text{Ra} = \frac{g\beta A d^4}{\alpha\nu}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{a}, \quad \text{Sc} = \frac{\nu}{D}, \quad \varepsilon = \alpha \frac{\beta_c}{\beta_i}, \\ \text{Pf} = \frac{\nu}{D_{\perp}}, \quad \text{Rx} = \frac{d^2}{\nu\chi}, \quad \Lambda = \frac{\chi}{4\gamma^2\tau\eta},$$

где $A = \Theta/h$. Соответственно, безразмерные параметры – это число Рэлея (управляющий параметр в задаче), числа Прандтля и Шмидта, термодиффузионный параметр ($\varepsilon > 0$ отвечает положительной термодиффузии), феррогидродинамический аналог числа Прандтля, релаксационный параметр для намагниченности и отношение феррогидродинамической добавки к динамической вязкости жидкости-носителя.

Граничные условия на вертикальных стенках:

$$u|_{\Gamma} = 0, T|_{\Gamma} = 0, \vec{M}|_{\Gamma} = 0 [7],$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} \right|_{\Gamma} = \left(\frac{\partial C}{\partial \vec{n}} + \varepsilon \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \right) \Big|_{\Gamma} = 0. \quad (11)$$

Таким образом, в рамках данной модели феррожидкость на основе керосина рассматривается формально как трехкомпонентная среда. Отметим, что использование приближения прямолинейных траекторий приводит к линейризации уравнения Навье–Стокса. Далее интегрируя уравнение (7) вдоль канала по замкнутому контуру, исключаем градиент давления. Краевая задача (7)–(11) решалась численно методом конечных разностей в сочетании с процедурой Галеркина–Канторовича. Фурье-анализ экспериментальных данных показывает [5], что поле температуры по вертикали в первом приближении может быть аппроксимировано двумя функциями

$$T = T_1(x, y, t) \sin(\pi z/H) + T_2(x, y, t) \cos(\pi z/H).$$

Чтобы учесть возможность перераспределения примеси между правым и левым каналами, поле $F(x, y, z, t)$ представим в виде разложения

$$F = F_1(x, y, t) + F_2(x, y, t) \cos(\pi z/H) + F_3(x, y, t) \cos(2\pi z/H).$$

Подставляя разложения T и F в исходные уравнения (7)–(10), получим после применения по вертикальной координате процедуры Галеркина–Канторовича амплитудные эволюционные уравнения для полей $u, T_1, T_2, F_1, F_2, F_3$ в поперечном сечении каналов (рис. 1, б). Краевая задача решалась методом конечных разностей для квадратной области в плоскости (x, y) . Алгоритм был разработан в соответствии с явной схемой решения уравнений в частных производных. При аппроксимации производных по времени и производных по координатам использовались, соответственно, односторонние и центральные разности. Рабочее количество узлов в сечении канала было равно 33×33 . В ходе расчетов использовался метод установления.

В начальный момент времени при заливке феррожидкости в каналы по причине тщательной предварительной гомогенизации среда однородна. Однако дальнейшее поведение фракций керосина и феррочастиц при возникновении конвекции существенно различно. Считается что, диффузия тяжелых феррочастиц в керосиновой матрице идет на порядок медленнее по сравнению с эффектом перераспределения компонентов керосина в результате термодиффузии. Ранее теоретически и экспериментально было отмечено, что в длинных связанных каналах тепловая конвекция бинарных жидкостей существенным образом зависит от термодиффузионных свойств смеси. Эксперименты с магнитными жидкостями показали, что период так называемых «перебросовых» колебаний

в конвективной петле значительно больше, чем в обычных бинарных жидкостях.

Для раствора Na_2SO_4 в воде или четыреххлористого углерода в декане период составляет от 10 до 30 мин [5]. В магнитных жидкостях период перебросовых колебаний исчисляется уже часами. В узком интервале при малых значениях надкритичности $\Delta\mu$ в бинарных растворах наблюдаются гармонические колебания с малым (порядка нескольких минут) периодом, в то время как для магнитных жидкостей при возникновении конвекции сразу отмечается установление перебросовых колебаний. Перебросовые колебания в магнитной жидкости имеют ярко выраженную П-образную форму (рис. 3). Оказалось, что эти особенности конвекции феррожидкости в подогреваемой снизу конвективной петле можно объяснить только при одновременном учете магнитных свойств среды и бинарности носителя.

