ТЕПЛОПЕРЕНОС С УЧЕТОМ РЕЛАКСАЦИИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА И ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ

Р.С. Папченкова
Научный руководитель доктор Харламов С.Н.
Томский политехнический университет, г.Томск, Россия

Статья посвящена актуальным вопросам теплопереноса в нелинейных средах. При исследовании широкого круга современных задач науки и техники приходится подробно анализировать процессы переноса тепла. Обычно для этого используется закон Фурье:

$$W = -k \cdot grad(T), \tag{1}$$

Однако рамки применимости закона Фурье ограничены рядом требований , такими как, например, малость длины и времени свободного пробега частиц по сравнению с характерными пространственно -временными масштабами изменения температуры. Часто можно столкнуться с ситуациями, когда ограничения подобного рода оказываются принципиально важными. В таких случаях применяемые на сегодняшний день способы описания теплового потока дают определенные ошибки при моделировании тепловых процессов.

Исходя из этого понятна актуальность поиска и исследования физически приемлемых математических моделей для переноса тепла.

Одна из таких моделей, известная еще со времени Дж.К.Максвелла, опирается на уравнение для потока тепла вида

$$\tau \frac{\partial W}{\partial t} + W = -k \cdot grad(T), \tag{2}$$

где τ - время релаксации теплового потока, по порядку величины равное времени свободного пробега частиц. В линейном случае, когда коэффициент теплопроводности k и время релаксации теплового потока τ - постоянные величины, это уравнение используется для описания теплопереноса в наследственно -упругих материалах, в разреженных газах и т.д.[1-3].

В последнее время интерес к уравнению (2) возрос в связи с тем, что было предложено применять его для описания электронной теплопроводности горячей плазмы. Следует подчеркнуть, что при этом уравнение (2) становится нелинейным, так как тик зависят от состояния среды.

Например, для полностью ионизированной плазмы можно упрощенно полагать k ~ T5/2 и τ ~ T3/2. Рассматриваемая математическая модель опирается на систему уравнений, описывающую процесс теплопереноса в неподвижной однородной среде (полагается p= 1, cv=const).

Система имеет гиперболический тип, поэтому математическую модель обычно называют «моделью теплопроводности гиперболического типа», а систему уравнений- «уравнениями теплопереноса с учетом релаксации теплового потока».

Настоящая работа посвящена исследованию нелинейной модели «гиперболической теплопроводности» при наличии источников и стоков энергии различной физической природы (например, переизлучения, выбросов продуктов термоядерных реакций, обратного тормозного поглощения). Стоит отметить, что «источники» существенно зависят от термодинамического состояния среды.

В одномерном плоском случае система уравнений теплопереноса имеет вид:

$$c_v \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial m} = Q, \tag{3}$$

$$\tau \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial m} + W = 0, \tag{4}$$

Здесь T-температура, W-тепловой поток, t-время, m-массовая лагранжева координата, c_vудельная теплоемкость при постоянном объеме, $\tau=\tau_0 \cdot T^{a1}$-время релаксациии теплового потока,

$k=k_0 \cdot T^a$-коэффициент теплопроводности,

$Q=Q_0 \cdot T^{a2}$-мощность источника или стока энергии;

a, a_1, a_2- постоянные.

Начальные условия соответствуют фону с T = 0 и W = 0.

Граничные условия могут быть двух типов: температура на границе изменяется по степенному закону $T(0,t)=T_0(t)=T_0 \ t^{n0}$ или тепловой поток на границе имеет вид $W(0,t)=W_0 \ t^9$. Сформулированная задача допускает автомодельные решения степенного типа при выполнении известных условий для закона Фурье и дополнительных соотношений:

$$a_1 = \frac{1}{n_o}, a_2 = \frac{n_o - 1}{n_o} \tag{5}$$

Существование (устойчивость) автомодельных решений полученной системы о.д.у. подтверждалось «установлением « автомодельных режимов путем численного решения исходной системы (3), (4) в частных производных. В работах различных авторов было показано наличие волн с конечной скоростью распространения теплового фронта.

В данной постановке задачи условия существования тепловых волн имеют вид

$$a + a_2 - 1 \geq 0,\ a_1 > 0, a > 0 \tag{6}$$

Исследовано поведение автомодельных решений в окрестности фронта тепловой волны и в окрестности границы, где задается тепловой режим. В общем случае перейти с интегральной кривой на нулевой фон непрерывным образом нельзя - на фронте тепловой волны имеет место скачок температуры и теплового потока.

Объемный источник энергии не влияет на значения температуры и теплового потока за фронтом теплового разрыва. Ввиду нелинейности системы исследовать ее аналитически далеко от точки фронта тепловой волны не представляется возможным. Для анализа поведения автомодельных решений система о.д.у. решалась численно методом пристрелки. Была исследована зависимость решений от Q_0 и τ_0. Получены зависимости автомодельной координаты положения теплового фронта и величины скачка температуры и теплового потока от Q_0 и τ_0.

