

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский
Томский политехнический университет»



ISSN 1684-8519

ИЗВЕСТИЯ

ТОМСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Том 325, № 5, 2014

Информационные технологии

ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ

г. Томск

ИЗВЕСТИЯ ТОМСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Сонькин М.А., гл. редактор, д-р техн. наук (Россия)
Глазырин А.С., выпуск. редактор, канд. техн. наук (Россия)
Кириянова Л.Г., выпуск. редактор, канд. филос. наук (Россия)

Ресурсы Планеты

Савичев О.Г., редактор серии, д-р географ. наук (Россия)
Покровский О.С., канд. геол.-минерал. наук (Франция)
Старостенко В.И., д-р физ.-мат. наук (Украина)
Конторович А.Э., д-р геол.-минерал. наук (Россия)
Шварцев С.Л., д-р геол.-минерал. наук (Россия)

Математика, физика и механика

Никитенков Н.Н., редактор серии, д-р физ.-мат. наук (Россия)
Силкин В.М., канд. физ.-мат. наук (Испания)
Коротеев Ю.М., д-р физ.-мат. наук (Россия)
Уленев О.Н., д-р физ.-мат. наук (Россия)
Борисов А.М., д-р физ.-мат. наук (Россия)
Рождова С.В., д-р физ.-мат. наук (Россия)

Химия и химические технологии

Коршунов А.В., редактор серии, д-р хим. наук (Россия)
Пестряков А.Н., д-р хим. наук (Россия)
Тойпель У., Dsc (Германия)
Джин-Чун Ким, Dsc (Южная Корея)
Ильин А.П., д-р физ.-мат. наук (Россия)

Техника и технологии в энергетике

Заворин А.С., редактор серии, д-р техн. наук (Россия)
Ханьялич К., Dsc. (Нидерланды)
Кабов О.А., д-р физ.-мат. наук (Россия)
Маренго М., PhD (Италия)
Алексеев С.В., д-р физ.-мат. наук (Россия)
Воропай Н.И., д-р техн. наук (Россия)

Информационные технологии

Кочегуров А.И., редактор серии, канд. техн. наук (Россия)
Хамкер Ф.Х., Dsc (Германия)
Руи Д., PhD (Португалия)
Муравьев С.В., д-р техн. наук (Россия)
Спицын В.Г., д-р техн. наук (Россия)

Социально-гуманитарные технологии

Барышева Г.А., редактор серии, д-р экон. наук (Россия)
Завадскас Э.К., PhD, Dsc (Литва)
Касати Ф., PhD (Италия)
Грюнвальд А., PhD (Германия)
Бутовская М.Л., д-р ист. наук (Россия)
Головаха Е.И., д-р филос. наук (Украина)

Входит в Перечень ВАК РФ – ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Подписной индекс по каталогу
агентства «Роспечать» – 18054

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

Журнал «Известия Томского политехнического университета» (Известия ТПУ) – рецензируемый мультидисциплинарный журнал, предназначенный для ученых, исследующих специфику развития техники и технологии в различных научных сферах.

Журнал издается с 1903 года. Учредителем является Томский политехнический университет. Полнотекстовый доступ к электронной версии журнала возможен на сайтах www.elibrary.ru, scholar.google.com

Журнал зарегистрирован Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций – Свидетельство ПИ № 77-16615 от 24 октября 2003 г.

ISSN 1684-8519

Импакт-фактор РИНЦ 2012 – 0,174

Особое внимание в журнале уделяется ключевым проблемам развития современной техники и технологии, что выражается в тематических разделах журнала, охватывающих следующие аспекты науки и техники:

- Ресурсы Планеты
- Математика, физика и механика
- Химия и химические технологии
- Техника и технологии в энергетике
- Информационные технологии
- Социально-гуманитарные технологии

К публикации принимаются статьи, ранее нигде не опубликованные и не представленные к печати в других изданиях.

Статьи, отбираемые для публикации в журнале, проходят закрытое (слепое) рецензирование.

Автор статьи имеет право предложить двух рецензентов по научному направлению своего исследования.

Окончательное решение по публикации статьи принимает главный редактор журнала.

Все материалы размещаются в журнале «Известия ТПУ» на бесплатной основе.

Журнал издается ежемесячно.

К публикации в серию «Информационные технологии» принимаются оригинальные по содержанию и ранее не опубликованные статьи, содержащие теоретические и экспериментальные результаты решения фундаментальных и прикладных задач по следующим основным направлениям: управление техническими, социальными и информационными системами; математическое моделирование технологических процессов и автоматизация производств; оптимизация процессов принятия решений; интеллектуальные информационно-телекоммуникационные системы и технологии передачи данных; прикладная математика; математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей; цифровая обработка сигналов и изображений; когнитивные программно-аппаратные комплексы с высокопроизводительной обработкой данных и беспроводные телекоммуникационные системы и технологии.

Ministry of Education and Science of the Russian Federation
National Research Tomsk Polytechnic University



ISSN 1684-8519

BULLETIN

OF TOMSK POLYTECHNIC UNIVERSITY

Volume 325, № 5, 2014

IT Technologies

TPU  PUBLISHING

Tomsk

BULLETIN OF THE TOMSK POLYTECHNIC UNIVERSITY

EDITORIAL BOARD

Sonkin M.A., editor in chief, Dr. Sc. (Russia)
Glazyrin A.S., managing editor, Cand. Sc. (Russia)
Kiryanova L.G., managing editor, Cand. Sc. (Russia)

The Planet Resources

Savichev O.G., *section editor*, Dr. Sc. (Russia)
Pokrovsky O.S., Cand. Sc. (France)
Starostenko V.I., Dr. Sc. (Ukraine)
Kontorovich A.Eh., Dr. Sc. (Russia)
Shvartsev S.L., Dr. Sc. (Russia)

Mathematics, Physics and Mechanics

Nikitenkov N.N., *section editor*, Dr. Sc. (Russia)
Silkin V.M., Cand. Sc. (Spain)
Koroteev Yu.M., Dr. Sc. (Russia)
Ulenekov O.N., Dr. Sc. (Russia)
Borisov A.M., Dr. Sc. (Russia)
Rozhkova S.V., Dr. Sc. (Russia)

Chemistry and Chemical Technology

Korshunov A.V., *section editor*, Cand. Sc. (Russia)
Pestryakov A.N., Dr. Sc. (Russia)
Teipel U., DSc (Germany)
Jin-Chun Kim, DSc (South Korea)
Ilyin A.P., Dr. Sc. (Russia)

Power Engineering

Zavorin A.S., *section editor*, Dr. Sc. (Russia)
Hanjalic K., DSc. (Netherlands)
Kabov O.A., Dr. Sc. (Russia)
Marengo M., PhD (Italy)
Aleksenko S.V., Dr. Sc. (Russia)
Voropai N.I., Dr. Sc. (Russia)

IT Technologies

Kochegurov A.I., *section editor*, Cand. Sc. (Russia)
Hamker F.H., DSc (Germany)
Rui D., PhD (Portugal)
Muravyov S.V., Dr. Sc. (Russia)
Spitsyn V.G., Dr. Sc. (Russia)

Humanities and Social Sciences Technologies

Barysheva G.A., *section editor*, Dr. Sc. (Russia)
Zavadskas E.K., PhD, DSc (Lithuania)
Casati F., PhD (Italy)
Grunwald A., PhD (Germany)
Butovskaya M.L., Dr. Sc. (Russia)
Golovakha E.I., Dr. Sc. (Ukraine)

AIMS AND SCOPES

Bulletin of the Tomsk Polytechnic University (TPU Bulletin) is peer-reviewed multidisciplinary journal owned by Tomsk Polytechnic University. The Journal focuses on the key problems of the development of modern technologies and engineering.

The journal was founded in 1903. The journal is on open access on www.elibrary.ru, scholar.google.com.

The journal is registered internationally (ISSN 1684-8519) and nationally (Certificate PE № 77-166615, October 24, 2003 from the RF Ministry of Press, Broadcasting and Mass Communications).

Topical sections of the Journal focuses on the following aspect of science and engineering:

- The Planet Resources
- Mathematics, Physics and Mechanics
- Chemistry and Chemical Technology
- Power Engineering
- IT Technologies
- Humanities and Social Sciences Technologies

TPU Bulletin publishes only original research articles. All articles are peer reviewed by international experts. Both general and technical aspects of the submitted paper are reviewed before publication. Authors are advised to suggest two potential reviewers who are familiar with the research focus of the article. Final decision on any paper is made by the Editor In Chief.

The Bulletin of the Tomsk Polytechnic University is published monthly.

The publication of manuscripts is free of charge.

IT Technologies. The Journal publishes only original articles containing theoretical and experimental results of solving fundamental and applied problems in the following key areas: engineering, social and information systems management; process mathematical simulation and production automation; decision making optimization; intelligent information telecommunication systems and procedures of data transmission; applied mathematics; software for computers, systems and computer networks; digital signal and image processing; cognitive hardware-software complexes with high-efficiency data processing and wireless telecommunication systems and technologies.

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

Исследование RQ-системы MMPP G 1 методом асимптотического анализа второго порядка в условии большой загрузки Назаров А.А., Фёдорова Е.А.	6	Retrial queuing system MMPP G 1 researching by means of the second-order asymptotic analysis method under a heavy load condition Nazarov A.A., Fedorova E.A.
Синтез ПИД-регулятора в системах с запаздыванием методом условной оптимизации с ограничениями на размещение полюсов Вадутов О.С.	16	Design of PID controller for delayed systems using optimization technique under pole assignment constraints Vadutov O.S.
Интерактивные методы согласованной оптимизации при управлении эволюцией организационно-технологической системы Виноградов Г.П.	23	Interactive methods for optimizing the management of a coherent evolution of the organizational and technological system Vinogradov G.P.
Синхронизация неидентичных динамических систем с помощью робастного эквивалентного управления Рустамов Г.А. оглы.	33	Synchronization of non-identical dynamic systems with robust equivalent control Rustamov G.A.
Модель фазового шума с учетом спектральной маски синтезаторов частоты и генераторов сигнала Крюков Я.В., Рогожников Е.В., Покаместов Д.А.	45	Phase noise model considering spectral mask of frequency synthesizers and signal generators Kryukov Y.V., Rogozhnikov E.V., Pokamestov D.A.
Наибольшая степень устойчивости трёхмассовой системы с регулятором пониженного порядка Корюкин А.Н., Воевода А.А.	52	Maximum stability degree of a three-mass system with a lower-order control Koryukin A.N., Voevoda A.A.
Разработка искусственных нейронных сетей для предсказания технологической эффективности от выравнивания профиля приемистости Келлер Ю.А.	60	Design of artificial neural networks for predicting the technological efficiency of improving water injection profile Keller Yu.A.
Объектно-структурный подход к моделированию проблемно-ориентированных систем сбора и обработки учетно-аналитической информации Мкртычев С.В.	66	Objet-structured approach to modeling problem-oriented management accounting information systems Mkrtychev S.V.
Моделирование искусственных нейронных сетей с помощью графического адаптера общего назначения Королев А.А., Кучуганов А.В.	72	Simulation of artificial neural networks using general purpose graphics processing unit Korolev A.A., Kuchuganov A.V.
Решение задачи описания и классификации контуров движущихся объектов на видео Макаров М.А., Берестнева О.Г., Андреев С.Ю.	77	Solving the problem of moved objects contour classification and recognition on video frame Makarov M.A., Berestneva O.G., Andreev S.Yu.
Статистический анализ индивидуальных заданий по теории вероятностей Кацман Ю.Я.	84	Statistical analysis of individual tasks on probability theory Katsman Yu.Ya.
Разработка веб-гис приложения для вычисления коэффициента корреляции для климатических и метеорологических характеристик Гордов Е.П., Титов А.Г., Пritупов А.А., Ботыгин И.А.	91	Developing web applications to calculate correlation coefficient for climatic and meteorological parameters Gordov E.P., Titov A.G., Pritupov A.A., Botygin I.A.
Применение параллельных вычислений в имитационном моделировании сетей массового обслуживания Мещеряков Р.В., Моисеев А.Н., Демин А.Ю., Дорофеев В.А., Матвеев С.А.	99	Using parallel computing in queueing network simulation Meshcheryakov R.V., Moiseev A.N., Demin A.Yu., Dorofeev V.A., Matveev S.A.
Полный инвариант графа и алгоритм его вычисления Погребной Ан.В.	110	Complete graph invariant and algorithm of its computation Pogrebnoy A.V.
Разработка приложения для моделирования монтажно-коммутационного пространства Козлов А.А., Коблов Н.Н.	123	Development of wiring space software Kozlov A.A., Koblov N.N.
Интеграция системы «1с: Предприятие 8» и программного комплекса проектирования печатных плат P-Cad 2006 в системе электронного документооборота Коблов Н.Н., Черватюк В.Д.	131	Integration of the system «1C: Enterprise 8» and the software for designing printed-circuit boards P-CAD 2006 in the electronic document system Koblov N.N., Chervatyuk V.D.

УДК 519.872

ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМЫ MPP/GI/1 МЕТОДОМ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВТОРОГО ПОРЯДКА В УСЛОВИИ БОЛЬШОЙ ЗАГРУЗКИ

Назаров Анатолий Андреевич,

д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой теории вероятности
и математической статистики Факультета прикладной математики
и кибернетики ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский
государственный университет», Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.
E-mail: nazarov.tsu@gmail.com

Фёдорова Екатерина Александровна,

аспирант Факультета прикладной математики и кибернетики ФГАОУ ВО
«Национальный исследовательский Томский государственный универси-
тет», Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36. E-mail: moiskate@mail.ru

Системы массового обслуживания с повторными вызовами (RQ-системы), моделирующие реальные процессы, возникающие в телекоммуникационных системах, являются новым, активно развивающимся направлением теории массового обслуживания. Однако аналитические формулы получены лишь для систем с входящим простейшим потоком. Большинство же мировых ученых по теории массового обслуживания используют численные методы исследования RQ-систем с входящими не простейшими потоками (например, MPP, MAP, VMAP). Такие методы имеют естественную границу применимости, связанную с решением систем уравнений большой размерности (система может принимать от 1000 до 500 тыс. состояний). Таким образом, **актуальность исследования** обусловлена необходимостью разработки аналитических методов изучения RQ-систем с входящим MPP-потоком.

Цель работы: найти асимптотическое распределение вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов в RQ-системе MPP/GI/1 для достаточно большого числа состояний системы.

Методы исследования: метод асимптотического анализа второго порядка в условии большой загрузки.

Результаты: Получена асимптотическая (второго порядка) характеристическая функция распределения вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов в RQ-системе MPP/GI/1. Приведена формула для построения асимптотического распределения вероятностей. Проведенный численный анализ результатов показал, что предлагаемый метод может быть применен для значений загрузки $\rho > 0,8$, тогда как метод асимптотического анализа первого порядка может применяться лишь при загрузке $\rho > 0,95$. С помощью полученного распределения можно вычислить наиболее важные характеристики системы (например, среднее число заявок в источнике повторных вызовов), которые могут быть использованы при моделировании или оптимизации функционирования реальных экономических и технических систем.

Ключевые слова:

RQ-система, источник повторных вызовов, MPP-поток, большая загрузка, метод асимптотического анализа второго порядка.

Введение

В теории массового обслуживания до середины XX в. выделяли 2 класса систем – системы с ожиданием и системы с потерями. Однако при появлении и развитии информационных технологий было показано, что процессы, возникающие в реальных системах передачи данных, сетях сотовой связи и др., не могут моделироваться существующими классами систем массового обслуживания. Это привело к тому, что стали выделять новый класс – системы с повторными вызовами или RQ-системы (Retrial Queueing Systems [1–3]). Отличие таких систем от классических систем массового обслуживания (СМО) состоит в том, что заявки, обнаружившие прибор занятым, не покидают систему или встают в очередь, а идут в источник повторных вызовов, откуда после некоторой случайной задержки снова обращаются к прибору для обслуживания.

Большинство первых работ было посвящено практическим задачам, возникающим в телекоммуникационных системах. Первые работы по RQ-системам были опубликованы Р.И. Вилкинсоном

[4] и Дж. Коэном [5]. Описание систем и влияние эффекта повтора было проведено Г. Гоштони [6], А. Элдином [7] и Дж. Л. Джониним [8].

Наиболее полное и глубокое исследование систем с повторными вызовами приведено в монографиях Г.И. Фалина, Дж. Артолехо, А. Гомез-Коррела и Дж. Тэмплетона [1–3].

Большая часть исследований RQ-систем реализуются численно или с помощью имитационного моделирования [9–11]. Аналитические методы получены только в тех случаях, когда модели потока и дисциплина обслуживания относительно просты (например, пуассоновский поток и экспоненциальное распределение закона обслуживания) [1].

RQ-системы с входящими MAP и VMAP-потоками исследуются белорусскими учеными: В.И. Клименок и А.Н. Дудиным [12], которые используют преимущественно матричные методы исследования. Кроме того, матричными методами исследования RQ-систем пользуются такие ученые, как М.Ф. Ньютс, Дж. Арталехо, А. Гомез-Коррел [13], Дж.Е. Даймонд, А.С. Альфа [14] и др.

Исследования RQ-систем в условии большой и малой загрузки проводились Г.И. Фалиным [15], А. Айссани [16] и В.В. Анисимовым [17]. Кроме того, работы С.Н. Степанова посвящены исследованиям систем в условии экстремальной загрузки (интенсивность входящего потока заявок стремиться к бесконечности или к нулю) [18].

В предыдущих исследованиях [19, 20] для однолинейных RQ-систем нами был предложен метод асимптотического анализа в условии большой загрузки. Однако было показано, что этот метод имеет достаточно узкую область применимости: при загрузке $\rho > 0,95$ расстояние Колмогорова $\Delta \leq 0,05$. В связи с этим было предложено увеличить точность аппроксимации в виде получения асимптотики более высокого порядка. При этом стоит отметить, что данные результаты не вытекают из систем асимптотических уравнений, полученных ранее [19, 20]. Таким образом, для получения асимптотики 2-го порядка необходимо проводить заново исследование рассматриваемой системы.

Математическая модель

Рассмотрим (рисунок) однолинейную RQ-систему с источником повторных вызовов (ИПВ), на вход которой поступает ММРР-поток заявок с матрицей условных интенсивностей $\rho\lambda$, где параметр ρ и значения элементов матрицы λ будут определены ниже, и матрицей Q инфинитезимальных характеристик цепи Маркова $n(t)$, управляющей ММРР-потоком, время обслуживания каждой заявки имеет произвольную функцию распределения $B(x)$. Если поступившая заявка застает прибор свободным, то она занимает его для обслуживания. Если прибор занят, то заявка переходит в ИПВ, где осуществляет случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ . Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь обращается обслуживающему прибору с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка из ИПВ занимает его для обслуживания, в противном случае заявка мгновенно возвращается в источник повторных вызовов для реализации следующей задержки.

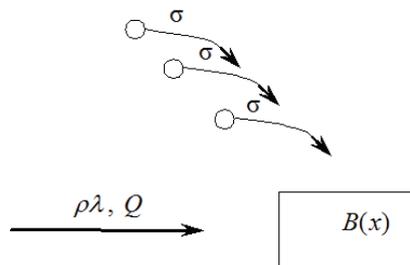


Рисунок. RQ-система MMPP|G|1

Figure. RQ-system MMPP|G|1

Обозначим вектор-столбец R – стационарное распределение вероятностей значения цепи Маркова, управляющей входящим ММРР-потоком, которое определяется из следующей системы:

$$\begin{cases} \mathbf{RQ} = \mathbf{0}, \\ \mathbf{RE} = \mathbf{1}, \end{cases}$$

где E – единичный вектор-столбец, 0 – вектор-столбец с нулевыми элементами. Очевидно, что интенсивность входящего потока равна $\lambda = \mathbf{RR} \cdot \rho \mathbf{AR} \cdot E$.

Пусть параметры системы таковы, что выполняется:

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{J} \cdot E = 1 / b, \tag{1}$$

где b – среднее время обслуживания.

Тогда нагрузка системы определяется как $\rho = \lambda b = \mathbf{R} \cdot \rho \mathbf{AR} \cdot E$.

Для данной системы ставится задача найти распределение вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов такой системы.

Пусть $i(t)$ – процесс, характеризующий число заявок в ИПВ. Процесс $i(t)$ не является марковским. Однако его можно марковизировать путем введения дополнительных компонент: $n(t)$ – цепь Маркова, управляющая ММРР-потоком; $z(t)$ – оставшееся время обслуживания, а процесс $k(t)$ – определяет состояние прибора следующим образом: $k(t) = \{1, \text{если прибор занят}; 0, \text{если свободен}\}$.

Обозначим $P\{k(t)=0, n(t)=n, i(t)=i\} = P(0, n, i, t)$ вероятность того, что прибор свободен в момент времени t , управляющая ММРР-потоком цепь Маркова находится в состоянии n и в ИПВ находится i заявок; а $P\{k(t)=1, n(t)=n, i(t)=i, z(t) < z\} = P(1, n, i, z, t)$ – вероятность того, что в момент времени t прибор занят, управляющая ММРР-потоком цепь Маркова – в состоянии n , в источнике повторных вызовов находится i заявок, и оставшееся время обслуживания меньше z .

Очевидно, что процесс $\{k(t), i(t), n(t), z(t)\}$ изменения состояний данной системы во времени является марковским. Для получения распределения вероятностей $\{P(0, n, i, t); P(1, n, i, z, t)\}$ состояний рассматриваемой RQ-системы составим систему уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \frac{\partial P(0, n, i, t)}{\partial t} = \frac{\partial P(1, n, i, 0, t)}{\partial z} - \\ - P(0, n, i, t)(\rho\lambda_n + i\sigma - q_m) + \sum_{v \neq n} P(0, v, i, t)q_v, \\ \frac{\partial P(1, n, i, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial P(1, n, i, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial P(1, n, i, 0, t)}{\partial z} + \\ + (-\rho\lambda_n + q_m)P(1, n, i, z, t) + \\ + \rho\lambda_n P(0, n, i, t)B(z) + \rho\lambda_n P(1, n, i - 1, z, t) + \\ + \sigma(i + 1) \cdot P(0, n, i + 1, t)B(z) + \sum_{v \neq n} q_v P(1, v, i, z, t). \end{cases} \tag{2}$$

Обозначим

$$\mathbf{P}(0, i) = \{P(0, 1, i), P(0, 2, i), \dots, P(0, N, i)\}$$

и

$$\mathbf{P}(1, i, z) = \{P(1, 1, i, z), P(1, 2, i, z), \dots, P(1, N, i, z)\},$$

где в стационарном режиме

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(k, i, n, t) = P(k, i, n).$$

Тогда система (2) примет матричный вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{P}(1, i, 0)}{\partial z} - \mathbf{P}(0, i)(\rho \mathbf{l} + i\sigma \mathbf{I}) + \mathbf{P}(0, i)\mathbf{Q} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{P}(1, i, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{P}(1, i, 0)}{\partial z} - \rho \mathbf{l} \mathbf{P}(1, i, z) + \\ + \rho \mathbf{l} \mathbf{P}(0, i)B(z) + \rho \mathbf{l} \mathbf{P}(1, i-1, z) + \\ + \sigma(i+1)\mathbf{P}(0, i+1)B(z) + \mathbf{P}(1, i, z)\mathbf{Q} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица.

Перейдем в системе (3) к частичным характеристическим функциям:

$$\mathbf{H}(1, u, z) = \sum_i e^{ju} \mathbf{P}(1, i, z) \quad \text{и} \quad \mathbf{H}(0, u) = \sum_i e^{ju} \mathbf{P}(0, i),$$

где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица. Тогда система уравнений (3) для характеристических функций переписывается в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{H}(1, u, 0)}{\partial z} + \mathbf{H}(0, u)(\mathbf{Q} - \rho \mathbf{l}) + j\sigma \frac{\partial \mathbf{H}(0, u)}{\partial u} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{H}(1, u, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{H}(1, u, 0)}{\partial z} + \mathbf{H}(1, u, z)\mathbf{Q} + \\ + \mathbf{H}(0, u)\rho \mathbf{l}B(z) + (e^{ju} - 1)\mathbf{H}(1, u, z)\rho \mathbf{l} - \\ - e^{-ju} j\sigma \frac{\partial \mathbf{H}(0, u)}{\partial u} B(z) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решим систему (4) методом асимптотического анализа в условии большой загрузки, характеризуем предельным соотношением $\rho \uparrow 1$. Или, введя бесконечно малую величину $\varepsilon = 1 - \rho > 0$, условие большой загрузки может быть описано условием: $\varepsilon \downarrow 0$.

Метод асимптотического анализа второго порядка в условии большой загрузки

В системе (4) выполним замены $u = \varepsilon w$, $\mathbf{H}(0, u) = \varepsilon \mathbf{G}(w, \varepsilon)$, $\mathbf{H}(1, u, z) = \mathbf{F}(w, \varepsilon, z)$. Получим:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{F}(w, \varepsilon, 0)}{\partial z} + \varepsilon \mathbf{G}(w, \varepsilon)(\mathbf{Q} - (1 - \varepsilon)\mathbf{l}) + \\ + j\sigma \frac{\partial \mathbf{G}(w, \varepsilon)}{\partial w} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{F}(w, \varepsilon, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{F}(w, \varepsilon, 0)}{\partial z} + \mathbf{F}(w, \varepsilon, z)\mathbf{Q} + \\ + (e^{jw\varepsilon} - 1)(1 - \varepsilon)\mathbf{F}(w, \varepsilon, z) \cdot \mathbf{l} + \\ + (1 - \varepsilon)\varepsilon \mathbf{G}(w, \varepsilon)\mathbf{l}B(z) - \\ - e^{-jw\varepsilon} j\sigma \frac{\partial \mathbf{G}(w, \varepsilon)}{\partial w} B(z) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Для получения асимптотики второго порядка необходимо рассмотреть следующие разложения функций:

$$\mathbf{G}(w, \varepsilon) = \mathbf{G}(w) + \varepsilon \cdot \mathbf{g}(w) + \varepsilon^2 \cdot \mathbf{g}_2(w) + O(\varepsilon^3), \quad (6)$$

$$\mathbf{F}(w, \varepsilon, z) =$$

$$= \mathbf{F}(w, z) + \varepsilon \cdot \mathbf{f}(w, z) + \varepsilon^2 \cdot \mathbf{f}_2(w, z) + O(\varepsilon^3), \quad (7)$$

где $O(\varepsilon^3)$ – бесконечно малая величина порядка ε^3 .

Введем обозначения

$$\mathbf{F}(w) = \lim_{z \rightarrow \infty} \mathbf{F}(w, z) \quad \text{и} \quad \mathbf{f}(w) = \lim_{z \rightarrow \infty} \mathbf{f}(w, z).$$

Тогда асимптотической характеристической функцией второго порядка будем называть функцию

$$h_2(u) = \mathbf{F} \left(\frac{u}{1 - \rho} \right) \mathbf{E} + \\ + (1 - \rho) \left\{ \mathbf{G} \left(\frac{u}{1 - \rho} \right) \mathbf{E} + \mathbf{f} \left(\frac{u}{1 - \rho} \right) \mathbf{E} \right\},$$

где функции $\mathbf{F}(w)$, $\mathbf{G}(w)$ и $\mathbf{f}(w)$ определяются разложениями (6) и (7), а параметр $\varepsilon = 1 - \rho$.

Вид функции $h_2(u)$ определяется следующей теоремой.

Теорема. Асимптотическая характеристическая функция второго порядка имеет вид

$$h_2(u) = \left(1 - \frac{ju}{(1 - \rho)\beta} \right)^{-\alpha} \times \\ \times \left\{ 1 + (1 - \rho) \left[\frac{ju}{1 - \rho} \mathbf{V}\mathbf{E} - j \int_0^{\frac{u}{1 - \rho}} \frac{a(y)}{(jy - \beta)} dy \right] \right\}, \quad (8)$$

где

$$\alpha = 1 + \frac{\beta}{\sigma b}, \quad \beta = \left[b \left(\mathbf{V}\mathbf{l}\mathbf{E} - \frac{1}{b} \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^3} \right) \right]^{-1}, \quad (9)$$

в котором вектор \mathbf{V} является решением неоднородной системы $\mathbf{V}\mathbf{Q} = \mathbf{R} \left(\frac{1}{b} \mathbf{I} - \mathbf{l} \right)$, функция $a(w)$

определяется выражением:

$$a(w) = -\frac{2}{\beta} - \mathbf{V}\mathbf{E} - \frac{2}{\sigma b} - 2\eta \frac{jw}{b} + \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right)^{-1} \times \\ \times \frac{\alpha}{\beta} \left[jw \left(2 - \frac{2}{\beta} - \mathbf{V}\mathbf{E} \right) - (jw)^2 \left(\frac{\delta}{b} - \frac{1}{2} + \frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} \right) \right],$$

где параметры α и β определяются равенствами (9), постоянные δ и η равны:

$$\delta = \left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\mathbf{l}\mathbf{E} - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2} \right) \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) - \\ - \frac{1}{b} \left(\frac{b_3}{6b} - \frac{b_2^2}{4b^2} \right) + b\mathbf{V}_1\mathbf{E} - b^2\mathbf{V}_1\mathbf{l}\mathbf{E}, \\ \eta = \delta - \frac{b}{2} + \frac{b_2}{2b} + b\mathbf{V}\mathbf{E} - \frac{b}{\beta} - \\ - \frac{1}{2\sigma} \mathbf{V}\mathbf{E} - \frac{1}{\sigma b} + \frac{1}{2\sigma} + \frac{b_2}{4\sigma b^2},$$

а вектор \mathbf{V}_1 является решением неоднородной системы

$$\mathbf{V}_1\mathbf{Q} = \frac{1}{b\beta} \mathbf{R} - \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}\mathbf{l} + \frac{1}{b} \mathbf{R} \right) - \\ - \left(\mathbf{V}\mathbf{l} - \frac{1}{b} \mathbf{V} \right) + \frac{1}{b^2} \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) \mathbf{R}.$$

Доказательство

В системе (5) совершим предельный переход при $\varepsilon \downarrow 0$, обозначив

$$\mathbf{F}(w, z) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \mathbf{F}(w, \varepsilon, z) \text{ и } \mathbf{G}(w) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \mathbf{G}(w, \varepsilon).$$

Тогда справедливо следующее:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{F}(w, 0)}{\partial z} + j\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{F}(w, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{F}(w, 0)}{\partial z} (1 - B(z)) + \mathbf{F}(w, z)\mathbf{Q} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Подставим разложения (6), (7) в систему (5), и в результате несложных преобразований можно записать следующую систему дифференциальных уравнения при одинаковых степенях ε :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} + \mathbf{G}(w)(\mathbf{Q} - \lambda) + j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{f}(w, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} + \mathbf{f}(w, z)\mathbf{Q} + \mathbf{G}(w)\lambda B(z) + \\ + jw\mathbf{F}(w, z)\lambda + jwj\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} B(z) - \\ - j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} B(z) = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, 0)}{\partial z} + \mathbf{G}(w)\lambda + \mathbf{g}(w)(\mathbf{Q} - \lambda) + j\sigma \frac{d\mathbf{g}_2(w)}{dw} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, 0)}{\partial z} + \mathbf{f}_2(w, z)\mathbf{Q} - \mathbf{G}(w)\lambda B(z) + \\ + \mathbf{g}(w)\lambda B(z) - \left(jw - \frac{(jw)^2}{2} \right) \mathbf{F}(w, z) + \\ + jw\mathbf{f}(w, z)\lambda - \frac{(jw)^2}{2} j\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} B(z) + \\ + jwj\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} B(z) - j\sigma \frac{d\mathbf{g}_2(w)}{dw} B(z) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Для получения скалярных уравнений суммируем матричные уравнения системы (5), умножим полученное уравнение на единичный вектор-столбец и совершим предельный переход при $z \rightarrow \infty$, обозначив $\mathbf{F}(w, \varepsilon) = \lim_{z \rightarrow \infty} \mathbf{F}(w, \varepsilon, z)$

$$(1 - \varepsilon)\mathbf{F}(w, \varepsilon) \cdot \lambda \mathbf{E} + e^{-jw\varepsilon} j\sigma \frac{\partial \mathbf{G}(w, \varepsilon)}{\partial w} \mathbf{E} = 0.$$

Подставим разложения (6), (7) и выпишем систему уравнений при одинаковых степенях ε :

$$\begin{cases} \mathbf{F}(w) \cdot \lambda \mathbf{E} + j\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} \mathbf{E} = 0, \\ -\mathbf{F}(w) \cdot \lambda \mathbf{E} + \mathbf{f}(w) \cdot \lambda \mathbf{E} - \\ - jwj\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} \mathbf{E} + j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} \mathbf{E} = 0, \\ -\mathbf{f}(w) \cdot \lambda \mathbf{E} + \mathbf{f}_2(w) \cdot \lambda \mathbf{E} + j\sigma \frac{(jw)^2}{2} \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} \mathbf{E} - \\ - jwj\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} \mathbf{E} + j\sigma \frac{d\mathbf{g}_2(w)}{dw} \mathbf{E} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Объединив (10), (11) и (12), получим систему шести матричных и трех скалярных дифференциальных асимптотических уравнений. Решение этой системы будем проводить в несколько этапов.

Этап 1. Будем искать $\mathbf{F}(w, z)$ в виде произведения:

$$\mathbf{F}(w, z) = \mathbf{R} \cdot A(z) \cdot \Phi(w). \quad (13)$$

Тогда из 2-го уравнения системы (10) можно записать:

$$A(z) = A'(0) \int_0^z (1 - B(x)) dx.$$

Найдем $A'(0)$. Так как $A(\infty) = 1$, то $A'(0) = \frac{1}{b}$.

Тогда получаем:

Из 1-го уравнения системы (10) можно записать:

$$j\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} = - \frac{\partial \mathbf{F}(w, 0)}{\partial z} = - \frac{1}{b} \mathbf{R} \cdot \Phi(w). \quad (14)$$

Из условия нормировки для функции $\mathbf{F}(w)\mathbf{E}:\mathbf{F}(0)\mathbf{E} = 1$, поэтому несложно показать, что $\mathbf{G}(0)\mathbf{E} = 0$. Тогда имеет место следующее равенство:

$$\mathbf{G}(w) = \frac{j}{\sigma b} \mathbf{R} \int_0^w \Phi(v) dv. \quad (15)$$

Этап 2. Выразим из 1-го уравнения системы (11) $\mathbf{g}_2'(w)$:

$$j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} = - \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} - \mathbf{G}(w)(\mathbf{Q} - \lambda). \quad (16)$$

Затем подставим (16) во 2-е уравнение (11). В результате несложных преобразований можно записать следующее равенство:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}(w, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} (1 - B(z)) + \mathbf{f}(w, z)\mathbf{Q} + \\ + jw\mathbf{F}(w, z) \cdot \lambda + jwj\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} B(z) + \\ + \mathbf{G}(w)\mathbf{Q}B(z) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Перепишем уравнение (17) при условии $z \rightarrow \infty$.

$$\mathbf{f}(w)\mathbf{Q} + jw\mathbf{F}(w)\lambda + jwj\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} + \mathbf{G}(w)\mathbf{Q} = 0. \quad (18)$$

Подставив в (18) выражения (13) и (14), получим

$$\{\mathbf{f}(w) + \mathbf{G}(w)\}\mathbf{Q} = jw\Phi(w) \left(\frac{1}{b} \mathbf{R} - \mathbf{R}\lambda \right).$$

Пусть

$$\{\mathbf{G}(w) + \mathbf{f}(w)\} = jw\Phi(w) \cdot \mathbf{V} + \mathbf{R} \cdot \varphi(w), \quad (19)$$

где $\varphi(w)$ – неизвестная функция, а \mathbf{V} – некоторый вектор, являющийся решением системы:

$$\mathbf{V}\mathbf{Q} = \mathbf{R} \left(\frac{1}{b} \mathbf{I} - \lambda \right).$$

Для того чтобы существовало решение такой системы, необходимо, чтобы ранг расширенной ма-

трицы был равен рангу матрицы системы \mathbf{Q} . Так как определитель $|\mathbf{Q}|=0$, то и ранг расширенной матрицы должен быть меньше размерности системы. Тогда достаточно выполнения следующего условия:

$$\left(\mathbf{R}\boldsymbol{\lambda} - \frac{1}{b}\mathbf{R}\right)\mathbf{E} = 0 \text{ или } \mathbf{H} \quad E = \frac{1}{b},$$

что справедливо в силу (1).

Таким образом, из (19) можно записать:

$$\mathbf{f}(w) = jw\Phi(w) \cdot \mathbf{V} + \mathbf{R} \cdot \varphi(w) - \mathbf{G}(w). \quad (20)$$

Этап 3. Рассмотрим уравнение (17), умноженное на единичный вектор-столбец:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{f}(w, z)}{\partial z} \mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E}(1 - B(z)) + \\ & + jw\mathbf{F}(w, z) \cdot \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} + jw\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} \mathbf{E} B(z) = 0. \end{aligned}$$

Учтем (13) и (14) и проинтегрируем последнее уравнение:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(w, z)\mathbf{E} &= \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E} \int_0^z (1 - B(x)) dx - \\ & - \frac{jw}{b} \Phi(w) \int_0^z (A(x) - B(x)) dx. \end{aligned} \quad (21)$$

Перепишем (21) при условии $z \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(w)\mathbf{E} &= \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E} \int_0^{\infty} (1 - B(x)) dx - \\ & - \frac{jw}{b} \Phi(w) \int_0^{\infty} (A(x) - B(x)) dx. \end{aligned} \quad (22)$$

Нетрудно показать, что

$$\int_0^{\infty} (A(x) - B(x)) dx = b - \frac{b_2}{2b}.$$

Тогда (22) перепишется в следующем виде:

$$\mathbf{f}(w)\mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E} b - \frac{jw}{b} \Phi(w) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right).$$

Отсюда

$$b \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E} = \mathbf{f}(w)\mathbf{E} + \frac{jw}{b} \Phi(w) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right). \quad (23)$$

Тогда из уравнения (16) получим:

$$\begin{aligned} & j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} \mathbf{E} = \\ & = -\frac{1}{b} \mathbf{f}(w)\mathbf{E} - \frac{jw}{b^2} \Phi(w) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) + \mathbf{G}(w)\boldsymbol{\lambda} \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (24)$$

В силу (23) и (24) очевидно, что выполняется:

$$b \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} = \mathbf{f}(w) + \frac{jw}{b} \Phi(w) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) \mathbf{R}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} = -\frac{1}{b} \mathbf{f}(w) - \\ & - \frac{jw}{b^2} \Phi(w) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) \mathbf{R} - \mathbf{G}(w)(\mathbf{Q} - \boldsymbol{\lambda}). \end{aligned} \quad (26)$$

Этап 4. Суммируем 1-е и 2-е уравнения системы (12):

$$\mathbf{f}(w) \cdot \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} + (1 - jw)j\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} \mathbf{E} + j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} \mathbf{E} = 0.$$

Подставим в это выражение полученные формулы (14), (20) и (24).

$$\begin{aligned} & jw\Phi(w) \cdot \mathbf{V} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \frac{1}{b} jw\Phi(w) \cdot \mathbf{V} \mathbf{E} + \\ & + \frac{1}{b} \mathbf{G}(w)\mathbf{E} - \frac{1}{b} \Phi(w) + \frac{jw}{b^2} \cdot \Phi(w) \frac{b_2}{2b} = 0. \end{aligned}$$

Продифференцируем последнее выражение и подставим (20):

$$\begin{aligned} & \Phi'(w) \left[jw\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \frac{jw}{b} \mathbf{V} \mathbf{E} - \frac{1}{b} - \frac{jw}{b^2} \frac{b_2}{2b} \right] + \\ & + j\Phi(w) \left[\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \frac{1}{b} \mathbf{V} \mathbf{E} + \frac{1}{\sigma b^2} + \frac{1}{b^2} \frac{b_2}{2b} \right] = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Разделим левую и правую часть уравнения на выражение $\mathbf{V} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \frac{1}{b} \mathbf{V} \mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^3}$ и введем обозначения:

$$\beta = \left[b \left(\mathbf{V} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \frac{1}{b} \mathbf{V} \mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^3} \right) \right]^{-1}, \quad \alpha = 1 + \frac{\beta}{\sigma b}.$$

Тогда формула (27) примет вид:

$$\Phi(w) \cdot j\alpha = \Phi'(w) \cdot [\beta - jw].$$

Решение такого уравнения имеет вид: $\Phi(w) = C[w + j\beta]^{-\alpha}$. Из условия нормировки можно получить, что значение постоянной C равно $C = [j\beta]^\alpha$. Тогда имеем:

$$\Phi(w) = \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right)^{-\alpha}, \quad (28)$$

где параметры α и β определяются выражением (9).

Возвращаясь к (13) и (15), получим вид искоемых функций:

$$\begin{cases} \mathbf{F}(w) = \mathbf{R} \cdot \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right)^{-\alpha}, \\ \mathbf{G}(w) = \mathbf{R} \cdot \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right) \Phi(w). \end{cases} \quad (29)$$

Этап 5. Из 3-го уравнения системы (11) выразим $\mathbf{g}_2'(w)$:

$$j\sigma \frac{d\mathbf{g}_2(w)}{dw} = -\frac{\partial \mathbf{f}_2(w, 0)}{\partial z} - \mathbf{G}(w)\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{g}(w)(\mathbf{Q} - \boldsymbol{\lambda}). \quad (30)$$

Подставим выражение (30) в 4-е уравнение системы (11):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, z)}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, 0)}{\partial z} (1 - B(z)) + \mathbf{f}_2(w, z)\mathbf{Q} - \\ & - \left(jw - \frac{(jw)^2}{2} \right) \mathbf{F}(w, z) \cdot \boldsymbol{\lambda} + jw\mathbf{f}(w, z) \cdot \boldsymbol{\lambda} - \\ & - \frac{(jw)^2}{2} j\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} B(z) + jw\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} B(z) + \\ & + \mathbf{g}(w)\mathbf{Q}B(z) = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Совершим предельный переход при $z \rightarrow \infty$ и подставим выражения (16), (20), (25) и (29), получим:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{f}_2(w) + \mathbf{g}(w)\}\mathbf{Q} &= jw\Phi(w) \left[\mathbf{R}\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{R} \frac{1}{b} \right] - \\ &- jw\varphi(w) \left(\mathbf{R}\boldsymbol{\lambda} - \frac{1}{b} \mathbf{R} \right) + \\ &+ (jw)^2 \Phi(w) \left[\begin{array}{l} \frac{1}{b\beta} \mathbf{R} - \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}\boldsymbol{\lambda} + \frac{1}{b} \mathbf{R} \right) - \\ - \left(\mathbf{V}\boldsymbol{\lambda} - \frac{1}{b} \mathbf{V} \right) + \frac{1}{b^2} \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) \mathbf{R} \end{array} \right]. \end{aligned}$$

Пусть

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2(w) + \mathbf{g}(w) &= (jw)^2 \Phi(w) \cdot \mathbf{V}_1 - \\ &- jw\Phi(w) \cdot \mathbf{V} + jw\varphi(w) \cdot \mathbf{V} + \mathbf{R} \cdot \varphi_2(w), \end{aligned} \quad (32)$$

где $\varphi_2(w)$ – неизвестная функция, а \mathbf{V} – вектор, являющийся решением системы $\mathbf{V}\mathbf{Q} = \mathbf{R}\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{R} \frac{1}{b}$, \mathbf{V}_1 – некоторый вектор, являющийся решением системы:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1\mathbf{Q} &= \frac{1}{b\beta} \mathbf{R} - \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}\boldsymbol{\lambda} + \frac{1}{b} \mathbf{R} \right) - \\ &- \left(\mathbf{V}\boldsymbol{\lambda} - \frac{1}{b} \mathbf{V} \right) + \frac{1}{b^2} \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) \mathbf{R}. \end{aligned}$$

Для того чтобы существовало решение такой системы, необходимо, чтобы ранг расширенной матрицы был равен рангу матрицы системы \mathbf{Q} . Так как определитель $|\mathbf{Q}|=0$, то и ранг расширенной матрицы должен быть меньше размерности системы. Тогда достаточно выполнения следующего условия:

$$\begin{aligned} \frac{1}{b\beta} \mathbf{R}\mathbf{E} - \frac{1}{2} \left(\mathbf{R}\boldsymbol{\lambda} + \frac{1}{b} \mathbf{R} \right) \mathbf{E} - \\ - \left(\mathbf{V}\boldsymbol{\lambda} - \frac{1}{b} \mathbf{V} \right) \mathbf{E} + \frac{1}{b^2} \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) \mathbf{R}\mathbf{E} = 0. \end{aligned}$$

Нетрудно показать, что это условие выполняется. Тогда из (32) следует, что

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2(w) &= (jw)^2 \Phi(w) \cdot \mathbf{V}_1 - jw\Phi(w) \cdot \mathbf{V} + \\ &+ jw\varphi(w) \cdot \mathbf{V} + \mathbf{R} \cdot \varphi_2(w) - \mathbf{g}(w). \end{aligned} \quad (33)$$

Этап 6. Найдем вид функции $\mathbf{f}(w, z)$. Из выражения (21), нетрудно показать, что выполняется:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(w, z) &= \frac{\partial \mathbf{f}(w, 0)}{\partial z} \int_0^z (1 - B(x)) dx - \\ &- \frac{jw}{b} \Phi(w) \mathbf{R} \int_0^z (A(x) - B(x)) dx. \end{aligned}$$

Подставив в последнее выражение формулу (25), получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(w, z) &= \frac{1}{b} \mathbf{f}(w) \int_0^z (1 - B(x)) dx + \\ &+ \frac{jw}{b^2} \Phi(w) \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) \mathbf{R} \int_0^z (1 - B(x)) dx - \end{aligned}$$

$$- \frac{jw}{b} \mathbf{R}\Phi(w) \int_0^z (A(x) - B(x)) dx. \quad (34)$$

Этап 7. Умножим уравнение (31) на единичный вектор-столбец:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, z)}{\partial z} \mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E} (1 - B(z)) - \\ - \left(jw - \frac{(jw)^2}{2} \right) \mathbf{F}(w, z) \cdot \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} + jw\mathbf{f}(w, z) \boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \\ - \frac{(jw)^2}{2} j\sigma \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} \mathbf{E} B(z) + jw j\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} \mathbf{E} B(z) = 0. \end{aligned}$$

Учитывая формулы (13), (14), (20), (26), (34), в ходе несложных преобразований получим следующее равенство:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2(w, z) \mathbf{E} &= \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E} \int_0^z (1 - B(x)) dx + \\ &+ \frac{2jw}{b} \Phi(w) \int_0^z [A(y) - B(y)] dy - \\ &- \frac{jw}{b} \varphi(w) \int_0^z [A(y) - B(y)] dy - \frac{(jw)^2}{b} \times \\ &\times \Phi(w) \int_0^z \left[\left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2} \right) (A(y) - B(y)) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{b} \int_0^y (A(x) - B(x)) dx + \left(1 - \frac{b_2}{2b^2} \right) A(y) \right] dy. \end{aligned}$$

Перепишем выражение при $z \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2(w, \infty) \mathbf{E} &= \mathbf{f}_2(w) \mathbf{E} = b \frac{\partial \mathbf{f}_2(w, 0)}{\partial z} \mathbf{E} + \\ &+ 2jw\Phi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2} \right) - \\ &- jw\varphi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2} \right) - \frac{(jw)^2}{b} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \times \Phi(w) \left[\begin{array}{l} \left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\boldsymbol{\lambda} \mathbf{E} - \right) \int_0^\infty (A(y) - B(y)) dy - \\ - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2} \\ - \frac{1}{b} \int_0^\infty \int_0^y (A(x) - B(x)) dx - \\ - \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) A(y) \end{array} \right] dy \quad (35) \end{aligned}$$

Можно показать, что

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left\{ \int_0^y (A(x) - B(x)) dx - \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) A(y) \right\} dy = \\ = \frac{b_3}{6b} - \frac{b_2}{2} + \frac{1}{2} \left(b - \frac{b_2}{2b} \right) \frac{b_2}{b} = \frac{b_3}{6b} - \frac{b_2^2}{4b^2}. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (35) переписывается в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2(w)\mathbf{E} &= b \frac{\partial \mathbf{f}_2(w,0)}{\partial z} \mathbf{E} + 2jw\Phi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2}\right) - \\ &\quad jw\varphi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2}\right) - \frac{(jw)^2}{b} \times \\ &\quad \times \Phi(w) \left[\left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\lambda E - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2}\right) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{b} \left(\frac{b_3}{6b} - \frac{b_2^2}{4b^2}\right) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Из выражения (33) известно:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2(w)\mathbf{E} &= b \frac{\partial \mathbf{f}_2(w,0)}{\partial z} \mathbf{E} + 2jw\Phi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2}\right) - \\ &\quad - jw\varphi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2}\right) - \frac{(jw)^2}{b} \times \\ &\quad \times \Phi(w) \left[\left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\lambda E - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2}\right) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{b} \left(\frac{b_3}{6b} - \frac{b_2^2}{4b^2}\right) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Приравняв правые части формул (36) и (37), получим

$$\begin{aligned} b \frac{\partial \mathbf{f}_2(w,0)}{\partial z} \mathbf{E} &= -jw\Phi(w) \left(2 - \frac{b_2}{b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E}\right) + \\ &\quad + jw\varphi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E}\right) + \varphi_2(w) - \\ &\quad - \mathbf{g}(w)E + \frac{(jw)^2}{b} \times \\ &\quad \times \Phi(w) \left[\left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\lambda E - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2}\right) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{b} \left(\frac{b_3}{6b} - \frac{b_2^2}{4b^2}\right) + b\mathbf{V}_1E \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Подставим (38) в уравнение (30):

$$\begin{aligned} j\sigma \frac{d\mathbf{g}_2(w)}{dw} \mathbf{E} &= \mathbf{g}(w) \left(\lambda \mathbf{E} + \frac{\mathbf{E}}{b}\right) - \mathbf{G}(w)\lambda \mathbf{E} - \frac{\varphi_2(w)}{b} + \\ &\quad + \frac{jw}{b} \Phi(w) \left(2 - \frac{b_2}{b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E}\right) - \\ &\quad - \frac{jw}{b} \varphi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E}\right) - \frac{(jw)^2}{b^2} \times \\ &\quad \times \Phi(w) \left[\left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\lambda E - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2}\right) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{b} \left(\frac{b_3}{6b} - \frac{b_2^2}{4b^2}\right) + b\mathbf{V}_1E \right]. \end{aligned}$$

Этап 8. Подставляя все найденные выражения в последнее уравнение системы (12), получим следующее уравнение.

$$\begin{aligned} -\mathbf{f}(w) \cdot \lambda \mathbf{E} + j\sigma \frac{(jw)^2}{2} \frac{d\mathbf{G}(w)}{dw} \mathbf{E} - jw\sigma \frac{d\mathbf{g}(w)}{dw} \mathbf{E} - \\ - \mathbf{G}(w)\lambda \mathbf{E} + \mathbf{g}(w) \frac{1}{b} \mathbf{E} + \frac{jw}{b} \times \\ \times \Phi(w) \left(2 - \frac{b_2}{b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - b\mathbf{V}\lambda E\right) - \\ - \frac{jw}{b} \varphi(w) \left(1 - \frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - b\mathbf{V}\lambda E\right) - \\ - \frac{(jw)^2}{b^2} \Phi(w) \delta = 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \delta &= \left(\frac{1}{2} + 2b\mathbf{V}\lambda E - \mathbf{V}\mathbf{E} + \frac{b_2}{2b^2}\right) \left(b - \frac{b_2}{2b}\right) - \\ &\quad - \frac{1}{b} \left(\frac{b_3}{6b} - \frac{b_2^2}{4b^2}\right) + b\mathbf{V}_1E - b^2\mathbf{V}_1\lambda E. \end{aligned}$$

Учтем выражения (20) и (24)

$$\begin{aligned} -\frac{1}{b} \varphi(w) - jw\mathbf{G}(w)(\nu E + \frac{1}{b}\mathbf{E}) + \mathbf{g}(w) \frac{1}{b} \mathbf{E} + \\ + \frac{jw}{b} \Phi(w) \left(2 - \frac{b_2}{b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - 2b\mathbf{V}\lambda E\right) - \\ - \frac{jw}{b} \varphi(w) \left(-\frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - b\mathbf{V}\lambda E\right) - \\ - \frac{(jw)^2}{b^2} \Phi(w) \left(\delta - \frac{b}{2} + \frac{b_2}{2b} + b\mathbf{V}\mathbf{E}\right) = 0. \end{aligned}$$

Продифференцируем последнее уравнение

$$\begin{aligned} -\frac{1}{b} \varphi'(w) - j\mathbf{G}(w)(\lambda E + \frac{1}{b}\mathbf{E}) - \\ - jw\mathbf{G}'(w)(\lambda E + \frac{1}{b}\mathbf{E}) + \mathbf{g}'(w) \frac{1}{b} \mathbf{E} + \\ + \frac{j}{b} \Phi(w) \left(2 - \frac{b_2}{b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - 2b\mathbf{V}\lambda E\right) + \\ + \frac{jw}{b} \Phi'(w) \left(2 - \frac{b_2}{b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - 2b\mathbf{V}\lambda E\right) - \\ - \frac{j}{b} \varphi(w) \left(-\frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - b\mathbf{V}\lambda E\right) - \\ - \frac{jw}{b} \varphi'(w) \left(-\frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{V}\mathbf{E} - b\mathbf{V}\lambda E\right) - \\ - \frac{2j^2w}{b^2} \Phi(w) \left(\delta - \frac{b}{2} + \frac{b_2}{2b} + b\mathbf{V}\mathbf{E}\right) - \\ - \frac{(jw)^2}{b^2} \Phi'(w) \left(\delta - \frac{b}{2} + \frac{b_2}{2b} + b\mathbf{V}\mathbf{E}\right) = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

Нетрудно показать, что производная

$$\Phi'(w) = \frac{\alpha}{\beta} j \left(1 - \frac{jw}{\beta}\right)^{-1} \Phi(w),$$

тогда

$$\mathbf{G}'(w) = \mathbf{R} \cdot j\Phi(w) \left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} \right).$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \eta &= \delta - \frac{b}{2} + \frac{b_2}{2b} + b\mathbf{VE} - \frac{b}{\beta} - \\ &- \frac{1}{2\sigma} \mathbf{VE} - \frac{1}{\sigma\beta} + \frac{1}{2\sigma} + \frac{b_2}{4\sigma b^2}, \\ a(w) &= -\frac{2}{\beta} - \mathbf{VE} - \frac{2}{\sigma b} - 2\eta \frac{jw}{b} + \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right)^{-1} \times \\ &\times \frac{\alpha}{\beta} \left[jw \left(2 - \frac{2}{\beta} - \mathbf{VE} \right) - (jw)^2 \left(\frac{\delta}{b} - \frac{1}{2} + \frac{b_2}{2b^2} + \mathbf{VE} \right) \right]. \end{aligned}$$

Тогда после некоторых преобразований, уравнение (39) примет вид:

$$\varphi'(w) \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right) - j\varphi(w) \frac{\alpha}{\beta} = j\Phi(w)a(w). \quad (40)$$

Решение неоднородного дифференциального уравнения (40) представляется в виде:

$$\begin{aligned} \varphi(w) &= \\ &= e^{j \int_0^w \frac{\alpha/\beta}{1 - \frac{jx}{\beta}} dx} \left\{ \varphi(0) + \int_0^w e^{-j \int_0^x \frac{\alpha/\beta}{1 - \frac{jx}{\beta}} dx} j \frac{\Phi(y)a(y)}{\left(1 - \frac{jy}{\beta} \right)} dy \right\}. \quad (41) \end{aligned}$$

Из условия нормировки для функции $F(w)$: $F(0)=1$ и равенства (29) следует, что $\varphi(0)=1$.