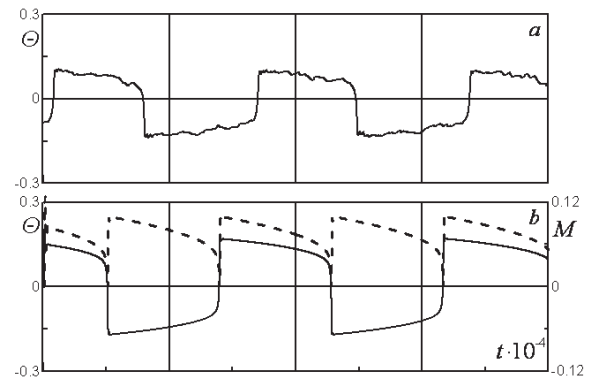


Рис. 3. Зависимость температуры по показаниям термопары (а) при $\Delta=5,9^\circ\text{C}$, $\Delta\mu=1,07$, МЖ 12 %; (б) расчетные значения температуры в центре канала и намагниченности (штриховая линия) на расстоянии $1/4$ у стенки канала в зависимости от времени

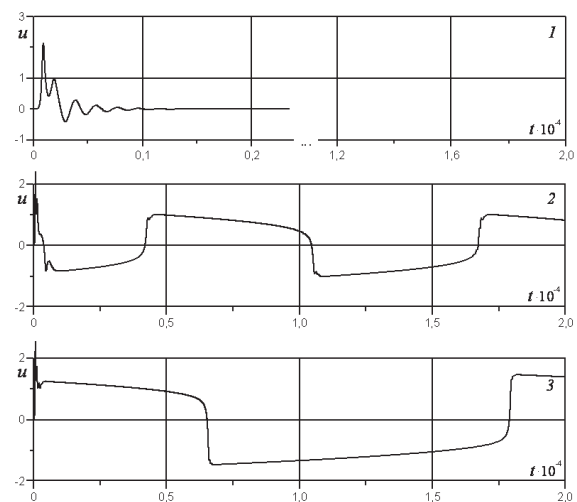


Рис. 4. Перебросовые колебания в зависимости от времени для набора параметров: $\Lambda=0,5$, $Rx=20$, $Pt=1,5$, $\varepsilon\Box=0,04$, $H=30,5$, $Pr=10$, $Sc=700$. Номера соответствуют числам Рэлея: 1) 28,0; 2) 29,0; 3) 29,5

Расчеты подтверждают, что при увеличении числа Рэлея период перебросовых колебаний сильно растёт (рис. 4). При малых значениях термодиффузионного параметра области с гармоническими колебаниями для феррожидкости обнаружить не удалось, что согласуется с экспериментом. Таким образом, первое предсказание теории относительно магнитных жидкостей, изготовленных на основе керосина – это малые по сравнению с выше упомянутыми бинарными смесями значения термодиффузионного параметра. Вторая характеристика, которая прямо или косвенно, скорее всего, доступна для экспериментальной проверки, – это намагниченность среды. В размерных единицах полученная в расчетах величина максимума намагниченности для оценочных значений параметров $\tau \sim 4 \cdot 10^{-6}$ с, $\eta_r \sim 1,5 \cdot 10^{-4}$ Н·с/м², $\chi \sim 3$ [3, 8] даёт напряжённость эффективного магнитного поля 3...8 А/м. Максимум намагниченности достигается примерно на расстоянии $1/4$ от стенки канала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shliomis M.I., Smorodin B.L. Onset of convection in colloids stratified by gravity // *Phys. Rev. E.* – 2005. – V. 71. – P. 036312 (6).
2. Такетоми С., Тикалзуми С. Магнитные жидкости. – М.: Мир, 1993. – 272 с.
3. Розенцвейг Р. Феррогидродинамика. – М.: Мир, 1989. – 356 с.
4. Шлиомис М.И. Магнитные жидкости // *Успехи физических наук.* – 1974. – Т. 112. – Вып. 3. – С. 427–458.
5. Глухов А.Ф., Демин В.А., Путин Г.Ф. Конвекция бинарной смеси в связанных каналах при подогреве снизу // *Известия РАН. Механика жидкости и газа.* – 2007. – № 2. – С. 13–23.

Выводы

Магнитная жидкость на основе керосина в связанных каналах ведёт себя подобно молекулярным бинарным смесям с положительной термодиффузией. В чистом керосине без феррочастиц также наблюдаются перебросовые колебания. Период перебросов в магнитной жидкости значительно превышает таковой в молекулярных бинарных смесях, а форма колебаний – более прямоугольная. Предложенная теоретическая модель феррожидкости, как коллоидного магниточувствительного раствора со сложным носителем, позволяет объяснить результаты опытов. В рамках данного подхода потребовалось совместить две теоретические модели, описывающие движение разных сред: феррожидкостей, как жидких парамагнетиков, и бинарных молекулярных смесей. Неоднородно нагретый керосин, как сложная среда разделяется вследствие термодиффузии, а феррочастицы за счёт внутреннего гиромagnetизма приносят свою специфику в поведение феррожидкости в виде увеличения периода перебросовых колебаний, а также других не менее существенных эффектов, фиксируемых экспериментально.

6. Глухов А.Ф., Путин Г.Ф. Конвекция магнитных жидкостей в связанных каналах при подогреве снизу // *Известия РАН. Механика жидкости и газа.* – 2010. – № 5. – С. 41–48.
7. Шлиомис М.И. Динамика жидких парамагнетиков. – Пермь: Изд-во Пермск. ун-та, 1983. – 68 с.
8. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1972. – 392 с.

Поступила 07.10.2011 г.