ПОНЯТИЕ ОБ УРОВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО, ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО И ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Э. Гайамфи-Ибоа

Научный руководители профессор кафедры ТХНГ ИПР, доктор ф.-м. наук С.Н. Харламов,
Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия

В данной работе рассматривается классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на три типа, гиперболических, параболических и эллиптических. Гиперболического уравнения имеют два различных семейства (реальных) характеристических кривых, параболических уравнений имеют одно семейство характеристических кривых, а эллиптические уравнения не имеют ни одного.

Таблица 1

Типы дифференциальных уравнений второго порядка, условий для классификации и их характеристик

Тип	Если	Кривая характеристики	Собственные значения
Эллиптический	d<0	не имеют характерные кривые	все собственные значения положительными или отрицательными.
Параболический	d=0	имеют одну характерную кривую	все собственные значения либо положительными, либо отрицательными, за исключением одного, который равен нулю.
Гиперболический	d>0	имеют две характерные кривые	существует только одно отрицательное собственное значение и все остальные являются положительными, или есть только одно положительное собственное значение, а все остальные являются отрицательными.

Все три типа уравнений трансформироваться в канонических формах. Гиперболического уравнения трансформироваться в форме, совпадающей с волновым уравнением в главных членах, параболическое уравнение является трансформироваться в форме моделируемой уравнением теплопроводности, эллиптическое уравнение является трансформироваться в уравнения Лапласа. Таким образом, волна, тепла и уравнения Лапласа служат в качестве канонических моделей для всех постоянный коэффициент дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

Теория дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка является более сложным, чем уравнений первого порядка, и это гораздо более типично субъекта в целом. В контексте, значительно лучшие результаты могут быть достигнуты для уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными, чем для уравнений в пространстве с большим числом измерений. Линейные уравнения являются самым простым в обращении. В общем, линейное дифференциальное уравнение второго порядка имеет вид; $Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G$, где A, B, C, D, E, F и G являются в общем случае функции от x и y, но они могут быть постоянными. Классификация дифференциальных уравнений с частными предлагается по классификации квадратного уравнения конических сечений в аналитической геометрии. Уравнение; $d = B^2(x_0, y_0) - 4A(x_0, y_0)C(x_0, y_0)$. Уравнение называется: эллиптическим, если $d<0$; параболической, если $d=0$;гиперболической, если $d>0$.

Классификация линейных уравнений с частными производными зависит от собственных значений матрицы коэффициентов.

Все три типа уравнений может быть сведено к каноническим формам. Гиперболического уравнения сводятся к форме, совпадающей с волновым уравнением в главных членах, параболические уравнения сводятся к форме моделируемой уравнением теплопроводности и модели уравнения Лапласа канонической формы эллиптических уравнений. Таким образом, волна, тепла и уравнения Лапласа служат в качестве канонических моделей для всех постоянный коэффициент дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

Взаимоотношения между физическими проблемами и различными типами дифференциальных уравнений описаны; проблемы распространения радиоволн – параболические или гиперболические уравнения;

1. уравнения равновесия – эллиптические дифференциальные уравнения в частных;
2. большинство жидкости уравнений с явной зависимостью от времени являются гиперболические уравнения;
3. проблема диссипации – параболический уравнения в частных производных.

Литература

1. Численное решение дифференциальных уравнений с частными производными URL: https://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/upload/ea4/Lobanov Draft_26.08.09-arpfzck5j4c.pdf_(дата обращения: 05.12.2016)
2. Кошляков, Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высш. шк., 1970.
3. K. Sankara Rao, “Introduction to Partial Differential Equations”.