Рассмотрим интеграл:

$$\begin{aligned} \int_0^w \frac{\alpha/\beta}{1 - \frac{jx}{\beta}} dx &= -\frac{\alpha\beta}{\beta j} \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right) - \ln 1 \right] = \\ &= j\alpha \cdot \ln \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right). \end{aligned}$$

Получаем, что (41) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi(w) &= -j \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right)^{-\alpha} \int_0^w \frac{a(y)}{(jy - \beta)} dy = \\ &= -j\Phi(w) \int_0^w \frac{a(y)}{(jy - \beta)} dy. \end{aligned}$$

Возвращаясь к формуле (19) и учитывая (28), имеем

$$\begin{aligned} \{\mathbf{G}(w) + \mathbf{f}(w)\} \mathbf{E} &= jw\Phi(w)\mathbf{VE} + \varphi(w)\mathbf{RE} = \\ &= \left(1 - \frac{jw}{\beta} \right)^{-\alpha} \left\{ jw\mathbf{VE} - j \int_0^w \frac{a(y)}{(jy - \beta)} dy \right\}. \end{aligned}$$

Тогда, возвращаясь к переменной $u=\varepsilon w$ и параметру ρ , подставляя известные выражения для функций в формулу (8), получим выражение для асимптотической характеристической функции второго порядка:

$$\begin{aligned} h_2(u) &= \left(1 - \frac{jw}{(1-\rho)\beta} \right)^{-\alpha} \times \\ &\times \left\{ 1 + (1-\rho) \left[\frac{jw}{1-\rho} \mathbf{VE} - j \int_0^{\frac{u}{1-\rho}} \frac{a(y)}{(jy - \beta)} dy \right] \right\}, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

С помощью полученной асимптотической характеристической функции по формуле обратного преобразования Фурье может быть найдено асимптотическое распределение $P(i)$ следующим образом:

$$P(i) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-jui} \cdot h_2(u) du.$$

Проведенное численное сравнение асимптотического и точного распределения (полученного с помощью численных методов) позволило выявить область применимости предлагаемого метода: расстояние Колмогорова между точным и приближенным распределениями становится $\Delta \leq 0,05$ при загрузке $\rho > 0,8$, что в 4 раза шире области применимости метода асимптотического анализа первого порядка.

Заключение

Таким образом, в работе было проведено исследование RQ-системы MMPP[G]1 методом асимптотического анализа второго порядка в условии большой загрузки. В ходе исследования была получена асимптотическая (2-го порядка) характеристическая функция распределения числа заявок в источнике повторных вызовов. Численный анализ результатов показал, что область применения асимптотического метода второго порядка по сравнению с асимптотикой первого порядка [20] увеличивается в 4 раза: расстояние Колмогорова $\Delta \leq 0,05$ для асимптотики первого порядка при загрузке $\rho > 0,95$, а для асимптотики второго порядка при загрузке $\rho > 0,8$, что позволяет использовать полученные результаты для более широкого круга практических задач.

Научно-исследовательская работа в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности Министерства образования и науки РФ № 1.511.2014/К.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Falin G.L., Templeton J.G.C. Retrial queues. – London: Chapman&Hall, 1997. – 328 p.
2. Artalejo J.R., Gomez-Corral A. Retrial Queueing Systems: a Computational Approach. – Berlin: Springer, 2008. – 267 p.
3. Artalejo J.R., Falin G.I. Standard and retrial queueing systems: a comparative analysis // Revista Matematica Complutense. – 2002. – V. 15. – P. 101–129.
4. Wilkinson R.I. Theories for toll traffic engineering in the USA // The Bell System Technical Journal. – 1956. – V. 35. – № 2. – P. 421–507.
5. Cohen J.W. Basic problems of telephone traffic and the influence of repeated calls // Philips Telecommunication Review. – 1957. – V. 18. – № 2. – P. 49–100.
6. Gosztony G. Repeated call attempts and their effect on traffic engineering // Budavox Telecommunication Review. – 1976. – № 2. – P. 16–26.
7. Elldin A., Lind G. Elementary Telephone Traffic Theory. Stockholm: L. M. Ericsson AB, 1964. – 46 p.
8. Jonin G.L., Sedol J.J. Telephone systems with repeated calls // Proc. of the 6th International Teletraffic Congress. – Munich, 1970. – P. 435/1–5.
9. Степанов С.Н. Численные методы расчета систем с повторными вызовами. – М.: Наука, 1983. – 230 с.
10. Neuts M.F., Rao B.M. Numerical investigation of a multiserver retrial model // Queueing Systems. – 1990. – V. 7. – P. 169–190.
11. Ridder F. Fast simulation of retrial queues // Third Workshop on Rare Event Simulation and Related Combinatorial Optimization Problems. – Pisa, 2000. – P. 1–5.
12. Dudin A.N., Klimenok V.I. Queueing System BMAP/G/1 with repeated calls // Mathematical and Computer Modelling. – 1999. – V. 30. – № 3–4. – P. 115–128.
13. Artalejo J.R., Gomez-Corral A., Neuts M.F. Analysis of multiserver queues with constant retrial rate // European Journal of Operational Research. – 2001. – V. 135. – P. 569–581.
14. Diamond J.E., Alfa A.S. Matrix analytical methods for M/PH/1 retrial queues // Stochastic Models. – 1995. – V. 11. – P. 447–470.
15. Falin G.I. M|G|1 system with repeated calls in heavy traffic // Moscow University Mathematics Bulletin. – 1980. – V. 35. – № 6. – P. 48–50.
16. Aissani A. Heavy loading approximation of the unreliable queue with repeated orders // Methodes et Outils d'Aide à la Decision: Actes du Colloque. – Bejaia, 1992. – V. 1 – P. 97–102.
17. Anisimov V.V. Asymptotic Analysis of Reliability for Switching Systems in Light and Heavy Traffic Conditions // Statistics for Industry and Technology. Recent Advances in Reliability Theory. – 2000. – P. 119–133.
18. Stepanov S.N. Asymptotic analysis of models with repeated calls in case of extreme load // Problems of Information Transmission. – 1993. – V. 29. – № 3. – P. 248–267.
19. Назаров А.А., Моисеева Е.А. Исследование RQ-системы MMPP|M|1 методом асимптотического анализа в условии большой загрузки // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 322. – № 2. – С. 19–23.
20. Моисеева Е.А., Назаров А.А. Исследование RQ-системы MMPP|G|1 методом асимптотического анализа // Вестник ТГУ. УВТИ. – 2013. – № 4. – С. 84–94.

Поступила 06.09.2014 г.

UDC 519.872

RETRIAL QUEUING SYSTEM MMPP|G|1 RESEARCHING BY MEANS OF THE SECOND-ORDER ASYMPTOTIC ANALYSIS METHOD UNDER A HEAVY LOAD CONDITION

Anatoly A. Nazarov,

Dr. Sc., Tomsk State University, 36, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia.

E-mail: nazarov.tsu@gmail.com

Ekaterina A. Fedorova,

Tomsk State University, 36, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia.

E-mail: moiskate@mail.ru

Retrial queuing systems which are mathematical models of real processes in telecommunication systems are a new developing direction of the queuing theory. However the analytical formulas are obtained only for systems with Poisson arrival process. Most of the foreign scientists on queuing theory use different numerical methods for researching retrial queuing systems with not Poisson arrival process (e. g. MMPP, MAP, BMAP). Such methods have a natural limit of applicability related to solving the equations systems of large dimension (from 1000 to 500 thousand states). Thus, the urgency of the research is caused by the need to develop analytical methods for studying RQ-systems with arrival MMP-process.

The main aim of the study is to find the asymptotic probability distribution of the number of calls in the orbit in the retrial queuing system MMPP|G|1 for a sufficiently large number of states of the system.

The methods used in the study: second-order asymptotic analysis method under heavy load condition.

The results: The authors have obtained the asymptotic (second-order) characteristic function of the probability distribution of the number of calls in the orbit in the retrial queuing system MMPP|G|1. The paper introduces the formula for asymptotic distribution construction. The numerical analysis of the results showed that the proposed method can be used to load values $\rho > 0,8$, whereas the first-order asymptotic analysis method is applied when load values $\rho > 0,95$. When using the obtained asymptotic probability distribution the most important characteristics of the system can be calculated (e. g. the average number of calls in the orbit). They can be used in modeling or optimization of real economic and technical systems operation.

Key words:

Retrial queuing system, orbit, MMP-process, heavy load, second-order asymptotic analysis method.

The research work within the project part of the State Task in the field of scientific activity of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation № 1.511.2014/K.

REFERENCES

1. Falin G.L., Templeton J.G.C. *Retrial queues*. London, Chapman&Hall, 1997. 328 p.
2. Artalejo J.R., Gomez-Corral A. *Retrial Queueing Systems: a Computational Approach*. Berlin, Springer, 2008. 267 p.
3. Artalejo J.R., Falin G.I. Standard and retrial queueing systems: a comparative analysis. *Revista Matematica Complutense*, 2002, vol. 15, pp. 101–129.
4. Wilkinson R.I. Theories for toll traffic engineering in the USA. *The Bell System Technical Journal*, 1956, vol. 35, no. 2, pp. 421–507.
5. Cohen J.W. Basic problems of telephone traffic and the influence of repeated calls. *Philips Telecommunication Review*, 1957, vol. 18, no. 2, pp. 49–100.
6. Gosztony G. Repeated call attempts and their effect on traffic engineering. *Budavox Telecommunication Review*, 1976, no. 2, pp. 16–26.
7. Elldin A., Lind G. *Elementary Telephone Traffic Theory*. Stockholm, L. M. Ericsson AB, 1964. 46 p.
8. Jonin G.L., Sedol J.J. Telephone systems with repeated calls. *Proc. of the 6th International Teletraffic Congress*. Munich, 1970. pp. 435/1–5.
9. Stepanov S.N. *Chislennyye metody rascheta sistem s povtornymi vyzovami* [Numerical methods for calculating retrial queues]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 230 p.
10. Neuts M.F., Rao B.M. Numerical investigation of a multiserver retrial model. *Queueing Systems*, 1990, vol. 7, pp. 169–190.
11. Ridder F. Fast simulation of retrial queues. *Third Workshop on Rare Event Simulation and Related Combinatorial Optimization Problems*. Pisa, 2000. pp. 1–5.
12. Dudin A.N., Klimenok V.I. Queueing System BMAP/G/1 with repeated calls. *Mathematical and Computer Modelling*, 1999, vol. 30, no. 3–4, pp. 115–128.
13. Artalejo J.R., Gomez-Corral A., M.F. Neuts. Analysis of multiserver queues with constant retrial rate. *European Journal of Operational Research*, 2001, vol. 135, pp. 569–581.
14. Diamond J.E., Alfa A.S. Matrix analytical methods for M/PH/1 retrial queues. *Stochastic Models*, 1995, vol. 11, pp. 447–470.
15. Falin G.I. M|G|1 system with repeated calls in heavy traffic. *Moscow University Mathematics Bulletin*, 1980, vol. 35, no. 6, pp. 48–50.
16. Aissani A. Heavy loading approximation of the unreliable queue with repeated orders. *Actes du Colloque. Methodes et Outils d'Aide à la Decision*. Bejaia, 1992, vol. 1, pp. 97102.
17. V.V. Anisimov. Asymptotic Analysis of Reliability for Switching Systems in Light and Heavy Traffic Conditions. *Statistics for Industry and Technology*, 2000, pp. 119–133.
18. Stepanov S.N. Asymptotic analysis of models with repeated calls in case of extreme load. *Problems of Information Transmission*, 1993, vol. 29, no. 3, pp. 248–267.
19. Nazarov A.A., Moiseeva E.A. Issledovanie RQ-sistemy MMPP|M|1 metodom asimptoticheskogo analiza v uslovii bolshoy zagruzki [The research of retrial queuing system MMPP|M|1 by the method of asymptotic analysis under heavy load]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013. vol. 322, no. 2, pp. 19–23.
20. Moiseeva E.A., Nazarov A.A. Issledovanie RQ-sistemy MMPP|G|1 metodom asimptoticheskogo analiza [Researching of Retrial Queueing system MMPP|G|1 using asymptotic analysis method]. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*, 2013, vol. 25, no. 4, pp. 84–94.

Received: 06 September 2014.

УДК 681.51.013

СИНТЕЗ ПИД-РЕГУЛЯТОРА В СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ МЕТОДОМ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА РАЗМЕЩЕНИЕ ПОЛЮСОВ

Вадутов Олег Самигулович,

канд. техн. наук, доцент каф. промышленной и медицинской электроники
Института неразрушающего контроля ФГБОУ ВПО «Национальный
исследовательский Томский политехнический университет»,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: vos@tpu.ru

ПИД-регуляторы получили широкое применение в промышленности. При правильной настройке эти регуляторы обеспечивают хорошее качество управления для большинства промышленных объектов. Актуальность работы определяется необходимостью разработки методов параметрического синтеза ПИД-регуляторов, реализуемых в режиме диалога с использованием современных средств моделирования и программирования.

Цель исследования: разработка метода, позволяющего в диалоговом режиме выполнить синтез параметров ПИД-регулятора для объектов управления, имеющих временное запаздывание.

Методы исследования: метод D -разбиения, модифицированный условиями частичного размещения полюсов замкнутой системы в заданных точках, интегральные критерии качества переходных процессов, методы оптимизации.

Результаты. Сформулирована задача условной оптимизации параметров ПИД-регулятора для систем управления, в которых объект содержит временное запаздывание. Известно, что системы с запаздыванием имеют бесконечное число полюсов и с помощью ПИД-регулятора можно произвольно назначить только три полюса. Особенностью задачи является способ задания ограничений на размещение полюсов замкнутой системы. Предлагается два полюса замкнутой системы размещать в фиксированных точках, а остальные полюсы, называемые свободными, располагать в заданной области левой полуплоскости. Разработан итерационный метод решения задачи. Каждая итерация состоит из двух этапов. На первом этапе строится область допустимых решений при помощи обобщенного метода D -разбиения. На втором этапе решается задача одномерной оптимизации по интегральному критерию качества переходных процессов. Дан пример синтеза параметров ПИД-регулятора для типового объекта управления с запаздыванием. Приведенный пример показывает эффективность предлагаемого в статье метода синтеза.

Ключевые слова:

ПИД-регулятор, метод D -разбиения, размещение полюсов, оптимизация, системы с запаздыванием.

Введение

Пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД) регуляторы и их модификации получили широкое применение в промышленности. К настоящему времени накоплен огромный опыт эксплуатации таких регуляторов, разработаны и апробированы различные методы синтеза и настройки параметров. Каждый из известных в настоящее время методов имеет определенные достоинства и недостатки, свои ограничения и область применения. Не ослабевает внимание к методам анализа и синтеза систем с ПИД-регуляторами и в последние годы. Стоит упомянуть, например, конференцию, проведенную Международной федерацией по автоматическому управлению (IFAC) и посвященную целиком системам с ПИД-регулятором [1]. Заметное место среди методов параметрического синтеза ПИД-регуляторов занимают методы, построенные на процедурах поиска параметров регулятора, обеспечивающих оптимальное значение заданного критерия качества. Эти методы можно разделить на две группы.

В методах первой группы формулируется и решается оптимизационная задача на безусловный экстремум комплексного критерия, составленного путем объединения показателей, характеризующих качество процесса управления [2, 3]. Основные трудности здесь связаны с выбором весовых коэффициентов при объединении различных показателей в единый критерий оптимальности. Как

правило, неудачный выбор этих коэффициентов проявляется только на конечных этапах решения оптимизационной задачи. Главным недостатком данного подхода является трудоемкость процесса поиска решения.

В методах, образующих вторую группу, синтез параметров регулятора сводится к задаче условной оптимизации, когда часть требований к системе учитывается непосредственно в оптимизируемом критерии, а другая вводится в виде ограничений-равенств и ограничений-неравенств, определяющих область допустимых решений. В качестве оптимизируемого критерия оптимальности при детерминированных внешних воздействиях используются интегральные оценки [4–7]. При возмущениях, носящих случайный характер, в работах [8–10] предложен критерий, минимизирующий дисперсию отклонения регулируемой величины. Известны и другие показатели, применяемые в качестве оптимизируемого критерия, например ширина полосы пропускания разомкнутой системы [11].

В качестве ограничений в задачах условной оптимизации обычно применяются показатели, характеризующие запасы устойчивости. В [4, 5, 12, 13] исследован алгоритм оптимальной настройки ПИД-регуляторов с ограничением на заданный запас устойчивости по частотному показателю колебательности. В [6, 11, 14] решена задача синтеза параметров ПИД-регулятора при ограничении на запасы устойчивости по усилению и по фазе.

В данной статье задача синтеза параметров ПИД-регулятора в системах с запаздыванием сформулирована как задача условной оптимизации по интегральному критерию с ограничениями на расположение полюсов замкнутой системы. Несмотря на сложности, связанные с наличием в системах с запаздыванием бесконечного числа полюсов, методы синтеза, основанные на размещении полюсов в таких системах, активно исследуются [15–18]. Предлагаемый в статье алгоритм объединяет модальный и частотный методы и основан на способе размещения полюсов замкнутой системы, который описан в работах [19–21]. Особенностью алгоритма является построение области допустимых решений в пространстве параметров ПИД-регулятора с помощью обобщенного метода D-разбиения. Построенная область используется на промежуточном этапе синтеза для того, чтобы оценить возможность реализации регулятора.

Постановка задачи

Рассматривается линейная стационарная система автоматического управления, операторно-структурная схема которой показана на рис. 1.

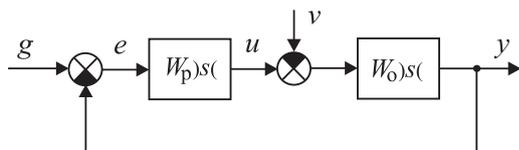


Рис. 1. Операторно-структурная схема системы

Fig. 1. System structure

Объект управления с запаздыванием описывается передаточной функцией

$$W_o(s) = \frac{B(s)e^{-\tau s}}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} e^{-\tau s}, \quad n \geq m. \quad (1)$$

Передаточная функция «классического» ПИД-регулятора имеет вид

$$W_p(s) = \frac{k_n + k_n s + k_d s^2}{s}.$$

В классическом ПИД-регуляторе предполагается возможность идеального дифференцирования ошибки регулирования. В действительности при реализации ПИД-алгоритма в регуляторах осуществляется реальное дифференцирование, отличающееся от идеального наличием инерционности. Тогда передаточная функция ПИД-регулятора записывается так:

$$W_p(s) = k_n + \frac{k_n}{s} + \frac{k_d s}{T_d s + 1}, \quad (2)$$

где T_d – постоянная времени, характеризующая инерционные свойства дифференциатора.

В дальнейшем будем использовать запись передаточной функции (2) регулятора в виде дробно-рациональной функции

$$W_p(s) = \frac{k_n s(T_d s + 1) + k_n(T_d s + 1) + k_d s^2}{s(T_d s + 1)}. \quad (3)$$

Настройными параметрами регулятора являются коэффициенты k_n , k_n и k_n . Постоянная времени T_d может быть задана заранее с учетом инерционных свойств объекта управления либо в зависимости от значения коэффициента k_n , полученного в результате синтеза классического ПИД-регулятора. В данной работе будет использован первый способ.

Передаточные функции замкнутой системы, определяющие зависимость сигнала ошибки $e(t)$ от задающего $g(t)$ и возмущающего $z(t)$ воздействий, соответственно равны:

$$W_{ge}(s) = \frac{1}{1 + W_p(s)W_o(s)}; \quad W_{ve}(s) = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s)W_o(s)}.$$

Необходимо определить параметры регулятора, при которых интегральная оценка принимает минимально возможное значение при заданных ограничениях на размещение полюсов замкнутой системы. При этом два полюса замкнутой системы принимают предписанные значения $s_1 = \lambda_1$ и $s_2 = \lambda_2$, а остальные полюсы, называемые свободными, располагаются в заданной области левой полуплоскости (рис. 2). В работе [20] рекомендовано выбрать границу размещения свободных полюсов так, чтобы для фиксированных полюсов $s_1 = \lambda_1$ и $s_2 = \lambda_2$ выполнялись условия доминирования. Однако условия доминирования в общем случае, и особенно в системах управления объектами, обладающими особенностями, в частности запаздыванием, оказываются трудновыполнимыми. Поэтому в данной работе условие доминирования снято и граница размещения свободных полюсов выбирается произвольно, но так, чтобы фиксированные полюсы располагались правее.

Граница размещения свободных полюсов описывается выражением

$$X(j\omega) = -\delta(\omega) + j\omega,$$

где ω изменяется от $-\infty$ до ∞ , а функция $\delta(\omega)$ определяется выбранной границей размещения свободных полюсов.

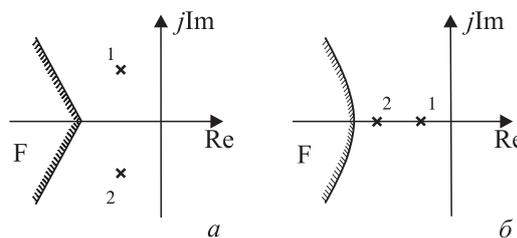


Рис. 2. Варианты размещения полюсов системы

Fig. 2. Versions of pole placement in the system

Условия, наложенные на размещение полюсов, определяют общие свойства контура управления и тем самым характер свободного движения системы. Интегральная оценка позволяет оценить и оптимизировать качество слежения за задающим воздействием $g(t)$ или подавления возмущений $v(t)$.

Таким образом, задача синтеза параметров ПИД-регулятора сводится к задаче на условный минимум интегральной оценки:

$$\min J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (4)$$

при условии $s_1 = \lambda_1, s_2 = \lambda_2, s_i \in F, i=3, \dots, \infty$.

В сформулированной задаче, кроме квадратичной интегральной оценки (4), могут быть использованы и другие варианты интегральных оценок, например квадратичная интегральная оценка

$$\min J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

или модульные интегральные оценки

$$J_{m0} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt; \quad J_{m1} = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt.$$

Построение области допустимых решений задачи

Для построения области допустимых решений в задаче синтеза ПИД-регулятора будем использовать метод D-разбиения, модифицированный условиями на размещение полюсов системы [19, 20].

Характеристическое уравнение системы с объектом и регулятором, описываемыми передаточными функциями (1) и (3) соответственно, имеет вид

$$s(T_d s + 1)A(s) + [k_n s(T_d s + 1) + k_n(T_d s + 1) + k_d s^2]B(s)e^{-\tau s} = 0. \quad (5)$$

Запишем характеристическое уравнение (5) системы в следующем виде:

$$G_n(s)k_n + G_n(s)k_n + G_d(s)k_d + G(s) = 0, \quad (6)$$

где операторы при параметрах регулятора являются квазиполиномами:

$$G_n(s) = (Ts + 1)B(s)e^{-\tau s}; \quad G_n(s) = s(Ts + 1)B(s)e^{-\tau s}; \\ G_d(s) = s^2 B(s)e^{-\tau s},$$

а $G(s) = A(s)(T_d s + 1)s$.

Подставив в характеристическое уравнение (6) поочередно значения двух фиксированных полюсов λ_1, λ_2 системы и третьего полюса, дрейфующего согласно методу D-разбиения по границе локализации свободных полюсов (рис. 2) при изменении ω от $-\infty$ до ∞ , составим систему уравнений:

$$G_n(\lambda_1)k_n + G_n(\lambda_1)k_n + G_d(\lambda_1)k_d = -G(\lambda_1), \\ G_n(\lambda_2)k_n + G_n(\lambda_2)k_n + G_d(\lambda_2)k_d = -G(\lambda_2), \\ G_n[\delta(\omega), \omega]k_n + G_n[\delta(\omega), \omega]k_n + G_d[\delta(\omega), \omega]k_d = \\ = -G[\delta(\omega), \omega]. \quad (7)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае имеет один свободный параметр, два других определяются по первым двум уравнениям системы уравнений (7), обеспечивая заданные значения двух полюсов системы. Разрешив уравнения относительно одного из параметров, выбранного в качестве свободного, получим параметрическое уравнение кривой, являющейся отображением границы размещения свободных полюсов на плоскость свободного параметра. По своему смыслу эта кривая представляет собой границу D-разбиения. Например, если в качестве свободного параметра выбран

коэффициент передачи k_n , то, применив метод Крамера, из системы (7) получим

$$k_n[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega] = \frac{\Delta_n[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]}{\Delta[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]}, \quad (8)$$

где $\Delta[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]$ – главный определитель системы уравнений (7), $\Delta_n[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]$ – определитель, полученный заменой столбца коэффициентов при k_n столбцом $\{-G(\lambda_1), -G(\lambda_2), G[\delta(\omega), \omega]\}^T$. Полученное выражение (8) является параметрическим уравнением границы локализации свободных полюсов системы на плоскости комплексного параметра k_n . Штриховка границы согласно правилам метода D-разбиения позволяет определить интервал изменения значений коэффициента k_n , который удовлетворяет заданным условиям размещения полюсов замкнутой системы (рис. 4, а).

Значения параметров k_n и k_d регулятора при выбранном значении свободного параметра k_n найдутся путем решения системы уравнений

$$G_n(\lambda_1)k_n + G_d(\lambda_1)k_d = -G(\lambda_1) - G_n(\lambda_1)k_n, \\ G_n(\lambda_2)k_n + G_d(\lambda_2)k_d = -G(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)k_n. \quad (9)$$

Таким образом, если решение рассматриваемой задачи существует, для параметров регулятора определяются интервалы их изменения: $k_n \in [k_{n1}, k_{n2}]$, $k_n \in [k_{n1}, k_{n2}]$, $k_d \in [k_{d1}, k_{d2}]$. Область допустимых решений задачи в пространстве параметров регулятора представляет одномерное множество, границы которого находятся в точках (k_{n1}, k_{n1}, k_{d1}) и (k_{n2}, k_{n2}, k_{d2}) . Построение указанной области допустимых решений может быть выполнено с помощью специализированных систем программирования, которые имеют в своем составе средства решения систем линейных алгебраических уравнений, например в системе MathCAD.

Задача определения оптимальных параметров регулятора, таким образом, сводится к задаче оптимизации по одному параметру, определяющему точку на полученном множестве допустимых решений. Пусть этот параметр, который обозначим через γ , в первой граничной точке (k_{n1}, k_{n1}, k_{d1}) равен нулю, а во второй граничной точке (k_{n2}, k_{n2}, k_{d2}) равен единице. Тогда значение коэффициента передачи k_n регулятора, выбранного в качестве свободного параметра, определяется по формуле

$$k_n(\gamma) = k_{n1} + (k_{n2} - k_{n1})\gamma, \quad 0 \leq \gamma \leq 1.$$

Зависимости параметров k_n и k_d регулятора от параметра γ находятся путем решения системы уравнений (9):

$$k_n(\gamma) = \frac{\left(G_d(\lambda_1)G(\lambda_2) - G_d(\lambda_2)G(\lambda_1) + \right. \\ \left. + [G_n(\lambda_1)G_n(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)G_n(\lambda_1)] \cdot k_n(\gamma) \right)}{G_n(\lambda_1)G_d(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)G_d(\lambda_1)}, \\ 0 \leq \gamma \leq 1; \\ k_d(\gamma) = \frac{\left(G_n(\lambda_2)G(\lambda_1) - G_n(\lambda_1)G(\lambda_2) + \right. \\ \left. + [G_n(\lambda_2)G_n(\lambda_1) - G_n(\lambda_1)G_n(\lambda_2)] \cdot k_n(\gamma) \right)}{G_n(\lambda_1)G_d(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)G_d(\lambda_1)}, \\ 0 \leq \gamma \leq 1.$$

Вычисление интегральной оценки

Для оценки качества регулирования будем использовать реакцию системы $h(t)$ на единичное ступенчатое воздействие. В этом случае для квадратичной интегральной оценки имеем

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(s)E(-s) ds$$

Здесь $E(s)=W_{ge}(s)/s$, если решается задача слежения за задающим воздействием, и $E(s)=W_{ve}(s)/s$, если решается задача подавления возмущающего воздействия.

Значение интегральной оценки может быть вычислено по амплитудно-частотной характеристике замкнутой системы относительно анализируемого возмущения:

$$J_g = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [|W_{ge}(j\omega)|^2 / \omega^2] d\omega;$$

$$J_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [|W_{ve}(j\omega)|^2 / \omega^2] d\omega.$$

Возможен и другой вариант вычисления интегральной оценки. При помощи известного частотного метода рассчитываются переходные функции $h_g(t)$ и $h_v(t)$, а затем – сигнал ошибки $e(t)$ и интегральная оценка.

Таким образом, вычисление численного значения интегральной оценки при известных параметрах регулятора в системе MathCAD не представляет сложностей.

Алгоритм синтеза параметров ПИД-регулятора

Алгоритм синтеза (рис. 3) имеет два контура итерации. Внутренний контур соответствует первому этапу синтеза, на котором с учетом свойств объекта управления и предъявляемых к системе требований назначаются условия на размещение закрепленных и свободных полюсов замкнутой системы, строятся интервалы допустимых изменений параметров регулятора и проверяется возможность реализации регулятора с этими параметрами. Итерации продолжаются до получения варианта, удовлетворяющего требованиям.

Второй этап синтеза, представленный на схеме рис. 3 внешним контуром, заключается в поиске значений параметров регулятора, при которых интегральная оценка принимает минимальное значение. На этом этапе решается задача одномерной оптимизации по параметру γ , определяющему положение на множестве допустимых решений. Завершающей процедурой данного этапа является построение переходного процесса и оценка его качества.

Синтез регулятора считается завершенным, если качество переходного процесса удовлетворяет требованиям. В противном случае может быть предпринята новая итерация с изменением условий размещения полюсов системы.

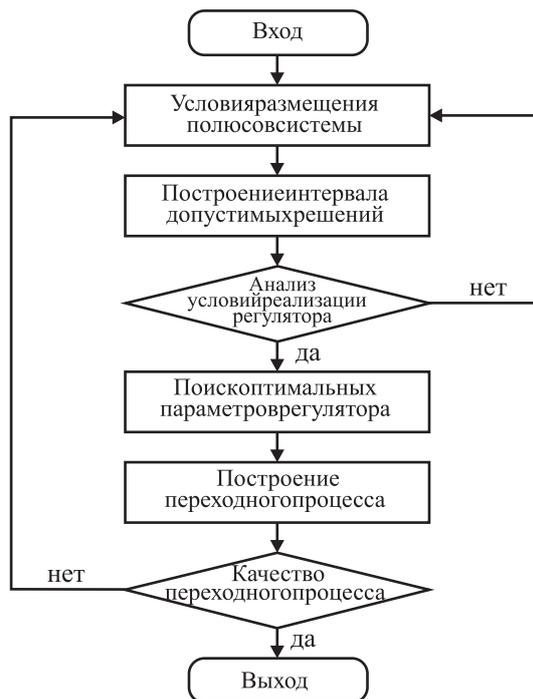


Рис. 3. Схема алгоритма синтеза

Fig. 3. Diagram of synthesis algorithm

Пример синтеза параметров ПИД-регулятора

В качестве примера рассмотрим расчет оптимальных параметров ПИД-регулятора для объекта второго порядка с запаздыванием [4, 5, 22]. Передаточная функция объекта управления этой системы имеет вид

$$W_o(s) = \frac{k_o e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$

Параметры объекта управления взяты из работы [5]: $k_o=7,2$ °C/% УП (УП – указатель положения регулирующего органа); $\tau=3,9$ с; $T_1=122$ с; $T_2=14,5$ с.

С учетом инерционных свойств объекта управления примем значение постоянной времени дифференциатора $T_d=5$ с.

В характеристическом уравнении (6) будем иметь

$$G_n(s) = 7,2e^{-3,9s}(5s + 1); G_n(s) = 7,2e^{-3,9s}(5s + 1)s;$$

$$G_d(s) = 7,2e^{-3,9s}s^2;$$

$$G(s) = (122s + 1)(14,5s + 1)(5s + 1)s.$$

Синтез параметров регулятора проведем, выбрав вариант размещения полюсов замкнутой системы, изображенный на рис. 2, а. Пусть закрепленные полюсы системы равны

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\beta = -0,03 \pm j0,05.$$

Границу размещения свободных полюсов зададим выражением

$$X(j\omega) = -0,05 - 0,1\omega \cdot \text{sign } \omega + j\omega.$$

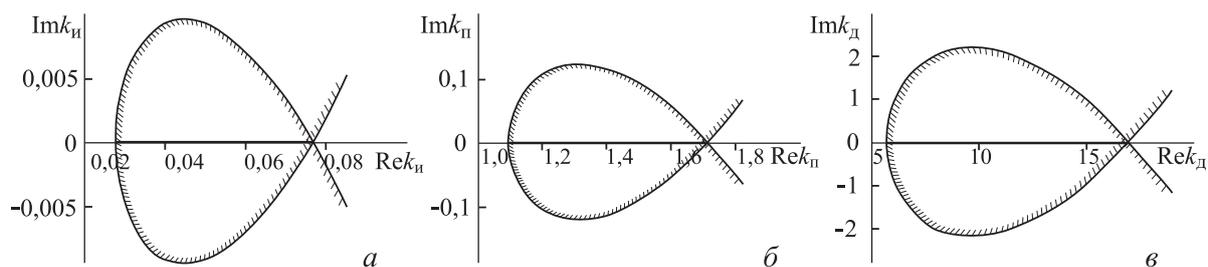


Рис. 4. Области допустимых изменений параметров регулятора для: а) k_n , б) k_i , в) k_d

Fig. 4. Areas of permissible variations of PID controller parameters for: а) k_n , б) k_i , в) k_d

Описанным выше модифицированным методом D-разбиения поочередно в плоскостях комплексных параметров k_n , k_i и k_d регулятора построены области, в которых выполняются заданные ограничения на расположение полюсов системы (рис. 4).

Интервалы изменения параметров регулятора определяются отрезком на действительной оси:

$$k_n \in [0,02759; 0,07649]; k_i \in [1,0925; 1,7109];$$

$$k_d \in [5,7074; 16,9978].$$

Таким образом, область допустимых решений задачи в пространстве параметров регулятора (k_n, k_i, k_d) представляет собой одномерное множество с граничными точками (0,02759; 1,0925; 5,7074) и (0,07649; 1,7109; 16,9978).

В таблице приведены параметры ПИД-регулятора для выбранной совокупности значений $\gamma \in [0; 1]$, определяющих точки на полученном множестве. Для этих настроек регулятора рассчитаны значения квадратичной интегральной оценки (4), характеризующей качество подавления ступенчатого возмущающего воздействия. Как следует из приведенных данных, минимальное значение квадратичной интегральной оценки достигается на правой границе множества допустимых решений при значениях параметров регулятора, соответствующих $\gamma=1$: $k_n=0,07649$ 1/с, $k_i=1,7109$ и $k_d=16,9978$ с. Другими словами, при заданных ограничениях на расположение полюсов интегральная оценка минимальна при условии, что коэффициента передачи регулятора k_n по интегральной составляющей принимает максимальное значение.

Таблица. Значения параметров регулятора из множества допустимых решений и характеристики системы

Table. Values of controller parameters in feasible region and system characteristic

γ	k_n	k_i	k_d	J	$\lambda, i=3..6$
0	0,02759	1,0925	5,7074	21,839	-0,05; -0,122; -1,52±j1,15
0,2	0,03737	1,2162	7,9653	15,494	-0,0805±j0,0404; -1,45±j1,17
0,4	0,04715	1,3400	10,2232	11,603	-0,0753±j0,0663; -1,39±j1,19
0,6	0,05693	1,4635	12,4812	8,987	-0,0703±j0,0837; -1,34±j1,20
0,8	0,06671	1,5872	14,7391	7,138	-0,0675±j0,0974; -1,30±j1,21
1,0	0,07649	1,7109	16,997	5,783	-0,0609±j0,109; -1,26±j1,22

Для рассматриваемой системы создана модель в пакете MATLAB-Simulink. В настройках модели

звена с запаздыванием было установлено разложение Паде 30-го порядка. Значения четырех свободных полюсов, ближайших к границе их локализации, получены при моделировании системы в пакете MATLAB-Simulink (таблица). Траектория ближайшей к границе пары свободных полюсов при изменении параметра γ показана на рис. 5.

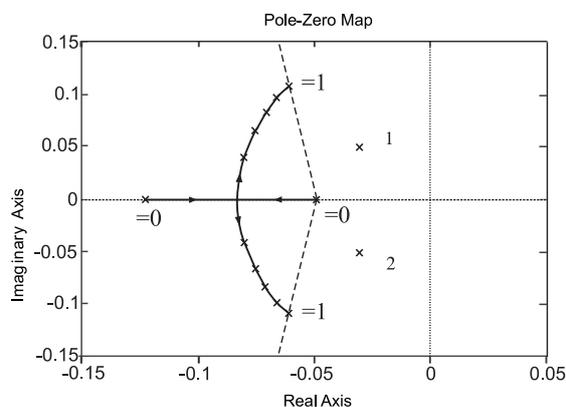


Рис. 5. Траектория ближайшей к границе пары свободных полюсов

Fig. 5. Trajectory of a pair of free poles nearest to the boundary

На рис. 6 показаны переходные функции системы по возмущающему воздействию при значениях параметров регулятора, соответствующих значениям γ из приведенной выше таблицы.

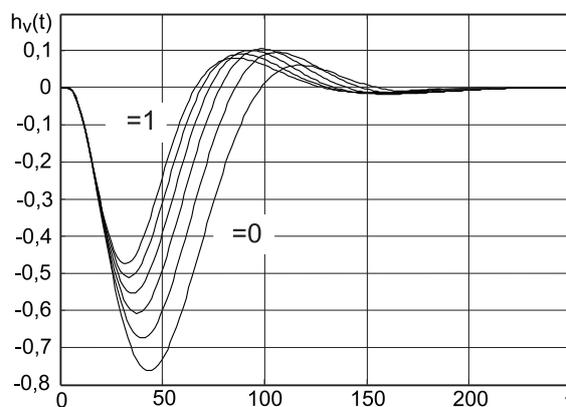


Рис. 6. Переходные функции системы по возмущающему воздействию

Fig. 6. Transient perturbing action functions of the system

Таким образом, согласно изложенному методу синтеза параметры ПИД-регулятора равны: $k_n=0,07649$ 1/с, $k_p=1,7109$, $k_d=16,997$ с, $T_d=5$ с.

Заключение

Предложен метод синтеза параметров ПИД-регулятора, обеспечивающего минимальное значение интегрального критерия при заданном расположении полюсов, в системах с запаздыванием в контуре управления. Заданное ограничение на расположение двух полюсов системы в фиксированных точках левой полуплоскости связывает параметры ПИД-регулятора, что позволяет свести задачу их синтеза к одномерной оптимизации на

интервале допустимых решений. Метод синтеза реализуется в системе MathCAD в виде диалога по итерационной схеме.

Преимущество предлагаемого алгоритма перед методами, в основу которых положены ограничения на запасы устойчивости, состоит в том, что полюсы системы непосредственно связаны с прямыми оценками качества переходных процессов, такими как время регулирования и перерегулирование.

Из приведенного примера видно, что минимальное значение квадратичной интегральной оценки достигается при максимально допустимом значении коэффициента передачи регулятора k_n по интегральной составляющей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12. – Brescia, 28–30 March 2012. URL: <http://www.nt.ntnu.no/users/skoge/prost/proceedings/PID-12/> (дата обращения: 02.02.2014).
2. Gaing Z.L. A Particle Swarm Optimization Approach for Optimum Design of PID Controller in AVR System // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 2004. – V. 19. – № 2. – P. 384–391.
3. Rongrong Song, Zili Chen. Design of PID Controller for Maglev System Based on an Improved PSO with Mixed Inertia Weight // Journal of Networks. – 2014. – V. 9. – № 6. – P. 1509–1517.
4. Ротач В.Я. Расчет настройки реальных ПИД-регуляторов // Теплоэнергетика. – 1993. – № 10. – С. 31–35.
5. Смирнов Н.И., Сабанин В.Р., Репин А.И. Чувствительность и робастная настройка ПИД-регуляторов с реальным дифференцированием // Теплоэнергетика. – 2007. – № 10. – С. 15–23.
6. Hwang J.-H., Tsay S.-Y., Hwang C. Optimal tuning of PID controllers with specified gain and phase margins // Chemical Engineering Communications. – 2004. – V. 191. – № 9. – P. 1208–1233.
7. Garpinger O., Hägglund T., Aström K.J. Performance and robustness trade-offs in PID control // Journal of Process Control. – 2014. – V. 24. – № 5. – P. 568–577.
8. Ротач В.Я. О выборе критерия оптимальности систем управления с учетом случайного характера воздействий // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2006. – № 9. – С. 31–36.
9. Смирнов Н.И., Шаровин И.М. О выборе критерия оптимальности в численных методах расчета САР // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2009. – № 5. – С. 16–21.
10. Смирнов Н.И., Шаровин И.М. О выборе критерия оптимальности в численных методах расчета САР с ПИД регулятором // Промышленные АСУ и контроллеры. 2010. – № 2. – С. 12–17.
11. Li K. PID Tuning for Optimal Closed-Loop Performance With Specified Gain and Phase Margins // IEEE Trans. on Control Systems Technology. – 2013. – V. 21. – № 3. – P. 1024–1030.
12. Репин А.И., Сабанин В.Р., Смирнов Н.И. Алгоритм оптимальной настройки реальных ПИД регуляторов на заданный запас устойчивости // Автоматизация и ИТ в энергетике. – 2010. – № 4. – С. 7–12.
13. Ляшенко А.Л., Золотов О.И. Корневой метод расчета настроек распределенного ПИД-регулятора для системы с распределенными параметрами // Компоненты и технологии. – 2012. – № 1. – С. 146–148.
14. Romero J.A., Sanchis R., Balaguer R. PI and PID auto-tuning procedure based on simplified single parameter optimization // Journal of Process Control – 2011. – V. 21. – № 6. – P. 840–851.
15. Дылевский А.В., Лозгачев Г.И. Конечномерный модальный регулятор для объектов с запаздыванием // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2005. – № 1. – С. 158–162.
16. Wang Q.-G., Zhang Z., Astrom K. J., Chek L.S. Guaranteed dominant pole placement with PID controllers // Journal of Process Control. – 2009. – V. 19. – № 2. – P. 349–352.
17. Zitek P., Fiser J., Vyhliadal T. Dimensional analysis approach to dominant three-pole placement in delayed PID control // Journal of Process Control. – 2013. – V. 23. – P. 1063–1074.
18. Bozorg M., Termeh F. Domains of PID controller coefficients which guarantee stability and performance for LTI time-delay systems // Automatica. – 2011. – V. 47. – № 9. – P. 2122–2125.
19. Вадутов О.С., Гайворонский С.А. Решение задачи размещения полюсов системы методом D-разбиения // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 5. – С. 24–28.
20. Вадутов О.С. Синтез регуляторов пониженного порядка по заданному расположению полюсов замкнутой системы // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311. – № 5. – С. 14–19.
21. Datta S., Chakraborty D., Chaudhuri B. Partial Pole Placement with Controller Optimization // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2012. – V. 57. – № 4. – P. 1051–1056.
22. Голинко И.М. Оптимальная настройка системы управления для объектов второго порядка с запаздыванием // Теплоэнергетика. – 2014. – № 7. – С. 63–71.