Также установлено, что Q_0 качественно влияет на поведение температуры во всей области распространения тепловой волны и поведение теплового потока.

При увеличении Q_0 температура может переходить из области монотонного распространения в область немонотонного распространения.

При этом тепловой поток на границе с заданным температурным режимом падает из области положительных значений в область отрицательных и также становится немонотонным. Для моделирования тепловых и газодинамических процессов использовалась следующая система уравнений в массовых лагранжевых переменных:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial m}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial m}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -p\frac{\partial v}{\partial m} \cdot \frac{\partial W}{\partial x} + Q_0 T^{a_z} = 0, \tag{10}$$

$$\tau\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial \tau}{\partial m} + W = 0, \tag{11}$$

Здесь начальными условиями являются — $T(m,0) = 0$, $W(m,0) = 0$, $V(m,0) = 0$, $p(m,0) = p_0$; граничные условия - поршень с заданным температурным режимом $T(0,t) = T_0\, t^{n0}$ и скоростью движения в среде $v(0,t) = V_0\, t^{n1}$

В газе, описываемом такой системой уравнений, существуют две скорости малых возмущений - звуковая и тепловая. В силу нелинейности системы решение имеет как газодинамический, так и тепловой разрывы. Численные исследования системы проводились при $n_1 = 3/2$. Для этого использовалась полностью консервативная неявная разностная схема. Получено установление автомодельных решений и исследовано поведение этих решений в зависимости от τ_0 и Q_0.

При увеличении т0 происходит изменение типа тепловой волны. Тепловая волна первого рода (ТВ-I) сменяется на тепловую волну второго рода (ТВ-П). Дальнейшее увеличение τ_0 приводит к уменьшению расстояния между поршнем и тепловым разрывом. Увеличение Q_0, наоборот, увеличивает расстояние между поршнем и тепловым разрывом, но обратной смены режимов с ТВ-2 на ТВ-I не происходит. Кроме того, увеличение Q_0 может привести к тому, что волна с монотонной температурной перейдет в волну с немонотонным температурным профилем. Изменение Q_0 также влияет на поведение плотности Р и скорости v в области распространения волны. При увеличении мощности источника плотность становится немонотонной функцией.

Модель теплопереноса гиперболического типа исследована на примере сверхвысокого сжатия и нагрева вещества мишени импульсом лазерного излучения, мощность которого нарастает во времени по специальному закону.

Приведен анализ качественных различий в поведении процесса при использовании модели описания теплопереноса в виде закона Фурье и модели теплопереноса гиперболического типа, основанной на учете релаксации теплового потока.

Рассматривалась сферическая мишень из смеси конденсированного дейтерия и трития, находящаяся в вакууме, на поверхность которой падает поток лазерного излучения. Лазерное излучение было равномерно распределено по поверхности мишени. Предполагалось, что все процессы, которые происходят в веществе мишени, описываются уравнениями однотемпературной гидродинамики. Справедливо приближение сферической симметрии. В модели учитывались электронная теплопроводность и поглощение лазерного излучения (обратное тормозное поглощение и поглощение на плазменной частоте). Процесс сжатия мишени имеет несколько стадий. На первой стадии внутрь системы распространяется температурная волна второго рода, которая представляет собой дозвуковой режим распространения тепла в среде и состоит из узкой зоны плазмы, сжатой перед фронтом тепловой волны. На второй стадии, при обострении потока лазерного излучения, происходит смена режима распространения тепла, и образуется температурная волна первого рода. Дается сравнение характеристик процессов, один из которых был описан с помощью модели Фурье, а другой - с использованием модели теплопереноса гиперболического типа. Результаты расчетов показали, что при малом значении времени релаксации теплового потока т значительной разницы в динамике процессов не наблюдается. При увеличении времени т различие проявляется уже на первом этапе развития процесса (ударной волне второго рода).

Нарастание сжатия в ударной волне происходит быстрее при использовании модели теплопереноса гиперболического типа.

Литература

1. Осокин А.Ю., Суворова Ю.В. Некоторые задачи теплопроводности для наследственно-упругих материалов. / Изв. АН СССР, машиноведение, 1983,NP 1,с.82-87.
2. Хонъкин А.Д.О парадоксе бесконечной скорости распространения возмущений в гидродинамике вязкой теплопроводной среды и уравнениях гидродинамики быстрых процессов. - в кн.: Аэромеханика. - М.: Наука, 1976, с.289-299.
3. Гутфельд Р. Распространение тепловых импульсов. - в кн.: Физическая акустика. Под редакцией У. Мэзона, т.5. - М.: Мир, 1973, с.267-329.
4. Леванов Е.И., Сотский Е.Н. Теплоперенос с учетом релаксации теплового потока. //сб. Математическое моделирование (нелинейные дифф. уравнения мат.физики). -М: Наука, 1987, с.15