Поступила 15.02.2014 г.

UDC 681.51.013

DESIGN OF PID CONTROLLER FOR DELAYED SYSTEMS USING OPTIMIZATION TECHNIQUE UNDER POLE ASSIGNMENT CONSTRAINTS

Oleg S. Vadutov,

Cand. Sc., National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: vos@tpu.ru

PID controllers are widely used in industry. When properly configured, these controllers provide good quality of control for most industrial facilities. The relevance of the work is determined by the need to develop methods for synthesizing PID controllers implemented in the dialogue with the use of modern means of modeling and programming.

The main aim of the study is to develop a method which allows performing interactively the PID controller synthesis for plants with time delay.

The methods used in the study: D-decomposition method (modified by conditions of partial pole placement of the closed system at given points), integral criteria of the transient processes quality, optimization methods.

The results: The author has stated the problem to optimizing PID controller parameters for control systems, in which the object contains a time delay. It is known that the systems with delay have an infinite number of poles and only three poles can be freely assigned using the PID controller. The problem feature is the way to set constraints on placement of the closed system poles. It is proposed to place two poles of the closed system in the fixed points; the remaining, free, poles are proposed to be located in the specified area of the left half-plane. The authors developed an iterative method for solving the problem. Each iteration consists of two stages. At the first stage the region of feasible solutions is built using generalized method of D-decomposition. At the second stage the problem of one-dimensional optimization is solved by the integral criterion of transient quality. The paper demonstrates the example of synthesizing the parameters of PID controller for a standard control object with delay. The example shows the effectiveness of the proposed method of synthesis.

Key words:

PID controller, D-decomposition method, pole placement, optimization, time-delay systems.

REFERENCES

1. IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12. Brescia, 28–30 March 2012. Available at: <http://www.nt.ntnu.no/users/skoge/prost/proceedings/PID-12/> (accessed 2 February 2014).
2. Gaing Z.L. A Particle Swarm Optimization Approach for Optimum Design of PID Controller in AVR System. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2004, vol. 19, no. 2, pp. 384–391.
3. Rongrong Song, Zili Chen. Design of PID Controller for Maglev System Based on an Improved PSO with Mixed Inertia Weight. *Journal of Networks*, 2014, vol. 9, no. 6, pp. 1509–1517.
4. Rotach V.Ya. Raschet nastroyki realnykh PID-regulyatorov [Calculation of settings of real PID controllers]. *Teploenergetika*, 1993, no. 10, pp. 31–35.
5. Smirnov N.I., Sabanin V.R., Repin A.I. Chuvstvitelnost i robastnaya nastroyka PID-regulyatorov s realnym differentsirovaniem [Sensitivity and robust tuning of PID controllers with real differentiation]. *Teploenergetika*, 2007, no. 10, pp. 15–23.
6. Hwang J.-H., Tsay S.-Y., Hwang C. Optimal tuning of PID controllers with specified gain and phase margins. *Chemical Engineering Communications*, 2004, vol. 191, no. 9, pp. 1208–1233.
7. Garpinger O., Hägglund T., Aström K.J. Performance and robustness trade-offs in PID control. *Journal of Process Control*, 2014, vol. 24, no. 5, pp. 568–577.
8. Rotach V.Ya. O vybore kriteriya optimalnosti sistem upravleniya s uchetom sluchaynogo kharaktera vozdeystviy [On the choice of the optimality criterion of control systems taking into account the random nature of the impacts]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyer*, 2006, no. 9, pp. 31–36.
9. Smirnov N.I., Sharovin I.M. O vybore kriteriya optimalnosti v chislennykh metodakh rascheta SAR [On the choice of the optimality criterion in numerical methods of calculation of automatic control systems]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyer*, 2009, no. 5, pp. 16–21.
10. Smirnov N.I., Sharovin I.M. O vybore kriteriya optimalnosti v chislennykh metodakh rascheta SAR s PID-regulyatorom [On the choice of the optimality criterion in the numerical calculation methods of automatic control systems with PID controller]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyer*, 2010, no. 2, pp. 12–17.
11. Li K. PID Tuning for Optimal Closed-Loop Performance With Specified Gain and Phase Margins. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 2013, vol. 21, no. 3, pp. 1024–1030.
12. Repin A.I., Sabanin V.R., Smirnov N.I. Algoritm optimalnoy nastroyki realnykh PID regulyatorov na zadanny zapas ustoychivosti [Algorithm of optimal settings of real PID controllers for a given stability margin]. *Avtomatizatsiya i IT v energetike*, 2010, no. 4, pp. 7–12.
13. Lyashenko A. L., Zolotov O.I. Kornevoy metod rascheta nastroyek raspredelennogo PID-regulyatora dlya sistemy s raspredelennymi parametrami [The root calculation method of settings the distributed PID controller for a system with distributed parameters]. *Komponenty i tekhnologii*, 2012, no. 1, pp. 146–148.
14. Romero J.A., Sanchis R., Roberto Balaguer R. PI and PID auto-tuning procedure based on simplified single parameter optimization. *Journal of Process Control*, 2011, vol. 21, no. 6, pp. 840–851.
15. Dylevskiy A.V., Lozgachev G.I. Konechnomerny modalny regulyator dlya obektov s zapazdyvaniem [Finite-dimensional modal controller for objects with delay]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika*, 2005, no. 1, pp. 158–162.
16. Wang Q.-G., Zhang Z., Astrom K. J., Chek L.S. Guaranteed dominant pole placement with PID controllers. *Journal of Process Control*, 2009, vol. 19, no. 2, pp. 349–352.
17. Zitek P., Fiser J., Vyhlidal T. Dimensional analysis approach to dominant three-pole placement in delayed PID control. *Journal of Process Control*, 2013, vol. 23, pp. 1063–1074.
18. Bozorg M., Termeh F. Domains of PID controller coefficients which guarantee stability and performance for LTI time-delay systems. *Automatica*, 2011, vol. 47, no. 9, pp. 2122–2125.
19. Vadutov O.S., Gayvoronskiy S.A. Reshenie zadachi razmeshcheniya polyusov sistemy metodom D-razbiveniya [Solution of the pole placement by the method of D-decomposition]. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2004, no. 5, pp. 24–28.
20. Vadutov O.S. Sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka po zadannomu raspolozheniyu polyusov zamknutoy sistemy [Synthesis of reduced-order controllers for a given location of the poles of the closed system]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2007, vol. 311, no. 5, pp. 14–19.
21. Datta S., Chakraborty D., Chaudhuri B. Partial Pole Placement with Controller Optimization. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2012, vol. 57, no. 4, pp. 1051–1056.
22. Golinko I.M. Optimalnaya nastroyka sistemy upravleniya dlya obektov vtorogo poryadka s zapazdyvaniem [Optimal tuning of a control system for a second-order plant with time delay]. *Teploenergetika*, 2014, no. 7, pp. 63–71.

Received: 15 February 2014.

УДК 330.115

ИНТЕРАКТИВНЫЕ МЕТОДЫ СОГЛАСОВАННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ЭВОЛЮЦИЕЙ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Виноградов Геннадий Павлович,

д-р техн. наук, профессор кафедры информатики и прикладной математики ФГБОУ ВПО «Тверской государственный технический университет», Россия, 170023, г. Тверь, ул. Маршала Конева, 12.
E-mail: wgp272ng@mail.ru

Актуальность работы обусловлена тем, что эффективность информационных технологий в системе управления эволюцией организационно-технологической системы в условиях неопределенности и риска зависит, прежде всего, от того, как люди с их помощью выявляют и воспринимают объективные признаки складывающихся ситуаций, строят оценки, формируют новое знание, на его основе вырабатывают и согласуют формы поведения.

Цель работы: обоснование возможности применения интерактивных, итерационных процедур в задачах согласованного планирования для целей выявления технологических резервов и обеспечения прогрессивной эволюции организационно-технологической системы за счет максимально полного использования креативного потенциала производственного персонала.

Методы исследования: общая методология и методы системного анализа, аналитического и имитационного моделирования. В работе также используются методы теорий: нечетких множеств, активных систем, принятия решений, искусственного интеллекта, нечетких систем и нечеткого логического вывода, теории игр.

Результаты. Исследована сходимости интерактивной процедуры согласованной оптимизации в задаче управления эволюцией организационно-технологической системы, состоящей из центра и m агентов при различных вариантах информированности центра о возможностях агентов. Для случая полной информированности центра показано, что решение задачи оптимального согласованного планирования будет реализовано агентами, если найдено стимулирующее воздействие и план, при которых удельная ценность ситуации целеустремленного состояния будет превышать значение аналогичного показателя при любых других вариантах. Для случая неполной информированности центра показано, что сходимости к оптимальному решению будет обеспечена путем дополнительного стимулирования агентов за более полное раскрытие ими своих возможностей. Приведена итеративная процедура, использующая идею алгоритма блочного программирования Полтеровича. Сформулировано условие ее сходимости. Для случая неполной информированности центра о предпочтениях агентов показано, что решение может быть получено при использовании итерационного алгоритма, использующего релаксационную схему условного градиента. Приведены условия, при которых возможно построение процедуры интерактивного обмена информацией между центром и агентами, гарантирующими сходимости решения задачи согласованной оптимизации. Выполнена экспериментальная проверка предложенного подхода на примере разработки производственной программы для производства хладонов и фторопластов.

Ключевые слова:

Активная система, интеллектуальный агент, согласованная оптимизация, принятие решений, интерактивное взаимодействие.

Введение

Проблемы управления эволюцией организационно-технологических систем с учетом человеческого фактора исследуются в теории нечетких систем, иерархических систем с активными элементами, теории рыночных отношений. Фундаментальные результаты в этом направлении получены в работах Л. Заде, В.Н. Буркова, Д.А. Новикова, Д. Канемана, П. Словика, В.Н. Кузнецова, А.Г. Чхартишвили, Р. Андерсен и других [1–18]. Однако методологические и математические основы моделирования в этих работах, позволившие обосновать ряд центральных методологических принципов, были основаны на положениях нормативной теории выбора и поведения без учета индивидуальных предпочтений субъекта в полном объеме и его субъективного понимания ситуации выбора. Поэтому полученные модели механизма функционирования и управления характеризуются ограниченными функциональными возможностями. Это сдерживает внедрение полученных формальных результатов в практику создания новых информационных технологий, в частности развития систем согласования и согласованной оптимизации, и делает востребованным разработку бо-

лее реалистичных моделей согласования принятия решений, учитывающих субъективные представления людей, участвующих в процессе выбора.

Статья посвящена итерационным методам решения задачи оптимального согласованного планирования, когда центр, не обладая полной информацией о возможностях агентов, вынужден осуществлять одновременно с определением плановых заданий идентификацию модели своих представлений по отдельным ее составляющим: исходным данным, ограничениям, взаимосвязи между входами и выходами, о целевых функциях агентов и т. п. Это соответствует ситуации, когда объект управления для центра плохо поддается адекватному моделированию из-за его сложности, проблемы получения точной информации о его параметрах, неудовлетворительной структурированности, плохой формализуемости, распределения знания о предельных возможностях подсистем среди агентов. Представления центра об объекте управления в этом случае можно формализовать в виде нестационарной модели, свойства и структура которой определяются информированностью центра. Тогда используемый центром итерационный метод $\varphi \in \{R^n \rightarrow R^n\}$ должен порождать сходящуюся после-

довательность представлений, которая характеризуется помехоустойчивостью, независимостью логической структуры оператора φ от конкретных исходных данных. Это определяет необходимость введения в итерационный оператор φ параметров, характеризующих объект, среду, интересы участников процесса, например, так $\{x_{h+1} = \varphi[\Omega_h] x_h\}$, $h=1,2,\dots$, где $\Omega_h = \{y_h, \omega_h, \dots\}$ – перечисленная система параметров (числовых, символьных, лингвистических, предикатных) со значениями на момент h . Особенность этой схемы состоит в необходимости использования алгоритмов, позволяющих получить информацию, доопределяющую и уточняющую параметры итерационного оператора, источником которой являются взаимодействующие агенты, а средством ее получения – интерактивные алгоритмы.

Пусть на k -м шаге представления центра о возможностях организационно-технологической системы заданы как $X_k \subset X$. На их основе он решает задачу формирования производственной программы

$$f^{(k)}(x) \rightarrow \max/x \in X_{(k)}. \quad (1)$$

В процессе определения оптимального плана возможны две ситуации. Первая связана с тем, что желаемое состояние для центра от его реализации совпадает с оптимальным решением задачи (1), то есть $x^* \in X_{(k)}$. Тогда интерактивное взаимодействие центра и агента должно быть направлено на определение подмножества, содержащего x^* , то есть итерационное взаимодействие центра и подсистем должно обладать свойством $X_{(k)} \subset X_{(k-1)} \subset X_{(k-2)} \subset \dots \subset X_{(1)}$. Такой процесс будем называть локализацией решения.

Если же желаемое состояние системы x^* для центра находится вне множества $X_{(k)}$, то центр должен предпринять усилия для получения достоверной информации по расширению множества $X_{(k)}$, то есть на $k+1$ должно выполняться $X_{(k+1)} \subset X_{(k)}$. Это позволяет центру перейти от решения исходной задачи (1) к задаче вида

$$f^{(k+1)}(x) \rightarrow \max/x \in X_{(k+1)} \text{ и } X_{(k)} \subset X_{(k+1)}, \quad (2)$$

где множество допустимых решений шире, чем на $X_{(k)}$ и выполняется условие $f^{(k)}(x) < f^{(k+1)}(x)$, что определяет мотивированность центра в расширении представлений о множестве $X_{(k)}$.

Такой прием будем называть расширением представлений центра за счет получения информации от агентов об их возможностях.

Определение 1. Представления $X_{(k)}$ и $X_{(k+1)}$ изоморфны, если между элементами множеств допустимых решений экстремальных задач (1) и (2) можно установить взаимно однозначное соответствие так, что для любой пары соответствующих элементов $x_{(k)} \in X_{(k)}$ и $x_{(k+1)} \in X_{(k+1)}$ будет выполняться $f^{(k)}(x) = f^{(k+1)}(x)$.

Определение 2. Эффективным расширением представлений центра $X_{(k)}$ о возможностях агентов будем называть такое представление о множестве $X_{(k+1)}$, для которого решение экстремальной задачи

$$f^{(k+1)}(x) \rightarrow \max/x \in X_{(k+1)}$$

обладает свойствами $f^{(k)}(x) < f^{(k+1)}(x)$ и $X_{(k)} \subset X_{(k+1)}$. Эти свойства выполняются как к самой задаче, так для любой другой изоморфной ей.

Пусть расширение допустимого множества определяется некоторым множеством параметров состояния $\omega \in A_k$. Такое расширение будем называть параметрическим. Оно обладает следующими свойствами.

$$f_A^*(\lambda) = \sup_{x \in X_{(k)}, \lambda \in A_{(k)}} f_A(x(\lambda)), \quad f_B^*(\lambda) = \sup_{x \in X_{(k+1)}, \lambda \in A_{(k)}} f_B(x(\lambda)),$$

$$f_B^*(\lambda) \geq f_A^*(\lambda), \quad \forall \lambda \in A_k, \quad X_{(k)} \subset X_{(k+1)}, \quad (3)$$

то есть вектор оптимального плана на основе «старых» представлений не превосходит по ценности для центра выбор плана на основе новых представлений.

Действительно, если предположить, что $f_B^*(\lambda) < f_A^*(\lambda)$, то при условии, что решение задач A и B существует, получаем $f_A(x^*) = f_A > f_B$. Но $x^* \in X_{(k+1)}$, а на этом множестве задачи A и B изоморфны по определению 1, то есть $f_B^*(\lambda) = f_A^*(\lambda)$, что противоречит предположению $f_B^*(\lambda) < f_A^*(\lambda)$. Это является доказательством неравенства (3).

Если существует последовательность $\omega_i \in A_k$ причем $X(\omega_1) \subset X(\omega_2) \subset \dots \subset X(\omega_i)$ и $\lim_{i \rightarrow \infty} \omega_i = \omega^{\text{нр}}$ предельному значению, то $f_1^*(x) < f_2^*(x) < \dots < f_i^*(x) < \dots$ и $\lim_{i \rightarrow \infty} f_i^*(x) = f^{\text{нр}}$.

Это утверждение доказывается по аналогичной схеме.

Если неравенство (3) выполнено со знаком равенства, то расширение B будем называть эквивалентным, а если существует строгое неравенство, то – эффективным. Величину

$$\Delta = f_B^* - f_A^*$$

будем называть показателем эффективности расширения представлений центра за счет получения дополнительной информации от агентов.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу планирования в двухуровневой организационно-технологической системе (ОТС), состоящей из центра и m агентов, обладающих свойствами активности, автономности, креативности. Каждый агент управляет каким-либо одним технологическим узлом. План для k -го агента описывается m_k -мерным вектором $x_k = \{x_{kj}, j=1, m_k\}$, положительные компоненты которого указывают на выпускаемые продукты, а отрицательные – на затраты для выпуска заданной продукции. Возможности k -го агента по выпуску продукции описываются технологическим множеством – областью X_k в пространстве из m_k измерений: любой допустимый план x_k k -го агента должен принадлежать области $X_k: x_k \in X_k, k=1, m$.

План ОТС будет описываться вектором $x = \{x_k, k=1, m\}$ с размерностью $\sum_{k=1}^m m_k = N$. Очевидно

но, что $x \in X = \prod_{k=1}^m X_k$. Допустимый план x должен удовлетворять также ряду глобальных ограничений вида $G(x) \geq b$, где $G(x) = \{g_i(x), i = \overline{1, n}\}$, $b = \{b_i, i = \overline{1, n}\}$, n – количество ограничений. Будем считать, что функции $g_i(x), i = \overline{1, n}$ – вогнутые, дифференцируемые функции, а множество X – выпуклое множество. Тогда задача, решаемая центром, может рассматриваться как задача вогнутого программирования

$$f(x) \rightarrow \max$$

$$G(x) \geq b, \quad x \in X = \prod_{k=1}^m X_k. \quad (4)$$

Задача (4) является задачей оптимального планирования (ОП) [14]. Ее особенность заключается в том, что центр не знает все потенциальные возможности агентов. Поэтому ее решение зависит от информации о своих возможностях, которую агенты сообщают центру.

Пусть интересы агента описываются вектором $o_k \in O_k^o$, где O_k^o – множество состояний, имеющих различную ценность для агента. Значения вектора o_k определяются значениями вектора $y_k = \{y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{km_k}\}$ фактического выпуска продукции, полученными при реализации плана x_k агентом. При управлении технологическим узлом свои предпочтения на множестве O_k^o агент реализует путем выбора значений режимных параметров z_k , которые, в свою очередь, определяют значения вектора y_k , а значит и o_k . Справедливо условие $z_k \in Z_k$, где Z_k – множество допустимых значений режимных параметров, определяемое технологическим регламентом. На технологический узел воздействуют различного рода возмущения $\chi_k \in \Omega_k$, из которых часть $\zeta_k \in X_k$ агент принимает во внимание. Поэтому $\Xi_k \subseteq \Omega_k$ и $\Xi_k \cap \Omega_k \neq \emptyset$ [19].

Поведение человека как интеллектуального агента, зависящее от его субъективных представлений о ситуации выбора, рассматривалось в работах [20, 21]. Показано, что принимаемое решение агентом о способе действия определяется его оценками компонент ситуации целеустремленного состояния. Их величина зависит от структуры информированности агента I_i , которая определяется его знаниями, убеждениями, ценностями, нормами, опытом. В этих же работах была предложена модель принятия решений агентом, позволяющая учитывать его индивидуальные оценки компонент ситуации целеустремленного состояния, которая имеет следующий вид

$$P_k(z_k) = \text{Arg max } E\varphi_k(o_k, u_k)$$

$$\zeta_k \in \Xi_k, \quad z_k \in Z_k(I_i^i), \quad u_k \in U_k,$$

$$o_k = o_k(y_k) \in O_k^o, \quad y_k = f_{I_i}(z_k, \zeta_k) \in X_k,$$

$$O_k^o = \{o_{kj}^o, j = \overline{1, N_k}\}, \quad I_i \subseteq M,$$

$$\chi_1^k(E\varphi_i) \geq \chi_1^{ko}, \quad \chi_2^k(EE_i) \geq \chi_2^{ko}, \quad (5)$$

где $E\varphi_k$ и EE_k – оценки агента удельной ценности ситуации целеустремленного состояния по результату и эффективности; χ_1^{ko}, χ_2^{ko} – оценки, отражающие эмоциональное отношение агента к ситуации выбора, u_k – управляющее воздействие центра.

Оптимальное решение задачи (4), учитывающей субъективное поведение агента в форме (5), практически невозможно. Проблема состоит в построении моделей выбора и интерактивного процесса обмена информацией между центром и агентами так, чтобы получить оптимальное решение задачи (4), (5) и создать для каждого агента условия для наиболее полного использования своих возможностей в интересах системы, не используя детальную математическую модель их производственных возможностей. На возможность построения таких процедур указано в работе [14].

Задача оптимального согласованного планирования

Математическая постановка задачи оптимального согласованного планирования (ОСП) имеет вид:

$$f(x) \rightarrow \max; \quad G(x) \leq b; \quad x \in X; \quad x \in S.$$

Здесь $S = \prod_{k=1}^m s_k$ – множество согласованных планов, таких что

$$s_k = \{x_k \mid \max E\varphi_k(x_k^*, x_k) \leq E\varphi_k(x_k^*, x_k^*)\},$$

где

$$E\varphi_k(x_k^*, x_k) = E\varphi_k(x_k^*) + \begin{cases} c_k & \text{при } x_k^* = x_k \\ 0 & \text{при } x_k^* \neq x_k \end{cases}$$

– целевая функция k -го агента с учетом фонда материального поощрения c_k , планируемого центром за выполнение предлагаемого им плана x_k ; x_k^* – план производственной программы, выбираемый k -м агентом с учетом своих интересов и технологических возможностей.

Суммарный фонд материального поощрения зависит от результатов работы системы в целом. Центр может назначать c_k исходя из очевидного

ограничения $\sum_{k=1}^m c_k \leq c(x)$. Пусть выполнены усло-

вия благожелательности агента по отношению к центру. Они заключаются в том, что если максимальный выигрыш k -го агента достигается как при плане, назначаемом центром, так и при некоторых других вариантах планов x_k^* , то агент предпочтет план центра x_k .

Необходимым и достаточным условием принадлежности выбранного плана к согласованным ($x \in S$) является соотношение

$$\forall k : E\varphi_k(x_k) \geq \max_{x_k^* \in X_k} E\varphi_k(x_k^*).$$

Следовательно, условия согласованного планирования будут иметь вид:

$$E\varphi_k(x_k) + c_k \geq \max_{x_k^* \in X_k} E\varphi_k(x_k^*), \quad c(x) - \sum_{k=1}^m c_k \geq 0.$$

Поведение центра

Итеративный процесс планирования может быть представлен следующей схемой:

- 1) центр по исходной и дополнительной информации, сообщенной на h -м шаге каждым k -м агентом, рассчитывает вариант плана $x^{(h)} = \{x_k^{(h)}\}$ и размер фонда материального поощрения $c^{(h)} = \{c_k^{(h)}\}$ за принятие агентами данного варианта в качестве плана. Центр сообщает агентам значения $\{x_k^{(h)}\}$ и $\{c_k^{(h)}\}$;
- 2) агент выбирает и сообщает центру наилучший для себя план $x_k^{(h)*}$. Примем, что на каждом h -м шаге выполняется гипотеза о локально-оптимальном поведении агента;
- 3) если $x_k^{(h)*} \neq x_k^{(h)}$, то агент по запросу центра сообщает дополнительную информацию, т. е. осуществляется переход к первому шагу данной схемы. В случае совпадения $x_k^{(h)*} = x_k^{(h)}$, процедура планирования заканчивается.

Алгоритм определения плана будет зависеть от степени информированности центра. Рассмотрим три его варианта.

Вариант 1. Полная информированность центра о локальных ограничениях агентов и их целевых функциях. Таким образом, центр имеет исходную информацию:

$$f(x), G(x), b, X, X_k, \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^*).$$

Этому варианту можно сопоставить следующий алгоритм определения плана.

1. На основании исходной информации центр может рассчитать план либо путем решения задачи ОП ($x^{(h)} = x^o$), либо задачи ОСП ($x^{(h)} = x^{oc}$). Т. к. рассматриваемая процедура является итеративной, то центр на h -м шаге процедуры планирования имеет вектор значений планов, выбранных агентами за предыдущие $(h-1)$ шагов: $\{x^{*(1)}, x^{*(2)}, \dots, x^{*(h-1)}\}$, где $x^{*(i)} = \{x_k^{*(i)}\}$.
2. На каждом шаге центр по дополнительной информации корректирует предлагаемое агентом значение плана производственной программы и размера поощрения:

$$x_k^{(h)} = x_k^{(h-1)} + \beta(x_k^{(h-1)} - x_k^{*(h-1)}),$$

$$c_k^{(h)} = c_k^{(h-1)} + \alpha(\max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}) - E\varphi_k(x_k^{(h-1)})),$$

где α и β – коэффициенты акселерации, выбираемые из соображений, имеющих, как правило, неформальный характер, хотя можно определить правило их изменения.

3. На каждом шаге агент выбирает наилучшую стратегию путем $\max\{\max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}), E\varphi_k(x_k^{(h)})\}$ и принимает один из вариантов плана: $x_k^{(h)*}$ или $x_k^{(h)}$.
4. Если $x_k^{(h)*} \neq x_k^{(h)}$, то процедура повторяется с п. 2, если $x_k^{(h)*} = x_k^{(h)}$ процедура заканчивается утверждением плана.

Сходимость предложенной схемы зависит от вида решаемой задачи.

- Решается задача ОП. Пусть $x_k^{(h)} \notin S_k$, а также $X \cap S \neq \emptyset$, тогда $E\varphi_k(x_k^{(h)}) < \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*})$. Так как

$$\max\{\max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}), E\varphi_k(x_k^{(h)})\} = \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}),$$

то $x_k^{(h)*} \neq x_k^{(h)}$ и требуемое число шагов процедуры планирования $h > 1$. Сходимость процедуры будет обеспечена путем корректировки величины $c^{(h)}$ по правилу: $c^{(h)}(x) = c^{(h-1)}(x) + \gamma(c^{(h-1)}(x^{(h)*}) - c^{(h-1)}(x))$, где $\gamma > 0$, что означает уступку выигрыша центра в пользу агента для обеспечения $x \in S$.

- Пусть $x_k^{(h)} \in S_k$ и $X \cap S = \emptyset$ (центр не учитывает интересы агентов). Рассматриваемая процедура планирования не сходится к $x_k^{(h)}$. Доказательство очевидно.
- Если $x_k^{(h)} \in S_i$ и $X \cap S \neq \emptyset$, то

$$E\varphi_k(x_k^{(h)}) \geq \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}),$$

тогда из условия благожелательности агента к центру следует, что

$$\max\{\max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}), E\varphi_k(x_k^{(h)})\} = \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}).$$

Следовательно, $x_k^{(h)*} \neq x_k^{(h)}$ и процедура планирования сходится за один шаг, т. е. $h=1$.

Вариант 2. Полная информированность центра о целевых функциях агента и неполной информированности о их локальных ограничениях, т. е. о множестве $f(x)$, C – центр имеет исходную информацию: $f(x)$, C . В этом случае можно рассмотреть следующую итеративную процедуру, использующую первую схему блочного программирования Полтеровича:

1. На h -м шаге центр получает дополнительную информацию от агентов о предлагаемых ими напряженных планах $x^{(h)*} = \{x_k^{(h)*}\}$. Центр, используя набор $\{x^{*(1)*}, x^{*(2)*}, \dots, x^{*(h)*}\}$, аппроксимирует множество X , используя гипотезу о его выпуклости:

$$x^{(h)} = \left\{ x \mid x = \sum_{j=1}^h \alpha_j x^{(j)*}, \alpha_j \geq 0, \sum_{j=1}^h \alpha_j = 1 \right\}.$$

2. Центр решает на каждом шаге либо задачу ОП: $f(x) \rightarrow \max, G(x) \leq b, x \in X^{(h)}$, либо задачу ОСП, т. е. задачу ОП при дополнительных ограничениях, причем переменными являются как x_k , так и $c_k, k = \overline{1, m}$

$$E\varphi_k(x_k^{(h)}) + c_k^{(h)} \geq \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}),$$

$$c(x) - \sum_{k=1}^m c_k - \sum_{j=2}^h \sum_{k=1}^n \delta_k^{(j)} \geq 0, \quad (6)$$

где $\delta_k^{(j)}$ – планируемый размер дополнительного фонда материального поощрения, назначаемый центром агентам на j -м шаге вместе с планом $x_k^{(j)}$. Его величина определяется как $\delta_k^{(j)} = \langle p_k^{(j-1)}, x_k^{(j-1)} \rangle$, где $p_k^{(j-1)} = \alpha_k^{(j-1)} \text{grad} F_x(x_k^{(j-1)}, y_k^{(j-1)})$, $k = \overline{1, m}$, $\text{grad} F_x(\bullet)$ – градиент функции Лагранжа, которая для задачи ОСП имеет вид:

$$F(x, y) = f(x) - \sum_{i=1}^n y_i [g_i(x) - b_i] + \sum_{k=1}^m y_{n+k} \left[c_k - \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^*) \right] + y_{n+m+1} \left[c(x) - \sum_{k=1}^m c_k - \sum_{j=2}^h \sum_{k=1}^m \delta_k^{(j)} \right].$$

Для задачи ОП функция Лагранжа имеет тот же вид, но $y_{n+m+1} = 0$. Путем решения этой задачи центр получает значения $x^{(h)}$, $c^{(h)}$, $\delta^{(h)}$ и $p^{(h)} = \text{grad} F_x(x^{(h)}, y^{(h)})$, где $(x^{(h)}, y^{(h)})$ – седловая точка функции Лагранжа на множестве $X^{(h)}$. $\alpha^{(h)} > 0$ подбирается из условия обеспечения расходов центра на стимулирование агентов за счет роста величины $c(x)$. Причем предполагается, что $\langle \text{grad} c_x(x^{(h)}), x^{(h)} - x^{(h-1)} \rangle - (c^{(h)} - c^{(h-1)}) > 0$, т. е. на каждом шаге фонда поощрения должно хватать для стимулирования агентов за выбор напряженного плана и $\langle \bullet \rangle$ – операция скалярного произведения векторов. Так как

$$\langle \bar{b}^{(h)} \text{grad} F_x(x^{(h)}, y^{(h)}), x^{(h)} - x^{(h-1)} \rangle + (c^{(h)} - c^{(h-1)}) \leq \langle \text{grad} c_x(x^{(h)}), x^{(h)} - x^{(h-1)} \rangle,$$

то

$$\bar{b}^{(h)} \leq \frac{\langle \text{grad} F_x(x^{(h)}, y^{(h)}), x^{(h)} - x^{(h-1)} \rangle}{\langle \text{grad} c_x(x^{(h)}), x^{(h)} - x^{(h-1)} \rangle - (c^{(h)} - c^{(h-1)})}.$$

Значения $x^{(h)}$, $c^{(h)}$, $\delta^{(h)}$, $p^{(h)}$ центр сообщает активным элементам.

3. По своей целевой функции

$$E\varphi_i(x_k^{(h)*}) + \begin{cases} c_k^{(h)}(x_k^{(h)}) + \sum_{j=2}^{h-1} \delta_k^{(j)}, & x_k^{(h)*} = x_k^{(h)} \text{ и } x_k^{(h)*} \in L^k \\ 0, & x_k^{(h)*} \neq x_k^{(h)} \text{ и } x_k^{(h)*} \in X_k^{(h)} \end{cases} + \begin{cases} \delta_k^{(h)} > 0 \\ \delta_k^{(h)} < 0 \end{cases}$$

агенты в соответствии с гипотезой о локально-оптимальном поведении выбирают наилучшую для себя ситуацию:

$$\max \left\{ \begin{array}{l} \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}); E\varphi_i(x_k^{(h)*}) + c_k^{(h)} + \sum_{j=2}^h \delta_k^{(j)}; \\ E\varphi_k(x_k^{(h)*}) + c_k^{(h)} + \sum_{j=1}^h \delta_k^{(j)} + \langle p_k^{(h)}, x_k^{(h)*} - x_k^{(h)} \rangle \end{array} \right\}.$$

Для задачи ОП

$$L^{(h)} = \{x \mid G(x^{(h)}) \geq b, f(x^{(h)}) > f(x_k^{(h)*})\},$$

а для задачи ОСП

$$L^{(h)} = \left\{ \begin{array}{l} x \mid G(x^{(h)}) \geq b, \\ E\varphi_k(x_k) + c_k \geq \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}), \\ \left(c(x^{(h)}) - \sum_{i=1}^n c_k^{(h)} - \sum_{j=2}^h \sum_{k=1}^m \delta_k^{(j)} \right) \geq 0, \\ f(x^{(h)}) > f(x_k^{(h)*}) \end{array} \right\},$$

здесь $x^{(h)*}$ – план, выбираемый агентом на h -м шаге, $x^{(h)*} \in L^{(h)}$ – напряженный план, предлагаемый агентом центру на h шаге;

$$\begin{cases} \delta_k^{(h)} > 0 & \text{при } x_k^{(h)*} \in L^{(h)} \\ \delta_k^{(h)} < 0 & \text{при } x_k^{(h)*} \in X^{(h)}. \end{cases}$$

4. Агенты сообщают центру свои наилучшие стратегии. Если $x_k^{(h)*} \neq x_k^{(h)}$, $x_k^{(h)} \in X_k^{(h)}$, то центр корректирует свое решение по схеме, описанной в п. 2. Если $x_k^{(h)} \in L^{(h)}$, то центр обновляет информацию, расширяет множество $X^{(h)} \subset X^{(h+1)}$ и вычисляет $x^{(h+1)}$, $c^{(h+1)}$, $\delta^{(h+1)}$, $p^{(h+1)}$. Если $x_k^{(h)*} = x_k^{(h)}$, то это означает, что

$$E\varphi_k(x_k^{(h)}) + c_k^{(h)} + \sum_{j=2}^h \delta_k^{(j)} \geq E\varphi_k(x_k^{(h)*}) + c_k^{(h+1)} + \sum_{j=1}^h \delta_k^{(j)} + \langle p_k^{(h)}, x_k^{(h)} - x_k^{(h)*} \rangle.$$

Так как

$$E\varphi_k(x_k^{(h)*}) + c_k^{(h+1)} \geq E\varphi_k(x_k^{(h)*}) + c_k^{(h)} \geq \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}),$$

то $\langle p_k^{(h)}, x_k^{(h)*} - x_k^{(h)} \rangle \leq 0$ для всех k -х агентов, т. е.

$$x_k^{(h)} \neq x_k^{(h+1)}, \text{grad} c_x(x_k^{(h)}) \neq 0, \text{grad} F_x(x_k^{(h)}, y_k^{(h)}) \neq 0.$$

Поэтому

$$\alpha_k^{(h)} \neq 0 \text{ и } \langle \text{grad} F_x(x_k^{(h)}, y_k^{(h)}), x_k^{(h)*} - x_k^{(h)} \rangle \leq 0.$$

Следовательно, точка $(x_k^{(h)}, y_k^{(h)})$ оказывается седловой точкой Лагранжа в задаче ОП или ОСП, и значение $x_k^{(h)*} = x_k^{(h)}$ является соответственно оптимальным планом или оптимальным согласованным планом. Интерактивная процедура заканчивается.

Предположим, что условия образования фонда материального стимулирования таковы, что для любого $x \in X$ выполняется неравенство $|\text{grad} c_x(x)| > 0$, где $|\bullet|$ – длина вектора. Тогда величина фондов материального поощрения больше расходов на расширение множества $X^{(h)}$, поэтому в этом случае допустимое множество

$$\{x \mid G(x^{(h)}) \geq b; c(x^{(h)}) - \sum_{k=1}^m c_k^{(h)} - \sum_{j=2}^h \sum_{k=1}^m \delta_{ki}^{(j)} \geq 0;$$

$$E\varphi_k(x_k^{(h)*}) + c_k^{(h)} \geq \max_{x_k^{(h)*} \in X_k^{(h)}} E\varphi_i(x_k^{(h)*})\} \cap X^{(h)} \quad (7)$$

с ростом множества $X^{(h)}$ монотонно не сужается.

Достаточным условием сходимости описанного итеративного процесса является выполнение условия (6). Поскольку $x_k^{(h)} \in S_b$, то

$$E\varphi_k(x_k^{(h)}) + c_k^{(h)} \geq \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}).$$

Из соотношения

$$c_k^{(h+1)} = c_k^{(h)} + \langle \text{grad} c_x(x_k^{(h+1)}), x_k^{(h+1)} - x_k^{(h)} \rangle$$

следует неравенство

$$E\varphi_k(x_k^{(h)*}) + c_k^{(k+1)} \geq E\varphi_k(x_k^{(h)}) + c_k^{(h)} \geq \max_{x_k \in X_k} f_i(x_k^{(h)*})$$

для $x_k^{(h)*} \in L^{(h)}$. Согласно условию алгоритма блочного программирования $\langle p_k^{(h)}, x_k^{(h)*} - x_k^{(h)} \rangle > 0$ для всех $x_k^{(h)*} \in L^{(h)}$. Отсюда следует, что

$$E\varphi_k(x_k^{(h)*}) + c_k^{(h+1)} + \sum_{j=2}^h \delta_k^{(j)} + \langle p_k^{(h)}, x_k^{(h)*} - x_k^{(h)} \rangle > E\varphi_k(x_k^{(h)}) + c_k^{(h)} + \sum_{j=2}^h \delta_k^{(j)}.$$

Поэтому при решении задачи ОСП агент всегда будет выбирать $x^{(h)*} \in L^{(h)}$.

Следовательно, на каждом h -м шаге агенты формируют предложения для $(h+1)$ -го шага в виде значения напряженного плана $x^{(h)*} \in L^{(h)}$, который они могли бы реализовать. В силу условий (6) и (7) новое множество $X^{(h+1)}$ будет расширяться по сравнению с множеством $X^{(h)}$. При этом будут выполняться ограничения по фонду материального поощрения и условия совершенного согласования. Поскольку $X^{(1)} \subset X^{(2)} \subset \dots \subset X^{(h)} \subset \dots \subset X$, то допустимые множества в задаче ОСП не убывают. За счет расширения допустимого множества значений $f(x^{(h)})$ для каждой задачи ОСП будет только возрастать. Поэтому последовательность $f(x^{(1)}), f(x^{(2)}), \dots, f(x^{(h)}), \dots$ монотонно не убывает и в силу компактности множества X имеет предел f^* , т. е.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} f(x^{(h)}) = f^* \text{ и } f^* = f(x^{oc}).$$

Можно показать, что если решается задача ОП и нарушено условие совершенного согласования, то $x_k^{(h)*} \neq x_k^{(h)}$ и $x_k^{(h)*} \notin L^{(h)}$. Следовательно, $x_k^{(h)*} = x_k^{(h+1)}$, и множество $X^{(h)}$ не расширяется в силу отсутствия у агентов стимулов отыскивать резервы для принятия напряженных планов, и процедура итеративного планирования закончится, не достигнув x^o .

Вариант 3. Полная информированность центра об ограничениях и неполной информированности о целевых функциях $f(x)$, $E\varphi_k(x_k)$. Центр имеет исходную информацию: $G(x)$, b , X , X_k . То есть центр имеет полную математическую модель системы и ему не надо затрачивать усилия на идентификацию технологического множества системы. Но центру не известны мотивы и поведение агентов при выборе ими плановых заданий.

В этом случае можно рассмотреть любой итерационный алгоритм, например, использующий релаксационную схему условного градиента.

1. Центр на каждом шаге получает дополнительную информацию:

$$\text{grad}E\varphi_{kx_k}(x_k^{(h-1)*}), \text{grad}f_{x_k}(x_k^{(h-1)*}), x_k^{(h-1)*} \text{ и } c_k^{(h-1)*}.$$

2. Центр на каждом h -м шаге в точке $x^{(h-1)*}$ выбирает направление поиска на основе решения задачи ОП

$$\langle \text{grad}f_x(x^{(h-1)*}), x - x^{(h-1)*} \rangle \rightarrow \max,$$

$$G(x) \geq b, \quad x \in X^{(h-1)}$$

или задачи ОСП с учетом условий согласования и ограничения по фонду материального поощ-

рения $\sum_{k=1}^m c_k \leq c(x)$. В последнем случае в задачу оптимизации вводится новая переменная $c_k > 0$.

Центр сообщает агентам значение плана $x_k^{(h)}$ и размер планируемого поощрения $c_k^{(h)}$.

3. Агент по направлению поиска на каждом шаге выбирает наилучший для себя шаг $\beta_k^{(h)}$, решая в соответствии с гипотезой о локально-оптимальном поведении задачу:

$$E\varphi_k[x_k^{(h)*} + \beta_k(x_k^{(h)*} - x_k^{(h-1)*})] + [c_k^{(h)*} + \beta_k(c_k^{(h)*} - c_k^{(h-1)*})] \rightarrow \max_{\beta_k \in [0,1]}.$$

4. По величине шага $\beta_k^{(h)}$ агент определяет план $x_k^{(h)*}$

$$x_k^{(h)*} = x_k^{(h-1)*} + \beta_k^{(h)}(x_k^{(h)} - x_k^{(h-1)*}), \\ c_i^{*k} = c_i^{*(k-1)} + \beta_i^k(c_k^{(h)} - c_k^{(h-1)*}),$$

который он обязан выполнить за поощрение $c_k^{(h)*}$ и сообщает его величину центру.

5. Если $x_k^{(h)*} \approx x_k^{(h)}$, то центр заканчивает процесс планирования, в противном случае центр запрашивает у агентов дополнительную информацию, т. е. осуществляет переход к п. 1 данной схемы.

Поведение агента

Как было показано выше, при разработке производственной программы центр использует приближенное описание множества X производственных возможностей агентов. Агент, обладая более детализированной информацией, может при создании центром более привлекательных условий u_k путем решения задачи (5) определять для себя такой вектор $x_k^{(h)}$, который позволяет расширить множество $X_k^{(h)}$ представлений центра о его возможностях, h – шаг итерационного процесса. В данном случае вектор $x_k^{(h)}$ можно рассматривать как вектор способов действия.

Обозначим через $\omega_k = \{\omega_k^{(h)}, h = \overline{1, H}\} \in A_k$ вектор параметров состояния, определяющий значения вектора действий $x_k^{(h)} = \{x_{kj}^{(h)}, j \in \overline{1, m_k}\} \in X_k^{(h)}$. Можно считать, что этот вектор описывает знание агентом возможностей контролируемого им объекта управления. Здесь A_k – множество возможных значений вектора состояния. Будем считать, что агент обладает способностями, знаниями, которые гарантируют существование $\Psi_k: A_k \rightarrow X_k^{(h)}$.

Конструктивные возможности технологических узлов и доступный агенту уровень знаний делают справедливым предположение о существовании для k -го агента множества предельных значений вектора ω_k :

$$O_k^* = \{\omega_k^* | \omega_k(x_k), x_k \in X_k^{(h)}(\omega_k^{(h)}), \omega_k^{(h)} \in A_k\}.$$

Будем предполагать, что агент за счет своих креативных способностей, способности к самообучению и поиску новой информации при соответствующем стимулирующем воздействии центра способен определять такие состояния $\omega_k^{(1)} \in A_k$ и $\omega_k^{(2)} \in A_k$, что возможно $\omega_k^{(2)} > \omega_k^{(1)}$, где символ $>$ означает «более значимо» и при этом $X_k^{(1)}(\omega_k^{(1)}) \subseteq X_k^{(2)}(\omega_k^{(2)})$. Следовательно, существует такая последовательность $\omega_k^{(1)}, \omega_k^{(2)}, \omega_k^{(3)}, \dots$, что

$\lim_{h \rightarrow \infty} o_k^{(h)}(x_k^{(h)}(\omega_k^{(h)})) = O_k^*$. То есть агент путем изучения объекта управления способен определить его предельные возможности для достижения желаемого для себя состояния. Последовательность $\omega_k^{(1)}, \omega_k^{(2)}, \omega_k^{(3)}, \dots$ будем называть последовательностью вскрытия резервов технологического узла за счет лучшего обслуживания и управления им агентом.

Такая способность агента формировать расширяющееся множество способов действия позволяет определить следующие свойства целевой функции агента и областей достижимости:

$$\forall \omega_k^{(1)}, \omega_k^{(2)} \in A_k, \omega_k^{(2)} \succ \omega_k^{(1)}, \\ X_k^{(1)}(\omega_k^{(1)}) \subseteq X_k^{(2)}(\omega_k^{(2)}) \mapsto E\varphi_k(x_k^{(2)}) > E\varphi_k(x_k^{(1)}). \quad (8)$$

Условие (8) означает, что поведение агента при выполнении принципа рациональности соответствует закону повышающихся потребностей, который в литературе по психологии поведения определяет мотивированность и целеустремленность агента.

Выработка решения при таком подходе заключается в реализации совокупности последовательных процедур, предназначенных для поиска промежуточных решений, на основании которых агент уточняет свои возможности и формирует окончательное решение. Полный цикл его формирования k -м агентом состоит в выполнении следующих шагов на этапе h :

1. Формирование множеств A_k и $X_k^{(h)}$ на основе знаний, опыта, интуиции и располагаемой информации о параметрах состояния $\omega_k^{(h)}$. Просмотр множества A_k и формирование точки

$$O_k^{(h)*} = \{o_k^{(h)*} \mid o_k^{(h)*}(x_k^{(h)}), x_k^{(h)} \in X_k^{(h)}(\omega_k^{(h)}), \omega_k^{(h)} \in A_k\}.$$

Проверка, существует ли $x_k^{(h)*}$ такое, что $o_k^{(h)}(x_k^{(h)*}) = o_k^{(h)*}$. Если да, то $x_k^{(h)*}$ – это компромиссное решение, а $o_k^{(h)*}$ – прогнозируемая ситуация, в противном случае переход к п. 2.

2. Решение задачи поиска потенциально-предпочтительного набора действий $x_k^{(h)*} \in X_k^{(h)}(\omega_k^{(h)})$, позволяющего сформировать вектор $\bar{o}_k^{(h)}$ предельных значений критериев при использовании имеющегося на данный момент знания о правиле $\Psi_k^{(h)}$ и структуре множества A_k . Так как компоненты $\bar{o}_k^{(h)}$, $i=1, N$ порознь достижимы, а вместе нет, то делается попытка найти компромиссное решение. Если агент не согласен попытаться найти компромиссное решение за счет компенсаторных уступок по каждому критерию, которые несколько хуже решения $\bar{o}_k^{(h)}$, то переход к п. 3, иначе к п. 5.
3. Исследование направлений возможного расширения множества A , организация процедур поиска новой информации (знания) о $\omega_k^{(h)} \in A_k$ и правиле $\Psi_k: A_k \rightarrow X_k^{(h)}$.
4. Если расширение множества A_k возможно, то переход к п. 1, иначе фиксация ситуации, что компромиссное решение не может быть найдено при выбранном векторе $o_k^{(h)*}$.

5. Получение информации, достаточной для определения вектора минимально предпочтительных значений критериев $o_k^{(h)*} < o_k^{(h)}$.
6. Выполнение процедуры поиска максимально-предпочтительной точки в пространстве критериев по направлению предпочтения $o_k^{(h)}$, $o_k^{(h)*}$, определение вектора $\omega_k^{(h)*} \in A_k$ и $x_k^{(h)*} \in X_k^{(h)}(\omega_k^{(h)*})$.
7. Если полученное значение для $x_k^{(h)*}$, $o_k^{(h)*}$ принимается как компромиссное решение, то процедура останавливается, в противном случае переход к п. 8.
8. Для ограничений на $o_k^{(h)}$ определяется приоритетная координата $i^0 \in [1, N]$, по которой делается расширение множеств A_k и $X_k^{(h)}$ так, чтобы $o_k^{(h)}(x_k^{(h)}) = o_k^{(h)} + \Delta_{i^0}^{(h)}$, где $\Delta_{i^0}^{(h)}$ – минимально возможное улучшение, которое является значимым для агента и определяется по его высказываниям о «гибкости» ограничения на основе выполнения процедур поиска дополнительной информации. Переход к п. 1. Легко видеть, что в данном случае возможно информационное управление со стороны центра. Оно состоит в предоставлении управляемому субъекту определенной информации (информационная картина), ориентируясь на которую агент, имея возможность доступа к собственным источникам информации, выбирает линию своего поведения при формировании встречной информации.

Результаты

Полученные теоретические результаты использованы при выполнении работ по внедрению информационных технологий в задачах управления производством хладонов и фторопластов. Участие человека на всех стадиях и уровнях управления этого производства делает зависимой эффективность его функционирования от поведения операторов, технологов, обслуживающего персонала при реализации производственной программы. Более того, ряд особенностей объекта управления потребовали от руководства распределения точек принятия решений так, что подсистемы нижних уровней получают определенную автономию в пределах своей компетенции при принятии решений о ведении технологического процесса. Производственный персонал использует такую схему для принятия варианта решения, оптимизирующую их локальную функцию цели, в общем случае не совпадающую с функцией цели системы, что подтверждается существенным различием в показателях результатов смен.

Предложенная методология построения системы управления эволюцией ХТС реализована при построении производственной программы для производства фторопластов. Соответствующие результаты приведены в табл. 1, 2. В табл. 1 показано изменение показателей производства и представленный персонал в процессе согласования и оптимизации. В табл. 2 приведены данные, отображающие динамику показателей качества в процессе согласования.

Таблица 1. Динамика показателей производства в процессе согласованной оптимизации

Table 1. Dynamics of production indices in consistent optimization

Итерации	1	2	3	4	5	6
Показатели						
Прибыль		1,037	1,054	1,11	1,12	1,192
Себестоимость		0,98	0,96	0,955	0,94	0,938
Выпуск продукции		1,034	1,052	1,072	1,082	1,089
Зарплата	1	1,054	1,098	1,1	1,12	1,24
Целевая функция		0,97	0,92	0,945	0,967	0,98
$E\varphi$		0,95	1,02	1,12	1,23	1,26
EE		1	1	0,99	0,98	0,97

Таблица 2. Динамика показателей качества и некоторых составляющих себестоимости в процессе

Table 2. Dynamics of quality indices and some components of first-cost in the process

Итерации	1	2	3	4	5	6	
Показатели							
Доля X-22		89,2	93,3	94,2	94,6	94,8	95
Доля X-21		8	5,3	4,8	3,8	3,5	3,2
Доля X-23		2,8	1,4	1	1,1	1,7	1,8
Потери HF		0,98	0,94	0,91	0,89	0,889	
Расход хлороформа		0,97	0,92	0,89	0,86	0,858	
Сурьма		0,95	0,92	0,91	0,9	0,893	
Холод «-15»		1					
Холод «-35»		0,98	0,97	0,96	0,96	0,96	
Пар	1	1,1	1,12	1,12	1,13	1,13	
Общие затраты		0,93	0,89	0,87	0,86	0,857	
Зарплата		1,12	1,15	1,17	1,2	1,21	
$E\varphi$		1,03	1,1	1,16	1,19	1,2	
EE		0,99	0,94	0,91	0,89	0,8	

Приведенные данные показывают, что двухуровневая система согласованной оптимизации производственной программы, основанная на стиму-

лировании производственного персонала путем учета их интересов и ожиданий, позволила реализовать концепцию прогрессивной эволюции производства. Ее внедрение на производстве хладонов и фторопластов позволило увеличить выпуск продукции до 5–7 % в год и снизить технологическую составляющую себестоимости на 6–8 %.

Заключение

1. Исследована сходимость итеративной процедуры согласованной оптимизации в системе, состоящей из центра и m агентов, для трех вариантов информированности центра о компонентах модели выбора агентов.
2. Для случая полной информированности центра показано, что решение задачи ОСП будет реализовано агентами, если найдено стимулирующее воздействие $c_k^{(h)}$, при котором

$$E\varphi_k(x_k^{(h)}) \geq \max_{x_k \in X_k} E\varphi_k(x_k^{(h)*}).$$

3. Для случая неполной информированности центра сходимость к оптимальному решению будет обеспечена путем дополнительного стимулирования агентов за более полное раскрытие ими своих возможностей. Приведена итеративная процедура, использующая идею алгоритма блочного программирования Полтеровича. Показано, что достаточным условием ее сходимости будет условие (6).
4. Для случая неполной информированности центра о предпочтениях агентов показано, что решение может быть получено при использовании итерационного алгоритма, использующего релаксационную схему условного градиента.
5. Описано поведение агента при управляющем воздействии со стороны центра $u_k = \{x_k, c_k, \delta_k\}$. Показано, что последовательность сообщений k -м агентом о своих резервах будет сходиться к предельному значению при выполнении условия (8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заде Л.А. Основы нового подхода к анализу сложных процессов принятия решений // Математика сегодня. – М.: Знание, 1978. – С. 5–40.
2. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений / пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – С. 172–215.
3. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. – М.: Наука, 1977. – 255 с.
4. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.
5. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами / под ред. Д.А. Новикова. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 264 с.
6. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. – М.: Наука, 1981. – 384 с.
7. Новиков Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 124 с.
8. Чхартишвили А.Г. Теоретико-игровые модели информационного управления. – М.: ЗАО «ПМСОФТ», 2004. – 227 с.
9. Кузнецов В.Н. Согласование и оптимизация в иерархических системах с активными элементами. – М.: Институт проблем управления, 1996. – 132 с.
10. Kandori M. Social norms and community enforcement // Review of Economics Studies. –1992. – V. 59. – P. 61–80.
11. Tversky A., Kahneman D. Causal schemas in judgments under uncertainty / in M. Fishbein (Ed.). Progress in social psychology. – Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 1980. – P. 45–82.
12. Hiam A. Motivating and rewarding employees. – Massachusetts: Adams Media Corporation, 2001. – 320 p.
13. Slovic P., Fischhoff B., Lichtenstein S. Facts vs. fears: Understanding perceived risk / in R. Schwing, W.A. Albers, Jr. (Eds.). Societal risk assessment: How safe is safe enough? – New York: Plenum, 1980. – 461 p.
14. Браверман Э.М. Математические модели планирования и управления в экономических системах. – М.: Наука, 1976. – 368 с.
15. Новиков Д.А. Методология управления. – М.: Либроком, 2012. – 128 с.

16. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексия и управление: математические модели. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2013. – 412 с.
17. Binmore K. Game theory and the social contract. – Massachusetts: MIT Press, 1998. – 589 p.
18. Орлов А.И. Теория принятия решений. – М.: Экзамен, 2006. – 573 с.
19. Виноградов Г.П., Кузнецов В.Н. Моделирование поведения агента с учетом субъективных представлений о ситуации выбора // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2011. – № 3. – С. 58–72.
20. Виноградов Г.П. Модель поведения с учетом субъективных представлений о целеустремленной ситуации состояния // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2011. – № 3 (43). – С. 51–58.
21. Виноградов Г.П. Модель принятия решений с учетом субъективных представлений о ситуации выбора // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2011. – № 6. – С. 61–64.

Поступила 23.06.2014 г.

UDC 330.115

INTERACTIVE METHODS FOR OPTIMIZING THE MANAGEMENT OF A COHERENT EVOLUTION OF THE ORGANIZATIONAL AND TECHNOLOGICAL SYSTEM

Gennady P. Vinogradov,

Dr. Sc., Tver State Technical University, 12, Marshal Konev street, Tver, 170023, Russia. E-mail: wgpp272ng@mail.ru

The relevance of the work is caused by the fact that the information technology effectiveness in the system of controlling evolution of organizational-technological system in the conditions of uncertainty and risk depends first of all on the way the people using the technologies identify and perceive objective evidences of the emerging situations, build assessments, form new knowledge, develop and coordinate behaviors.

The main aim of the research is to justify the possibility of using interactive, iterative procedures in coordinated planning tasks for identifying technological reserves and ensuring progressive evolution of organizational and technological systems by maximum complete use of production staff creative potential. Research methods: general methodology and methods of system analysis, simulation and modeling, the methods of theories: fuzzy sets, active systems, decision making, artificial intelligence, fuzzy systems and fuzzy logic, game theory.

Results. The authors have investigated the convergence of interactive procedure of the agreed optimization in the task of controlling evolution of organizational-technological system, consisting of a centre and m agents at different types of center awareness on agent abilities. In the case of complete centre awareness it was shown that the solution to the problem of optimal coordinated planning will be implemented by the agents, if stimulus and the plan are found under which the specific value of the purposeful state situation will exceed the value of the same indicator for all other variants. For the case of incomplete centre awareness it was shown that the convergence to the optimal solution will be provided by additional agent stimulating for a more complete disclosure of their capabilities. The paper introduces the iterative procedure using the idea of Polterovich block programming algorithm. The author formulated the condition for its convergence. For the case of center incomplete awareness on agent preferences it was shown that the solution can be obtained applying an iterative algorithm which uses a relaxation scheme of conditional gradient. The paper introduces the conditions under which one can build the procedure of the interactive information exchange between the center and the agents that guarantee the convergence of the solution of coordinated optimization task. The authors carried out the experimental validation of the approach proposed in the development of the production program for producing refrigerants and fluoropolymers.

Key words:

Active system, intelligent agent, consistent optimization, decision making, interactive cooperation.

REFERENCES

1. Zade L.A. Osnovy novogo podkhoda k analizu slozhnykh protsessov prinyatiya resheny [The bases of a new approach to analyze complex decision making processes]. *Matematika segodnya* [Mathematics today]. Moscow, Znanie Publ., 1978. pp. 5–40.
2. Bellman R., Zade L. Prinyatie resheny v rasplyvchatykh usloviyakh [Decision making in fuzzy conditions]. *Voprosy analiza i protsedury prinyatiya resheny* [Issues of analysis and decision making procedures]. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1976. pp. 172–215.
3. Burkov V.N. *Osnovy matematicheskoy teorii aktivnykh sistem* [The foundations of the mathematical theory of active systems]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 255 p.
4. Burkov V.N., Novikov D.F. *Teoriya aktivnykh sistem: sostoyanie i perspektivy* [The theory of active systems: status and prospects]. Moscow, Sinteg Publ., 1999. 128 p.
5. Burkov V.N., Korgin N.A., Novikov D.A. *Vvedenie v teoriyu upravleniya organizatsionnymi sistemami* [Introduction to the theory of control of organizational systems]. Ed. by D.A. Novikov. Moscow, Librokom Publ., 2009. 264 p.
6. Burkov V.N., Kondratev V.V. *Mekhanizmy funktsionirovaniya organizatsionnykh sistem* [Mechanisms of organizational system functioning]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 384 p.
7. Novikov D.A. *Setevye struktury i organizatsionnye sistemy* [Network structure and organizational systems]. Moscow, IPU RAN Publ., 2003. 124 p.
8. Chkhartishvili A.G. *Teoretiko-igrovye modeli informatsionnogo upravleniya* [Game-theoretic models of information management]. Moscow, Zao «Pmssoft» Publ., 2004. 227 p.
9. Kuznetsov V.N. *Soglasovanie i optimizatsiya v ierarkhicheskikh sistemakh s aktivnymi elementami* [Coordination and optimization in hierarchical systems with active elements]. Moscow, Institut problem upravleniya Publ., 1996. 132 p.

10. Kandori M. Social norms and community enforcement. *Review of Economics Studies*, 1992, vol. 59, pp. 61–80.
11. Tversky A., Kahneman D. Causal schemas in judgments under uncertainty. In M. Fishbein (Ed.). *Progress in social psychology*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 1980. pp. 45–82.
12. Hiam A. *Motivating and rewarding employees*. Massachusetts, Adams Media Corporation, 2001. 320 p.
13. Slovic P., Fischhoff B., Lichtenstein S. Facts vs. fears: Understanding perceived risk. In R. Schwing, W.A. Albers, Jr. (Eds.). *Societal risk assessment: How safe is safe enough?* New York, Plenum, 1980. 461 p.
14. Braverman E.M. *Matematicheskie modeli planirovaniya i upravleniya v ekonomicheskikh sistemakh* [Mathematical models of planning and control in economic systems]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 368 p.
15. Novikov D.A. *Metodologiya upravleniya* [Management methodology]. Moscow, Librokom Publ., 2012. 128 p.
16. Novikov D.A., Chkhartishvili A.G. *Refleksiya i upravlenie: matematicheskie modeli* [Reflection and management: mathematical models]. Moscow, Izd-vo fiziko-matematicheskoy literatury, 2013. 412 p.
17. Binmore K. *Game theory and the social contract*. Massachusetts, MIT Press, 1998. 589 p.
18. Orlov A.I. *Teoriya prinyatiya resheniy* [The decision making theory]. Moscow, Ekzamen Publ., 2006. 573 p.
19. Vinogradov G.P., Kuznetsov V.N. *Modelirovanie povedeniya agenta s uchetom subektivnykh predstavleniy o situatsii vybora* [Modeling the behavior of an agent with regard to subjective views on the situation of choice]. *Iskusstvenny intellekt i prinyatie resheniy*, 2011, no. 3, pp. 58–72.
20. Vinogradov G.P. Model povedeniya s uchetom subektivnykh predstavleniy o tselestremlennoy situatsii sostoyaniya [The behavior model with regard to subjective notions of purposeful situation status]. *Vestnik rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya*, 2011, no. 3 (43), pp. 51–58.
21. Vinogradov G.P. Model prinyatiya resheniy s uchetom subektivnykh predstavleniy o situatsii vybora [The model of decision making with regard to subjective views on the situation of choice]. *Obozrenie prikladnoy i promyshlennoy matematiki*, 2011, no. 6, pp. 61–64.

Received: 23 June 2014.

УДК 517.9:681.5

СИНХРОНИЗАЦИЯ НЕИДЕНТИЧНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ РОБАСТНОГО ЭКВИВАЛЕНТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рустамов Газанфар Арастун оглы,

д-р техн. наук, проф. кафедры «Автоматика и управление» Азербайджанского Технического Университета, Азербайджан, Az1073, Баку, пр. Г. Джавида, 25. E-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Актуальность работы обусловлена необходимостью повышения эффективности подходов к синхронизации неидентичных взаимосвязанных динамических систем в условиях существенной неопределенности.

Цель работы: построение следящей робастной системы для ведомых систем, эталонной траекторией (задание) для которых является синхронизирующий выходной сигнал ведущей системы; оценка выполнения заданных динамических и статических показателей, таких как время установления переходной составляющей и допустимая ошибка синхронизации; исследование робастных свойств при отклонении параметров ведомых систем от номинальных на $\pm 50\%$.

Методы исследования. В работе использован метод функции Ляпунова, теория автоматического управления, элементы теории синхронизации и хаоса; моделирование на Matlab/Simulink. Главной особенностью метода является использование нового типа управления – «робастное эквивалентное управление» – для построения робастных систем управления и развязки взаимосвязанных ведомых систем без использования компенсаторов перекрестных каналов. Робастный регулятор является PD^{n-1} -контроллером с настраиваемым коэффициентом усиления. Возможность беспредельного увеличения коэффициента усиления без потери устойчивости позволяет подавлять генеральные составляющие неопределенных моделей ведомых систем до сколь угодно малой величины. Этим обеспечивается высокая точность слежения (синхронизации) эталонной траектории для широкого класса неопределенностей.

Результаты и выводы. Численное моделирование систем синхронизации с различными вынужденными регулярными и хаотическими осцилляторами показало простоту и высокую эффективность предложенного подхода. В принципе, ошибку синхронизации можно уменьшить до сколь угодно малой величины. Однако это требует использования больших значений коэффициента усиления регулятора. Достигнуты высокие робастные показатели динамического режима. Подтверждением этого является высокая концентрация пучков переходных характеристик ведомых систем в окрестности номинальной траектории. Удалось обойти математические сложности, возникающие при синтезе следящих робастных систем. К недостаткам методики следует отнести усиление высокочастотных помех, имеющих непосредственный доступ в регулятор, а также использование производных выхода для формирования PD^{n-1} -регулятора. Кроме того, не всякий объект допускает реализацию высокого коэффициента усиления.

Ключевые слова:

Синхронизация, следящая робастная система, функция Ляпунова, большой коэффициент усиления, робастное эквивалентное управление, кодирование, хаос Лоренса и Дuffинга.

Введение

Синхронизация является одной из диалектических основ возникновения многих групповых природных явлений, а также широко используется в технике и технологии. Например, при передаче и защите информации, в физике, химии, биомедицине, вибрационных и нано-технологиях.

Следуя [1], основные принципы управления синхронизацией можно разбить на три группы:

1. Вынужденная синхронизация с использованием внешнего периодического сигнала – разомкнутое (программное) управление [2, 3].
2. Синхронизация с помощью обратной связи [4, 5].
3. Комбинированный метод [6, 7].
4. Адаптивное и робастное управление [8–11].

Недостатки разомкнутого управления хорошо известны из общей теории автоматического управления.

Хотя 2-й метод синхронизации часто приводит к относительно сложным нелинейным регуляторам, он часто используется для синхронизации двух хаотических систем [12, 13].

В комбинированном подходе программное составляющее управления используется для придания обычной колебательной системе свойство вынужденного осциллятора, а обратная связь – для

коррекции собственной динамики. Метод предназначен для уменьшения ошибки синхронизации. В [6, 7] обсуждаются вопросы синхронизации хаотических осцилляторов Дuffинга–Ван дер Поля с одной и двумя потенциальными ямами. Здесь комбинированное управление содержит внешние гармонические возбуждения, которые не удобны на практике.

Адаптивное и робастное управление, как и в общей теории управления, используется в условиях неопределенности, когда используемые при синтезе модели ведомых подсистем являются неполными.

Хаотическая синхронизация тщательно изучена в работах Л.М. Пекора и Т.Л. Карролл [14].

В [15, 16] предложен метод для синхронизации неустойчивых периодических орбит хаотических систем.

В [17], используя результаты [15, 16], предложен метод синхронизации нескольких одинаковых хаотических систем с помощью нового прогнозирующего управления. Главной особенностью метода является низкий уровень управляющего воздействия. Основным ограничением является необходимость точно знать модели подсистем, т. к. они ответственны за точность прогноза. Иначе говоря, предложенный подход не является робаст-

ным. Кроме того, предполагается, что помехи отсутствуют.

В [5, 11] рассматривается задача синхронизации по выходу двух вынужденных неидентичных осцилляторов, возбудимых внешними гармоническими сигналами. Причем ведомая подсистема снабжена управлением $u(t)$, которое применяется для приведения нелинейного разностного уравнения в линейную форму и достижения заданной точности синхронизации. Для формирования управления $u(t)$ использовано уравнение динамики в координатах ошибки (разностное уравнение), составленное путем вычитания уравнения ведомой подсистемы из уравнения ведущей системы.

Управление имеет обратную связь по ошибке синхронизации, а также содержит координаты ведущей системы. Управление состоит из двух частей. В нелинейную часть включены все нелинейные составляющие разностного уравнения. Таким тривиальным математическим приёмом осуществляется «компенсация» (в данном случае, сокращение) нелинейных составляющих. В результате исходное нелинейное разностное уравнение сводится к линейному уравнению. Коэффициенты усиления линейной части управления определяются из условия устойчивости приведенной линейной системы и выполнения заданной точности синхронизации.

Следует отметить ряд недостатков изложенной выше методики [5, 11] и других аналогичных подходов, использующих разностное уравнение:

- при незначительном изменении характеристик осцилляторов относительно реализованных в регуляторе нелинейных составляющих управления $u(t)$ сокращение будет неточным. Эта особенность может привести к потере грубости, т. е. нарушению фундаментальных свойств разностной системы, таких как устойчивость, управляемость, наблюдаемость, изменение топологии точек равновесия, разрыв второго рода функции управления и др. при сколь угодно малом изменении реквизитов объекта. Нарушение грубости в системах автоматического управления впервые обнаружено акад. Б.Н. Петровым [18];
- при некотором соотношении параметров и малом значении требуемой точности некоторые из коэффициентов регулятора принимает довольно высокое значение $k_2 > 200 - 5500$.

Учитывая указанные недостатки, в данной работе для синхронизации динамических объектов предлагается совершенно иной подход: для ведомых систем строим следящую робастную систему, в которой в качестве эталонной траектории (задания) используется выходной синхронизирующий сигнал $x(t)$ ведущего осциллятора. Построение следящей системы для широкого класса (ступенчатая, гармоническая, импульсная и др.) эталонных траекторий, особенно в нелинейном случае является довольно сложной задачей.

В данной статье для решения этой задачи с одновременным устранением структурной, параме-

трической и сигнальной (внешние неконтролируемое возмущения) неопределенностей ведомых осцилляторов использовано «робастное эквивалентное управление», предложенное в [19].

В частности, рассматривается методика синхронизации двух неидентичных вынужденных осцилляторов при наличии внешних гармонических возмущений, вызывающих также хаотическое движение. Тем не менее, метод пригоден для любого числа взаимосвязанных осцилляторов.

Формулировка задачи

Рассмотрим ведущую-ведомую систему синхронизации двух неидентичных вынужденных осцилляторов [5]:

Ведущая система:

$$\ddot{x} + F(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) = F_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

Ведомая система:

$$\ddot{y} + f(y, \dot{y})\dot{y} + g(y) = F_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + u(t) + \nu(t), \quad (2)$$

где $\dot{\cdot}$ означает производную по времени; $f(\cdot)$, $F(\cdot)$ и $g(\cdot)$, $G(\cdot)$ – неидентичные (несовпадающие) функции; $F_0 \cos(\cdot)$ – внешние гармонические возмущения; $u(t)$ – управляющее воздействие, подлежащее определению; $\nu(t)$ – неконтролируемое внешнее возмущение, в том числе, случайная помеха.

Предполагается, что во время функционирования параметры и структура функций $f(\cdot)$ и $g(\cdot)$ ведомого осциллятора, а также $\nu(t)$ могут изменяться в широких пределах.

Задача синхронизации заключается в построение такого управления $u(t)$, которое после завершения переходной составляющей обеспечивает отслеживание выхода $y(t)$ ведомого осциллятора (2) эталонной траектории $x(t)$ с заданной точностью $|e(t)| \leq \delta_s, \forall t \geq t_s$ и для любых начальных условий. Синхронизирующий сигнал $x(t)$ является выходом ведущего осциллятора (1).

Здесь $e(t) = x(t) - y(t)$ – ошибка синхронизации; δ_s , t_s – заданные допустимая ошибка синхронизации и время установления переходной составляющей.

Данная постановка соответствует координатной синхронизации по выходу [20]. Сигнал $x(t)$ может быть использован для синхронизации множества (сети) ведомых неидентичных объектов.

В общем случае ведомые системы являются взаимосвязанными по выходам $y_i(t)$, $i=1, \dots, m$. Влияние динамики других каналов на i -й выход принимается как неконтролируемое внешнее возмущение. Эта возможность позволяет осуществить сепарацию (разделение) прямых каналов « $u_i - y_i$ » без использования компенсаторов перекрестных каналов [21].

Опуская индекс i , динамику i -го сепаратного канала « $u_i - y_i$ » (i -я ведомая система) запишем скалярным дифференциальным уравнением более общего вида, чем (2):

$$y^{(n)} = f(y, t) + b(y, t)u, \quad t \in [0, \infty), \quad (3)$$

где $y(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ – доступный измерению или оценке вектор состояния; $y \in R$ –

управляемый выход; $u \in R$ – управляющее воздействие; $f(y, t), b(y, t) > 0$ – нелинейные неизвестные ограниченные функции (генеральные составляющие неопределенной модели).

Применительно к ведомой системе (2) генеральные составляющие модели (3) являются:

$$f(y, t) = f(y, \dot{y})\dot{y} + g(y) + F_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1), \quad b(y, t) = 1.$$

Решение задачи

В [19] управление, обеспечивающее достаточное условие устойчивости $dV(e)/dt < 0$ получено в виде:

$$u(t) \equiv u_{Req} = ks(t), \tag{4}$$

где $V = 1/2s^2$ – функция Ляпунова; $s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)}$; $s = 0$ – многообразие, характеризующее гиперплоскость; k – достаточно большое число (коэффициент усиления регулятора); $k, c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$ – параметры настройки регулятора.

Регулятор (4) является PD-регулятором $n-1$ -го порядка. Реализация таких регуляторов связана с известными неудобствами.

При устремлении k в бесконечность в пределе замкнутая система регулирования с эталонной траекторией (задание) $x(t)$, объектом (3) и регулятором (4) описывается уравнением гиперплоскости [19]:

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)} = 0, \quad s(0) = s_0. \tag{5}$$

Соответствующий характеристический полином замкнутой системы:

$$D_{SYS}(p) = p^{n-1} + c_{n-1} p^{n-2} + \dots + c_3 p^2 + c_2 p + c_1. \tag{6}$$

По аналогии с [22, 23] в [19] управление (4) названо «робастным эквивалентным управлением». Предложенное в [22, 23] указанных работах, для полностью определенных объектов, эквивалентное управление u_{eq} (эквивалентное управление Уткина–Драженювича) обеспечивает движение системы в начало координат лишь из точек, расположенных на гиперплоскости $s=0$. «Робастное эквивалентное управление» (4) при достаточно большом коэффициенте усиления k обеспечивает движение системы в начало координат из произвольной начальной точки $s(0)=s_0$ (рис. 3, б). Поэтому здесь нет необходимости дополнять эквивалентное управление стабилизирующим управлением [24].

Определение параметров настройки

При движении из произвольной точки $s(0)=s_0$ система при достаточно большом коэффициенте усиления k почти мгновенно попадает на гиперплоскость (5) и в дальнейшем двигается по этой плоскости в начало координат (рис. 3, б). Поэтому движение системы может быть описано уравнением гиперплоскости $s=0$. Это движение определяется первыми $n-1$ начальными условиями $e_s(0) = (e(0), \dot{e}(0), \dots, e^{(n-2)}(0))^T \in \{e: s=0\}$. В действительности движение является непрерывным процессом. Поэтому вместо точки попадания уместно использовать термин «точка перегиба».

Определение параметров $c_i, i=1,2,\dots,n-1$. Качественные показатели (время установления t_s , перерегулирование $\sigma\%$ и др.) переходной характеристики по ошибке синхронизации $e(t)$ зависят от параметров настройки $c_i, i=1,\dots,n-1$ регулятора (4). Поскольку порядки регулятора (4) и характеристического уравнения замкнутой системы (6) одинаковы, то путем подбора параметров $c_i, i=1,\dots,n-1$ можно разместить все полюса системы по желаемой схеме.

В общем случае характеристический полином (6) можно выбрать в виде эталонных полиномов Баттерворса, Чыбышева или же полинома, минимизирующего некоторый интегральный показатель качества.

Потребуем, чтобы переходная характеристика по ошибке $e(t)$ не имела перерегулирования, т. е. являлась монотонной. С этой целью для корней (полюсы системы) p_i характеристического полинома $D_{SYS}(p)$ (6) выберем биномиальное распределение. При таком распределении $p_1 = p_2 = \dots = p_{n-1}$. Кратность корней позволяет определить их на основе заданных допустимой ошибки синхронизации δ_s и времени установления t_s .

При кратных корнях выражение (6) можно записать в виде:

$$D_{SYS}(p) = (p + p_1)^{n-1} = p^{n-1} + c_{n-1} p^{n-2} + \dots + c_3 p^2 + c_2 p + c_1. \tag{7}$$

В [19] изложена методика определения $c_i, i=1,\dots,n-1$ в общем случае.

Для $n=2$ имеем один параметр настройки c_1 , который после определения p_1 из решения трансцендентного уравнения

$$f(p_1) = e(0) \exp(-p_1 t_s) \mp \delta_s / 100 = 0 \tag{8}$$

определяется согласно (7): $c_1 = p_1$.

Если $e(0) > 0$, то и $\delta_s > 0$ (приближение сверху), иначе $\delta_s < 0$.

Уравнение (8) можно решить с помощью функции Matlab: *solve('f(p1)=0')*.

При реализации уравнения регулятора в виде передаточной функции значения c_i можно не вычислять, а передаточную функцию регулятора реализовать на основе выражения:

$$W_C(p) \approx k \frac{(p + p_1)^{n-1}}{(T_d p + 1)^{n-1}}.$$

Здесь $T_d = 0,001-0,02$ – постоянная времени реального дифференцирующего звена.

Определение коэффициента усиления k . Этот параметр связан с объектом и настраивается на доминирующий источник, вызывающий максимальное отклонение ошибки $e(t)$ от заданного δ_s . Поэтому k определяется экспериментально при компьютерном моделировании или на реальном объекте.

Если доминирующий источник известен, то его нужно реализовать, вызывая наихудший режим. Увеличивая k , следует контролировать ошибку слежения $e(t)$ в точке $t=t_s$ и добиться вхождения траектории $e(t)$ в коридор допустимой ошибки, т. е. выполнения условия $e(t) \leq |\delta_s|/100$ для всех $t \leq t_s$.

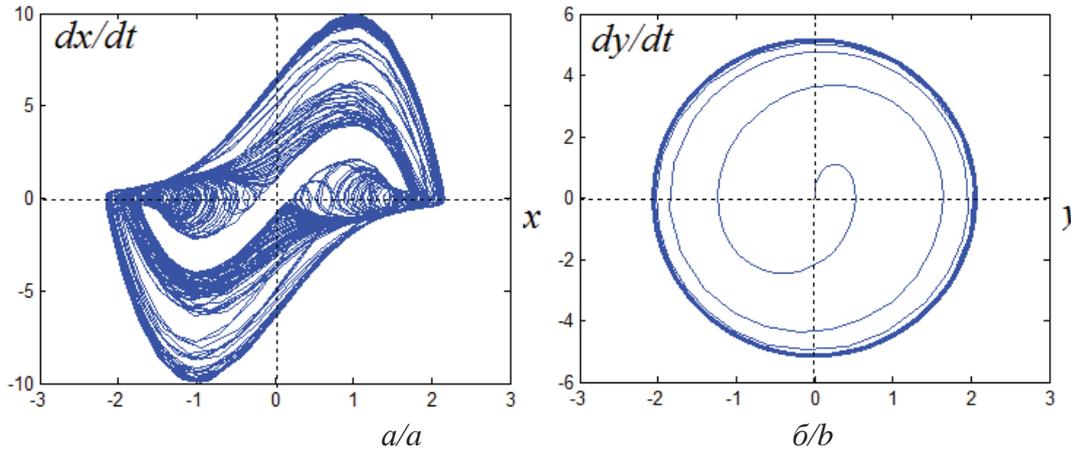


Рис. 1. Атрактор: а) ведущего хаотического осциллятора Ван дер Поля; б) ведомого осциллятора
 Fig. 1. Attractor of: a) a main chaotic oscillator of Van der Pol; b) a slave oscillator

После некоторого значения k в системе устанавливаются заданные σ % и t_s . Однако не следует злоупотреблять значением k , поскольку это может привести к перерасходу энергии. Если энергия управления строго регламентирована, например, в подвижных или летательных аппаратах, то целесообразно использовать самонастройку k в зависимости от ошибки $e(t)$, поддерживая k на минимальном уровне.

Результаты моделирования

Предполагается, что модель ведомого осциллятора имеет структурно-параметрическую неопределенность. Структурная неопределенность отражается в изменении порядка члена y^4 на ± 50 % от номинального $k=3$ во втором примере.

Пример 1. Рассмотрим следующую систему синхронизации [5].

Ведущая система:

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + x = F_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (9)$$

Ведомая система:

$$\ddot{y} + c\dot{y} + dy = F_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + v(t) + u(t), \quad (10)$$

Параметры ведущей системы $\mu=5$, $F_0=5$, $\omega_0=2,465$, $\varphi_0=0$. Начальные условия $x(0)=2$, $\dot{x}(0)=2$. Параметры ведомой системы: $c=1$, $d=6$, $F_1=5,2$, $\omega_1=2,5$, $\varphi_1=0,1$. Начальные условия нулевые $y(0)=\dot{y}(0)=0$. Параметры внешних гармонических сигналов не совпадают.

Ведущим является вынужденный осциллятор Ван дер Поля, хотя он при отсутствии внешнего гармонического сигнала $F_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ является обычной нелинейной автоколебательной системой с регулярными колебаниями. Ведомым – вынужденный осциллятор с устойчивым предельным циклом, а при отсутствии внешнего гармонического сигнала и $u(t)=0$ характеризуется затухающим колебательным процессом.

На рис. 1, а и б показаны соответствующие аттракторы при наличии внешнего гармонического возбуждения.

На объект в точке приложения управления действует Гауссовская помеха представленная на рис. 2.

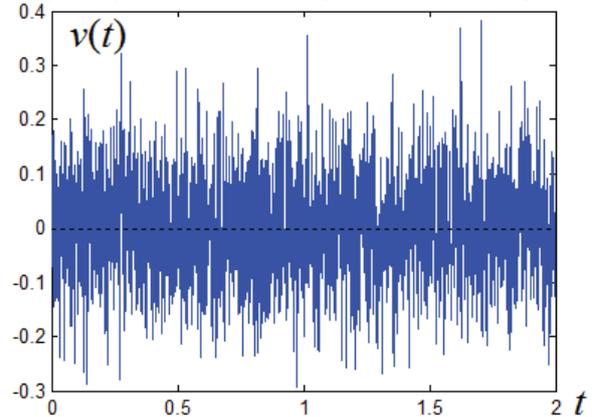


Рис. 2. Гауссовская помеха
 Fig. 2. Gaussian disturbance

Определим параметр настройки c_1 . Начальное условие $e_s(0)=x(0)-y(0)=2-0=2$. Пусть $\delta_s=2$ %, $t_s=0,5$ с. Тогда уравнение (8)

$$f(p_1) = e(0)e^{-p_1 t_s} - 0,02 = 2e^{-0,5 p_1} - 0,02 = 0.$$

Используя функцию *solve*(·) находим $p_1=9,2$. Выражение (7) $D_{sys}=p+9,2 \Rightarrow c_1=9,2$. В результате уравнение робастного PD-регулятора (4): $u_{Reg}(t)=k(9,2e+\dot{e})$.

На рис. 3, а, б при номинальных значениях $c=1$, $d=6$ показаны графики изменения ошибки синхронизации $e(t)=x(t)-y(t)$ в зависимости от коэффициента усиления k и фазовый портрет по ошибке $e(t)$.

При $k=120$ уже выполняются заданные показатели качества $\sigma=0$ %, $t_s=0,5$ с. Дальнейшее увеличение k не оказывает ощутимого влияния на показатели качества, однако приводит к увеличению энергии управления. Фазовый портрет системы (рис. 3, б) построен при начальных условиях $y(0)=[0;1;1,5;3;3,5;5]$, $\dot{y}(0)=[0,0,18,0,-18,0]$. Как видно, при $k=120$ все траектории стягиваются к линии $s=9,2e+\dot{e}=0$.

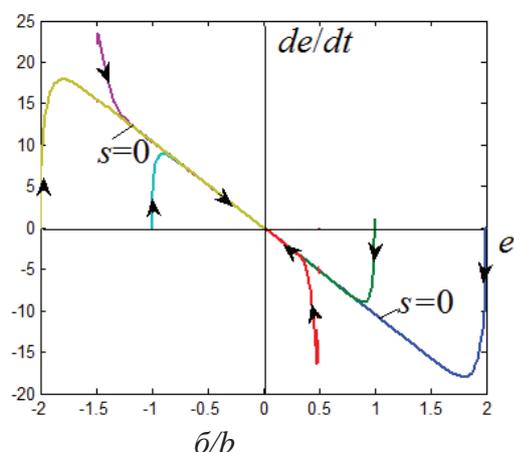
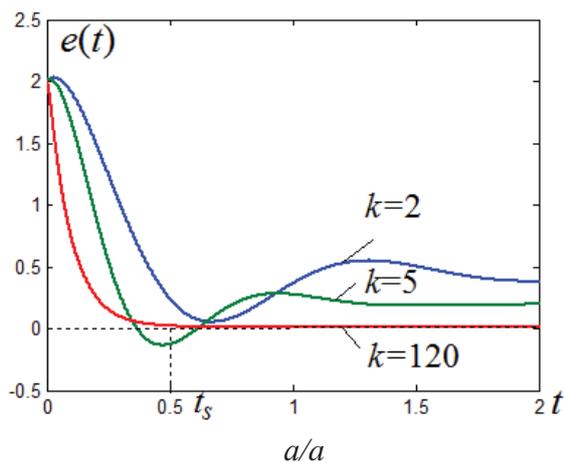


Рис. 3. а) графики изменения ошибки; б) фазовый портрет ведомой системы

Fig. 3. a) error variance graph; b) phase pattern of a slave system

На рис. 4 показаны соответствующие переходные процессы по ошибке синхронизации $e(t)$.

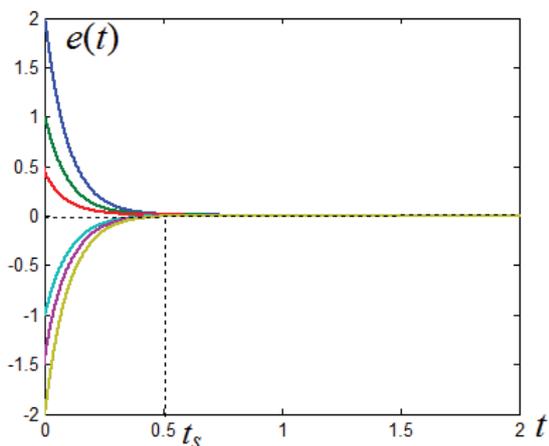


Рис. 4. Переходные процессы по ошибке для различных начальных условий

Fig. 4. Error transients for various initial conditions

Не смотря на значительный разброс начальных условий, наблюдается большая концентрация траекторий в окрестности точки $t=t_s \approx 0,5$.

Рассмотрим случай параметрической неопределенности. Пусть параметры c и d меняются на 50 % от своих номинальных значений на интервале $0,5 \leq c \leq 1,5$; $3 \leq d \leq 9$. Моделирование выполнено для семи значений параметров c и d , взятых из указанных выше интервалов.

На рис. 5, а-в при $k=120$ показаны выходной синхронизирующий сигнал $x(t)$ ведущего осциллятора (9), пучки переходных характеристик $\{y(t)\}$ ведомого осциллятора (10) и сигнал управления $\{u(t)\}$.

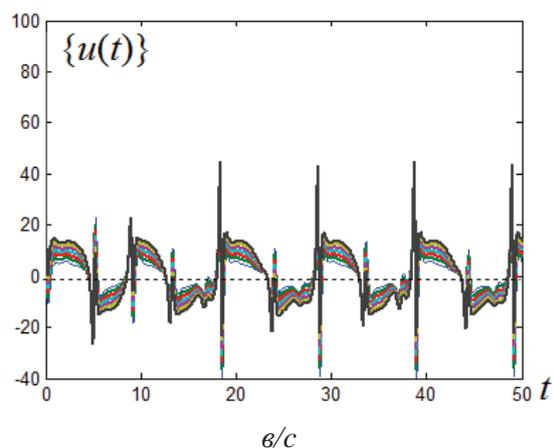
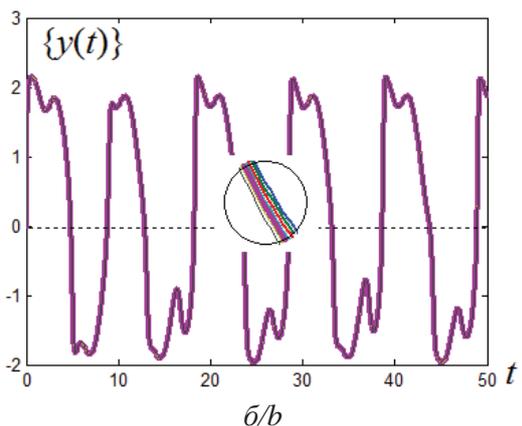
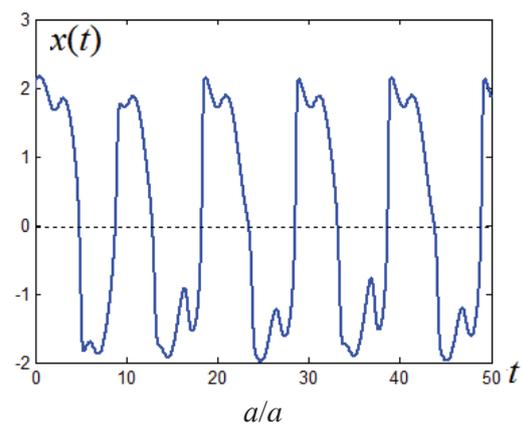


Рис. 5. Переходные характеристики (а), (б); сигнал управления (в) при одновременном изменении параметров c и d

Fig. 5. Transient behavior (a), (b); control signal (c) at simultaneous change of parameters c and d

Концентрация пучков $\{y(t)\}$ довольно высокая, что указывает на высокие робастные свойства предложенной методики. Через $t_s=0,5$ с выход $\{y(t)\}$ ведомого осциллятора (10) начинает довольно точно отслеживать выходной синхронизирующий сигнал $x(t)$ ведущего осциллятора (9).

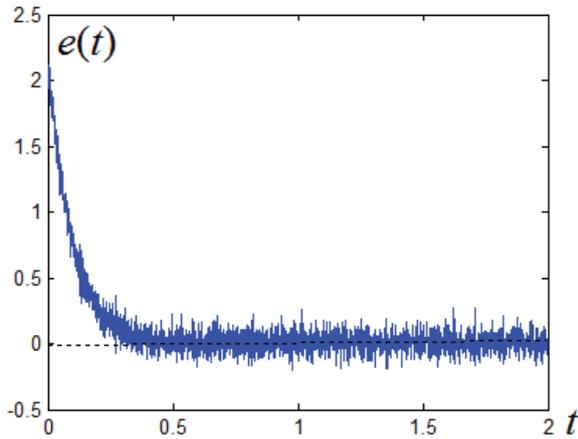


Рис. 6. Ошибка синхронизации при зашумленном эталонном сигнале

Fig. 6. Timing error at noisy reference signal

В подавлении действующей на вход объекта помехи $v(t)$ кроме деления на коэффициент усиления k существенную роль играет и фильтрующее свойство самого объекта.

На рис. 6 для номинальной системы ($c=1$, $d=6$ и $k=120$) показана ошибка синхронизации при зашумленном эталонном сигнале $\tilde{x}(t)=x(t)+v(t)$.

Интервал изменения установившейся ошибки составляет $-0,1 \leq e(t) \leq 0,1$, $t \geq 0,5$ с и путем увеличения k без использования фильтра нижних частот не уменьшается. Причиной тому является то, что, в отличие от первого случая, здесь помеха имеет непосредственный доступ в регулятор и поэтому усиливается в $k=120$ раз. За счет дифференцирования также происходит ощутимое увеличение уровня помехи. Однако при прохождении зашумленного сигнала через объект он выступает в роли фильтра нижних частот и содействует уменьшению дисперсии выхода.

Пример 2. Рассмотрим еще один пример из [5]:
Ведущая система:

$$\ddot{x} + c\dot{x} + dx = F_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (11)$$

Ведомая система:

$$\ddot{y} + \lambda\dot{y} + \alpha y + \gamma y^a = F_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + u(t). \quad (12)$$

Параметры и начальные условия:

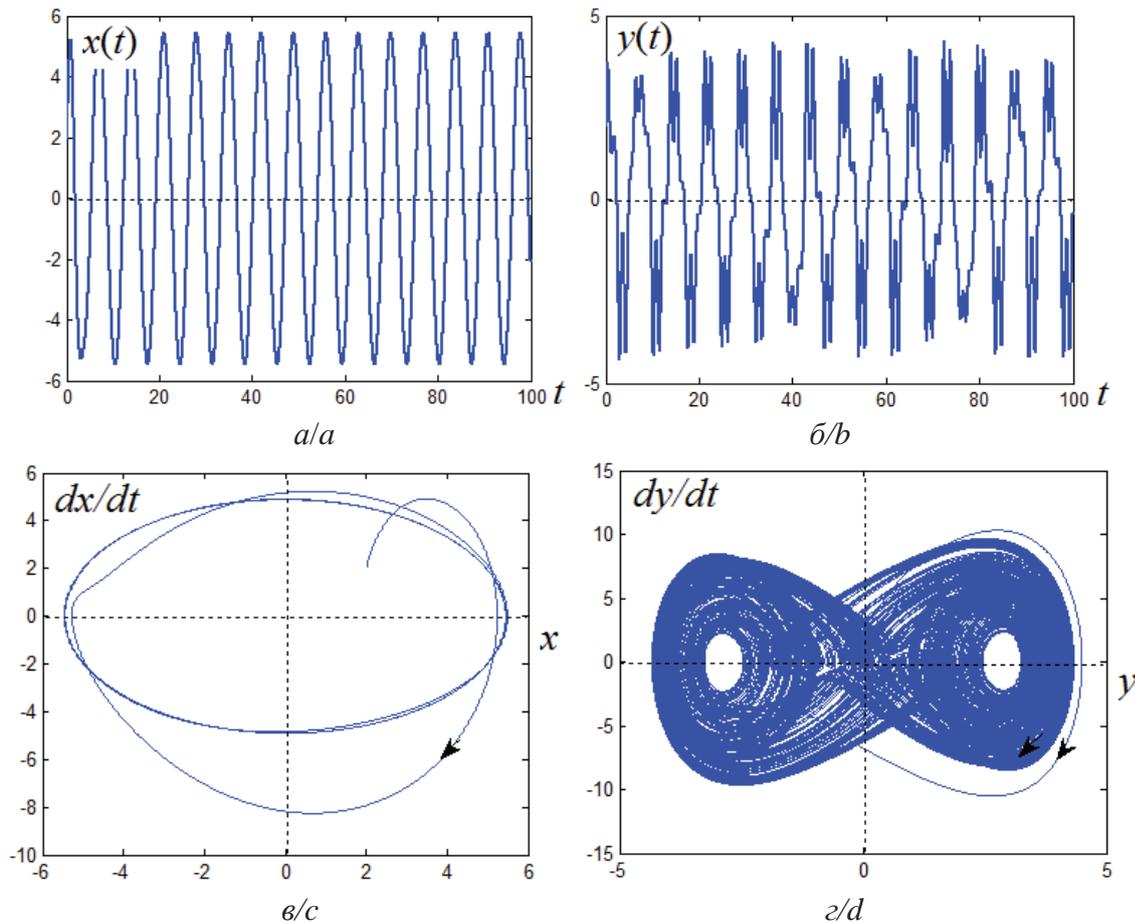


Рис. 7. Переходные характеристики (а), (б) и аттракторы (в), (г) ведущей и ведомой систем

Fig. 7. Transient behavior (a), (b) and attractors (c), (d) of main and slave systems

$$c = 1, d = 6, F_0 = 28,7, \omega_0 = 0,9, \varphi_0 = 0,1,$$

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0; \lambda = 0,2, \alpha = 1,0, \gamma = 1,0,$$

$$F_1 = 28,5, \omega_1 = 0,86, \varphi_1 = 0, y(0) = \dot{y}(0) = 0.$$

Здесь $v(t)=0$.

В этом примере ведущей является линейная система с затухающей колебательной весовой характеристикой, преобразованной с помощью внешнего гармонического сигнала в вынужденный осциллятор. Ведомой системой является вынужденный хаотический осциллятор Дуффинга.

На рис. 7, а-г показаны выходные сигналы и аттракторы ведущей (11) и ведомой (12) систем при наличии внешнего гармонического возбуждения.

Свободное движение ведомой подсистемы Дуффинга (12) при отсутствии внешнего гармонического возбуждения и $u(t)=0$ является обычным затухающим нелинейным колебательным процессом с устойчивым положением равновесия в начале координат $y(0)=(0;0)^T$ (рис. 8).

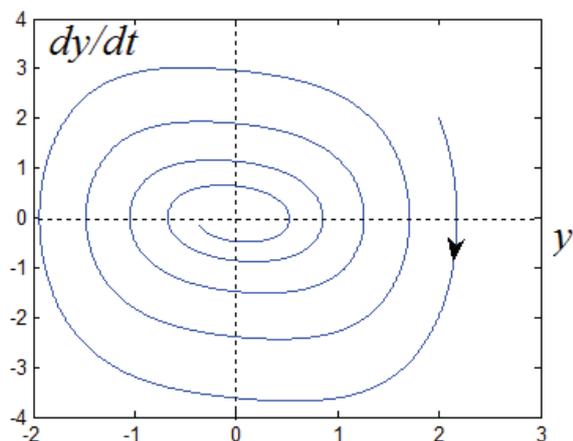


Рис. 8. Фазовый портрет свободного движения ведомой подсистемы Дуффинга (14)

Fig. 8. Phase pattern of free movement of Duffing slave subsystem (14)

Приложение внешнего сигнала $F_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ вырождает ведомую систему Дуффинга (12) в хаотический осциллятор с непрогнозируемой динамикой. Вообще говоря, если с помощью внешнего возбуждения в детерминированной системе можно вызвать хаос, то этот способ может быть использован при кодировании информации [25].

На рис. 9 для управления $u_{\text{Ref}}(t)=k(9,2e+e.)$ показана установившаяся ошибка синхронизации при $k=200$ и $k=800$. В последнем случае ошибка синхронизации $e(t)$ подгоняется в заданный интервал $-0,02 \leq e(t) \leq 0,02$.

Теперь рассмотрим свойства робастности предложенной методики для параметрической неопределенности. Предположим, что при эксплуатации параметры ведомого осциллятора (12) меняются на 50 % от своих номинальных значений на интервале: $0,1 \leq \lambda \leq 0,3; 0,5 \leq \alpha \leq 1,5; 0,5 \leq \gamma \leq 1,5; 1,5 \leq a \leq 3,5$.

На рис. 10, а-в при $k=800$ показаны пучки выходного сигнала $\{y(t)\}$, управления $\{u(t)\}$ и ошибок синхронизации $\{e(t)\}$ при $y=(0; 20)^T$ для пяти комбинаций параметров $\lambda, \alpha, \gamma, a$.

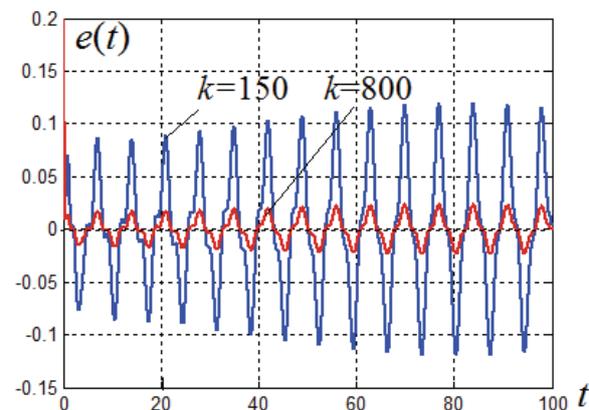


Рис. 9. Графики изменения установившейся ошибки при различных коэффициентах усиления регулятора

Fig. 9. Graph of variance of steady-state error at different controller gains

Концентрация пучков $\{y(t)\}$ довольно высокая, что указывает на хорошие робастные свойства предложенной методики. Однако для выбранных довольно широких интервалов изменения параметров максимальное значение управления получается довольно высоким – $u_{\text{max}} \approx 700$.

Пример 3. Синхронизация хаотических систем. Рассмотрим случай, когда ведущим является хаотическая система Лоренса (1963) [26], а ведомым – вынужденный хаотический осциллятор Дуффинга (1918) [5].

Ведущая система:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy. \end{aligned} \quad (13)$$

Ведомая система:

$$\ddot{y} + \lambda \dot{y} + \alpha y + \gamma y^a = F_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + v(t) + u(t). \quad (14)$$

Параметры и начальные условия: $\sigma=10, r=97, b=8/3, x(0)=1, y(0)=z(0)=0; \lambda=0,2, \alpha=1,0, \gamma=1,0, F_1=28,5, \omega_1=0,86, \varphi_1=0, y(0)=\dot{y}(0)=0$.

На рис. 11, а и б для ведущей системы (13) показаны нерегулярные колебания по $x(t)$ и аттрактор на плоскости (X, Y, Z) .

Пусть качественные показатели системы $t_s=2$ с, $\delta_s=0,02$. Тогда для $e(0)=x(0)-y(0)=1-20=-19$ кратный корень $p_1=c_1=3,43 \Rightarrow u=k(3,43e+e.)$.

На рис. 12, а и б при $k=250$ показаны эталонная траектория $x(t)$, переходной процесс $y(t)$ при $x(0)=1, y=(0; 20)^T$ и ошибка синхронизации $e(t)$.

После момента времени $t \geq t_s=2$ с в ведомой системе устанавливаются нерегулярные колебания, соответствующие синхронизирующему сигналу $x(t)$. На рис. 13 показан сигнал управления $u(t)$.

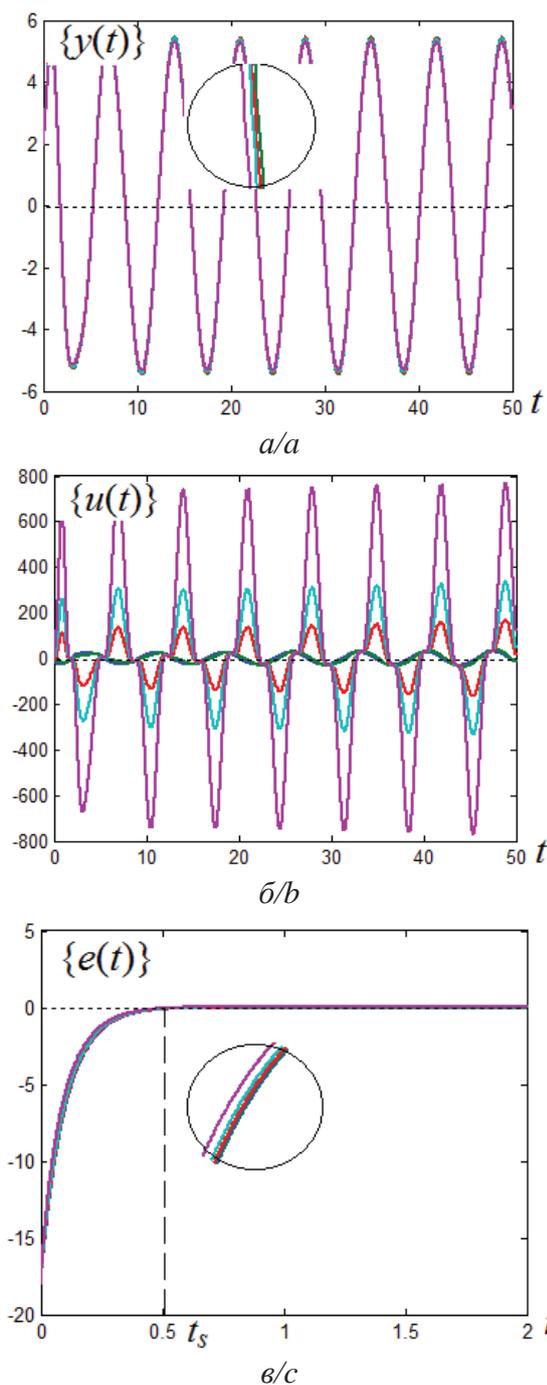


Рис. 10. а) переходные характеристики; б) сигнал управления; в) ошибка синхронизации при одновременном изменении параметров $\lambda, \alpha, \gamma, a$

Fig. 10. a) transient behavior; b) control signal; c) timing error at simultaneous change of parameters $\lambda, \alpha, \gamma, a$

Высокий уровень управления $u_{\max} \approx 4 \cdot 10^4$ вызван наличием нелинейного члена $y^3(t)$.

Теперь рассмотрим свойство робастности. Пусть, как и во втором примере, параметры ведомого осциллятора (14) меняются на 50 % от своих номинальных значений: $0,1 \leq \lambda \leq 0,3$; $0,5 \leq \alpha \leq 1,5$; $0,5 \leq \gamma \leq 1,5$; $1,5 \leq a \leq 3,5$.

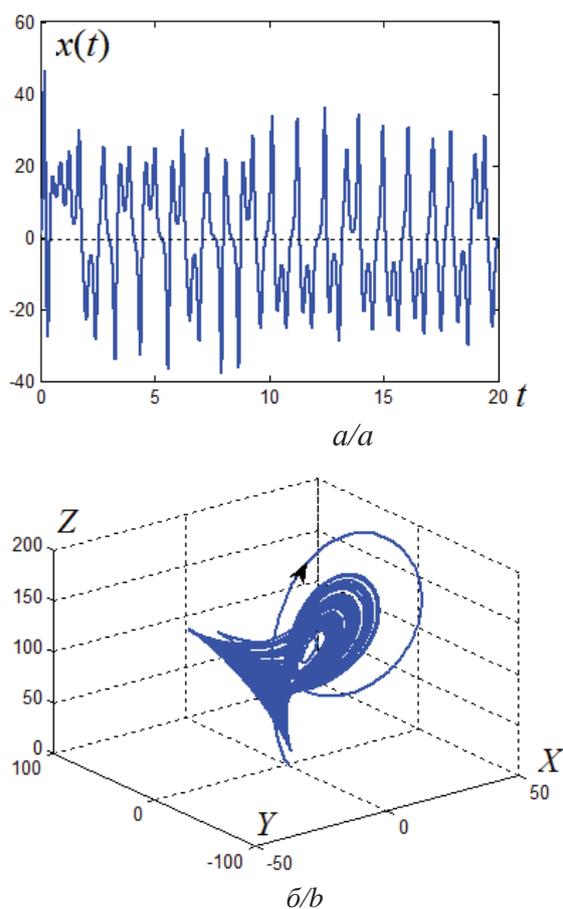


Рис. 11. а) решение уравнения Лоренса по $x(t)$; б) аттрактор в трехмерном пространстве

Fig. 11. a) solution of Lawrence equation by $x(t)$; b) attractor in three-dimensional space

На рис. 14, а и б при $k=250$ показаны пучки выходного сигнала $\{y(t)\}$ и сигнала управления $\{u(t)\}$ для трёх значений параметров $\lambda, \alpha, \gamma, a$.

Высокая концентрация пучков указывает на высокие робастные свойства предложенной методики.

Для всех примеров параметры конфигурации Simulink-схемы: Type—Fixed-step; size—0,001; solver—ode2.

Выводы

В работе предложен один из возможных подходов к робастной синхронизации неидентичных взаимосвязанных неопределённых динамических систем, в том числе регулярных и хаотических осцилляторов с ведущей системой (лидером).

Метод основан на построении робастной следящей системы управления для каждой ведомой системы. Причем эталонной траекторией (заданием) для всех подсистем является выходной сигнал ведущей системы. Возможность беспредельного увеличения коэффициента усиления регулятора без потери устойчивости позволяет подавлять гене-

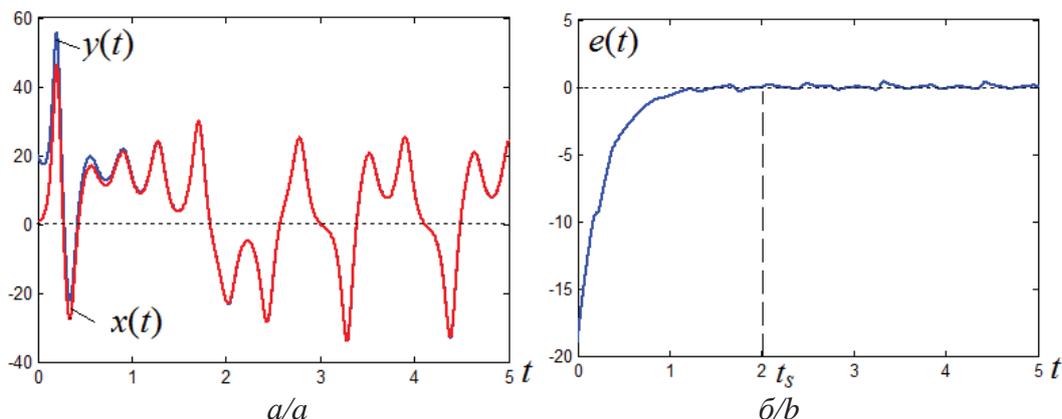


Рис. 12. а) выходные сигналы ведущей и ведомой систем; б) ошибка синхронизации

Fig. 12. a) output signals of the main and slave systems; b) timing error

ральные составляющие неопределенных моделей ведомых систем до сколь угодно малой величины. Этим обеспечивается высокая точность слежения эталонной траектории (синхронизирующего сигнала) для широкого класса неопределенностей.

Главной особенностью метода является использование нового типа управления – «робастное эквивалентное управление», позволяющего строить следящие робастные системы управления и выполнить развязку взаимосвязанных ведомых систем без использования компенсаторов перекрестных каналов.

При одинаковых n для всех ведомых систем можно использовать один регулятор.

К недостаткам предложенной методики следует отнести:

- отсутствие аналитической формулы для определения коэффициента усиления k ;
- система настраивается на доминирующий источник и должна «дежурить», ожидая появления наихудшего режима, оставаясь в напряже-

нии. Этот недостаток можно исключить путем самонастройки коэффициента усиления регулятора, поддерживая его на минимальном уровне;

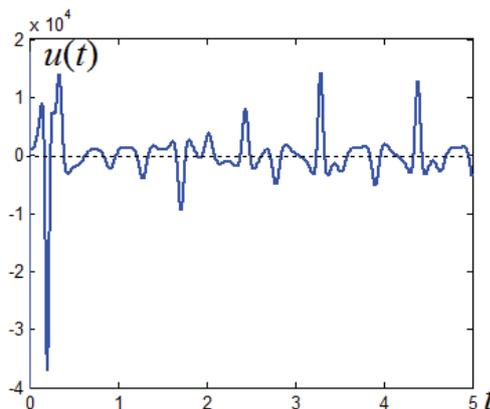


Рис. 13. Кривая изменения сигнала управления

Fig. 13. Control signal change curve

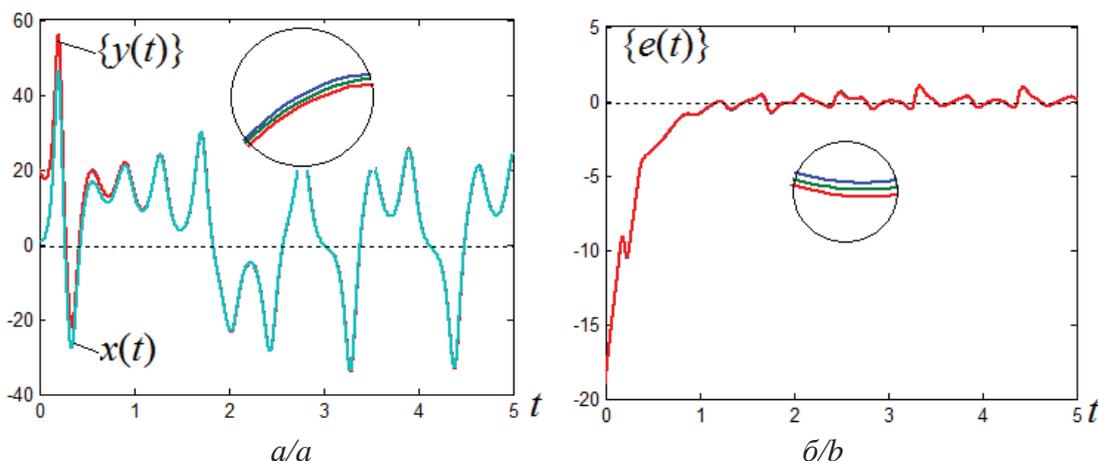


Рис. 14. Пучки выходного сигнала ведомого хаотического осциллятора и ошибок синхронизации

Fig. 14. Bunches of an output signal of a slave chaotic oscillator and timing errors

- низкая помехозащищенность по отношению к высокочастотным помехам, имеющим непосредственный доступ в регулятор;
 - использование производных выхода для формирования ПД-регулятора;
 - не все объекты допускают реализацию чрезмерно высокого коэффициента усиления.
- Многие инерционные, например промышленные, электромеханические и др., объекты облада-

ют свойствами фильтра нижних частот. Поэтому усиление высокочастотных помех за счет умножения на большой коэффициент и операции дифференцирования не заслуживает повсеместной критики.

Решение модельных задач с использованием пакета *Matlab/Simulink* позволило сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрадков А.Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. – СПб.: Наука, 2003. – 208 с.
2. Осипов Г.В., Половинкин А.В. Синхронизация внешним периодическим воздействием. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2005. – 78 с.
3. Кузнецов А.П., Сатаев И.Р., Тюрюкина Л.В. Вынужденная синхронизация двух связанных автоколебательных осцилляторов Ван дер Пола // Нелинейная динамика. – 2011. – Т. 7. – № 3. – С. 411–425.
4. Джунусов И.А., Фрадков А.Л. Синхронизация в сетях линейных агентов с обратными связями по выходу // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 8. – С. 41–52.
5. Synchronization with error bound of non-identical forced oscillators / J. Wang, J. Cai, M. Ma, J. Feng // Kybernetika. – 2008. – V. 44. – № 4. – P. 534–545.
6. Njah A.N., Vincent U.E. Chaos synchronization between single and double wells Duffing–Van der Pol oscillators using active control // Chaos, Solitons and Fractals. – 2008. – September. – V. 37. – № 5. – P. 1356–1361.
7. Wu X.F., Cai J.P., Zhao Y. Revision and improvement of a theorem for robust synchronization of nonidentical Lur'e systems // IEEE Trans. Circuits and Systems-II 52. – 2005. – P. 429–432.
8. Fradkov A. Decentralized adaptive controller for synchronization of dynamical network with delays and bounded disturbance / IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. – Orlando, 2011. – P. 1110–1115.
9. Джунусов И.А., Фрадков А.Л. Адаптивная синхронизация сети нелинейных систем Лурье // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – № 4. – С. 12–18.
10. Фуртат И.Б. Робастная синхронизация сети взаимосвязанных нелинейных систем с компенсацией возмущений // Проблемы управления. – 2011. – № 4. – С. 46–52.
11. Wu X.F., Cai J.P., Wang M.H. Robust synchronization of chaotic horizontal platform systems with phase difference. Journal of Sound and Vibration. – 2007. – V. 305. – № 3. – P. 481–491.
12. Cai J.P., Wu X.F., Chen S.H. Synchronization criteria for non-autonomous chaotic systems via sinusoidal state error feedback control // Physica Scripta. – 2007. – V. 75. – № 3. – P. 379–387.
13. Wang J.G., Zhao Y. Chaotic synchronization of the master slave chaotic systems with different structures based on bang-bang control principle // Chinese Phys. Lett. – 2005. – V. 22. – № 3. – P. 2508–2510.
14. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. – 1990. – V. 64. – № 5. – P. 821–824.
15. Polyak B.T., Maslov V.P. Controlling chaos by predictive control / Proc. 16th World IFAC Congr. – Praha, 2005. – P. 1791–1804.
16. Поляк Б.Т. Стабилизация хаоса методом прогнозирующего управления // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 11. – С. 99–113.
17. Ефремов С.В., Поляк Б.Т. Синхронизация хаотических систем с помощью прогнозирующего управления // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 12. – С. 40–50.
18. Петров Б.Н. О реализуемости условий инвариантности // Теория инвариантности и её применение в автоматических устройствах: Труды 1-го Всесоюзного совещания по теории инвариантности. – Киев, 16–20 октября 1958. – М.: Изд-во АН СССР. – 1959. – С. 59–80.
19. Рустамов Г.А. Робастная система управления с повышенным потенциалом // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – Т. 324. – № 5. – С. 13–19.
20. Generalized synchronization of chaos / N.F. Rulkov, M. Sushchir, L.S. Tsimring, H.D. Abarbanel // Phys. Rev. E. – 1995. – V. 51. – P. 980–994.
21. Rustamov G.A. Design of Absolutely Robust Control Systems for Multilinked Plant on the Basis of an Uncertainty Hyperobserver // Automatic Control and Computer Sciences. – 2014. – V. 48. – № 3. – P. 129–143.
22. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. – М.: Наука, 1981. – 368 с.
23. Drzenovic B. The invariance conditions in variable structure systems // Automatica. – 1969. – V. 5. – № 3. – P. 287–295.
24. Rustamov G.A. Absolutely robust control systems // Automatic Control and Computer Sciences. – 2013. – V. 47. – № 5. – P. 227–241.
25. Андреев В.В., Сапожников Ю.В., Фомичев А.И. Детерминированный хаос и кодирование информации // Прикладная информатика. – 2009. – Т. 24. – № 6. – С. 80–87.
26. Лоренц Э. Детерминированное неперiodическое движение // Странные аттракторы. Сборник статей. – М.: Физматлит, 1981. – С. 88–116.

Поступила 23.08.2014 г.

UDC 517.9:681.5

SYNCHRONIZATION OF NON-IDENTICAL DYNAMIC SYSTEMS WITH ROBUST EQUIVALENT CONTROL

Gazanfar A. Rustamov,

Dr. Sc., Azerbaijan Technical University, 25, G. Javid avenue, Baku,
AZ1073, Azerbaijan. E-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Relevance of the study is caused by the need to improve the effectiveness of approaches to synchronization of non-identical interconnected dynamical systems under conditions of considerable uncertainty.

The main aim of the study is to design a robust tracking system for the slave systems the reference the trajectory (task) for which is a synchronized output signal of the master system; to evaluate the implementation of specific dynamic and static parameters, such as settling time of the transient component and the allowable synchronization error; to study robust properties at deviation of slave system parameters from the nominal ones by $\pm 50\%$.

Method of study: the method of Lyapunov function, automatic control theory, the elements of synchronization and chaos theory; simulation on Matlab/Simulink. The main feature of the method is the use of a new type of controls – «robust equivalent control» – to design robust control systems and to interchange interconnected slave systems without compensators of joints cross channels. Robust controller is the PD^{-1} controller with adjustable gain. The possibility of infinite gain magnification without loss of stability allows suppressing general components of uncertain models of slave systems to an arbitrarily small value. This ensures a high tracking (timing) accuracy of the reference trajectory for a wide range of uncertainties.

Results and conclusions. Numerical modeling of synchronization systems with different internally regular and chaotic oscillators has shown simplicity and high efficiency of the proposed approach. Really, the synchronization error can be reduced to an arbitrarily small value. However, this requires the use of high gain values of the regulator. High performance of robust dynamic mode is achieved. This is proved by the high concentration of beams of transient characteristics of slave systems in the vicinity of the nominal trajectory. The author managed to avoid the mathematical difficulties occur when synthesizing robust tracking systems. The disadvantages of the proposed methodology are reinforcement of the high-frequency interferences having immediate access to the controller as well as the use of output derivative to form PD^{-1} controller. Moreover, not every object is capable of implementing the high gain.

Key words:

Synchronization, robust tracking system, Lyapunov function, high gain, robust equivalent control, coding, chaos of Lorenz and Duffing.

REFERENCES

1. Fradkov A.L. *Kiberneticheskaya fizika: printsipy i primery* [Cybernetic physics: principles and examples]. St. Petersburg, Nauka Publ., 2003. 208 p.
2. Osipov Q.V., Polovinkin A.V. *Sinkhronizatsiya vneshnim periodicheskim vozdeystviem* [Synchronization by external periodic impact]. Nizhniy Novgorod, NQQU Publishing house, 2005. 78 p.
3. Kuznetsov A.P., Satayev I.P., Tyuryukina L.V. Vynuzhennaya sinkhronizatsiya dvukh svyazannykh avtokolebatelnykh ostillyatorov Van der Pola [Forced synchronization of two coupled self-oscillators of Van der Pol]. *Nelineynaya dinamika – Non-linear Dynamics*, 2011, vol. 7, no. 3, pp. 411–425.
4. Dzhunusov I.A., Fradkov A.L. Sinkhronizatsiya v setyakh lineynykh agentov s obratnymi svyazyami po vykhodu [Synchronization in networks of linear agents with output feedback]. *Automatika i telemekhanika – Automation and telemechanics*, 2011, no. 8, pp. 41–52.
5. Wang J., Cai J., Ma M., Feng J. Synchronization with error bound of non-identical forced oscillators. *Kybernetika*, 2008, vol. 44, no. 4, pp. 534–545.
6. Njah A.N., Vincent U.E. Chaos synchronization between single and double wells Duffing–Van der Pol oscillators using active control. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2008, September, vol. 37, no. 5, pp. 1356–1361.
7. Wu X.F., Cai J.P., Zhao Y. Revision and improvement of a theorem for robust synchronization of non-identical Lur'e systems. *IEEE Trans. Circuits and Systems-II* 52, 2005, pp. 429–432.
8. Fradkov A. Decentralized adaptive controller for synchronization of dynamical network with delays and bounded disturbance. *IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando, 2011, pp. 1110–1115.
9. Dzhunusov I.A., Fradkov A.L. Adaptivnaya sinkhronizatsiya seti nelineynykh sistem Lurye [Adaptive synchronization of a network of non-linear Lur'e systems]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, automation, control*, 2011, no. 4, pp. 12–18.
10. Furtat I.B. Robastnaya sinkhronizatsiya seti vzaimosvyazannykh nelineynykh sistem s kompensatsiyey vozmushcheny [Robust synchronization of a network of interconnected nonlinear systems with disturbance compensation]. *Problemy upravleniya – Control problems*, 2011, no. 4, pp. 46–52.
11. Wu X.F., Cai J.P., Wang M.H. Robust synchronization of chaotic horizontal platform systems with phase difference. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, vol. 305, no. 3, pp. 481–491.
12. Cai J.P., Wu X.F., Chen S.H. Synchronization criteria for non-autonomous chaotic systems via sinusoidal state error feedback control. *Physica Scripta*, 2007, vol. 75, no. 3, pp. 379–387.
13. Wang J.G., Zhao Y. Chaotic synchronization of the master slave chaotic systems with different structures based on bang-bang control principle. *Chinese Phys. Lett.*, 2005, vol. 22, no. 3, pp. 2508–2510.
14. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, vol. 64, no. 5, pp. 821–824.
15. Polyak B.T., Maslov V.P. Controlling chaos by predictive control. *Proc. 16th World IFAC Congr.* Prague, 2005. pp. 1791–1804.
16. Polyak B.T. Stabilizatsiya khaosa metodom prognoziryuyushchego upravleniya [Stabilization of chaos by predictive control]. *Automatika i telemekhanika – Automation and telemechanics*, 2005, no. 11, pp. 99–113.
17. Efremov S.V., Polyak B.T. Sinkhronizatsiya khaoticheskikh sistem s pomoshchyu prognoziryuyushchego upravleniya [Synchronization of chaotic systems with predictive control]. *Automatika i telemekhanika – Automation and telemechanics*, 2005, no. 12, pp. 40–50.
18. Petrov B.N. O realizuemosti usloviy invariantnosti [On implementation of the invariance conditions]. *Teoriya invariantnosti i ee primenenie v avtomaticheskikh ustroystvakh: trudy 1-go Vses-*

- oyuznogo soveshchaniya po teorii invariantnosti* [Theory of invariance and its application in automated devices. Proc. 1st All-Union meeting in the theory of invariance]. Kiev, 16–20 October 1958. Moscow, Publishing house of AoS of USSR, 1958. pp. 59–80.
19. Rustamov G.A. Robastnaya sistema upravleniya s povyshennym potentsialom [Robust control system with increased potential]. *Bulletins of the Tomsk Polytechnic University*, 2014, vol. 324, no. 5, pp. 13–19.
 20. Rulkov N.F., Sushchir M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D. Generalized synchronization of chaos. *Phys. Rev. E.*, 1995, vol. 51, pp. 980–994.
 21. Rustamov G.A. Design of Absolutely Robust Control Systems for Multilinked Plant on the Basis of an Uncertainty Hyperobserver. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2014, vol. 48, no. 3, pp. 129–143.
 22. Utkin V.I. *Sliding Modes in Optimization and Control Problems*. New York, Springer Verlag, 1992. 420 p.
 23. Drazenovic B. The invariance conditions in variable structure systems. *Automatica*, 1969, vol. 5, no. 3, pp. 287–295.
 24. Rustamov G.A. Absolutely robust control systems. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2013, vol. 47, no. 5, pp. 227–241.
 25. Andreev V.V., Sapozhnikov Yu.V., Fomichev A.I. Determinirovanny khaos i kodirovaniye informatsii [Deterministic chaos and information coding]. *Prikladnaya informatika – Applied Informatics*, 2009, vol. 24, no. 6, pp. 80–87.
 26. Lorenz E. Determinirovannoye neperiodicheskoye dvizheniye [Deterministic non-periodic motion]. *Strannye attraktory. Sbornik statey* [Strange attractors. Collection of articles]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1981. pp. 88–116.

Received: 23 August 2014.

УДК 621.396.41

МОДЕЛЬ ФАЗОВОГО ШУМА С УЧЕТОМ СПЕКТРАЛЬНОЙ МАСКИ СИНТЕЗАТОРОВ ЧАСТОТЫ И ГЕНЕРАТОРОВ СИГНАЛА

Крюков Яков Владимирович,

аспирант каф. телекоммуникаций и основ радиотехники
радиотехнического факультета ФГБОУ ВПО «Томский государственный
университет систем управления и радиоэлектроники»,
Россия, 634000, г. Томск, пр. Ленина, 40. E-mail: yaachik@gmail.com

Рогожников Евгений Васильевич,

аспирант каф. телекоммуникаций и основ радиотехники
радиотехнического факультета ФГБОУ ВПО «Томский государственный
университет систем управления и радиоэлектроники»,
Россия, 634000, г. Томск, пр. Ленина, 40. E-mail: udzhon@mail.ru

Покаместов Дмитрий Алексеевич,

аспирант каф. телекоммуникаций и основ радиотехники
радиотехнического факультета ФГБОУ ВПО «Томский государственный
университет систем управления и радиоэлектроники»,
Россия, 634000, г. Томск, пр. Ленина, 40. E-mail: dmal@sibmail.com

Актуальность и цель исследования. При разработке электронных устройств важное значение имеет расчет шумовых характеристик. В процессе проектирования систем связи расчет приемно-передающего тракта особенно важен для достижения высокого отношения сигнал/шум на выходе приемника/передатчика, что накладывает ограничение на использование того или иного оборудования. Фазовый шум является, пожалуй, важнейшим критерием стабильности генератора и синтезатора. Однако при небольшом различии в характеристике уровня мощности фазового шума цена на устройства может отличаться в несколько раз. В связи с этим важным является компромисс между ценой и качеством конкретного оборудования для разрабатываемой системы. Для упрощения процесса выбора оборудования требуется создание адекватной модели фазового шума с учетом спектральной маски синтезаторов частоты и генераторов сигнала.

Методы исследования. Прогресс в области создания новых радиотехнических схем обуславливает необходимость использования математического аппарата и программных средств для правильной оценки шумовых характеристик схемы. Распространенным методом такой оценки параметров систем связи является симуляционное моделирование, например, в платформе «Matlab», которое позволяет учитывать спектральную маску плотности мощности фазового шума, предоставляемую производителем. На основании такой модели можно делать вывод о целесообразности использования тех или иных устройств при проектировании тракта. В данной статье предлагается метод моделирования фазового шума конкретных устройств в платформе «Matlab» по характеристикам, предоставляемым производителями этих устройств.

Результаты. Создана модель фазового шума с учетом спектральной маски синтезаторов частоты и генераторов сигнала, адекватность которой подтвердилась проведенным экспериментом.

Ключевые слова:

Фазовый шум, синтезатор, спектральная маска фазового шума, спектральная маска, системная модель фазового шума, OFDM.

Системная модель

Проблемам расчета фазового шума [1–6] в генераторах и синтезаторах посвящено значительное число работ [7–12], однако вопрос об эффективном и корректном вычислительном методе расчета все еще остается открытым. Комплексный сигнал определяется как:

$$S(t) = [S_0(t) + \Delta S(t)] \cdot e^{j[\varphi(t) + \Delta\varphi(t)]},$$

где $\Delta S(t)$ – амплитудные флуктуации; $\Delta\varphi(t)$ – флуктуации фазы.

Фазовый шум (ФШ) имеет случайную природу возникновения сначала [13]. К такой природе возникновения относится также дробовый шум и фликкер-шум [14] в полупроводниковых элементах. Для количественной оценки ФШ источника

используется оценки девиации частоты или фазы в частотной либо временной области. Фундаментальным определением фазового шума является спектральная плотность мощности (СПМ) фазовых флуктуаций в заданной полосе частот [15]:

$$S_\varphi(f_m) = [\Delta\varphi_{\text{ск}}^2(f_m)] / BW,$$

где f_m – частота отстройки от несущей; $\Delta\varphi_{\text{ск}}^2$ – среднеквадратичное значение флуктуации фазы; BW – полоса, которая используется при измерении $\Delta\varphi_{\text{ск}}^2$.

Чаще всего используют другое определение характеристики фазового шума – спектральная плотность мощности фазового шума (СПМ ФШ) в одиночной боковой полосе $L(f_m)$:

$$L(f_m) = \frac{1}{2} S_\varphi(f_m).$$

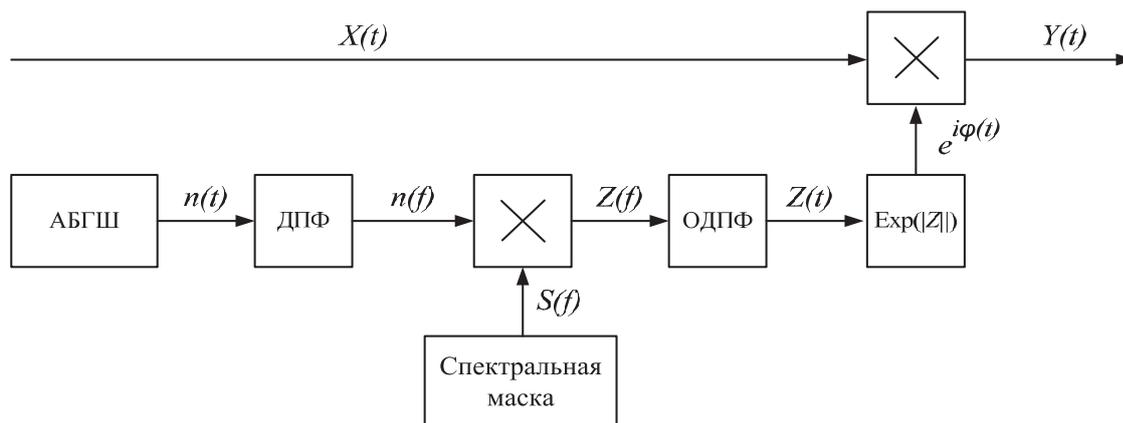


Рис. 1. Структурная схема модели фазового шума

Fig. 1. Flow diagram of phase noise model

Основное функциональное назначение предлагаемой модели – генерирование фазового шума с параметрами, соответствующими спектральной маске интересующего нас устройства. Структура предлагаемой модели формирования фазового шума представлена на рис. 1, где введены следующие обозначения: АБГШ – генератор аддитивного белого гауссова шума; ДПФ – дискретное преобразование Фурье; ОДПФ – обратное дискретное преобразование Фурье.

Модель реализована в пакете «Matlab» [16] и основывается на преобразовании в частотной области сгенерированного АБГШ и представлении его в качестве мультипликативной помехи. На спектр АБГШ накладывается спектральная маска фазового шума устройства, тем самым фазовый шум устройства эквивалентен фазовому шуму модели.

Комплексный сигнал с фазовым шумом на выходе модели (рис. 1):

$$Y(t) = X(t) \cdot e^{i\varphi(t)},$$

где $\varphi(t)$ – флуктуация фазы.

$$Z(t) = IFFT\{FFT[n(t) \cdot S_{\varphi}(\omega)]\},$$

где $Z(t)$ – АБГШ после процедуры наложения на него спектральной маски; $S_{\varphi}(\omega)$ – спектральная маска плотности мощности ФШ; $IFFT$ – обратное быстрое преобразование Фурье, $n(t)$ – сгенерированный комплексный амплитудный АБГШ, средняя мощность которого на интервале определения сигнала равна средней мощности самого сигнала на этом интервале (Отношение сигнал/шум=0); FFT – быстрое преобразование Фурье.

Спектральная маска плотности мощности ФШ:

$$S_{\varphi}(\omega) = 2 \cdot \sqrt{10^{\frac{L_{\log}}{10}}},$$

где L_{\log} – спектральная плотность мощности фазового шума в одиночной боковой полосе в логарифмическом масштабе, приводимая в характеристиках оборудования, которое вносит фазовые искажения. В модели L_{\log} вычисляется путем аппроксимации сколь угодно количества крайних точек (рис. 2):

$$L_{\log}(\omega) = \text{interp}[СПМ(f_m), f_m],$$

где interp – функция кусочно-линейной аппроксимации; $СПМ(f)$ – спектральная плотность мощности ФШ на частоте отстройки от несущей f_m .

СПМ ФШ (дБн)
[-92 -92 -90 -88 -115 -137 -145 -146]
Отстройка частоты (Гц)
[1e2 1e3 8e3 1e4 1e5 1e6 5e6 7e6]

Рис. 2. Пример ввода параметров СПМ ФШ синтезатора ADF4360–7 фирмы Analog Devices в модель

Fig. 2. Input of phase noise capacity spectral density (PNCS) parameters of synthesizer ADF4360–7 (Analog Devices) into the model

Для демонстрации работоспособности предлагаемой модели на рис. 3 изображена СПМ ФШ в одиночной боковой полосе для синтезатора ADF4360–7 (рис. 3, а) и его представление в модели (рис. 3, б). Также на рис. 4 приведен спектр гармонического сигнала в полосе 16 МГц синтезатора ADF4360–7.

Экспериментальное исследование

Экспериментальное исследование проводилось с целью подтверждения результатов моделирования. На рис. 5 приведена структурная схема экспериментальной установки.

Оборудование, использованное при проведении эксперимента:

1. Векторный генератор сигналов: RSSMBV 100A.
2. Смеситель № 1: ADE-25M.
3. Опорный генератор: Г4–218.
4. Векторный анализатор спектра: RSFSL 18.

Параметры сигнала, используемого в эксперименте:

1. OFDM [17] – сигнал, модулированный QPSK [18].
2. Размерность быстрого преобразования Фурье (БПФ) – 1024.
3. Частота дискретизации – 11,2 МГц.
4. Полоса сигнала – 10 МГц.

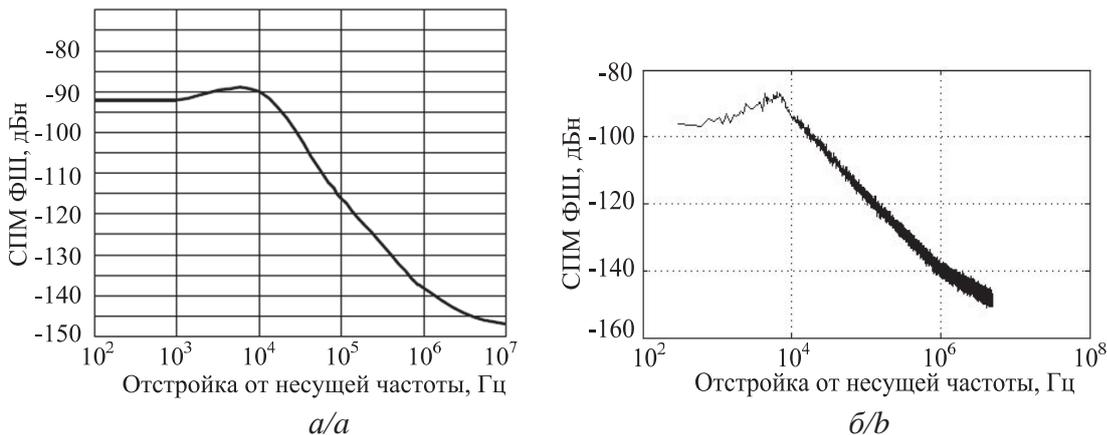


Рис. 3. СПМ ФШ в одиночной боковой полосе: а) синтезатор ADF4360-7; б) модель синтезатора ADF4360-7

Fig. 3. PNCS D in a single sideband: a) synthesizer ADF4360-7; b) model of synthesizer ADF4360-7

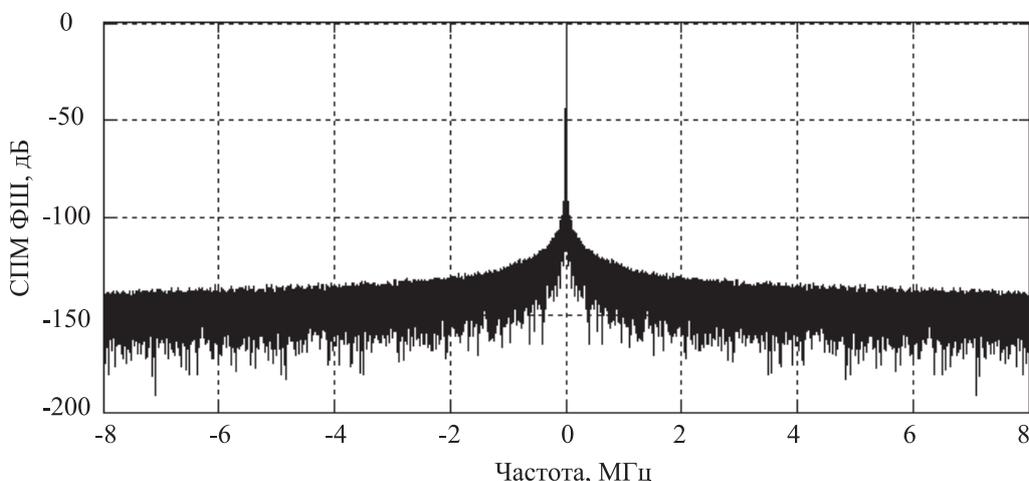


Рис. 4. Смоделированный спектр синусоиды в полосе 16 МГц с фазовым шумом

Fig. 4. Simulated sine curve spectrum within 16 Mhz band with phase noise

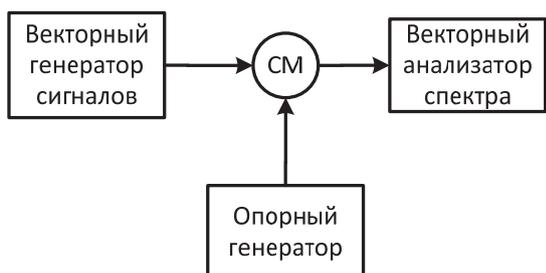


Рис. 5. Структурная схема экспериментальной установки

Fig. 5. Test unit structure

Методика проведения эксперимента:

1. Экспериментальное измерение фазового шума используемых синтезаторов (SMBV100A, Г4-218) на отстройках [10 кГц, 100 кГц, 1 МГц, 5 МГц] представлено в табл. 1. Спектр тестового сигнала в полосе 10 МГц изображен на рис. 6.
2. Сборка экспериментальной установки по схеме приведена на рис. 5. Производится установка параметров приборов.

Таблица 1. Экспериментальное измерение фазового шума синтезаторов

Table 1. Experimental measurement of synthesizer phase noise

Мощность фазового шума Phase noise capacity	Отстройка от несущей частоты, дБс Offset from carrier frequency, dBc			
	10 кГц/kHz	100 кГц/kHz	1 МГц/MHz	5 МГц/MHz
Синтезатор SMBV100A Synthesizer SMBV100A	-130	-140	-155	-160
Синтезатор Г4-218 Synthesizer Г4-218	-25	-35	-85	-100

3. Регистрация сигнала векторным анализатором спектра.
4. Обработка экспериментальных данных.
Экспериментальная обработка данных:
 1. Регистрация сигнала (рис. 7).
 2. Корреляционным методом определяется начало символа [19] (рис. 8).
 3. По первому символу производится оценка передаточной функции канала распространения [20], которая используется для устранения

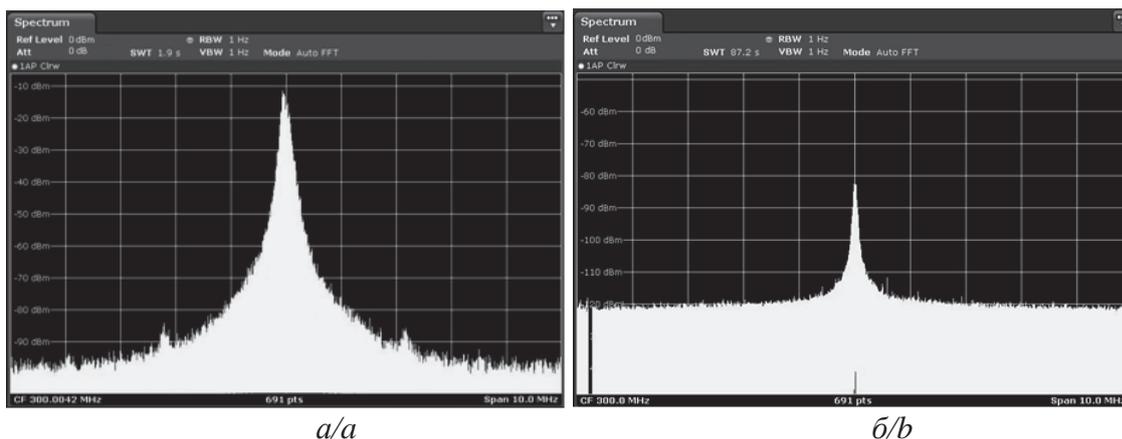


Рис. 6. Спектр тестового сигнала в полосе 10 МГц: а) синтезатор Г4–218; б) синтезатор SMBV100A

Fig. 6. Test signal spectrum within 10 MHz band: a) synthesizer Г4–218; б) synthesizer SMBV100A

влияния постоянной составляющей в тракте передачи (рис. 9, б), а также для устранения фазового набега (рис. 9, в), вызванного ошибкой временной синхронизации, после осуществления оценки отношения сигнал/шум.

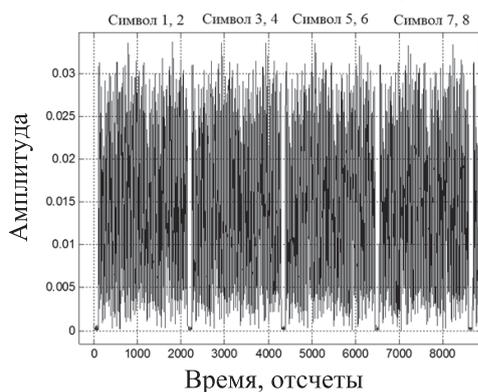


Рис. 7. Регистрация сигнала

Fig. 7. Signal recording

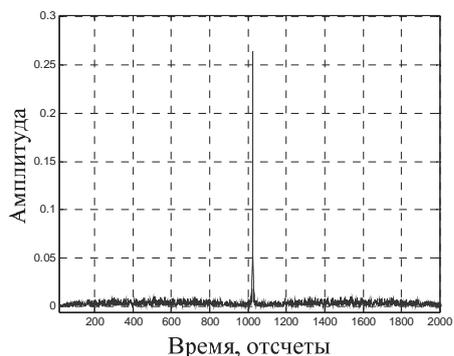


Рис. 8. Функция корреляции и определение начального отсчета

Fig. 8. Correlation function and start readout definition

С экспериментом проводится моделирование – синтезатору частоты Г4–218, вносящему фазовые искажения в канал, ставится в соответствие модель фазового шума с индивидуальными параметрами

спектральной мощности фазового шума, которые были получены в ходе экспериментального измерения (табл. 1). Сравнение результатов эксперимента и моделирования изображено на рис. 10. При этом рассчитанные отношения сигнал/шум приведены в табл. 2.

Таблица 2. Рассчитанные отношения сигнал/шум в ходе эксперимента и моделирования

Table 2. Calculated ratios signal/ F noise in the experiment and simulation

Рассчитанное отношение сигнал/шум (ОСШ) Calculated ratio signal/noise (RSN)	Эксперимент Experiment	Моделирование Simulation
	дБ/dB	
	27,5	28,9

Рассчитанное ОСШ в результате моделирования совпадает с рассчитанным ОСШ в результате эксперимента, что подтверждает корректную работу модели фазового шума с учетом спектральной маски и возможность использования в процессе расчета приемо-передающего тракта.

Стоит отметить, что в OFDM сигнале фазовые искажения приводят к амплитудным искажениям вследствие межчастотной интерференции и нарушения ортогональности поднесущих [21], причем амплитудные искажения возрастают с увеличением поднесущих в OFDM символе. На рис. 11 представлены 1000 реализаций символа QPSK (0,707+j0,707) модулированного OFDM для количества поднесущих в OFDM-символе=2 и 512 при одинаковом уровне спектральной мощности фазовой помехи в канале.

Заключение

В статье представлена реализация в пакете «Matlab» симуляционной модели фазового шума, учитывающей спектральную маску плотности фазового шума реального синтезатора или генератора частоты. Такая модель позволяет моделировать фазовые искажения в приемо-передающем тракте

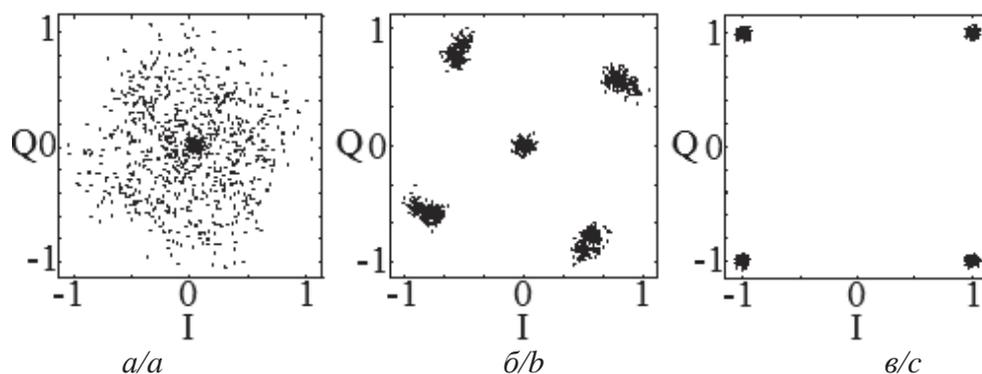


Рис. 9. Коррекция влияния тракта передачи: а) без коррекции; б) устранение частотного сдвига; в) устранение постоянной составляющей тракта

Fig. 9. Correlation of transmission path impact: a) without correction; b) frequency shift elimination; c) elimination of a path constant component

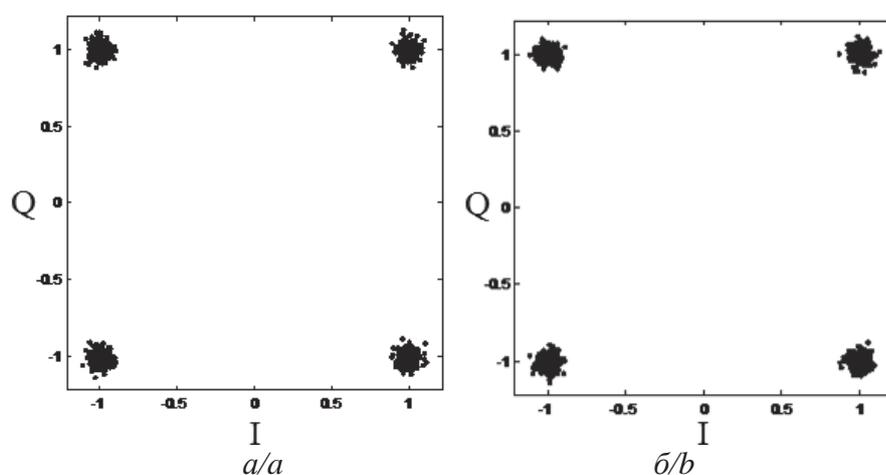


Рис. 10. Диаграмма созвездия, полученная в результате: а) эксперимента; б) моделирования

Fig. 10. Constellation diagram obtained in: a) experiment; b) simulation

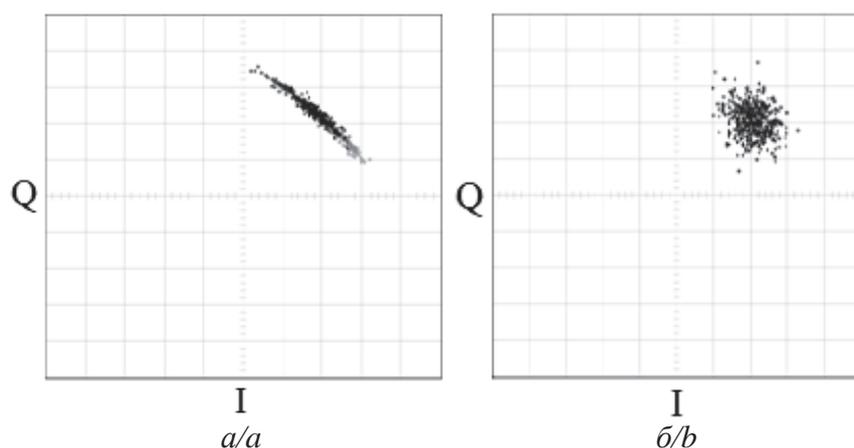


Рис. 11. Реализация одного символа диаграммы созвездия QPSK модулированного OFDM сигнала на выходе канала, вносящего фазовые искажения – количество поднесущих в OFDM: а) 2; б) 512

Fig. 11. Implementation of a diagram symbol in QPSK star pattern of a modular OFDM signal at the channel output which introduces phase distortion – amount of subcarriers in OFDM: a) 2; б) 512

системы связи и определять требования к допустимому уровню фазового шума, на основании которых можно выдвигать требования к используемо-

му оборудованию. Экспериментально было выявлено, что модель фазового шума работает адекватно и рассчитанное ОСШ в модели и эксперименте

различаются на 1,4 дБ. Это может быть обусловлено погрешностью измерения спектральной мощности фазового шума генератора Г4–218 на первом этапе проведения эксперимента. Также стоит от-

метить, что данная модель фазового шума уже применялась в расчете тракта приема-передачи модемного оборудования стандарта беспроводной связи Wi-MAX для выбора синтезаторов частоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Egan W.F. Modeling phase noise in frequency dividers // *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions*. – 1990. – V. 37. – № 4. – P. 307–315.
- Hajimiri A., Lee T.H. A general theory of phase noise in electrical oscillators // *Solid-State Circuits, IEEE Journal*. – 1998. – V. 33. – № 2. – P. 179–194.
- Gordon J.P., Mollenauer L.F. Phase noise in photonic communications systems using linear amplifiers // *Optics letters*. – 1990. – V. 15. – № 23. – P. 1351–1353.
- Razavi B.A study of phase noise in CMOS oscillators // *Solid-State Circuits, IEEE Journal*. – 1996. – V. 31. – № 3. – P. 331–343.
- Hajimiri A., Limotyrakis S., Lee T.H. Jitter and phase noise in ring oscillators // *Solid-State Circuits, IEEE Journal*. – 1999. – V. 34. – № 6. – P. 790–804.
- Rael J.J., Abidi A.A. Physical processes of phase noise in differential LC oscillators // *Custom Integrated Circuits: Proceedings of the IEEE 2000*. – Orlando, 2000. – P. 569–572.
- Томозов Д.А., Петров А.С. Расчет фазового шума в синтезаторах частот, реализованных на кольцах ФАПЧ // *Электромагнитные волны и электронные системы*. – 2010. – Т. 15. – № 4. – С. 57–68.
- Ромашов В.В., Ромашова Л.В. Методика расчета коэффициентов аппроксимации спектральной плотности мощности фазовых шумов цифровых вычислительных синтезаторов. – Муром: ВлГУ, 2012. – 85 с.
- Гурарий М.М., Жаров М.М., Ульянов С.Л. Вычислительный метод расчета фазового шума в автогенераторах // *Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем*. – М.: ИПИМ РАН, 2010. – С. 96–101.
- Ромашова Л.В., Ромашов А.В. Анализ собственных шумов цифровых вычислительных синтезаторов частот // *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. – 2011. – № 3. – С. 25–29.
- Leeson D.B. A simple model of feedback oscillator noise spectrum // *Proceedings of the IEEE*. – Salt Lake City, 1966. – Т. 54. – № 2. – С. 329–330.
- Sauvage G. Phase noise in oscillators: A mathematical analysis of Leeson's model // *IEEE Trans. Instrum. Meas.* – 1977. – Т. 26. – № 4. – С. 408–410.
- Dutta P., Horn P.M. Low-frequency fluctuations in solids: 1 f noise // *Reviews of Modern physics*. – 1981. – V. 53. – № 3. – P. 497–516.
- Розанов Ю.А. Стационарные случайные процессы. – М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 272 с.
- Бельчиков С. Фазовый шум: как спуститься ниже –120 дБн/Гц на отстройке 10 кГц в диапазоне частот до 14 ГГц, или Борьба за децибелы // *Компоненты и технологии*. – 2009. – № 6. – С. 142–147.
- Васильев К.К., Служивый М.Н. Математическое моделирование систем связи. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 170 с.
- Nee R., Prasad R. OFDM for wireless multimedia communications. – Boston: Artech House, Inc., 2000. – 260 с.
- Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – С. 538–562.
- Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: в 2-х т. Т. 1 / пер. с фр. – М.: Мир, 1983. – 311 с.
- Van de Beek J.J. et al. On channel estimation in OFDM systems // *Vehicular Technology Conference, 45th IEEE*. – Chicago, 1995. – V. 2. – P. 815–819.
- Robertson P., Kaiser S. Analysis of the effects of phase-noise in orthogonal frequency division multiplex (OFDM) systems // *Gateway to Globalization: 1995 IEEE International Conference*. – Seattle, 1995. – V. 3. – P. 1652–1657.

Поступила 24.07.2014.

UDC 621.396.41

PHASE NOISE MODEL CONSIDERING SPECTRAL MASK OF FREQUENCY SYNTHESIZERS AND SIGNAL GENERATORS

Yakov V. Kryukov,

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin Avenue, Tomsk, 634000, Russia. E-mail: yaachik@gmail.com

Eugeniy V. Rogozhnikov,

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin Avenue, Tomsk, 634000, Russia. E-mail: udzhon@mail.ru

Dmitriy A. Pokamestov,

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin Avenue, Tomsk, 634000, Russia. E-mail: dmal@sibmail.com

Relevance and the aim of the study. When developing the electronic devices it is important to calculate noise characteristics. While designing the communication systems the computation of receiving and transmitting tract is of particular importance to achieve a high signal/noise ratio at the output of the receiver/transmitter, which imposes restrictions on application of certain equipment. Phase noise is perhaps the most important criterion for generator and synthesizer stability. However, with a small difference in characteristics of phase noise power level, the price of the product may differ in several times. In this connection the compromise between the price and the quality of the specific equipment for the system being developed is important. To simplify the equipment selection it is necessary to develop an adequate mathematical model of phase noise considering spectral mask of frequency synthesizers and signal generators.

Method of study. The progress in development of new electronic circuits conditions the necessity to use mathematics and software tools to assess properly the noise characteristics of the circuit. A common method of estimating the parameters of such a communication system is a simulation modeling, for example, in the platform «Matlab». For reliable assessment of phase noise impact on the system, it is sufficient to use the model, which allows taking into account the spectral power density mask in data-sheet supplied by the manufacturer. Based on this model the feasibility of using device in the design can be concluded. In the paper the authors propose a method of phase noise mathematical modeling in the «Matlab» by the device-specific characteristics provided by the manufacturers.

Results and conclusions. The authors developed a mathematical model of phase noise with spectral mask of frequency synthesizers and signal generators, which adequacy was proved by the experiment.

Key words:

Phase noise, synthesizers, phase noise spectral mask, spectral mask, phase noise system model, OFDM.

REFERENCES

- Egan W.F. Modeling phase noise in frequency dividers. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions*, 1990, vol. 37, no. 4, pp. 307–315.
- Hajimiri A., Lee T.H. A general theory of phase noise in electrical oscillators. *Solid-State Circuits, IEEE Journal*, 1998, vol. 33, no. 2, pp. 179–194.
- Gordon J.P., Mollenauer L.F. Phase noise in photonic communications systems using linear amplifiers. *Optics letters*, 1990, vol. 15, no. 23, pp. 1351–1353.
- Razavi B. A study of phase noise in CMOS oscillators. *Solid-State Circuits, IEEE Journal*, 1996, vol. 31, no. 3, pp. 331–343.
- Hajimiri A., Limotyrakis S., Lee T.H. Jitter and phase noise in ring oscillators. *Solid-State Circuits, IEEE Journal*, 1999, vol. 34, no. 6, pp. 790–804.
- Rael J.J., Abidi A.A. Physical processes of phase noise in differential LC oscillators. *Custom Integrated Circuits: Proceedings of the IEEE 2000*. Orlando, 2000, pp. 569–572.
- Tormozov D.A., Petrov A.S. Raschet fazovogo shuma v sintezatorakh chastot, realizovannykh na koltsakh FAPCH [Calculation of phase noise frequency synthesizer implemented on rings PLL]. *Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2010, vol. 15, no. 4, pp. 57–68.
- Romashov V.V., Romashova L.V. Metodika rascheta koeffitsientov approksimatsiy spektralnoy plotnosti moshchnosti fazovykh шумов tsifrovyykh vychislitelnykh sintezatorov [Method of calculating the approximation coefficients of power spectral density of phase noise of digital computers synthesizers]. Murom, VIGU Publ., 2012, 85 p.
- Gurariy M.M., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Vychislitilnyy metod rascheta fazovogo shuma v avtogeneratorakh [Computing method for calculating the phase noise in oscillators]. *Problems of Advanced Micro- and Nanoelectronic Systems Development*, Moscow, IPPM RAN Publ., 2010, pp. 96–101.
- Romashova L.V., Romashov A.V. Analiz sobstvennykh шумов tsyfrovyykh vychislitelnykh sintezatorov chastot [Analysis of the intrinsic noise of digital computing frequency synthesizers]. *Radiotekhnicheskie i telekommunikatsionnye sistemy – Radio and telecommunication systems*, 2011, no. 3, pp. 25–29.
- Leeson D.B. A simple model of feedback oscillator noise spectrum. *Proceedings of the IEEE*. Salt Lake City, 1966, vol. 54, no. 2, pp. 329–330.
- Sauvage G. Phase noise in oscillators: A mathematical analysis of Leeson's model. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1977, vol. 26, no. 4, pp. 408–410.
- Dutta P., Horn P. M. Low-frequency fluctuations in solids: 1 f noise. *Reviews of Modern physics*, 1981, vol. 53, no. 3, pp. 497–516.
- Rozaanov Yu.A. *Statsionarnye sluchaynye protsessy* [Stationary random processes]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 272 p.
- Belchikov S. Fazovyy шум: kak spustitsya nizhe –120 dBn/Hz na otstroyke 10 kHz v diapazone chastot do 14 GHz, ili Borba za detsibely [Phase noise: how to get down below 120 dBc/Hz at 10 kHz in the frequency range up to 14 GHz, or the struggle for decibels]. *Komponenty i tekhnologii – Components & Technologies*, no. 6, pp. 142–147.
- Vasilev K.K. *Matematicheskoe modelirovanie sistem svyazi* [Mathematical modeling of communication systems]. Ulyanovsk, UIGTU Publ., 2008, 170 p.
- Nee R., Prasad R. *OFDM for wireless multimedia communications*. Boston, Artech House, Inc., 2000, 260 p.
- Sergienko A.B. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. St. Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2011, pp. 538 – 562.
- Maks Zh. *Metody i tekhnika obrabotki signalov pri fizicheskikh izmereniyakh* [Methods and techniques of signal processing in physical measurements]. Moscow, Mir Publ., 1983. Vol. 1, 331 p.
- Van de Beek J.J. On channel estimation in OFDM systems. *Vehicle Technology Conference, 45th IEEE*. Chicago, IEEE, 1995. Vol. 2, pp. 815–819.
- Robertson P., Kaiser S. Analysis of the effects of phase-noise in orthogonal frequency division multiplex (OFDM) systems. *Gateway to Globalization, 1995 IEEE International Conference*. Seattle, 1995. Vol. 3, pp. 1652–1657.

Received: 24 July 2014.

УДК 681.511.2

НАИБОЛЬШАЯ СТЕПЕНЬ УСТОЙЧИВОСТИ ТРЁХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ С РЕГУЛЯТОРОМ ПониЖЕННОГО ПОРЯДКА

Корюкин Анатолий Николаевич,

канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. Института математики им. Соболева,
Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Коптюга, 4. E-mail: koryukin@sibmail.ru

Воевода Александр Александрович,

д-р техн. наук, проф. кафедры автоматики Новосибирского
государственного технического университета,
Россия, 630073, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ucit@ucit.ru

Трёхмассовая система определяется шестью параметрами (три массы и три жёсткости), и эти шесть параметров фиксированы.

Актуальность. Задача определения наибольшей степени устойчивости является насущной и актуальной темой линейной теории автоматического управления. В данной работе наибольшая степень устойчивости исследуется для класса объектов, наиболее часто рассматриваемых в качестве моделей.

Цели исследования. В качестве объекта управления рассматривается произвольная трёхмассовая система, то есть любые массы и жёсткости. Эта трёхмассовая система рассматривается как одноканальная, управляемая регулятором $3/3$ (числитель передаточной функции которого – полином степени не более чем 3, а знаменатель – полином степени 3). Управляющая сила приложена к массе, ближайшей к неподвижному основанию; регулируемая величина – отклонение третьей массы. Рассматривается также случай, когда управляющая сила приложена к наиболее удалённой от основания массе, а регулируемая величина – отклонение первой массы. Исследуется наибольшая (максимальная, предельная) степень устойчивости. Работа опирается, прежде всего, на следующее утверждение, доказанное в более раннем и более объёмном исследовании: для любой трёхмассовой системы наибольшую степень устойчивости обеспечивают регуляторы, для которых корни характеристического полинома с наибольшей вещественной частью образуют четырёхкратную комплексную пару.

Методы. Для произвольного фиксированного объекта, пробегая регуляторы $3/3$, характеристические полиномы образуют некоторый класс полиномов девятой степени со старшим коэффициентом 1 с двумя линейными связями. В классе этих полиномов ищется устойчивый полином с наибольшей степенью устойчивости. Затем по этому полиному восстанавливается регулятор, обеспечивающий эту устойчивость.

Результаты. Положение девятого корня зависит исключительно от значения одного параметра объекта. Приведена инструкция по вычислению этого параметра объекта, наибольшей степени устойчивости, характеристического полинома и регулятора $3/3$, обеспечивающего эту устойчивость. Вычисления проделаны на следующем примере: массы и жёсткости равны единице. Оказалось, что в этом случае девятый корень характеристического полинома не является самым правым.

Выводы. Данная работа может служить основой методики вычисления наибольшей степени устойчивости и регуляторов пониженного порядка, обеспечивающих эту устойчивость, и для других управляемых одноканальных систем пониженного порядка.

Ключевые слова:

Модальный синтез, регуляторы пониженного порядка, устойчивость, трёхмассовая система, наибольшая степень устойчивости, максимальная степень устойчивости, предельная степень устойчивости.

Введение

Несмотря на почтенный возраст и солидную историю [1–7], линейная теория управления продолжает активно развиваться [8–12].

В линейной теории большое значение имеют регуляторы пониженного порядка – ведь их дешевле и проще изготовлять [9, 10, 13].

Одно из основных и давних направлений линейной теории управления – обеспечение устойчивости для регуляторов пониженного порядка [14–16]. С этим связано понятие «степень устойчивости».

Часто требуется подобрать параметры регулятора так, чтобы колебания затухали наиболее быстро. В линейной теории это можно делать, уменьшая максимум вещественных частей корней характеристического полинома. В этой ситуации чаще всего говорят о максимальной степени устойчивости.

Существуют сотни публикаций о максимальной степени устойчивости. Наиболее цитируемые из них – [15, 16].

Основные работы первого из авторов по поиску максимальной степени устойчивости – [17–19]. В этих работах максимальная степень устойчивости ищется для некоторых классов объектов. Им предшествует работа [20], в которой исследование проводится для конкретных объектов.

Данная работа поясняет и продолжает исследование [17, 18] наибольшей степени устойчивости для произвольной одноканальной трёхмассовой системы без трения в случае, когда управляющая сила действует на первую массу, а наблюдаем за отклонением третьей массы, для регулятора $3/3$, обеспечивающего эту устойчивость. Имеется в виду регулятор, у которого числитель и знаменатель передаточной функции есть полиномы степени 3. В данной работе рассмотрим также случай, когда управляющая сила действует на третью массу, а наблюдаем за отклонением первой массы. Из этого изложения понятно, как вычислить наибольшую степень устойчивости и регулятор $3/3$, обеспечивающий эту устойчивость.

Изложена также инструкция по вычислению наибольшей степени устойчивости и регулятора 3/3, обеспечивающего эту устойчивость, на конкретном примере.

Данная работа и [17, 18] могут служить образцом и основой методики исследования наибольшей степени устойчивости и регуляторов пониженного порядка, обеспечивающих эту устойчивость.

Постановка задачи: от объекта до характеристического полинома

Динамика объекта без трения описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} m_1 s^2 x_1 &= u_1 + w_1 - k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1), \\ m_2 s^2 x_2 &= u_2 + w_2 - k_2 (x_2 - x_1) + k_3 (x_3 - x_2), \\ m_3 s^2 x_3 &= u_3 + w_3 - k_3 (x_3 - x_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь s – оператор дифференцирования по времени; m_i ($i=1,2,3$) – массы (нумеруем их от неподвижного основания); k_i – коэффициенты жёсткости пружин; x_i – отклонения (отсчитываемые от точки покоя); u_i – управляющие силы; $w_i = w_i(t)$ – возмущающие силы. Введём параметры объекта

$$\begin{aligned} n_i &= 1 / m_i; \quad p_0 = n_2 k_2, \quad p_1 = n_1 k_1, \\ p_2 &= n_3 k_3, \quad p_3 = n_2 k_3, \quad p_4 = n_1 k_2 \end{aligned}$$

и перепишем уравнения (1):

$$\begin{aligned} (s^2 + n_1 k_1 + n_1 k_2) x_1 - n_1 k_2 x_2 &= n_1 (u_1 + w_1), \\ -n_2 k_2 x_1 + (s^2 + n_2 k_2 + n_2 k_3) x_2 - n_2 k_3 x_3 &= n_2 (u_2 + w_2), \\ -n_3 k_3 x_2 + (s^2 + n_3 k_3) x_3 &= n_3 (u_3 + w_3). \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим параметры объекта

$$p_0 = n_2 k_2, \quad p_1 = n_1 k_1, \quad p_2 = n_3 k_3, \quad p_3 = n_2 k_3, \quad p_4 = n_1 k_2$$

и перепишем уравнения (2):

$$\begin{aligned} (s^2 + p_1 + p_4) x_1 - p_4 x_2 &= n_1 (u_1 + w_1), \\ -p_0 x_1 + (s^2 + p_0 + p_3) x_2 - p_3 x_3 &= n_2 (u_2 + w_2), \\ -p_2 x_2 + (s^2 + p_2) x_3 &= n_3 (u_3 + w_3). \end{aligned}$$

От системы из трёх последних уравнений к (2) можно вернуться по формулам:

$$k_1 = \frac{p_1}{n_1}, \quad k_2 = \frac{p_4}{n_1}, \quad k_3 = \frac{p_3 p_4}{p_0 n_1}, \quad n_2 = \frac{p_0 n_1}{p_4}, \quad n_3 = \frac{p_2 p_0 n_1}{p_3 p_4}. \quad (3)$$

В данной работе рассматриваем случай, когда объект управляется регулятором 3/3: его числитель передаточной функции – полином степени не более чем 3, а знаменатель – полином степени 3. Введём обозначения для коэффициентов числителя и знаменателя:

$$\begin{aligned} N_c(s) &= b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3, \\ D_c(s) &= c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + c_3 s^3. \end{aligned} \quad (4)$$

Воспользуемся формулами (3) и запишем передаточную функцию объекта через параметры p_i :

$$\frac{p_2 p_0 n_1}{s^6 + a s^4 + b s^2 + p_0 p_2 p_1},$$

где

$$\begin{aligned} b &= p_0 p_1 + p_0 p_2 + p_2 p_4 + p_3 p_1 + p_3 p_4 + p_2 p_1, \\ a &= p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \end{aligned}$$

– параметры объекта (управляем массой 1 и наблюдаем за массой 3).

Замечание 1. Если управляемую и наблюдаемую массы поменять местами, то передаточная функция объекта не изменится.

Выпишем знаменатель и числитель передаточной функции объекта:

$$D_{ob}(s) = s^6 + a s^4 + b s^2 + p_0 p_2 p_1, \quad N_{ob} = p_2 p_0 n_1.$$

Теперь, после перехода к параметрам объекта n_i, p_i , характеристический полином $D_{ob}(s)D_c(s)+N_{ob}N_c(s)$ будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} f(s) &= s^9 + c_2 s^8 + (a + c_1) s^7 + \\ &+ (a c_2 + c_0) s^6 + (b + a c_1) s^5 + \\ &+ (b c_2 + a c_0) s^4 + (p_2 p_0 n_1 b_3 + p_0 p_2 p_1 + b c_1) s^3 + \\ &+ (p_2 p_0 n_1 b_2 + p_0 p_2 p_1 c_2 + b c_0) s^2 + \\ &+ (p_0 p_2 p_1 c_1 + p_2 p_0 n_1 b_1) s + p_0 p_2 p_1 c_0 + p_2 p_0 n_1 b_0. \end{aligned}$$

Связи. Сведение к полиномам со связями

Сведение к классу полиномов, заданному двумя параметрами a, b . Введём обозначения для коэффициентов характеристического полинома:

$$f(s) = s^9 + K_8 s^8 + \dots + K_1 s + K_0.$$

Приравняем коэффициенты при степенях 8, ..., 0 в обеих записях полинома. Получим 9 равенств. Эти равенства рассмотрим как уравнения, в которых неизвестные – это параметры регулятора. Эти уравнения линейны (относительно параметров регулятора). Исключим из них параметры регулятора (их 7). Получим 7 формул для вычисления параметров регулятора через коэффициенты полинома

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{a K_8 p_0 p_1 p_2 - K_6 p_0 p_1 p_2 + K_0}{n_1 p_0 p_2}, \\ b_1 &= \frac{a p_0 p_1 p_2 - K_7 p_0 p_1 p_2 + K_1}{n_1 p_0 p_2}, \\ b_2 &= \frac{-K_8 p_0 p_1 p_2 + a b K_8 - b K_6 + K_2}{n_1 p_0 p_2}, \quad c_2 = K_8, \\ b_3 &= \frac{-p_0 p_1 p_2 + a b - b K_7 + K_3}{n_1 p_0 p_2}, \\ c_0 &= -a K_8 + K_6, \quad c_1 = -a + K_7, \end{aligned} \quad (5)$$

и две связи коэффициентов:

$$a^2 - b - a K_7 + K_5 = 0, \quad (a^2 - b) K_8 - a K_6 + K_4 = 0.$$

Сведение к классу полиномов, заданному одним параметром t . Корни s характеристического полинома и параметр объекта \sqrt{a} имеют одинаковую размерность – обратную времени. Рассмотрим безразмерное $S = s / \sqrt{a}$. Тогда $s = S \sqrt{a}$. Так как

$$f(s) = s^9 + K_8 s^8 + \dots + K_1 s + K_0,$$

то

$$f(S\sqrt{a}) = (S\sqrt{a})^9 + K_8 (S\sqrt{a})^8 + \dots + K_1 S\sqrt{a} + K_0$$

Старший коэффициент полинома $f(S\sqrt{a})$ есть $a^{9/2}$. Нормируем полином $f(S\sqrt{a})$. Введём обозначение для полученного полинома:

$$F(S) = f(S\sqrt{a}) / a^{9/2} = S^9 + \frac{K_8}{a^{1/2}} S^8 + \dots + \frac{K_1}{a^{8/2}} S + \frac{K_0}{a^{9/2}}.$$

Введём обозначения для его коэффициентов:

$$F(S) = S^9 + C_8 S^8 + \dots + C_1 S + C_0.$$

Из двух последних равенств получим:

$$C_8 = K_8 / a^{1/2}, \dots, C_m = K_m / a^{(9-m)/2}, \dots, C_0 = K_0 / a^{9/2}.$$

Значит, $K_m = C_m \cdot a^{(9-m)/2}$ при $m=1, 2, \dots, 8$. Перепишем теперь связи коэффициентов характеристического полинома:

$$\begin{aligned} a^2 - b - a \cdot a \cdot C_7 + a^2 C_5 &= 0, \\ (a^2 - b) a^{1/2} C_8 - a \cdot a^{3/2} C_6 + a^{5/2} C_4 &= 0, \end{aligned}$$

или

$$\frac{a^2 - b}{a^2} C_7 + C_5 = 0, \quad \frac{a^2 - b}{a^2} C_8 - C_6 + C_4 = 0.$$

Таким образом, коэффициенты полинома $F(S)$ удовлетворяют двум связям

$$T - C_7 + C_5 = 0, \quad T C_8 - C_6 + C_4 = 0, \quad (6)$$

где $T=1-t$, $t=b/a^2$.

Итак [17. С. 9], при фиксированных параметрах объекта и при произвольных параметрах регулятора множество полиномов $F(S)$ – это множество полиномов $F(S) = S^9 + C_8 S^8 + \dots + C_1 S + C_0$, удовлетворяющих обоим связям (6).

К коэффициентам K_i можно вернуться по формулам: $K_i = C_i / a^{(9-i)/2}$.

Оказалось, что для трёхмассовых систем значения параметра t лежат в точности в интервале $0 < t < 1/3$ [17. С. 16]. Значит, $2/3 < T < 1$.

Теперь задача наибольшей устойчивости трёхмассовой системы сведена к поиску наиболее устойчивых полиномов со связями (6).

Четырёхкратная комплексная пара на правой вертикали

Правой вертикалью любого полинома назовём вертикаль комплексной плоскости, на которой есть корни этого полинома, а правее этой вертикали корней нет. Одним из основных результатов исследований [17, 18] является следующее утверждение.

Теорема 1. [18. С. 48–49. Теорема 9]. Среди всех полиномов девятой степени со старшим коэффициентом единица и со связями коэффициентов (6), наибольшей степенью устойчивости обладают полиномы с четырёхкратной комплексной парой на правой вертикали.

Утверждение этой теоремы самое объёмное: это параграфы 5–7 в [17] и §§ 12–14, 18 в [18]. За недо-

статком места раскроем только другую часть исследования: поиск наиболее устойчивых полиномов в классе полиномов со связями (6) и с четырёхкратной комплексной парой на правой вертикали.

Рассмотрим полином $F(S) = S^9 + C_8 S^8 + \dots + C_1 S + C_0$ со связями (6), на правой вертикали которого находится четырёхкратная комплексная пара. Обозначим её $x \pm yI$. Считаем, что $x < 0$. Пусть z – оставшейся корень; $q = x^2 + y^2$. Полином $F(S)$ можно записать в виде $(S-z)(S^2-2xS+q)^4$. Выпишем для него обе связи (6) и сгруппируем в них слагаемые по z :

$$\begin{aligned} -t + (-8x + 32x^3 + 24xq)z + 1 + 48x^2q - \\ -24x^2 - 4q + 16x^4 + 6q^2 = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (t + 24x^2 - 1 - 6q^2 + 4q - 16x^4 - 48x^2q)z + \\ + 8tx - 32x^3q + 24xq + 32x^3 - 8x - 24xq^2 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Разложим на множители коэффициент при z в левой части первой связи: $8x(4x^2-1+3q)$. Так как $x < 0$, то $x \neq 0$. В [18, §11, стр.32,33] показано, что тогда $4x^2-1+3q \neq 0$. Теперь можно выразить z из связи (7):

$$z = -\frac{1}{8} \frac{16x^4 + 48qx^2 + 6q^2 - 24x^2 - 4q - t + 1}{x(4x^2 + 3q - 1)}. \quad (9)$$

Рассмотрим связи (7), (8) как систему уравнений, линейных относительно z . Выпишем определитель матрицы этой системы:

$$\begin{aligned} t^2 + (224x^4 + 96qx^2 - 12q^2 - 16x^2 + 8q - 2)t + \\ + 256x^8 + 512qx^6 + 960q^2x^4 + 256x^6 - \\ - 640qx^4 + 36q^4 + 96q^2x^2 + 96x^4 - 48q^3 - \\ - 96qx^2 + 28q^2 + 16x^2 - 8q + 1 = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

При $x \neq 0$ система уравнений (9), (8) равносильна уравнениям (7), (10).

Полином в левой части равенства (10) зависит только от чётных степеней x . Введём $X = x^2$ и подставим в (10) $x = -\sqrt{X}$. Получим:

$$\begin{aligned} t^2 + (224X^2 + 96Xq - 12q^2 - 16X + 8q - 2)t + \\ + 256X^4 + 512qX^3 + 960q^2X^2 + 36q^4 + \\ + 256X^3 - 640qX^2 + 96q^2X - 48q^3 + 96X^2 - \\ - 96qX + 28q^2 + 16X - 8q + 1 = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Полином в левой части последнего равенства второй степени по переменной t . Соберём полный квадрат:

$$\begin{aligned} (112X^2 + 48Xq - 6q^2 - 8X + 4q + t - 1)^2 = \\ = 64X(4X - 1 + 3q)(48X^2 + 4Xq - 3q^2 + 4X + q). \end{aligned} \quad (12)$$

Слагаемые вне полного квадрата образуют полином, разложимый на множители. Введём обозначения: $p_1 = 4X - 1 + 3q$, $g_1 = 48X^2 + 4Xq - 3q^2 + 4X + q$. Левая часть равенства (12) неотрицательная. Значит, для точек кривой (11) при $X > 0$ выполнено неравенство $p_1 g_1 \geq 0$. На плоскости (X, q) $h_1 = 0$ – прямая и $g_1 = 0$ – гипербола. Нарисуем их.

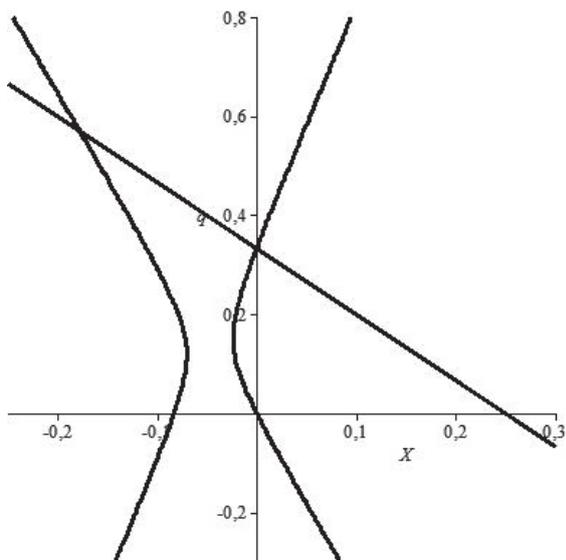


Рис. 1. Прямая $4X+3q-1=0$ и гипербола $48X^2+4Xq-3q^2+4X+q=0$

Fig. 1. Straight line $4X+3q-1=0$ and hyperbolic line $48X^2+4Xq-3q^2+4X+q=0$

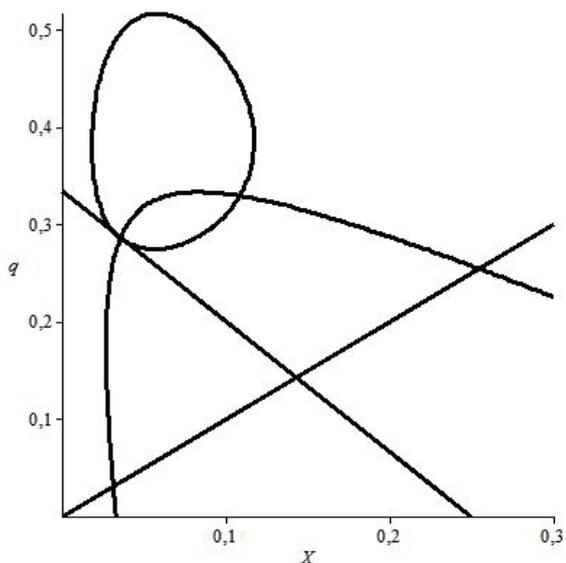


Рис. 2. $t=0$. Овал

Fig. 2. $t=0$. Oval

На рис. 1 выше прямой выполнено неравенство $p_1 > 0$, ниже $-p_1 < 0$. В полуплоскости $X > 0$ в области правее обеих ветвей гиперболы выполнено неравенство $g_1 > 0$; выше и ниже – неравенство $g_1 < 0$. При $X > 0, q > 0$ от гиперболы остаётся только верхняя часть правой ветви (выше прямой).

Теперь понятно, что при $X > 0, q > 0$ неравенство $p_1 g_1 \geq 0$ выполнено только в первой четверти плоскости, выше прямой и правее гиперболы, то есть $4X + 3q - 1 > 0, 48X^2 + 4Xq - 3q^2 + 4X + q \geq 0$. (13)

Вспомним, что $z \leq x$ (девятый корень на правой вертикали или левее). В неравенстве $z - x \leq 0$ заменим z по формуле (9). Воспользуемся неравенством $x < 0$ и первым из неравенств (13), и в полученном неравенстве избавимся от знаменателя. Получим

$$48x^4 + 72qx^2 + 6q^2 - 32x^2 - 4q - t + 1 \leq 0,$$

или

$$48X^2 + 72Xq + 6q^2 - 32X - 4q - t + 1 \leq 0. \quad (14)$$

Введём обозначения: g_2 – полином из левой части неравенства (14); O – полином из левой части равенства (11). При любом фиксированном t на плоскости (X, q) кривая $g_2 = 0$ – гипербола.

Факт 1. В [17. С. 35–38] показано, что при фиксированном $0 \leq t < 1/3$ в секторе $q > X > 0$ плоскости (X, q) кривая $O(X, q) = 0$ ограничена с двух сторон двумя касающимися её вертикалями; на любой вертикали между этими двумя есть ровно две точки кривой.

На рис. 2 на плоскости (X, q) при $t = 0$ изображены: прямые $q = X, 4X + 3q - 1 = 0$; гипербола $g_2 = 0$; кривая $O(X, q) = 0$ (яйцевидный овал). Факт 1 гарантирует, что в секторе $q > X > 0$ других точек кривой $O(X, q) = 0$, кроме овала, нет.

Точки, для которых в первой четверти выполнено неравенство (14) – это точки ниже гиперболы $g_2 = 0$. Итак, нас интересуют точки овала в первой четверти плоскости (X, q) , выше обеих прямых $q = X, 4X + 3q - 1 = 0$ и ниже гиперболы $g_2 = 0$. При восстановлении исходной ситуации точки гиперболы станут полиномами, у которых все корни будут на правой вертикали (причём 8 из них будут образовывать четырёхкратную комплексную пару). В верхней части овала (выше параболы) девятый корень будет находиться левее четырёхкратной комплексной пары. Из формулы (9) следует, что на овале при приближении к прямой $4X + 3q - 1 = 0$ девятый корень будет устремляться к минус бесконечности.

Нарисуем теперь (рис. 3) прямую $4X + 3q - 1 = 0$, гиперболу $g_2 = 0$ и кривую $O(X, q) = 0$ при достаточно большом $t < 1/3$, например при $t = 0,24$.

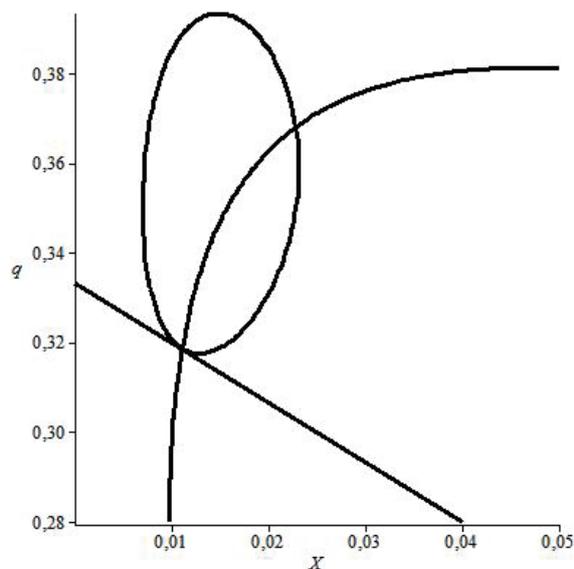


Рис. 3. Прямая $4X+3q-1=0$, гипербола $g_2=0$ и кривая $O(X,q)=0$ при $t=0,24$

Fig. 3. Straight line $4X+3q-1=0$, hyperbolic line $g_2=0$ and a curve $O(X,q)=0$ at $t=0,24$

Вспомним, что нас интересует наибольшая устойчивость, а это самая правая точка овала (на двух последних графиках). Видим, что при $t=0$ (рис. 2) это правая точка пересечения гиперболы и овала, то есть в этой точке все 9 корней будут на одной вертикали. На последнем же графике (при $t=0,24$) наибольшую устойчивость обеспечивает самая правая точка овала.

Из соображений непрерывности понятно, что при изменении параметра t от нуля до $t < 1/3$ будет хотя бы одно значение этого параметра, при котором гипербола проходит через самую правую точку овала. Для [17. С. 39] эти значения параметра t вычислены. Оказалось, что оно единственно и $t_0 \approx 0,201$.

Теорема 2. [18. С. 48–49. Теорема 9]. В классе полиномов со связями (6) с четырёхкратной комплексной парой на правой вертикали [17. § 11] имеем:

• При $t \leq t_0 \approx 0,201$ наиболее устойчив полином, параметры X, q которого вычисляются как одно из двух совместных решений уравнений (11),

$$48X^2 + 72Xq + 6q^2 - 32X - 4q - t + 1 = 0 \quad (15)$$

с большим X . Это правая точка пересечения овала и гиперболы (15). В этом случае все корни лежат на одной вертикали.

• При $t \leq t_0 \approx 0,201$ наиболее устойчив полином, параметры X, q которого вычисляются как одно из двух совместных решений уравнений (11),

$$18q^3 - 18q^2 + (240X^2 + 24X - 3t + 7)q + 64X^3 - 80X^2 + 12Xt - 12X + t - 1 = 0 \quad (16)$$

с большим X (в левой части последнего равенства одна восьмая частной производной полинома O по переменной q). Это правая точка пересечения овала и гиперболы (15). В этом случае девятый корень лежит строго левее правой вертикали.

Методика исследования одноканальной трёхмассовой системы

В данной работе и в [17, 18] виден следующий путь исследования одноканальных трёхмассовых систем, управляемых регулятором, числитель и знаменатель передаточной функции которого – полиномы степени 3:

1. Выписать передаточную функцию объекта, регулятора и характеристический полином.
2. Характеристические полиномы образуют некоторое множество полиномов с линейными связями. Выписать связи.
3. За счёт подбора единицы измерения корней упростить связи.
4. Так же как в [17, 18], ищем наибольшее число m корней на правой вертикали такое, что для произвольного полинома со связями найдётся непрерывное преобразование полиномов со связями, сдвигающие правую вертикаль влево и заканчивающиеся тем, что на правой вертикали окажется ещё один корень. Для этого для

$k=1,2,\dots$, начиная с $k=1$, ищем непрерывное преобразование полиномов со связями, сдвигающие правую вертикаль влево и оканчивающиеся тем, что на правой вертикали окажется ещё один корень. В данном исследовании для любого полинома со связями оказалось возможным непрерывно сдвинуть правую вертикаль влево так, что на ней оказывается $m=8$ корней из девяти [17. §§ 5–7], [18. §§ 13, 18].

5. Так же, как в [17, 18], искать непрерывные преобразования полиномов со связями, сдвигающие правую вертикаль влево и оканчивающиеся тем, что два корня на правой вертикали совпадут. В данном исследовании для любого полинома со связями оказалось возможным непрерывно сдвигать правую вертикаль с восьмью корнями влево так, что в конце этого преобразования эти корни на правой вертикали образуют четырёхкратную комплексную пару.
6. В полученном множестве полиномов найти полином с наибольшей степенью устойчивости.

Пример вычислений

В данном исследовании хорошо просматривается следующая последовательность вычислений.

1. Рассмотрим объект, у которого все массы и жёсткости равны единице:

$$m_1 = m_2 = m_3 = 1, \quad k_1 = k_2 = k_3 = 1.$$

2. Вычислим для него параметры. Обратные массы:

$$n_i = 1/m_i = 1; \quad p_0 = n_2 k_2 = 1, \quad p_1 = n_1 k_1 = 1,$$

$$p_2 = n_3 k_3 = 1, \quad p_3 = n_2 k_3 = 1, \quad p_4 = n_1 k_2 = 1;$$

$$a = p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 5,$$

$$b = p_0 p_1 + p_0 p_2 + p_2 p_4 + p_3 p_1 + p_3 p_4 + p_2 p_1 = 6;$$

$$t = b/a^2 = 6/5^2 = 6/25 = 0,24.$$

3. Видим, что $t=0,24 > t_0 \approx 0,201$. Значит, согласно последней теореме, наилучшая устойчивость должна достигаться, когда девятый корень строго левее правой вертикали. Это подтверждает последний график (для $t=6/25=0,24$).
4. Вычисление управления, соответствующего правой точке овала.

4.1. Выпишем остаток при делении полинома $O(q)$ (11) на полином $O_q(q)$ (16) (одна восьмая частной производной полинома $O(q)$ по переменной q):

$$r_1(q) = (480X^2 + 48X - 6t + 2)q^2 + (-4/3 - 56X + 72Xt + 4t + 384X^3 - 320X^2)q + 256X^4 + t^2 + 8X + (896/3)X^3 - (4/3)t + 224X^2t + 1/3 - 8Xt + (128/3)X^2.$$

4.2. Выпишем остаток $e(q)$ при делении полинома $O_q(q)$ на полином $r_1(q)$ по переменной q :

$$e(q) = \frac{48X}{(240X^2 + 24X - 3t + 1)^2} e_2(q),$$

где

$$e_2(q) = \left(\begin{array}{l} 290304X^5 + 66048X^4 + \\ +(-15552t + 9024)X^3 + \\ +(-3648t + 1216)X^2 + \\ +(702t^2 - 612t + 126)X + 18t^2 - 12t + 2 \end{array} \right) q + \\ +86016X^6 - 66048X^5 + (22272t - 26368)X^4 + \\ +(11328t - 5056)X^3 + (1200t^2 + 992t - 464)X^2 + \\ +(-162t^2 + 156t - 34)X + 9t^3 - 15t^2 + 7t - 1.$$

4.3. Заметим, что при $X > 0$, $t < 1/3$ знаменатель дроби $e(q)$ положителен. Поэтому уравнение $e(q) = 0$ равносильно уравнению $e_2(q) = 0$.

4.4. Выпишем полином $e_1(q)$ при $t = 6/25$:

$$\left(\begin{array}{l} 2,9031^5 X^5 + 66050 X^4 + 5292 X^3 + \\ +340,5 X^2 + 19,56 X + 0,1568 \end{array} \right) q + \\ +8602 X^6 - 66050 X^5 - 21020 X^4 - 2337 X^3 - \\ -156,8 X^2 - 5,891 X - 0,05958 = 0.$$

4.5. Заметим, что последний полином степени 1 по q , причём коэффициент при q положителен. Приравняем последний полином к нулю и выразим q через X :

$$q = -0,02 \frac{\left(\begin{array}{l} 1,3441^9 X^6 - 1,0321^9 X^5 - \\ -3,2851^8 X^4 - 3,6521^7 X^3 - \\ -2,451^6 X^2 - 92050,0 X - 931,0 \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{l} 9,0721^7 X^5 + 2,0641^7 X^4 + \\ +1,6541^6 X^3 + 1,0641^5 X^2 + \\ +6111 X + 49 \end{array} \right)} \quad (17)$$

4.6. С помощью последнего равенства в уравнении $r_1(q) = 0$ выразим q через X (специализируем также $t = 6/25$). Избавимся от ненулевого знаменателя. Получим

$$3,951 \cdot 10^{15} \cdot X^{10} + 1,016 \cdot 10^{16} \cdot X^9 + 3,461 \cdot 10^{15} \cdot X^8 + \\ +4,607 \cdot 10^{14} \cdot X^7 + 3,526 \cdot 10^{13} \cdot X^6 + \\ +2,747 \cdot 10^{12} \cdot X^5 + 1,690 \cdot 10^{11} \cdot X^4 + 3,63 \cdot 10^9 \cdot X^3 - \\ -2,168 \cdot 10^7 \cdot X^2 - 6,62 \cdot 10^6 X + 45620 = 0.$$

4.7. Найдём вещественные корни полинома из левой части: $-2,1959, -0,1388, 0,007, 0,232$.

4.8. Возьмём наибольший корень: $X = 0,0232$.

4.9. Вычислим параметр q по формуле (17): $q = 0,359$.

4.10. Убеждаемся, что $q = 0,359 > X = 0,0232$.

4.11. Вычислим $y = \sqrt{q - X} = 0,5796$.

4.12. Вычислим x по формуле $x = -\sqrt{X}$: $x = -0,1522$.

4.13. По формуле (9) вычислим параметр z : $z = -0,2453$.

4.14. По формуле $F(S) = (S - z)(S^2 - 2xS + q)^4$ вычислим полином $F(S)$:

$$F(S) = S^9 + 1,463 S^8 + 2,291 S^7 + 1,913 S^6 + \\ +1,531 S^5 + 0,801 S^4 + 0,382 S^3 + \\ +0,119 S^2 + 0,03 S + 0,004.$$

4.15. Масштаб корней характеристического полинома: $\sqrt{a} = \sqrt{5} \approx 2,236$.

4.16. Исходная корневая переменная: $s = S \cdot \sqrt{a} = S \cdot \sqrt{5} \approx 2,236 S$.

4.17. Вычислим корни исходного характеристического полинома. Вещественная часть комплексного корня (правая вертикаль, наибольшая степень устойчивости): $x \cdot \sqrt{a} = -0,34$; мнимая составляющая комплексного корня: $y \cdot \sqrt{a} = 1,3296$; девятый корень: $z \cdot \sqrt{a} = -0,548$.

4.18. Девятый корень лежит строго левее правой вертикали: $-0,548 < -0,34$.

4.19. Вычислим характеристический полином по формуле $f(s) = F(s/\sqrt{a}) a^{9/2}$:

$$f(s) = s^9 + 3,271 s^8 + 11,45 s^7 + 21,38 s^6 + 38,26 s^5 + \\ + 44,79 s^4 + 47,78 s^3 + 33,36 s^2 + 19,03 s + 5,7.$$

4.20. Вычислим параметры регулятора по формулам (5):

$$b_0 = 0,667, \quad b_1 = 12,58, \quad b_2 = -0,1002, \quad b_3 = 8,067, \\ c_0 = 5,031, \quad c_1 = 6,453, \quad c_2 = 3,271.$$

4.21. Выпишем регулятор по формулам (4):

$$\frac{8,067 s^3 - 0,1002 s^2 + 12,58 s + 0,667}{s^3 + 3,271 s^2 + 6,453 s + 5,031}.$$

Заключение

Была исследована наибольшая степень устойчивости произвольной одноканальной трёхмассовой системы, управляемой регулятором 3/3 (числитель и знаменатель его передаточной функции – полиномы степени 3), в случае, когда управляющая сила действует на массу, ближайшую к основанию, а в качестве регулируемой величины выбираем отклонение второй массы. Замечено, что если поменять местами управляемую и наблюдаемую массы, то максимальная степень устойчивости и обеспечивающий её регулятор не изменятся. Приведён пример вычисления максимальной степени устойчивости и обеспечивающего её регулятора 3/3. Данная работа и [17, 18] могут служить основой методики исследования наибольшей степени устойчивости и вычисления регулятора пониженного порядка, обеспечивающего эту устойчивость, и для других классов управляемых одноканальных систем пониженного порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. – М.: Наука, 1986. – 616 с.
2. Chi-Tsong Chen. Linear system theory and design. – New York; Oxford: Oxford University Press, 1999. – 176 p.
3. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
4. Antsaklis P.J., Michel A.N. Linear Systems. – Boston; Basel; Berlin: Birkhauser, 2006. – 670 p.
5. Qing-Guo Wang. Decoupling Control. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. – 356 p.
6. Mathukumalli Vidyasagar. Control System Synthesis: a Factorization Approach. P. I // Synthesis Lectures on Control and Mechatronics. – June 2011. – V. 2. – № 1. – P. 1–184. DOI: 10.2200/S00351ED1V01Y201105CRM002.
7. Mathukumalli Vidyasagar. Control System Synthesis: a Factorization Approach. P. II // Synthesis Lectures on Control and Mechatronics. – June 2011. – V. 2. – № 1. – P. 1–227. DOI: 10.2200/S00358ED1V01Y201105CRM003.
8. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 560 с.
9. Честнов В.Н., Зацепилова Ж.В. Понижение порядка SISO-регуляторов на основе критерия Найквиста // XII Всеросс. совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. – М., 16–19 июня 2014. – С. 241–247.
10. Федюков А.А. Стабилизация систем с фазовыми ограничениями с помощью динамических регуляторов пониженного порядка // XII Всеросс. совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. – М., 16–19 июня 2014. – С. 338–344.
11. Федюков А.А. Стабилизация по измеряемому выходу двухзвенного перевернутого маятника // Вестник ННГУ. – 2012. – № 2. – С. 177–183.
12. Честнов В.Н., Самшорин Н.И. Синтез робастных регуляторов при параметрической неопределенности и внешних возмущениях // XII Всеросс. совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. – М., 16–19 июня 2014. – С. 1033–1045.
13. Некоторые методы синтеза регуляторов пониженного порядка и заданной структуры / В.А. Бойченко, А.П. Курдюков, В.Н. Тимин, Чайковский М.М, И.Б. Ядыкин // Управление большими системами: сборник трудов. – 2007. – Т. 19. – С. 23–126.
14. Киселев О.Н., Поляк Б.Т. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию и по критерию максимальной робастности // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 3. – С. 119–130.
15. Исследование оптимальных по степени устойчивости решений при ПИД управлении. Ч. 1 / А.М. Шубладзе, В.Е. Попадьюк, А.А., Якушева С.И. Кузнецов // Управление большими системами: сборник трудов. – 2008. – № 22. – С. 86–100.
16. Шубладзе А.М. Достаточные условия оптимальности структур в системах максимальной степени устойчивости произвольного вида // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 4. – С. 43–57.
17. Корюкин А.Н. Наибольший запас устойчивости трёхмассовой системы с регулятором третьего порядка. Ч. 1 // Сборник научных трудов ННГУ. – 2013. – № 3 (73). – С. 4–40.
18. Корюкин А.Н. Наибольший запас устойчивости трёхмассовой системы с регулятором третьего порядка. Ч. 2 // Сборник научных трудов ННГУ. – 2013. – № 4 (74). – С. 13–50.
19. Корюкин А.Н. Предел устойчивости по Гурвицу двухмассовой системы с ПИД-регулятором. Ч. 2 // Сборник научных трудов ННГУ. – 2012. – № 4 (70). – С. 13–44.
20. Voevoda A.A., Koryukin A.N., Chekhonadskikh A.V. Reducing the Stabilizing Control Order for a Double Inverted Pendulum // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2012. – V. 48. – № 6. – P. 593–604.

Поступила 20.06.2014 г.

UDC 681.511.2

MAXIMUM STABILITY DEGREE OF A THREE-MASS SYSTEM WITH A LOWER-ORDER CONTROL

Anatoly N. Koryukin,

Cand. Sc., Sobolev's Institute of Mathematics, 4, Koptuyug's Avenue, Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: koryukin@sibmail.ru

Alexander A. Voevoda,

Dr. Sc., Novosibirsk State Technical University, 20, Karl Marx Avenue, Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: icit@icit.ru

A three-mass system is defined by six parameters (three weights and three rigidity), and these six parameters are fixed.

Relevance. *The problem of defining the maximum stability degree is an essential and urgent topic of the linear theory of automatic control. The paper considers the maximum stability degree for a class of objects which are considered most often as models.*

Research objectives. *Any three-mass system, that is any masses and rigidity, is considered as a control object. This three-mass system is considered as a single-channel, operated by a regulator 3/3 (polynomial of a degree no more than 3 is the numerator of a transfer function, and a denominator is a polynomial of degree 3). Steering force is applied to the weight closest to the motionless basis; adjustable size is a deviation of the third weight. The paper considers as well the case when the steering force is applied to the weight most remote from the basis, and the adjustable size is a deviation of the first weight. The maximum (limiting) stability degree is investigated. The paper is guided first of all by the following statement proved in earlier and more volume research: for any three mass systems the maximum stability degree is provided by controllers for which the roots of a characteristic polynomial with the greatest material part form quadruple complex pair.*

Methods. *For any fixed object, running controllers 3/3, the characteristic polynomials form some class of polynomials of the ninth degree with the senior factor 1 with two linear communications. In the class of these polynomials the steady polynomial with the maximum stability degree is sought. Then the controller providing this stability is restored by this polynomial.*

Results. The position of the ninth root depends only on value of an object one parameter. The paper introduces the instruction on calculation of this parameter of the object, the maximum stability degree, a characteristic polynomial and a controller 3/3 providing this stability. The calculations were carried out on the following example: weights and rigidity are equal to a unit. It turned out that in this case the ninth root of a characteristic polynomial is not the most right.

Conclusions. The paper can form a basis of a technique of calculating the maximum stability degree and lower-order controllers providing this stability, and for other operated single-channel lower-order systems.

Key words:

Modal synthesis, lower-order controllers, stability, three-mass system, optimal stability degree, maximum stability degree, limit stability degree.

REFERENCES

- Pervozvansky A.A. *Kurs teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Course of the theory of automatic control]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 616 p.
- Chi-Tsong Chen. *Linear system theory and design*. New York; Oxford, Oxford University Press, 1999. 176 p.
- Polyak B.T., Shcherbakov P.C. *Robastnaya ustoychivost i upravlenie* [Robust stability and control]. Moscow, Nauka Publ., 2002. 303 p.
- Antsaklis P.J., Michel A.N. *Linear Systems*. Boston; Basel; Berlin, Birkhauser, 2006. 670 p.
- Qing-Guo Wang. *Decoupling Control*. Berlin; Heidelberg, Springer-Verlag, 2003. 356 p.
- Mathukumalli Vidyasagar. *Control System Synthesis: a Factorization Approach*. P. I. Synthesis Lectures on Control and Mechatronics. June 2011, vol. 2, no. 1, pp. 1–184. DOI: 10.2200/S00351ED1V01Y201105CRM002.
- Mathukumalli Vidyasagar. *Control System Synthesis: a Factorization Approach*. P. II. Synthesis Lectures on Control and Mechatronics, June 2011, vol. 2, no. 1, pp. 1–227. DOI: 10.2200/S00358ED1V01Y201105CRM003.
- Polyak B.T., Khlebnikov M.B., Shcherbakov P.C. *Upravlenie lineynymi sistemami pri vneshnikh vozmushcheniyakh: Tekhnika lineynykh matrichnykh neravenstv* [Management of linear systems at external indignations: the technique of linear matrix inequalities]. Moscow, LENAND Publ., 2014. 560 p.
- Chestnov V.N., Zatsepilova Zh.V. Ponizhenie poryadka SISO-regulyatorov na osnove kriteriya Naykvista [Fall of SISO-controller order based on Naykvist criterion]. *XII Vserossiyskoe soveshchanie po problemam upravleniya VSPU-2014* [XII All-Russia meeting on management problems RMMP-2014]. Moscow, 16–19 June 2014. pp. 241–247.
- Fedyukov A.A. Stabilizatsiya sistem s fazovymi ogranicheniyami s pomoshchyu dinamicheskikh regulyatorov ponizhennogo poryadka [Stabilization of systems with phase restrictions by means of low-order dynamic controllers]. *XII Vserossiyskoe soveshchanie po problemam upravleniya VSPU-2014* [XII All-Russia meeting on management problems RMMP-2014]. Moscow, 16–19 June 2014. pp. 338–344.
- Fedyukov A.A. Stabilizatsiya po izmeryaemomu vykhodu dvukhzhennogo perevernutogo mayatnika [Stabilization on a measured exit of two-level overturned pendulum]. *Vestnik UNN*, 2012, no. 2, pp. 177–183.
- Chestnov V.N., Samshrin N.I. Sintez robastnykh regulyatorov pri parametricheskoy neopredelennosti i vneshnikh vozmushcheniyakh [Synthesis of robust controllers at parametrical uncertainty and external indignations]. *XII Vserossiyskoe soveshchanie po problemam upravleniya VSPU-2014* [XII All-Russia meeting on management problems RMMP-2014]. Moscow, 16–19 June 2014. pp. 1033–1045.
- Boychenko V.A., Kurdyumov A.P., Timin V.N., Yadykin I.B. Nekotorye metody sinteza regulyatorov ponizhennogo poryadka i zadannoy strukturny [Some methods of synthesizing low-order controllers of the set structure]. *Upravlenie bolshimi sistemami: sbornik trudov* [Large-scale Systems Control], 2007, vol. 19, pp. 23–126.
- Kiselev O.N., Polyak B.T. Sintez regulyatorov nizkogo poryadka po kriteriyu i po kriteriyu maksimalnoy robastnosti [Synthesis of low-order controllers by criterion and by maximum robustness criterion]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 1999, № 3, pp. 119–130.
- Shubladze A.M., Popadko V.E., Yakusheva A.A., Kuznetsov S.I. Issledovanie optimalnykh po stepeni ustoychivosti resheniy pri PID upravlenii. Chast 1 [Research of optimum decisions on stability degree at PID control. P. 1]. *Upravlenie bolshimi sistemami – Large-scale Systems Control*. 2008, no. 22, pp. 86–100.
- Shubladze A.M. Dostatochnye usloviya optimalnosti struktur v sistemakh maksimalnoy stepeni ustoychivosti proizvolnogo vida [Sufficient conditions of structure optimality in the systems with maximum stability degree]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 1999, no. 4, pp. 43–57.
- Koryukin A.N. Naibolshy zapas ustoychivosti trekhmassovoy sistemy s regulyatorom tretego poryadka. Chast 1 [The greatest stock of stability of three-mass system with a regulator of the third order. P. 1]. *Sbornik nauchnykh trudov NGTU*, 2013, no. 3 (73), pp. 4–40.
- Koryukin A.N. Naibolshy zapas ustoychivosti trekhmassovoy sistemy s regulyatorom tretego poryadka. Chast 2 [The greatest stock of stability of three-mass system with a regulator of the third order. P. 2]. *Sbornik nauchnykh trudov NGTU*, 2013, no. 4 (74), pp. 13–50.
- Koryukin A.N. Predel ustoychivosti po Gurvitsu dvukhmassovoy sistemy s PID-regulyatorom. Chast 2 [Stability limit according to Gurvits of two-mass system with a PID-control. P. 2]. *Sbornik nauchnykh trudov NGTU*, 2012, no. 4 (70), pp. 13–44.
- Voevoda A.A., Koryukin A.N., Chekhonadskikh A.V. Reducing the Stabilizing Control Order for a Double Inverted Pendulum. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2012, vol. 48, no. 6, pp. 593–604.

Received: 20 June 2014.

УДК 004.8, 004.942, 622.279

РАЗРАБОТКА ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПРЕДСКАЗАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОТ ВЫРАВНИВАНИЯ ПРОФИЛЯ ПРИЁМИСТОСТИ

Келлер Юрий Александрович,

канд. физ.-мат. наук, доцент каф. исследования операций Факультета прикладной математики и кибернетики ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет»,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36. E-mail: kua1102@rambler.ru

Актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки новых численных алгоритмов оценивания технологической эффективности мероприятий по интенсификации добычи нефти, отличающихся от существующих классических подходов идейной простотой и меньшей трудоёмкостью. Предложенная методика может применяться для оценки технологической эффективности мероприятий как альтернатива использованию гидродинамического моделирования, которое при высокой сложности реализации на практике дает не всегда точные результаты.

Цель исследования: разработка методологии оценки технологической эффективности операций по выравниванию профиля приёмистости на нагнетательной скважине, основанной на теории искусственных нейронных сетей; проверка предсказательной способности разработанной методики на основе фактически проведенных мероприятий.

Методы исследования: анализ и обобщение результатов проводившихся в период с 2008 по 2011 гг. операций по выравниванию профиля приёмистости на нагнетательных скважинах одного из месторождений; анализ влияния геолого-физических характеристик и технологических показателей работы скважин на итоговый результат проведения выравнивания профиля приёмистости с точки зрения получения дополнительной добычи нефти из-за снижения обводненности добываемой продукции.

Результаты. Показана возможность использования искусственных нейронных сетей для оценки ожидаемой дополнительной добычи нефти в результате выполнения выравнивания профиля приёмистости на нагнетательных скважинах. На примере фактически проведенных в 2012 г. операций по выравниванию профиля приёмистости на одном из месторождений оценена погрешность прогнозирования эффективности данных мероприятий посредством разработанной модели искусственной нейронной сети. В сравнении с гидродинамическим моделированием, разработанная математическая модель позволила получить прогнозные показатели за гораздо меньший срок при сопоставимой точности предсказания.

Ключевые слова:

Методы увеличения нефтеотдачи, выравнивание профиля приёмистости, нагнетательная скважина, сшитые полимерные системы, искусственные нейронные сети.

Введение

Характерной особенностью разработки нефтяных месторождений на текущий момент является прогрессирующее обводнение добываемой продукции. По этой причине достаточно большое количество скважин на месторождении находятся в бездействии, что в купе с увеличением количества месторождений с трудноизвлекаемыми запасами приводит к замедлению темпов роста добычи углеводородов как в Российской Федерации, так и за её пределами в краткосрочной перспективе и могут привести к существенному снижению в ближайшие 20–30 лет [1, 2].

Причины обводнения добываемой продукции скважин достаточно разнообразны, но обычно выделяются четыре основных фактора: обводнение подошвенной водой, продвижение нагнетаемой воды по пропласткам с высокой проницаемостью, наличие заколонных циркуляций, а также нарушение герметичности колонны [3]. Последние две проблемы решаются проведением ремонтно-изоляционных работ, поэтому наиболее интересным с точки зрения спектра решаемых задач является обводнение продукции добывающих скважин при существующей системе поддержки пластового давления по промытым каналам низкого фильтрационного сопротивления. На данный момент имеется достаточно широкий спектр инструментов

борьбы с данной проблемой как для вертикально-направленных, так и для горизонтально-направленных скважин [4, 5]. Одним из них является применение потокоотклоняющих технологий на нагнетательных скважинах. Данная технология базируется на закачивании в нагнетательную скважину (или группу нагнетательных скважин) специального реагента с целью уменьшения проницаемости промытых слоёв пласта и, как следствие, выравнивания профиля приёмистости по всему разрезу пласта. В итоге фронт вытеснения становится более равномерным и прорыв нагнетаемой воды в добывающие скважины либо уменьшается, либо ликвидируется вовсе, продляя рентабельный срок эксплуатации добывающей скважины. Технологии по выравниванию профиля приёмистости (ВПП) применяются с начала 1980 г., и в настоящий момент они классифицируются как по механизму воздействия на пласт, так и по типу используемого реагента [6]. Однако главной проблемой является не только подбор используемой технологии (композиционный состав реагента, его объем, технология закачки в скважину), но и оценка предполагаемой технологической эффективности мероприятия (получение дополнительной добычи нефти).

На текущий момент существуют алгоритмы оценивания предполагаемой дополнительной до-

бучи нефти, основанные на эмпирических критериях, которые зачастую вместо решения проблемы привносят лишь дополнительные неопределенности, что ограничивает их использование на практике [7]. Поэтому в данной работе будет предложен алгоритм оценивания технологической эффективности от ВПП, основанный на теории искусственных нейронных сетей (ИНС). Идейной привлекательностью предложенной методики является её простота и меньшая трудоёмкость по сравнению с другими средствами моделирования ВПП, например с помощью гидродинамических моделей.

Постановка задачи

За последние 10 лет уже было предпринято несколько попыток разработки моделей для предсказания эффективности от ВПП на основе теории ИНС [8, 9]. Главным недостатком представленных моделей являлось, *во-первых*, их достаточно узкое последующее применение для оценки эффекта, обусловленное весьма специфическими геолого-физическими свойствами рассматриваемых месторождений и, *во-вторых*, невключение в рассматриваемые исходные параметры моделей характеристик, являющихся ключевыми при проведении ВПП. В работе [10] была сделана попытка, используя ранее предложенные идеи, предложить более простую для реализации на практике модель ИНС, однако до конца проблему решить не удалось, т. к. часть используемых исходных параметров (как, например, предполагаемый источник обводнения скважины) несут в себе большую неопределенность и их достоверное задание является отдельной, достаточно нетривиальной, задачей, предполагающей проведение дополнительных исследований, на которые, как правило, компания-оператор никогда не идет.

Поэтому в предлагаемой модели в качестве входных используются характеристики, в полной мере описывающие процесс ВПП и при этом до начала моделирования определяемые с большой степенью достоверности из проектной документации месторождения, карточек работы скважин, геолого-технологической информации.

Методология построения модели искусственных нейронных сетей для предсказания эффективности выравнивания профиля приёмности

Под ИНС понимают систему для анализа данных в виде математической структуры, состоящую из совокупности нейронов, соединенных между собой специальным образом. Схематично ИНС представлена на рис. 1.

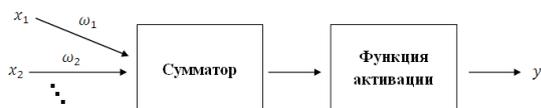


Рис. 1. Структура искусственной нейронной сети

Fig. 1. Structure of an artificial neural network

Величины x_1, x_2, \dots являются известными входными переменными; $\omega_1, \omega_2, \dots$ – весовые коэффициенты; y – рассчитанное значение. Процесс работы ИНС идейно прост – на вход нейрона подается два набора: вектор входных параметров x_1, x_2, \dots, x_n и вектор весовых коэффициентов $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$. Далее эти два набора перемножаются (вектор весовых коэффициентов предварительно транспонируется), в результате на выходе нейрона имеется значение функции активации. Наиболее часто применяемой функции активации является сигмоида:

$$f = \frac{1}{1 + \exp\{-\omega^T x\}},$$

где f – функция активации; ω^T – транспонированный вектор из весовых коэффициентов, а x – вектор, состоящий из входных переменных модели.

Решением модели ИНС будет такой набор весовых коэффициентов $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, при котором на основе совокупности вектора входных переменных будет рассчитываться прогнозируемая переменная y .

Процесс обучения ИНС на основе обучающей выборки известных данных заключается в подборе весовых коэффициентов $\omega_1, \omega_2, \dots$ таким образом, чтобы рассчитанное значение прогнозируемого параметра y совпало с фактическим значением с некоторой заранее заданной погрешностью [11, 12].

Процедура создания ИНС включает в себя задание количества слоёв сети и количества нейронов, содержащихся в каждом слое сети. Методология определения числа нейронов в слое сети известна и заключается в соблюдении одного из нескольких простых правил: число нейронов в слое сети должно лежать между числом входных и выходных переменных модели; число нейронов в слое сети не должно превышать удвоенного количества входных переменных. Известна и экспериментально полученная зависимость, связывающая число нейронов в скрытом слое сети с числом обучающих примеров и количеством входных переменных [13].

На начальном этапе создания ИНС была обобщена имеющаяся информация об используемых входных параметрах [7–10, 14, 15], а также собственный опыт подбора скважин-кандидатов для проведения ВПП на месторождениях РФ. Из всего списка имеющейся в наличии информации была исключена противоречивая, неполная и трудноинтерпретируемая. В итоге в качестве входных параметров модели были выбраны 9 характеристик, приведенных в таблице.

Предварительная подготовка данных

Поскольку обучение ИНС требует предварительной подготовки данных, была подготовлена информация о значениях исходных переменных, представленных в таблице, характеризующих основные промысловые и технологические показатели проведения ВПП на одном из месторождений Поволжского региона, перевода всех значений рассматриваемых переменных в интервал $[0, 1]$; для выполнения этой процедуры была использована

мини-максная нормализация [16], представленная следующей формулой

$$x^* = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}},$$

где x^* – нормализованная переменная; x – исходная переменная; x_{\min} – минимальное значение в наборе переменных x ; x_{\max} – максимальное значение в наборе переменных x .

Таблица. Исходные параметры модели ИНС для предсказания эффекта от ВПП

Table. Initial parameters of artificial neural network model for improving water injection profile

Параметр Parameter	Ед. измерения Units
Пористость пласта Layer growth	%
Проницаемость пласта Layer permeability	мД/мД
Дебит жидкости добыв. скв. до ВПП Liquid rate of a field well before improving water injection profile	м ³ /сут m ³ /day
Обводненность добыв. скв. до ВПП Water cut of a field well before improving water injection profile	%
Объем закачки реагента Agent injection amount	м ³ /м ³
Депрессия на добыв. скв. Field well drawdown	атм./atm.
Ср. расст. между нагнет. и добыв. скв. Average distance between injector and field wells	м/м
Потенциал динамического уровня Dynamic level potential	м/м
Ср. компенсация на участке Average compensation over the area	%

Также необходимо отметить следующий важный аспект применительно к моделям ИНС: модель будет устойчивой только в пределах изменения от x_{\min} до x_{\max} для каждой характеристики. Например, если на этапе прогнозирования диапазон изменения пористости пласта составляет от 11 до 18 %, а на этапе обучения модели ИНС этот параметр менялся в диапазоне от 17 до 22 %, то в таком случае оценка погрешности обучения становится несостоятельной и использование модели в практических целях не представляется возможным – предсказываемая эффективность может в десятки или даже сотни раз превышать фактические показатели. В работе [17] был предложен подход для подобных случаев, основанный на наличии доверительных интервалов для используемых в модели параметров. Однако применение данного подхода в разрабатываемой модели привело бы к излишнему её усложнению, поэтому при моделировании контролировались диапазоны исходных характеристик на этапе обучения и на этапе прогноза, и если наблюдались расхождения, то прогноз ожидаемой эффективности не осуществлялся.

Структура искусственной нейронной сети

Создание модели ИНС осуществлялось в программном обеспечении Statistica. Разрабатываемая модель ИНС была обучена на 90 % исходной выборки, а оставшиеся 10 % выборки были использованы для тестовой проверки качества обучения модели. Выборка была представлена технологическими показателями по 106 скважинам. Для обучения ИНС, состоявшей из 4-х нейронов в промежуточном слое с функцией активации сигмоида, использовался алгоритм Левенберга–Марквардта [18]. В качестве выходных (предсказываемых) параметров модели использовались две характеристики: ожидаемое изменение обводнённости продукции добывающей скважины после ВПП (в процентах) и ожидаемая продолжительность эффекта (в днях). Выбор данных предсказываемых характеристик был основан на том, что при условии сохранения постоянных отборов жидкости в добывающих скважинах технологический эффект от ВПП будет зависеть от изменения обводнённости (при успешном мероприятии обводнённости будет уменьшаться, при неуспешном – расти) и продолжительности этого изменения. Величина средней ошибки на тестовой проверке качества построения модели составила 4,7 %. Кросс-плот расчётных и фактических значений по изменению обводнённости представлен на рис. 2. Положительным значениям соответствует рост обводнённости на добывающих скважинах после ВПП, отрицательным – снижение обводнённости после ВПП.

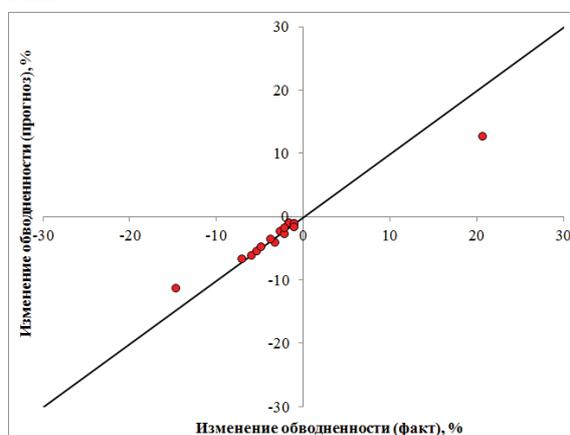


Рис. 2. Сравнение фактических и расчётных обводнённостей на тестовой выборке

Fig. 2. Comparison of real and rated water cut on a test set

Анализ приведенных выше результатов показывает, что построенная ИНС характеризуется высоким качеством обучения. Выпадающую точку в первом координатном углу можно объяснить тем, что на скважине, соответствующей этой точке, после ВПП провели другое геолого-технологическое мероприятие, что спровоцировало достаточно резкий рост обводнённости, чего модель ИНС предугадать не смогла.

Проверка работоспособности искусственной нейронной сети

Прогнозные качества разработанной ИНС были апробированы путём оценки ожидаемого изменения обводнённости и продолжительности эффекта на опыте проведения ВПП в 2012 г. Мероприятие проводилось по той же технологии, что и ранее – для перераспределения потоков в пласте через нагнетательные скважины закачивались сшитые полимерные составы (СПС) на основе полимеров ряда акриламида и сшивателей, в роли которых выступают соли трёхвалентных металлов. Так как нефтяной пласт характеризовался слоистой неоднородностью и средней обводнённостью добывающих скважин по участку порядка 94 % и соотношением нагнетательных и добывающих скважин примерно 1:6, то применение СПС было оправдано [19]. В качестве реагирующих рассматривалось 18 добывающих скважин. Перед инициализацией модели была произведена проверка условия стабильности разработанной ИНС – все 9 рассматриваемых входных параметров находились в диапазонах изменения значений, принятых на этапе обучения ИНС.

Механизм оценивания качества прогноза был следующим: посредством ИНС прогнозировалось изменение обводнённости на добывающих скважинах после ВПП и продолжительность данного изменения. Для удобства дальнейшего анализа, зная обводнённость добывающих скважин до проведения ВПП и спрогнозированное изменение обводнённости, рассчитывалась обводнённость после ВПП и сопоставлялась с фактической обводнённостью. На рис. 3 и 4 приведена диаграмма распределения ошибок по предсказанию обводнённости после ВПП и продолжительности эффекта от проведенного мероприятия.

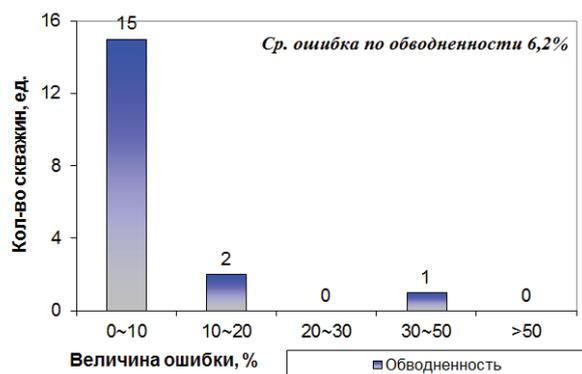


Рис. 3. Диаграмма распределения ошибок предсказания обводнённости

Fig. 3. Diagram of distribution of water cut predicting errors

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что предсказание обводнённости добываемой продукции с помощью ИНС дало отличный результат – средняя ошибка предсказания составила 6,2 %, при этом только одна скважина попала в диапазон ошибок от 30 до 50 %: данное обстоятельство также объясняется проведением сопутствующего гидравлического разрыва пласта, спрово-

воцировавшего резкий рост обводнённости. Предсказание по продолжительности эффекта получилось в целом удовлетворительное – средняя ошибка составляет почти 80 %. Данное обстоятельство можно объяснить следующим образом: выборка для обучения ИНС по изменению обводнённости продукции добывающих скважин после ВПП была более репрезентативна (диапазон изменения составил от -33,6 до +20,7 %), в то время как продолжительность реакции по большинству скважин составляла около 90 дней, что и повлекло за собой гораздо менее точный прогноз относительно продолжительности эффекта от ВПП.

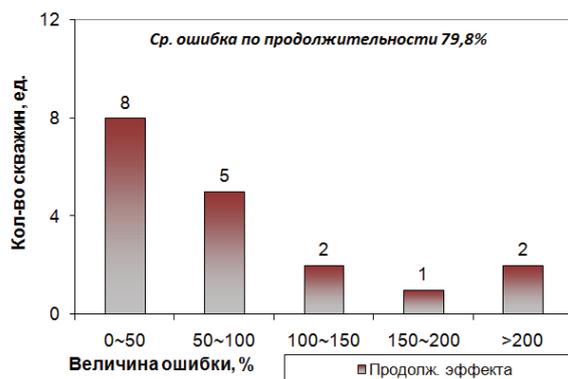


Рис. 4. Диаграмма распределения ошибок предсказания продолжительности эффекта

Fig. 4. Diagram of distribution of effect duration predicting errors

Поскольку при планировании ВПП на месторождении или его участке для оценки его рентабельности оперируют таким понятием, как суммарная дополнительная добыча нефти по итогам мероприятия, то далее была оценена итоговая прогнозная дополнительная добыча нефти по алгоритму, приведенному на рис. 5.

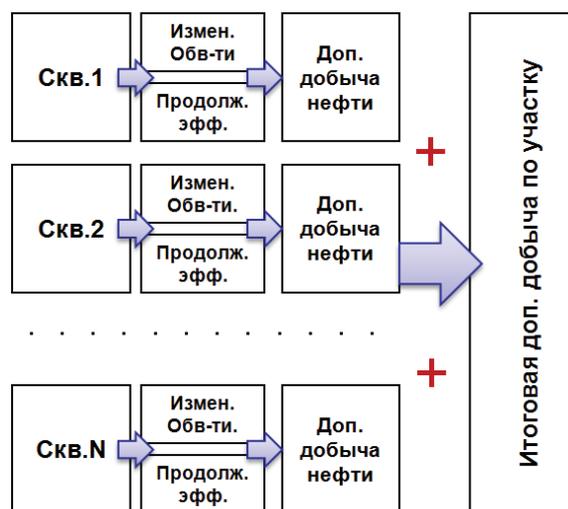


Рис. 5. Алгоритм оценивания дополнительной добычи нефти по участку

Fig. 5. Algorithm of estimating additional oil production on the area

Зная ожидаемое изменение обводнённости добываемой продукции и продолжительность эффекта для каждой добывающей скважины (при условии сохранения постоянства отборов жидкости из пласта) рассчитывалась дополнительная добыча нефти. В качестве итоговой дополнительной добычи нефти по всему участку бралась сумма дополнительной добычи по каждой добывающей скважине. Расчётная эффективность мероприятия по рассматриваемому участку составила 0,64 тыс. т дополнительной нефти, в то время как фактически было добыто 0,34 тыс. т. Не смотря на почти двукратное превышение прогнозируемой дополнительной добычи нефти над фактически полученной, необходимо заметить, что разработанная методика на основе ИНС показала более адекватные результаты прогноза по сравнению с гидродинамическим моделированием в программном комплексе Eclipse за гораздо меньшее расчётное время.

Выводы

1. Предложена модель искусственной нейронной сети для оценки технологического эффекта от

проведения выравнивания профиля приёмистости на нагнетательных скважинах.

2. С помощью разработанной модели нейронной сети была произведена оценка изменения обводнённости добываемой продукции и продолжительности эффекта от проведения ВПП на одном из месторождений в 2012 г.
3. Средняя ошибка предсказания обводнённости добывающих скважин составила 6,2 %, средняя ошибка предсказания продолжительности эффекта – 79,8 %.
4. Предложенная методика может применяться для оценки технологической эффективности от выравнивания профиля приёмистости в качестве альтернативы гидродинамическому моделированию в программном комплексе Eclipse, т. к. гораздо менее трудоёмка. В случае, если гидродинамическая модель не актуализирована на дату прогнозирования, нейросетевое моделирование является фактически единственной возможностью получить экспертную оценку ожидаемой эффективности мероприятия от выравнивания профиля приёмистости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аналитический бюллетень. Нефтегазодобывающая и нефтеперерабатывающая промышленность: тенденции и прогнозы. Вып. № 9. Итоги 2012 года. М., 2013. 46 с. URL: <http://vid1.rian.ru/ig/ratings/oil9.pdf> (дата обращения: 20.05.2014).
2. Добыча нефти // Все о нефти. 2011–2014. URL: <http://vseonefti.ru/upstream/> (дата обращения: 19.05.2014).
3. Основные виды и причины обводнения скважин. URL: http://water-control.narod.ru/vid_obvodneniya.html (дата обращения: 16.05.2014).
4. Павлов И.В. Обоснование технологии ограничения притока воды в горизонтальные скважины составами направленного воздействия: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – СПб., 2009. – 20 с.
5. Способ снижения обводнённости продукции нефтяных добывающих скважин: пат. Рос. Федерация № 2161246; заявл. 16.03.04; опубл. 10.08.04, Бюл. № 18371. – 4 с.
6. Шандрыгин А.Н., Лутфуллин А.А. Основные тенденции развития методов увеличения охвата пластов воздействием в России (SPE 117410) // Труды Российской нефтегазовой технической конференции сообщества инженеров-нефтяников. – Москва, 2008. – С. 1–23.
7. Herbas J., Moreno R., Marin T.A., Romero M.F., Coombe D. Reservoir simulation of non selective of a polymer gel treatment to improve water injection profiles and sweep efficiency in the Lagomar field Western Venezuela (SPE-92025-MS). *SPE international petroleum conference*. Puebla, 2004. pp. 1–10.
8. Saaedi A., Camarda J., Liang J-T. Using neural networks for candidate selection and well performance prediction in water-shutoff treatments using polymer gels – a field-case study (SPE-101028-PA). *SPE Asia Pacific Oil&Gas conference and exhibition*. Adelaide, 2006. pp. 1–8.
9. Ghoraihy S., Liang J-T., Green D.W., Liang H.C. Application of Bayesian networks for predicting the performance of gel-treated wells in the Arbuckle formation, Kansas (SPE 113401-MS). *SPE/DOE improved oil recovery symposium*. Oklahoma, 2008. pp. 1–7.
10. Ferreira I., Gammiero A., Llamado M. Design of a neural network model for predicting well performance after water shutoff treat-

ments using polymer gels (SPE 153908). *SPE Latin American and Caribbean petroleum conference*. Mexico, 2012. pp. 1–9.

11. Круглов В.В., Дли М.И., Голунов Р.Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. – М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2001. – 221 с.
12. Васенков Д.В. Методы обучения искусственных нейронных сетей // Компьютерные инструменты в образовании. – 2007. – № 1. – С. 20–29.
13. Xu S., Cheng C. A Novel approach for determining the optimal number of hidden layer neurons for FNN's and its applications in data mining. *5th International conference on information technology and application*. Tasmania, 2008. pp. 683–686.
14. Ручкин А.А. Повышение эффективности применения потокоотклоняющих технологий (на примере гидродинамически связанных коллекторов Самотлорского месторождения): автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Тюмень, 2003. – 25 с.
15. Жуков Р.Ю. Обоснование применения технологий по выравниванию профиля приемистости на поздней стадии разработки нефтяных месторождений (на примере месторождений Среднего Приобья): автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 2013. – 24 с.
16. Data mining. P. 2. Data Understanding and Preparation. Spring 2010. URL: http://webpages.iust.ac.ir/yaghini/Courses/Data_Mining_882/DM_02_04_Data%20Transformation.pdf (дата обращения: 20.05.2014).
17. Иванов Е.Н., Кононов Ю.М. Выбор методов увеличения нефтеотдачи на основе аналитической оценки геолого-физической информации // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321. – № 1. – С. 149–154.
18. Левенберг К. Метод для решения определенных задач в наименьших квадратах // Журнал прикладной математики. – 1944. – № 2. – С. 164–168.
19. Состояние и перспективы применения полимерного воздействия на пласт / И. Швецов, Г. Бакаев, В. Кабо, В. Перунов, Ю. Соляков // Нефтяное хозяйство. – 1994. – № 4. – С. 37–41.

Поступила 21.05.2014 г.

UDC 004.8, 004.942, 622.279

DESIGN OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS FOR PREDICTING THE TECHNOLOGICAL EFFICIENCY OF IMPROVING WATER INJECTION PROFILE

Yuri A. Keller,

Cand. Sc., National Research Tomsk State University, 36, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: kua1102@rambler.ru

The urgency of the discussed issue is caused by the need to develop the methodology for predicting efficiency of enhanced oil recovery methods. The methodology proposed can be used to evaluate the operation effectiveness as an alternative to application of hydrodynamic modeling, which does not always give accurate results at the high complexity of implementation in practice.

The main aim of the study is to develop the methodology for predicting the technological efficiency of improving water injection profiles on injector wells by means of artificial neural networks and to check the predicting efficiency of the method developed on the basis of really conducted operations.

The methods used in the study: analysis and summarizing of the results of improving water injection profiles on injector wells performed on one of the oil fields from 2008 to 2011; analysis of the influence of geological and physical characteristics and the technological productivity of wells on the total result of improving water injection profiles in terms of additional oil production due to lower water cut.

The results. The paper demonstrates the possibility of using artificial neural networks for estimating the expected additional oil production as a result of improving water injection profiles on injector wells. Based on the operations of improving water injection profiles performed on one of the oil fields, the author has estimated the deviation in predicting the efficiency of improving water injection profiles by means of the suggested artificial neural network model. In comparison with the hydrodynamic modeling the developed mathematical model allowed obtaining forecast parameters for a shorter period with comparable prediction accuracy.

Key words:

Enhanced oil recovery methods, improving water injection profile, injector well, cross-linked polymer system, artificial neural networks.

REFERENCES

1. *Analitichesky byulleten. Neftegazodobyvayushchaya i neftepererabatyvayushchaya promyshlennost: tendentsii i prognozy. Itogi 2012 goda* [Analytic bulletin. Oil-and-gas producing and processing industry: trends and predictions. Results of 2012]. Moscow, 2013. Iss. no. 9. Вып. 46 p. Available at: vid1.rian.ru/ig/ratings/oil9.pdf (accessed 20 May 2014).
2. *Dobycha nefiti* [Oil production]. *Vse o nefiti* [Everything about oil]. 2011–2014. Available at: <http://vseonefti.ru/upstream/> (accessed 19 May 2014).
3. *Osnovnye vidy i prichiny obvodneniya skvazhin* [The main types and the reasons of drowning]. Available at: http://water-control.narod.ru/vid_obvodneniya.html (accessed 16 May 2014).
4. Pavlov I.V. *Obosnovanie tekhnologii ogranicheniya pritoka vody v gorizontalnye skvazhiny sostavami napravlenno go vozdeystviya*. Aftoref. Kand. Diss [Substantiation of the technology of water shut-off in horizontal wells by means of directional compositions]. St-Petersburg, 2009. 20 p.
5. Bagramov K.A., Dyachuk I.A., Lutsenko A.A., Repin D.N., Tyan N.S., Khasanov M.M. *Sposob snizheniya obvodnennosti produktivnykh nefityanykh dobyvayushchikh skvazhin* [A method of reducing production well water cut]. Patent RF, no. 2161246, 2004.
6. Shandrygin A.N., Lutfullin A. *Osnovnye tendentsii razvitiya metodov uvelicheniya okhvata plastov vozdeystviem v Rossii* [Main trends in developing the enhanced reservoir coverage by stimulation in Russia] (SPE 117410). *Trudy Rossiyskoy neftegazovoy tekhnicheskoy konferentsii* [SPE Russian oil and gas technical conference and exhibition]. Moscow, 2008. pp. 1–23.
7. Herbas J., Moreno R., Marin T.A., Romero M.F., Coombe D. *Reservoir simulation of non selective of a polymer gel treatment to improve water injection profiles and sweep efficiency in the Lagomar field Western Venezuela (SPE-92025-MS)*. *SPE international petroleum conference*. Puebla, 2004. pp. 1–10.
8. Saedi A., Camarda J., Liang J-T. *Using neural networks for candidate selection and well performance prediction in water-shutoff treatments using polymer gels – a field-case study (SPE-101028-PA)*. *SPE Asia Pacific Oil&Gas conference and exhibition*. Adelaide, 2006. pp. 1–8.
9. Ghoraihy S., Liang J-T., Green D.W., Liang H.C. *Application of Bayesian networks for predicting the performance of gel-treated wells in the Arbuckle formation, Kansas (SPE 113401-MS)*. *SPE/DOE improved oil recovery symposium*. Oklahoma, 2008. pp. 1–7.
10. Ferreira I., Gammiero A., Llamado M. *Design of a neural network model for predicting well performance after water shutoff treatments using polymer gels (SPE 153908)*. *SPE Latin American and Caribbean petroleum conference*. Mexico, 2012. pp. 1–9.
11. Kruglov V.V., Dli M.I., Golunov R.Yu. *Nechetkaya logika i iskusstvennye neyronnye seti* [Fuzzy logic and artificial neural network]. Moscow, Fiziko-matematicheskaya literature Publ., 2001. 221 p.
12. Vasenkov D.V. *Metody obucheniya iskusstvennykh neyronnykh setey* [Methods of training artificial neural networks]. *Kompyuternye instrumenty v obrazovanii*, 2007, no. 1, pp. 20–29.
13. Xu S., Cheng C. *A Novel approach for determining the optimal number of hidden layer neurons for FNN's and its applications in data mining*. *5th International conference on information technology and application*. Tasmania, 2008. pp. 683–686.
14. Ruchkin A.A. *Povyshenie effektivnosti primeneniya potokootklo-nyayushchikh tekhnologiy (na primere gidrodinamicheski svyazannykh kollektorov Samotlorskogo mestorozhdeniya)*. Aftoref. Kand. Diss [Increasing the efficiency of using flow-deflecting technologies (based on the example of the hydrodynamically connected reservoirs of Samotlor field)]. Tumen, 2003. 25 p.
15. Zhukov R.Yu. *Obosnovanie primeneniya tekhnologii po vypravnivaniiyu profilya priemistosti na pozdney stadii razrabotki nefityanykh mestorozhdeniy (na primere mestorozhdeniy Srednego Priobya)*. Aftoref. Kand. Diss [Substantiation of applying technologies of improving water injection profile at late stage of oil fields development (based on the example of the fields of Srednee Priobye)]. Moscow, 2013. 24 p.
16. *Data mining. P. 2. Data Understanding and Preparation*. Spring 2010. Available at: http://webpages.iust.ac.ir/yaghini/Courses/Data_Mining_882/DM_02_04_Data%20Transformation.pdf (accessed 20 May 2014).
17. Ivanov E.N., Kononov Yu.M. *Vybor metodov uvelicheniya nefteot-dachi na osnove analiticheskoy otsenki geologo-fizicheskoy informat-sii* [The choice of enhanced oil recovery methods on the basis of analytical assessment of geological and field information]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2012, vol. 321, no. 1, pp. 149–154.
18. Levenberg, K. *A method for the solution of certain problems in least squares*. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1944, vol. 2, pp. 164–168.
19. Shvetsov I., Bakaev G., Kabo V., Perunov V., Solyakov Yu. *Sostoyanie i perspektivy primeneniya polimernogo vozdeystviya na plast* [The state and prospects of using polymer flooding on the formation]. *Neftyanoe khozyaistvo*, 1994, no. 4, pp. 37–41.

Received 21 May 2014.

УДК 004.415.2, 658.5

ОБЪЕКТНО-СТРУКТУРНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СИСТЕМ СБОРА И ОБРАБОТКИ УЧЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Мкртычев Сергей Вазгенович,

канд. техн. наук, начальник отдела АСУ Межрегиональной дирекции ОАО «СК «Астро-Волга», Россия, 445012, г. Тольятти, ул. Матросова, д. 10; доцент каф. информатики и вычислительной техники ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», Россия, 445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14. E-mail: sm4602@rambler.ru

Рассматриваются проблемно-ориентированные системы сбора и обработки учетно-аналитической информации, основное назначение которых состоит в сборе, обработке, категоризации и представлении в удобной форме информации руководителям предприятий и компаний для выработки управленческих решений. Ключевым критерием эффективности таких систем, помимо достоверности выходной информации, является уровень отражения специфики управленческого учета в конкретной организации, который зависит от качества концептуальной модели системы. Актуальность работы обусловлена необходимостью исследования теоретических аспектов моделирования эффективных проблемно-ориентированных систем обработки учетно-аналитической информации.

Цель исследования: разработка концепций объектно-структурного подхода к моделированию проблемно-ориентированных систем обработки учетно-аналитической информации.

Методы исследования: логистический подход, метод имитационного моделирования, метод объектно-структурного моделирования сложных производственных систем, современная концепция построения систем оперативной транзакционной обработки данных, методология объектно-ориентированного анализа.

Результаты. Сформулированы и описаны принципы объектно-структурного подхода к моделированию проблемно-ориентированных систем сбора и обработки учетно-аналитической информации. Перечислены базовые концептуальные классы объектно-структурного подхода: виртуальные склады, контролеры, агрегаты и передель. Описанные принципы объектно-структурного подхода позволяют расширить его методологические возможности для концептуального моделирования эффективных проблемно-ориентированных систем сбора и обработки учетно-аналитической информации благодаря универсальности используемой в подходе объектно-структурной модели, простоте ее адаптации к специфике управленческого учета в конкретной организации и интеграции в ее корпоративную информационную систему. На основе предлагаемого подхода разработана методология моделирования, успешно применяемая в процессе проектирования проблемно-ориентированных систем сбора и обработки учетно-аналитической информации для многопередельных производств и страховой деятельности.

Ключевые слова:

Объектно-структурный подход, моделирование, проблемно-ориентированные системы сбора и обработки учетно-аналитической информации, адаптация, интеграция.

Введение

В соответствии с международной классификацией информационных систем организационно-экономического назначения системы сбора и обработки учетно-аналитической информации (СОУИ) позиционируются как информационные системы управленческого учета (Management Accounting Information Systems), основными функциями которых являются сбор, обработка, категоризация и представление в удобной форме информации руководителям предприятий и компаний для выработки управленческих решений [1, 2].

С позиций процессного подхода проблемно-ориентированные СОУИ рассматриваются как компоненты (подсистемы) корпоративной информационной системы (КИС), обслуживающие операционные бизнес-процессы организаций, отличающихся индивидуальной спецификой производства или деятельности (промышленные системы со сложными технологическими процессами, страховые компании и др.) [3].

Ключевым критерием эффективности таких систем помимо достоверности выходной информации является уровень отражения специфики управ-

ленческого учета в конкретной организации, который зависит от качества концептуальной модели СОУИ [4, 5].

В этой связи представляет актуальность исследование теоретических аспектов моделирования проблемно-ориентированных СОУИ.

Постановка задачи

В современной практике процессного проектирования компонентов КИС предприятия или компании на стадии концептуального моделирования предпочтение отдается методологиям, основанным на структурном подходе. Результатом такого моделирования является Workflow-модель, представляющая собой структурно-функциональное (содержательное) описание компонента [6].

Следует отметить, что для концептуального представления СОУИ помимо содержательного описания необходимо использовать более формализованные модели, для создания которых рекомендуются методологии, основанные на сетях Петри.

Однако указанные методологии не позволяют в полной мере отразить особенности управленческого учета в сложных производственных системах,

поскольку основное внимание в них уделяется четкой и однозначной спецификации процессов, а не объектов исследуемой предметной области.

В последнее время для решения таких задач используются методологии онтологического анализа, основанные на учетной модели REA («ресурс–событие–агент») [7].

Следует напомнить, что применение онтологических описаний целесообразно для предметных областей, отличающихся высоким уровнем стандартизации. Кроме того, ограниченные возможности онтологических классов снижают эффективность использования концептуальной модели на этапе логического моделирования проблемно-ориентированных СОУИ [8].

Предлагаемый в статье объектно-структурный подход представляется более перспективным для построения концептуальных моделей проблемно-ориентированных СОУИ и основывается на взаимосвязи различных подходов, методов и технологий моделирования сложных информационных систем.

Основы объектно-структурного подхода

Объектно-структурный подход является методологическим подходом к моделированию проблемно-ориентированных СОУИ, в основу которого положены логистический подход, метод объектно-структурного моделирования сложных производственных систем, современная концепция построения систем оперативной транзакционной обработки данных и методология объектно-ориентированного анализа.

Рассмотрим основные особенности вышеперечисленных подходов и методологий.

В теории логистики широко используется понятие логистической цепи, представляющей собой множество звеньев логистического процесса, линейно упорядоченное по материальному (информационному) потоку с целью анализа или проектирования определенного набора логистических операций. Управление материальным и информационным потоками в логистической цепи обеспечивается логистическими информационными системами, для исследования которых используется метод имитационного моделирования [9].

Метод объектно-структурного моделирования сложных производственных систем базируется на понятии класса технологических объектов: складов, контролеров, агрегатов и моделей их взаимодействия (этапов или переделов). Результатом объектно-структурного моделирования технологического процесса является иерархическая модель в виде ориентированного графа, математически описываемого матрицей инцидентностей используемых технологических объектов [10].

Согласно современной концепции построения учетных систем последние относятся к категории систем оперативной транзакционной обработки данных (Online Transaction Processing (OLTP)). OLTP-системы реализуются в архитектуре «клиент–сер-

вер» и опираются на реляционную модель базы данных с высоким уровнем нормализации [11].

Методология объектно-ориентированного анализа основывается на понятии объектной модели, в которой объект исследуемой предметной области описывается как совокупность атрибутов и полиморфных операций (методов) [12].

Принципы объектно-структурного подхода

Объектно-структурный подход базируется на следующих принципах:

1. С позиций логистического подхода СОУИ представляется как логистическая информационная система, поддерживающая учет материального потока в логистической цепи «источник сырья – производственный процесс – приемник готовой продукции».
2. Функциональные и архитектурные особенности проблемно-ориентированных СОУИ позволяют рассматривать их как имитационные модели, обеспечивающие проведение вычислительных экспериментов с управленческим учетом на основе реальных первичных данных, в том числе накопленных за предыдущие периоды. Данное утверждение обосновывается следующими доводами:

- назначение имитационной модели состоит в сборе и обработке статистической информации реальной системы, что обеспечивается функциональностью СОУИ;
- в СОУИ, как и в имитационной модели, используются понятия реального системного и модельного времен. Реальное системное время проведения учетной операции является одним из обязательных реквизитов учетно-аналитической информации. Модельное время СОУИ, как и в любой OLTP-системе, представляет собой совокупность меток времени учетных транзакций, реализующую функцию календаря событий [13, 14].

3. В методологии объектно-структурного подхода представление концептуальной модели СОУИ имеет вид кортежа:

$$MC = \langle MC_{cf}, MC_{oc} \rangle,$$

где MC_{cf} , MC_{oc} – структурно-функциональное (неформализованное) и объектно-структурное (формализованное) описание концептуальной модели СОУИ соответственно.

Как показывает практика, такое важное для проблемно-ориентированных СОУИ свойство, как адекватность решаемым задачам, обеспечивается при создании структурно-функционального описания их концептуальных моделей с помощью методологии DFD [15].

Формализованное описание концептуальной модели создается с помощью метода объектно-структурного моделирования СОУИ, опирающегося на понятие концептуального класса – абстрактного класса виртуальных объектов-механизмов исполнения, имитирующих реальные технологические объекты логистической цепи обработки материального потока.

Перечислим базовые концептуальные классы объектно-структурного подхода:

- виртуальные склады, в которых фиксируется изменение положения обрабатываемого элемента потока (товарно-материальной ценности (ТМЦ), документа и др.) в пространстве;
- виртуальные контролеры, обеспечивающие контроль статуса (состояния) элемента потока и управление процессом его изменения;
- виртуальные агрегаты, в которых происходит изменение состояния элемента потока;
- виртуальные переделы информации, представляющие собой комбинации вышеперечисленных концептуальных классов (например, «склад-агрегат-склад»).

Формализованное представление объектов концептуальных классов на основе методологии объектно-ориентированного анализа описывается следующим образом:

$$KO = \langle A_{KO}, O_{KO} \rangle,$$

где A_{KO} , O_{KO} – специфические атрибуты и операции концептуального класса.

Отсутствие обратных связей в транзакционной обработке данных позволяет использовать для описания объектно-структурной модели простейший класс графов – линейные ориентированные деревья [16].

Таким образом, объектно-структурная модель СОУИ представляет собой ориентированное по информационному потоку дерево (ордеререво), каждый из узлов которого обозначает виртуальный объект, являющийся наследником одного из концептуальных классов объектно-структурного подхода.

Объектно-структурная модель системы N -передельного процесса обработки информации производственного учета (рис. 1) описывается в виде ордеререва $O(S, P, D)$, где $S = \{s_1, s_{N+2}\}$ – узлы, обозначающие вир-

туальные склады; $P = \{p_2, p_3, \dots, p_{N+1}\}$ – узлы, обозначающие виртуальные переделы; $D = \{d_1, d_2, \dots, d_{N+1}\}$ – дуги, обозначающие маршрут движения информационного потока.

Корнем ордеререва является узел s_1 , обозначающий виртуальный склад-источник информации.

Концевой вершиной ордеререва является узел s_{N+2} , обозначающий виртуальный склад-приемник информации;

Для всех узлов, кроме s_{N+2} , полустепень исхода равна 1.

Математическое описание такой модели может быть представлено в виде упорядоченных массивов вида $MU: [1..N+2]$ of CU или $MD: [1..N+1]$ of CD , где CU , CD – типы данных, определяющие подмножества значений показателей, которыми нагружены узлы или дуги ордеререва соответственно (например, данные об остатках, статусах или движениях ТМЦ и документов на складах и переделах технологического процесса). Индексы элементов массивов представляют собой номера узлов или дуг в ордеререво.

Концептуальные классы реализуются в виде шаблонов (паттернов) объектно-ориентированного проектирования СОУИ [17].

Так, на рис. 2 в нотации языка UML изображены шаблоны концептуальных классов системы сбора и обработки информации производственного учета.

Представленные шаблоны на стадии логического моделирования используются как классы-супертипы для построения моделей наследования объектов СОУИ, которые являются основой для разработки ее реляционной модели данных и бизнес-логики.

Следует обратить внимание на использование полиморфных операций в спецификации представленных концептуальных классов.

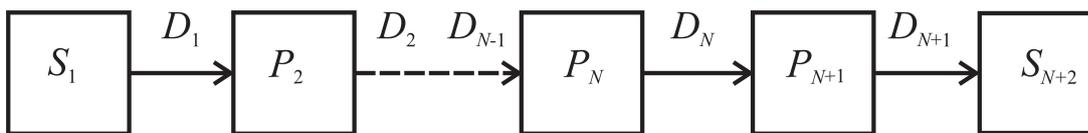


Рис. 1. Объектно-структурная модель системы N -передельного процесса обработки информации

Fig. 1. Object-structured model of the system of N -limited process of information processing

СКЛАД	АГРЕГАТ	КОНТРОЛЕР
идентификатор остаткиТМЦ	идентификатор статусТМЦ	идентификатор результатКонтроля
+приходТМЦ() +расходТМЦ()	+изменитьСтатусТМЦ()	+контрольСтатусаТМЦ()

Рис. 2. Шаблоны концептуальных классов системы обработки информации производственного учета

Fig. 2. Patterns of conceptual class of the system for processing production accounting information

Физическая реализация объектно-структурной модели СОУИ представляет собой транзакцию OLTP-системы, обеспечивающей обработку информационного потока в логистической цепи.

Методологические преимущества объектно-структурного подхода

Использование объектно-структурного подхода как методологической основы моделирования позволяет создавать эффективные проблемно-ориентированные СОУИ, что обеспечивается следующими особенностями:

1. Универсальность объектно-структурных моделей СОУИ.

Данное свойство обеспечивается благодаря изоморфизму объектно-структурных моделей СОУИ.

Пусть $O_1(U_1, D_1)$ и $O_2(U_2, D_2)$ – сравниваемые на предмет изоморфизма объектно-структурные модели СОУИ, где U_1, U_2 – непустые конечные множества узлов, а D_1, D_2 – непустые конечные множества дуг ордеревьев моделей соответственно.

С учетом известного положения об изоморфизме и инвариантах ориентированных графов [18] предлагается следующая формулировка изоморфизма объектно-структурных моделей: объектно-структурные модели проблемно-ориентированных СОУИ $O_1(U_1, D_1)$ и $O_2(U_2, D_2)$ изоморфны, если ордеревья сравниваемых моделей имеют одинаковое число узлов ($n(O_1)=n(O_2)$) и совпадающие направления дуг D_1, D_2 , а также существует биекция, сохраняющая концептуальные классы, наследниками которых являются объекты, обозначающие узлы ордеревьев объектно-структурных моделей.

Таким образом, проверка на изоморфизм объектно-структурных моделей СОУИ для подобных технологических процессов сводится к сравнению свойств (атрибутов и методов) объектов, которые обозначаются соответствующими узлами ордеревьев сравниваемых моделей, на предмет принадлежности к одному и тому же концептуальному классу объектно-структурного подхода.

2. Простота адаптации объектно-структурных моделей СОУИ к специфике управленческого учета в конкретной организации.

Данное преимущество достигается благодаря возможности адаптации объектно-структурного подхода к особенностям предметной области посредством модификации базовых или создания новых концептуальных классов.

Так, на основе базовых концептуальных классов разработаны классы для систем обработки учетно-аналитической информации в страховой деятельности: «Страховой агрегат», «Страховой портфель» (аналог склада) и «Страховой контролер» [19].

На рис. 3 изображены примеры моделей наследования объектов страховой информационной системы, в которых в качестве объектов-потомков выступают реальные исполнители операционных бизнес-процессов страховой деятельности: страховой агент, страховщик (страховая организация), клиент (страхователь) и менеджер (специалист по страхованию).

Следует также отметить, что использование в концептуальных классах полиморфных операций обеспечивает гибкость перенастройки свойств наследуемых объектов, а следовательно, простоту адаптации объектно-структурных моделей к специфике управленческого учета конкретного предприятия или компании.

3. Простота интеграции СОУИ в КИС организации.

Важно отметить, что объекты моделей СОУИ, как специализированного компонента КИС организации, должны присутствовать в представлении последней, в том числе в виде элементов ее реляционной модели данных и бизнес-логики (например, в КИС производственных предприятий – это справочники складов, агрегатов, схем технологических процессов и др., в КИС страховых компаний – справочники страховых агентов, контрагентов (клиентов), регистры накопления данных и др.) [20, 21].



Рис. 3. Модели наследования объектов страховой информационной системы

Fig. 3. Models of inheritance of insurance information system objects

Таким образом, на стадии физического моделирования простота интеграции рассмотренных подсистем достигается путем построения серверных модулей СОУИ на платформе КИС, например, добавлением в структуру ее базы данных таблиц и связей, необходимых для поддержки требуемой функциональности и обеспечения необходимого уровня нормализации данных.

Выводы

Предлагаемый в статье объектно-структурный подход к моделированию проблемно-ориентированных СОУИ представляет научный и практический интерес.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boockholdt J.L. Accounting Information Systems: transaction processing and controls. – Boston: McGraw Hill Education, 1999. – 762 p.
2. Mia L., Chenhall R.H. The Usefulness of Management Accounting Systems, Functional Differentiation and Managerial Effectiveness // Accounting Organization Society. – 1994. – V. 19. – P. 1–13.
3. Мкртычев С.В. Классификация специализированных компонентов корпоративной информационной системы страховой компании // Автоматизация и современные технологии. – 2012. – № 9. – С. 28–31.
4. Kirilov R. Effectiveness of the Computer Information Systems in Insurance // Economic Alternatives. – 2008. – Iss. 2. – P. 146–152.
5. Якимов А.И., Альховик С.А. Имитационное моделирование в ERP-системах управления. – Мн.: Бел. Наука, 2005. – 197 с.
6. Van der Aalst W.M.P., Van Hee K.M. Workflow management: models, methods, and systems. – Cambridge: MIT Press, 2002. – 368 p.
7. Vom Brocke J., Sonnenberg C., Baumel U. Linking Accounting and Process-Aware Information Systems – Towards a Generalized Information Model for Process-Oriented Accounting // European Conference on Information Systems. – Helsinki, 2011. – P. 1–13.
8. Хоай Л., Тузовский А.Ф. Использование онтологии в электронных библиотеках // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 320. – № 5. – С. 36–42.
9. Логистические цепи сложно-технологических производств / Л.Б. Миротин, В.А. Корчагин, С.А. Ляпин, А.Г. Некрасов. – М.: Изд-во «Экзамен», 2005. – 288 с.
10. Погодаев А.К. Блюмин С.Л. Адаптация и оптимизация в системах автоматизации и управления: монография. – Липецк: ЛЭГИ, 2003. – 128 с.
11. Информационные системы и технологии в экономике и управлении / под ред. проф. В.В. Трофимова. – М.: Изд-во «Юрайт», 2013. – 542 с.
12. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений. – М.: Вильямс, 2008. – 720 с.
13. Балдин К.В., Уткин В.Б. Информационные системы в экономике. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2008. – 395 с.
14. Кельтон В., Лоу А. Имитационное моделирование. Классика CS. – СПб.: Питер; Киев: Изд. группа BHV, 2004. – 847 с.
15. Вендров А.М. Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 544 с.
16. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2002. – 304 с.
17. Ларман К. Применение UML шаблонов проектирования. – М.: ИД «Вильямс», 2004. – 624 с.
18. Мельникова Е.А., Сайфуллина Е.Ф. Подход к проверке изоморфизма графов с помощью построения инвариантов // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. – 2013. – № 1 (23). – С. 113–120.
19. Мкртычев С.В. Объектно-структурное моделирование страховых информационных систем // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. – 2013. – № 1 (23). – С. 59–63.
20. Мкртычев С.В. Моделирование автоматизированных систем производственного учета: монография. – Ульяновск: Издатель Качалин Александр Васильевич, 2012. – 100 с.
21. Мкртычев С.В. Методология моделирования автоматизированных систем производственного учета // Системы управления и информационные технологии. – 2012. – Т. 48. – № 2.2. – С. 272–276.

Поступила 03.07.2014 г.

UDC 004.415.2, 658.5

OBJET-STRUCTURED APPROACH TO MODELING PROBLEM-ORIENTED MANAGEMENT ACCOUNTING INFORMATION SYSTEMS

Sergey V. Mkrtychev,

Cand. Sc., Automation department of Interregional management of Astro-Volga Insurance Company, 10, Matrosov street, Togliatti, 445012, Russia; Togliatti State University, 14, Belorusskaya street, Togliatti, 445667, Russia. E-mail: sm4602@rambler.ru

The paper considers the problem-oriented management accounting information systems. The main purpose of such systems is to operate functions of data gathering, processing, categorizing and reporting information for management decision-making. A key criterion for such system effectiveness in addition to the reliability of the output data is the level of reflecting the management accounting in a particular company, which depends on the quality of the system conceptual model. The urgency of the discussed issue is caused by the need to study theoretical aspects of modeling the effective problem-oriented management accounting information systems.

The main aim of the study is to develop a concept of object-structured approach to modeling problem-oriented management accounting information systems.

The methods used in the study: logistics approach, simulation modeling, method of object-structured modeling for complicated manufacturing systems, modern conception for online transaction processing systems design, object-oriented analysis methodology.

The results. The author has stated and described the principles of object-structured approach to modeling the problem-oriented systems for gathering and processing of accounting and analytical information. The paper lists the basic conceptual classes of object-structured approach such as virtual warehouses, controllers, aggregates and conversion stages. The described principles of object-structured approach allows extending its methodological possibilities for conceptual modeling of effective problem-oriented systems for gathering and processing of accounting and analytical information through the universality of the object-structural model used in approach, the simplicity of its adapting to the specifics of management accounting in a particular company and its integration into corporate information system. Based on the approach proposed the author developed a modeling methodology applied successfully in designing problem-oriented processing systems of accounting and analytical information for multistage manufacturing and insurance activity.

Key words:

Object-structured approach, modeling, problem-oriented management accounting information systems, adaptation, integration.

REFERENCES

- Boockholdt J.L. *Accounting Information Systems: transaction processing and controls*. Boston: McGraw Hill Education, 1999. 762 p.
- Mia L., Chenhall R.H. The Usefulness of Management Accounting Systems, Functional Differentiation and Managerial Effectiveness. *Accounting Organization Society*, 1994, vol. 19, pp. 1–13.
- Mkrtychev S.V. Klassifikatsiya spetsializirovannykh komponentov korporativnoy informatsionnoy sistemy strakhovoy kompanii [Classification of specialized components of corporate information system of insurance company]. *Avtomatizatsiya i sovremennye tekhnologii*, 2012, no. 9, pp. 28–31.
- Kirilov R. Effectiveness of the Computer Information Systems in Insurance. *Economic Alternatives*, 2008, Iss. 2, pp. 146–152.
- Yakimov A.I., Alkhovik S.A. *Imitatsionnoe modelirovanie v ERP-sistemakh upravleniya* [Simulation in ERP management systems]. Minsk, Bel. Nauka Publ., 2005. 197 p.
- Van der Aalst W.M.P., Van Hee K.M. *Workflow management: models, methods, and systems*. Cambridge, MIT Press, 2002. 368 p.
- Vom Brocke J., Sonnenberg C., Baumel U. Linking Accounting and Process-Aware Information Systems – Towards a Generalized Information Model for Process-Oriented Accounting. *European Conference on Information Systems*. Helsinki, 2011, pp. 1–13.
- Khoay L., Tuzovskiy A.F. Ispolzovanie ontologii v elektronnykh bibliotekakh [Using the ontology in electronic libraries]. *Bulletin of Tomsk Polytechnic University*, 2012, vol. 320, no. 5, pp. 36–42.
- Mirotn L.B., Korchagin V.A., Lyapin S.A., Nekrasov A.G. *Logisticheskie tsepi slozno-tekhnologicheskikh proizvodstv* [Logistics chains of complicated technological manufacturing systems]. Moscow, Ekzamen Publ., 2005. 288 p.
- Pogodaev A.K., Blyumin S.L. *Adaptatsiya i optimizatsiya v sistemakh avtomatizatsii i upravleniya* [Adaptation and optimization in automation and management systems]. Lipetsk, LEGI, 2003. 128 p.
- Informatsionnye sistemy i tekhnologii v ekonomike i upravlenii* [Information system and technologies in economic and management]. Ed. by V.V. Trofimov. Moscow, Yurayt Publ., 2013. 542 p.
- Booch G. *Obektno-orientirovanny analiz i proekirovanie s primeneniem prilozheniy* [Object-oriented analysis and design with application]. Moscow, Vilams Publ., 2008. p. 720.
- Baldin K.V., Utkin V.B. *Informatsionnye sistemy v ekonomike* [Information systems in economic]. Moscow, Dashkov IK², 2008. 395 p.
- Kelton W., Law A. *Imitatsionnoe modelirovanie. Klassika CS* [Simulation and analysis]. St-Petersburg, Piter Publ.; Kiev, BHV Publ., 2004. 847 p.
- Vendrov A.M. *Proektirovanie programmnoy obespecheniya ekonomicheskikh informatsionnykh sistem* [Software Design of economic information systems]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2006. 544 p.
- Novikov F.A. *Diskretnaya matematika dlya programmistov* [Discrete mathematics for programmers]. St-Petersburg, Piter Publ., 2002. 304 p.
- Larman C. *Primenenie UML shablonov proektirovaniya* [Applying UML and patterns]. Moscow, Vilams Publ., 2004. 624 p.
- Melnikova E.A., Sayfullina E.F. Podkhod k proverke izomorfizma grafov s pomoshchyu postroeniya invariantov [Approach to graph isomorphism verification by constructing invariants]. *Vektor nauki Tolliatinskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2013, no. 1 (23), pp. 113–120.
- Mkrtychev S.V. Obektno-strukturnoe modelirovanie strakhovykh informatsionnykh sistem [Object-structured modeling of insurance information systems]. *Vektor nauki Tolliatinskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2013, no. 1 (23), pp. 59–63.
- Mkrtychev S.V. *Modelirovanie avtomatizirovannykh sistem proizvodstvennogo ucheta* [Modeling of automated production accounting systems]. Ulyanovsk, Publisher Kachalin Aleksandr Vasilevich, 2012. 100 p.
- Mkrtychev S.V. Metodologiya modelirovaniya avtomatizirovannykh sistem proizvodstvennogo ucheta [Methodology of modeling automated production accounting systems]. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*, 2012, vol. 48, no. 2.2, pp. 272–276.

Received 03 July 2014.

УДК 004.04

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ГРАФИЧЕСКОГО АДАПТЕРА ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ

Королев Александр Аркадьевич,

магистрант каф. автоматизированных систем обработки информации и управления ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»,
Россия, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7. E-mail: ak-hpc@yandex.ru

Кучуганов Александр Валерьевич,

канд. техн. наук, доцент каф. автоматизированных систем обработки информации и управления ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»,
Россия, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7. E-mail: Aleks_KAV@udm.ru

Актуальность работы обусловлена тем, что искусственные нейронные сети, будучи наиболее успешным подходом к решению некоторых задач искусственного интеллекта, предъявляют высокие требования к вычислительным ресурсам. При этом в большинстве случаев именно высокая вычислительная нагрузка оказывается ограничивающим фактором, снижающим на практике функциональность и применимость аппарата искусственных нейронных сетей.

Цель работы: повышение эффективности при решении задач искусственного интеллекта с применением искусственных нейронных сетей путём увеличения производительности моделирования за счёт применения высокопараллельных вычислений на графическом адаптере общего назначения.

Методы исследования. Теоретические исследования выполнены с использованием теории параллельных вычислений, теории графов, векторной алгебры и методов системного анализа. В ходе экспериментальных исследований осуществлена апробация программного комплекса системы анализа изображений с использованием предложенных подходов.

Результаты. Предложен подход для моделирования нейронных сетей различных архитектур с высокой степенью параллелизма обработки, позволяющий перенести вычисления на графический адаптер общего назначения, заключающийся в группировке связей между нейронами по признаку их параллелизма по времени обработки. Такая группировка позволила заранее определить, какие вычислительные задачи могут выполняться параллельно и какие последовательно, что заметно упростило перенос вычислений на графический адаптер, а также позволило реализовать пакетную обработку, ускоряющую вычисления и на центральном процессоре. Достигнутый коэффициент ускорения обработки за счёт использования параллельных вычислений на графическом адаптере достигает коэффициента отношения его пиковой теоретической производительности к таковой характеристике центрального процессора, что говорит о высокой эффективности предложенного подхода.

Ключевые слова:

Искусственные нейронные сети, массовый параллелизм, графические адаптеры общего назначения, CUDA, распознавание образов.

Введение

Графические адаптеры общего назначения (GPGPU – General Purpose Graphics Processing Unit) получили широкое распространение среди персональных компьютеров [1]. Любой современный настольный ПК или ноутбук оснащён видеоадаптером, поддерживающим технологии GPGPU, при этом примерно половина рынка видеоадаптеров поддерживает технологию CUDA (Compute Unified Device Architecture) [2]. Возможность распараллеливания алгоритма позволяет без дополнительных затрат увеличить эффективность в 10–150 раз, применяя технологию CUDA [3]. При этом ключевым моментом, определяющим эффективность реализации, является степень параллелизма алгоритма, поскольку архитектура GPGPU как вычислительного устройства подразумевает значительно большее относительно CPU количество вычислительных единиц – процессорных ядер (64–4096 против 1–12) [4].

Обработка нейросетевых процессов – крайне ресурсоёмкая задача [5]. Доступные на данный мо-

мент библиотеки и алгоритмы для моделирования нейронных сетей, как правило, не поддерживают параллельную обработку [6] либо являются узкоспециализированными решениями [7–9]. Основной сложностью переноса вычислений на GPU является необходимость разработки алгоритма высокопараллельной обработки [3], который при этом может сильно отличаться для нейронных сетей различных архитектур. В рамках данной статьи будет описан подход к распараллеливанию нейронной сети произвольной архитектуры с возможностью переноса вычислений на графический адаптер общего назначения.

Группировка связей между нейронами при моделировании искусственной нейронной сети

Нейронная сеть по определению является структурой, состоящей из большого количества простых элементов, взаимодействующих между собой. Именно взаимодействие является ограничивающим фактором при организации параллельной обработки [3, 10]. Архитектура нейронной сети од-

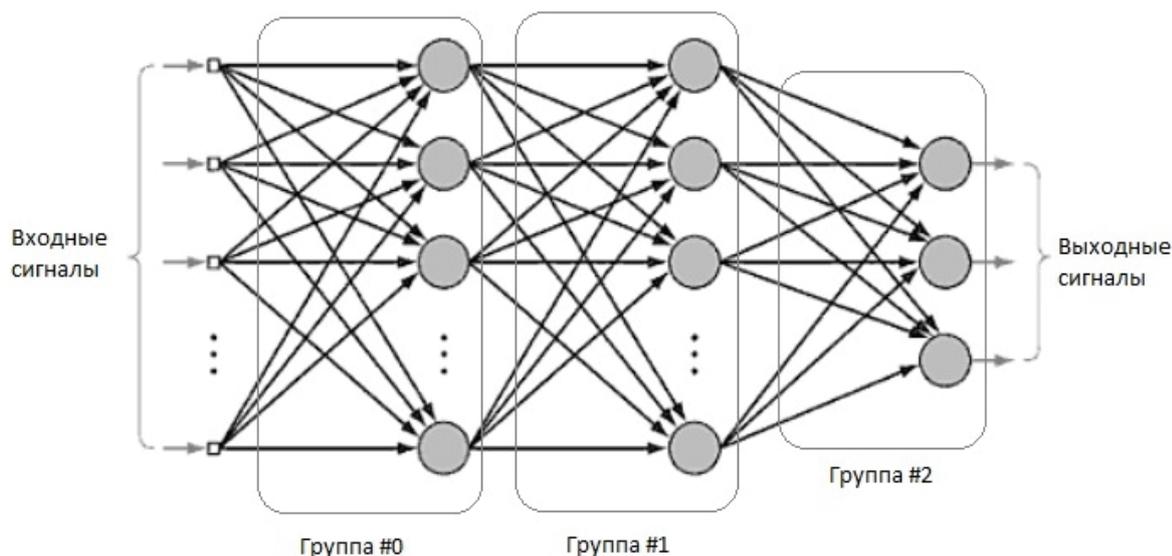


Рис. 1. Многослойный перцептрон (MLP) с указанием групп параллельных связей

Fig. 1. MultiLayer Perceptron (MLP) indicating groups of parallel links

нозначно определяет направление взаимодействий между нейронами [11]. Предлагается выделить группы связей между нейронами, которые физически могут обрабатываться параллельно, другими словами – порядок обработки которых не влияет на конечный результат. Как правило, архитектура нейронной сети предполагает разбиение нейронов на группы, или слои, между которыми и происходит взаимодействие [11]. Для эффективной организации параллельной обработки предлагается разбивать на группы не сами нейроны, а связи между ними. Последующая обработка будет опираться на списки связей нейронной сети, а не на сами нейроны, как это принято в большинстве современных реализаций [5–9, 11]. Формирование взвешенной суммы сигналов, входящих в нейроны текущего слоя, будет осуществляться с максимальной степенью параллелизма на этапе обработки списка связей. Затем обрабатываются сами нейроны, формируя исходящие сигналы в текущем слое. Такая группировка позволяет без дополнительных затрат определить, какие вычислительные задачи могут выполняться параллельно, а какие последовательно (в том числе с указанием порядка последовательности, аналогично слоям нейронов). Другими словами – в группированных списках связей будет храниться архитектура нейронной сети, и, опираясь на эти списки, можно будет осуществлять обработку без нарушения логики самой модели нейронной сети. Кроме того, при таком подходе значительно возрастёт степень параллелизма вычислений, поскольку количество связей между нейронами в нейронной сети, как правило, значительно больше, чем количество самих нейронов [11].

В качестве примера предлагается рассмотреть многослойный перцептрон (MLP – MultiLayer Perceptron), изображённый на рис. 1 и являющийся собой классическую архитектуру нейронной сети [12].

Обработку MLP легко представить как последовательную обработку этапов, каждый из которых можно обрабатывать параллельно. Нейроны в каждом конкретном слое не взаимодействуют друг с другом, однако их обработка требует, чтобы все нейроны предыдущего слоя были обработаны [12]. Следовательно, каждая конкретная группа связей будет объединять только те связи, которые входят в нейроны соответствующего слоя. Таким образом определяются группы связей и, собственно, последовательная и параллельная части всего алгоритма обработки MLP.

Группировка на примерах различных топологий искусственных нейронных сетей

Важно отметить, что такое разбиение подходит для нейронной сети любой топологии. Примерами частных случаев являются: рассмотренный MLP, широко распространённые в распознавании образов свёрточные нейронные сети (CNN – Convolutional Neural Network) [13], рекуррентные нейронные сети с обратными связями (RNN – Recurrent Neural Network) [14]. Кроме того, группы автоматически формируют относительный временной порядок трассировки сигнала по сети, что позволяет полноценно моделировать произвольные сети с обратными связями и задержками сигнала. На рис. 2 изображена ограниченная машина Больцмана (RBM – Restricted Boltzmann Machine) со схематичным указанием групп параллельных связей.

Топология RBM тривиальна, тем не менее данная нейронная сеть резко отличается от классических моделей тем, что один и тот же слой нейронов (внешний) используется и как вход сети, и как её выход [15]. Предложенный подход к обработке нейронных сетей позволяет моделировать данную нейронную сеть, организовав две группы, состоящие из одних и тех же связей, но с разным направлением

влиянием (что соответствует логике модели RBM). При этом сохраняется максимальная степень параллелизма вычислений.

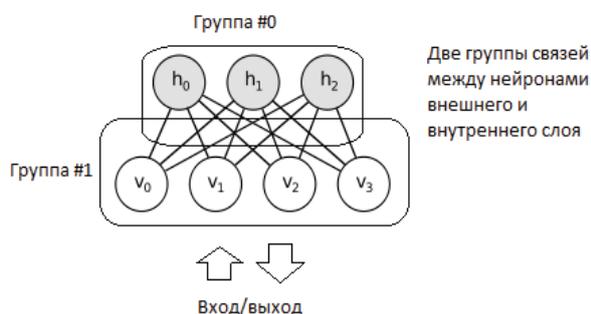


Рис. 2. Ограниченная машина Больцмана (RBM)

Fig. 2. Restricted Boltzmann Machine (RBM)

Аналогичным образом строится модель нейронной сети с обратными связями. Схема нейронной сети Элмана с указанием групп связей изображена на рис. 3.

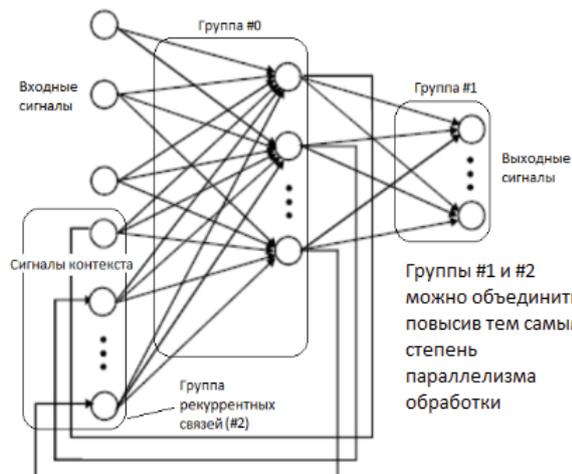


Рис. 3. Нейронная сеть Элмана, частный случай нейронной сети с рекуррентными связями (RNN)

Fig. 3. Ellman neural network, a special case of Recurrent Neural Network (RNN)

На схеме, изображённой на рис. 3, группу #1 и группу #2 можно объединить, не нарушая логику обработки нейронной сети. Данный пример показывает, как два различных направления распространения сигнала (между тремя различными слоями нейронной сети) могут быть объединены на этапе построения сети, повышая тем самым эффективность обработки при использовании параллельных вычислений.

Аналогичным образом можно построить модель нейронной сети Хопфилда и других сетей с временными задержками, а также и другие разновидности нейронных сетей. Исключением являются сети, в которых сигналы и/или взаимодействие между нейронами происходит не с помощью явного указания связей, а основываясь на некоторых показателях состояния нейронов и самой нейронной сети. Примером таких сетей являются самоор-

ганизуемая карта Кохонена и осцилляторные нейронные сети [16, 17]. Очевидно, для обработки таких нейронных сетей, предложенный выше алгоритм необходимо отдельно адаптировать.

Предложенный алгоритм разбиения обработки на последовательные и параллельные части требует соблюдения следующих условий. Необходимо, чтобы множество связей между нейронами было логически отделено от множества самих нейронов. На практике это означает наличие самостоятельного массива связей между нейронами в памяти компьютера. Также необходимо хранение в памяти списков связей и нейронов, принадлежащих каждой группе. В случае, если гарантируется отсутствие повторного использования одной связи, достаточно указать количество связей и нейронов в группе. Таким образом, предложенный подход требует минимальных дополнительных затрат по памяти и обеспечивает максимальную степень параллелизма.

Реализация пакетной обработки

В рамках данного подхода можно также реализовать пакетную обработку – одновременное моделирование некоторого множества экземпляров искусственных нейронных сетей. Нейронные сети часто применяются для обработки большого количества данных [18], например, при попиксельной или сегментированной обработке изображений и звуковых дорожек [19, 20]. Очевидно, что такую обработку можно дополнительно распараллелить, создав несколько экземпляров нейронных сетей и объединив связи из всех экземпляров в соответствующие группы. Схематичный пример организации пакетной обработки изображён на рис. 4.

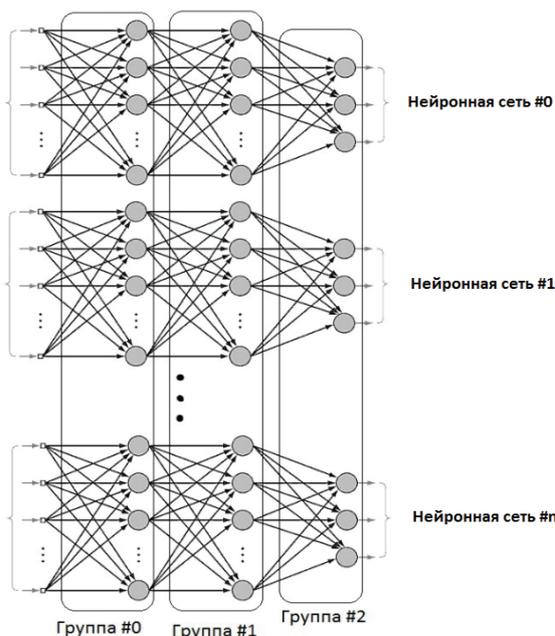


Рис. 4. Пакетная обработка – объединение обработки нескольких экземпляров нейронных сетей

Fig. 4. Batch processing – consolidation of processing several instances of neural networks

Таблица. *Время трассирования сигнала по нейронной сети (Single – без пакетной обработки, Batch – с пакетной обработкой в пересчёте на 1 экземпляр)*

Table. *Time of signal tracing along neural network (Single – without batch processing, Batch – with batch processing in terms of an instance)*

Количество экземпляров в пакете Amount of instance in a batch	1	1	16	256	4096	65536
Тип сети (MLP) Network type (MLP)	192×8	1024×8	512×8	256×2	64×8	16×4
Общее кол-во нейронов/связей в сети Total amount of neurons/links in a network	1538 258432	8194 7342080	65568 29376512	131584 16908288	2105344 117964800	4325376 52428800
CPU Single, ms.	1,2610	20,2733	110,2064	115,3024	963,3792	1520,4352
CPU Batch, ms.	1,2610	20,2733	82,2590	51,4965	433,9707	371,8467
GPU Batch, ms.	0,4540	1,3140	3,2691	2,2678	13,5141	12,5394
Ускорение GPU, коэфф. GPU acceleration, ratio	2,78	15,43	25,16	22,71	32,11	29,65
Ускорение CPU/GPU относительно CPU Single, коэфф. CPU/GPU acceleration relative to CPU Single, ratio	1,00 2,78	1,00 15,43	1,34 33,71	2,24 50,84	2,22 71,29	4,10 121,25

При использовании описанного подхода данные нейронных сетей (сигналы и весовые коэффициенты) можно хранить в памяти локально (физически в неразрывной области памяти), что на практике приводит к более эффективному использованию механизмов кеширования и, как следствие, к ускорению обработки (до 6 раз) [21].

Тестирование и анализ производительности

Предложенные подходы были использованы при реализации библиотеки нейросетевой обработки на языке C++ с использованием технологии CUDA для программирования GPU. Тестирование производилось с точки зрения производительности, при абстрактной обработке сигналов в нейронной сети, а также при обучении нейронной сети распознаванию рукописных символов. Результаты замеров времени трассировки сигнала по нейронной сети различной конфигурации в различных режимах указаны в таблице (CPU Core i5–4670K, GPU GeForce GTX 770).

Из таблицы видно, что за счёт использования GPU удалось ускорить обработку примерно в 32 раза, что практически соответствует отношению пиковых GFLOPS использованных GPU и CPU – 3213 и 95 GFLOPS соответственно. Это может говорить о том, что достигнута практически максимальная параллельная утилизация GPU (задействованы все 1536 параллельных ядер GTX 770). При этом пакетная обработка ускоряет вычисления даже в режиме на CPU (до 4-х раз, за счёт применения локальности данных), а режим GPU относительно непакетного режима CPU позволил ускорить обработку примерно в 120 раз.

Применение разработанной библиотеки при исследовании возможности распознавания образов с помощью свёрточных нейронных сетей на основе автоэнкодеров (кластеризаторов в виде многослойных перцептронов с «узким горлом») позволило сократить время обучения с ~5,75 часов до 31-й минуты с помощью режима GPU (обучающая выборка содержала 60 тыс. образцов). При этом в режиме на CPU без использования пакетной обработки теоретическое время обучения составило бы ~17 часов.

Выводы

Искусственные нейронные сети генерируют высокую вычислительную нагрузку, но при этом предлагают наиболее качественное решение некоторых задач искусственного интеллекта. Исследование искусственных нейронных сетей, так же как и применение их на практике, может быть ограничено из-за высоких требований к вычислительной аппаратуре.

Предложенный подход позволяет существенно повысить производительность вычислений при моделировании искусственных нейронных сетей. Подход позволил реализовать библиотеку для моделирования разнообразных искусственных нейронных сетей с высокой эффективностью обработки за счёт достижения максимальной степени параллелизма. Достигнутые коэффициенты ускорения за счёт применения GPU могут говорить о максимальной параллельной утилизации (задействовании всех параллельных ядер GPU) и, соответственно, о повышении эффективности моделирования искусственных нейронных сетей.

Работа выполнена при поддержке Госзадания МОиН РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/REFERENCES

- Kim H., Vuduc R., Bagsorkhi S. *Performance Analysis and Tuning for General Purpose Graphics Processing Units (GPGPU)*. San Francisco, CA, USA: Morgan & Claypool Publishers, 2012. 96 p.
- Hwu W.W. *GPU Computing Gems Jade Edition (Applications of GPU Computing Series)*. San Francisco, CA, USA, Morgan Kaufmann, 2011. 560 p.
- Kirk D.B., Hwu W.W. *Programming Massively Parallel Processors: a Hands-on Approach*. San Francisco, CA, USA, Morgan Kaufmann, 2010–280 p.
- Hennessy J.L. *Computer Architecture: a Quantitative Approach*. San Francisco, CA, USA, Morgan Kaufmann, 2011. 856 p.
- Gurney K. *An Introduction to Neural Networks*. London, Routledge, 1997. 423 p.
- O'Neil M. *Neural Network for Recognition of Handwritten Digits. Code Project*. 2006. Available at: <http://www.codeproj->

- ect.com/Articles/16650/Neural-Network-for-Recognition-of-Handwritten-Digi (accessed 06 April 2013).
7. Nissen S. Fast Artificial Neural Network Library. *Code Project*. 2008. Available at: <http://leenissen.dk/fann/wp/> (accessed 06 April 2013).
 8. Verber D. Implementation of Massive Artificial Neural Networks with CUDA Cutting Edge Research in New Technologies. *Intech*. 2012. Available at: <http://www.intechopen.com/books/cutting-edge-research-in-new-technologies/implementation-of-massive-artificial-neural-networks-with-cuda> (accessed 06 April 2013).
 9. Conan B., Guy K. A Neural Network on GPU. *Code Project*. 2008. Available at: <http://www.codeproject.com/Articles/24361/A-Neural-Network-on-GPU> (accessed 06 April 2013).
 10. Pacheco P. *An Introduction to Parallel Programming*. San Francisco, CA, USA, Morgan Kaufmann, 2011. 392 p.
 11. Haykin S. *Neural Networks: a Comprehensive Foundation*. 2nd ed. NJ, Prentice Hall NJ, 1998. 842 p.
 12. Wasserman Ph. *Advanced Methods in Neural Computing*. New York, Van Nostrand Reinhold, 1993. 653 p.
 13. Behnke S. *Hierarchical Neural Networks for Image Interpretation*. New York, Springer-Verlag, 2003. 43 p.
 14. Elman J. *Rethinking Innateness*. New York, Van Nostrand Reinhold, 1996. 145 p.
 15. Ciresan D., Meier U., Schmidhuber J. *Multi-column Deep Neural Networks for Image Classification*. San Francisco, CA, USA, Morgan Kaufmann, 2012. 430 p.
 16. Smith M. *Neural Networks for Statistical Modeling*. New York, Van Nostrand Reinhold, 1993. 181 p.
 17. Nauck D., Klawonn F., Kruse R. *Foundations on Neuro-Fuzzy Systems*. Chichester, Wiley, 1997. 132 p.
 18. Duda R.O., Hart P.E., Stork D.G. *Pattern classification*. 2nd ed. Chichester, Wiley, 2001. 438 p.
 19. Ripley B.D. *Pattern Recognition and Neural Networks*. Cambridge, Cambridge University Press, 1996. 375 p.
 20. Theodoridis S., Koutroumbas K. *Pattern Recognition*. 4th ed. Burlington, Ma, Academic Press, 2009. 293 p.
 21. Cragon H. G., *Memory Systems and Pipelined Processors*. Sudbury, Massachusetts, Jones and Barlett Publishers, 1996. 209 p.

Получена 09.06.2014 г.
Received: 09 June 2014.

UDC 004.04

SIMULATION OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS USING GENERAL PURPOSE GRAPHICS PROCESSING UNIT

Alexander A. Korolev,

M.T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 7, Studencheskaya street, Izhevsk, 426069, Russia. E-mail: ak-hpc@yandex.ru

Alexander V. Kuchuganov,

Cand. Sc., M.T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 7, Studencheskaya street, Izhevsk, 426069, Russia. E-mail: Aleks_KAV@udm.ru

The relevance of the discussed issue is caused by the high computational load generating by an artificial neural network simulation, while the latter is the most successful solution for several AI tasks. In most cases, the high computational load of artificial neural network simulation causes a decline of its functionality and restricts its applicability.

The main aim of the study is to improve the efficiency of resolving the AI tasks using artificial neural networks by improving simulation performance applying parallel computations on general purpose graphics processing unit.

The methods used in the study. The theoretical researches were carried out using concurrency theory, graph theory, vector algebra and methods of systems analysis. During the experimental study the authors tested an image analysis system software complex that uses the proposed approaches.

The results. The authors proposed an approach to simulate the variety of artificial neural networks with high degree of parallelism, which is based on specific precomputation of the groups of compute-time parallel connections between neurons. This group defines explicitly what parts of overall computational task can be performed in parallel. The approach allows transferring as well a computational load to graphics processing unit and performing a batch processing on central processing unit. The achieved performance speed-up ratio reaches the ratio of GPU peak theoretical performance to that of CPU indicating the high efficiency of the proposed approach.

Key words:

Artificial neural networks, massive parallelism, general purpose graphics processing unit, CUDA, image recognition.

The research was supported by the State task of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation.

УДК 519.688

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПИСАНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ КОНТУРОВ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ НА ВИДЕО

Макаров Максим Александрович,аспирант кафедры прикладной математики Института кибернетики
Томского политехнического университета,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: makarovf@sibmail.com**Берестнева Ольга Григорьевна,**д-р техн. наук, профессор кафедры прикладной математики
Института кибернетики Томского политехнического университета,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: ogb@sibmail.com**Андреев Сергей Юрьевич,**канд. техн. наук, заведующий лабораторией Института кибернетики
Томского политехнического университета,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: serga@sibmail.com

Приведен и рассмотрен способ описания контура движущегося объекта в видеопотоке с помощью дескрипторов. Дескрипторы вычислялись с учетом того, чтобы они были одномерными, что повысило бы скорость классификации объектов, и инвариантными к параллельному переносу, повороту и масштабированию. В качестве дескрипторов были выбраны амплитудные спектры Фурье-преобразования. Затем были найдены эталонные контуры для сравнения и классификации. Эталонные контуры находились с учетом местности, времени наблюдения за объектами и других условий, характерных для данного типа территории наблюдения. Выделение эталонных контуров позволило четко выделить основные признаки того или иного класса и с помощью них начать сравнивать дескрипторы и классифицировать контуры. Выделены два способа сравнения дескрипторов: с помощью коэффициента корреляции и с помощью лямбда-расстояний. Рассмотрены способы реализации и основные достоинства данных способов сравнения. Из двух способов экспериментальным путем выбран способ сравнения с помощью лямбда-расстояний. Этот способ поспособствовал наиболее четкому и качественному разделению движущихся объектов на классы. Также были созданы пороговые условия, позволяющие более точно проводить сравнение между входными контурами и эталонами. Пороговые условия были разделены на два типа, что помогло решить реально возникшие проблемы при классификации движущихся объектов. Из имеющейся информации об описании контура и способе его сравнения с эталонами создан алгоритм классификации контуров движущихся объектов.

Ключевые слова:

Движущийся объект, контур, Фурье-преобразование, Евклидово расстояние, лямбда-расстояние, эталоны, пороговые условия.

Введение

В связи с увеличивающимся объемом видеoinформации, циркулирующим в современных системах видеонаблюдения, все более широкое распространение получают алгоритмы видеоаналитики. Эти алгоритмы позволяют автоматизировать оценку событий, происходящих в поле зрения камер видеонаблюдения. Событийный анализ опирается на поиск движущихся объектов, их сопровождение и оценку фиксируемых траекторий. Отклонение от траекторий, принимаемых за норму, расценивается как необходимость оповещения оператора видеонаблюдения. Примером может послужить пешеходный переход. Нормой поведения пешеходов и автомобилей на проезжей части является соблюдение правил дорожного движения. При этом разрешенные траектории движения людей будут существенно отличаться от траекторий перемещения автомобилей.

В связи с этим возникает задача классификации движущихся объектов в зоне проезжей части на виды. Несмотря на то, что уже существуют методы поиска пешеходов и транспортных средств на

изображениях, актуальным остается решение задачи классификации на основе высокоуровневых данных, получаемых от видеоаналитических алгоритмов, которые обеспечивают выделение и сопровождение движущихся объектов.

В данной статье исследуются математические методы и алгоритмы анализа формы контуров подвижных объектов. Подвижные объекты разделяются на классы автомобилей и пешеходов.

Контур объекта

Для того чтобы выделить подвижные объекты на видео, используются специализированные видеоаналитические алгоритмы. Они выделяют маску движения, внешние границы которой являются контуром движущегося объекта. В связи с этим классификация подвижных объектов на основе анализа формы их контуров, является актуальной, так как опирается на данные, которые могут быть получены на более ранних этапах обработки видеоизображений [1].

Контур объекта – это замкнутая граница вокруг подвижного объекта, которую можно пред-

ставить в виде упорядоченной последовательности координатных пар:

$$E = [e_1, e_2, \dots, e_n | e = P];$$

$$P = [x, y],$$

где E – сам контур объекта; e_1, e_2, \dots, e_n – точки, образующие контур; n – общее число точек, из которых состоит контур; P – координатная пара; x, y – координаты точек контура [2].

Приведенное выше представление контура является двумерным, то есть каждый пиксель описывается парой значений. Контур объекта можно привести к одномерному виду. Такое представление будет удобно для Фурье-преобразования и поможет наглядней представить контур. Чтобы привести контур к одномерному виду, используется массив центромассных расстояний.

Массив центромассных расстояний – одномерная дискретная упорядоченная последовательность, каждый член которой равен расстоянию от центра масс контура до точки на границе контура. Введем обозначение этой последовательности:

$$R = [r_1, r_2, \dots, r_n],$$

где R – массив центромассных расстояний; r – расстояние от центра масс до точки контура; n – общее число точек, составляющих контур.

Расстояние от центра масс до точки на границе контура может быть вычислено с помощью выражения:

$$r = \sqrt{(cx - x)^2 + (cy - y)^2},$$

где r – расстояние от центра масс до точки на границе контура; cx, cy – координаты центра масс; x, y – координаты точки на границе контура [3].

На рис. 1 приведено изображение исходного контура и графическое представление соответствующей ему последовательности центромассных расстояний.

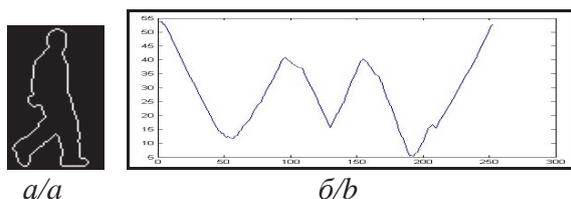


Рис. 1. а) контур изображения; б) центромассные расстояния
Fig. 1. а) image edge; б) center-of-mass distances

На оси абсцисс размещены порядковые номера последовательности точек контура, а на оси ординат – соответствующие им расстояния до центра масс.

Создание дескрипторов контуров

В теории распознавания образов активно используется понятие дескриптора, которое обозначает уникальную одномерную дискретную упорядоченную последовательность чисел, вычисляемую на основе каких либо свойств объекта. Одним

из главных требований к дескриптору является его инвариантность к изменениям свойств объекта, не связанных с его узнаваемостью. Для эффективного решения поставленной задачи дескриптор контура должен обладать свойствами инвариантности относительно:

- 1) поворота;
- 2) изменения масштаба;
- 3) параллельного переноса [4].

Последовательность центромассных расстояний не обладает инвариантностью ни к одному из приведенных выше изменений, кроме параллельного переноса, поэтому не может быть использована в качестве дескриптора. Метод вычисления дескриптора должен быть выбран с учетом приведенных свойств инвариантности, поэтому в работе использовалось преобразование Фурье, которое полностью отвечает предъявленным требованиям [5].

Обозначим дескриптор как:

$$D = [d_1, d_2, \dots, d_m],$$

где D – дескриптор; d – одно из чисел, образующих дескриптор; m – количество членов в дескрипторе.

Для контура, в состав которого входит n точек, количество Фурье-коэффициентов будет равняться $m=n/2$. Вычислим отдельно действительную и мнимую части Фурье-преобразования, а затем найдем амплитудный спектр.

Вычисление Фурье-коэффициентов начинается с коэффициентов нулевой гармоники:

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i;$$

$$B_0 = 0,$$

где A, B – действительная и мнимая части Фурье-преобразования; r – расстояние от центра масс до точки на границе контура; n – общее число точек, составляющих контур; i – счетчик.

Далее вычисляются остальные члены действительной части A , кроме последнего. В данном случае счетчик по коэффициентам $j=[1, 2, \dots, m-1]$. Члены действительной части вычисляются по следующей формуле:

$$A_j = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n r_i \cos\left(\frac{2\pi ji}{n}\right).$$

Затем вычисляется последний член действительной части A_m :

$$A_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \cos\left(\frac{2\pi mi}{n}\right).$$

После находятся оставшиеся члены мнимой части B . В данном случае счетчик по членам мнимой части $j=[1, 2, \dots, m]$. Мнимая часть вычисляется по формуле:

$$B_j = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n r_i \sin\left(\frac{2\pi ji}{n}\right).$$

На основе коэффициентов A и B вычисляется амплитудный спектр C . Счетчик по спектру

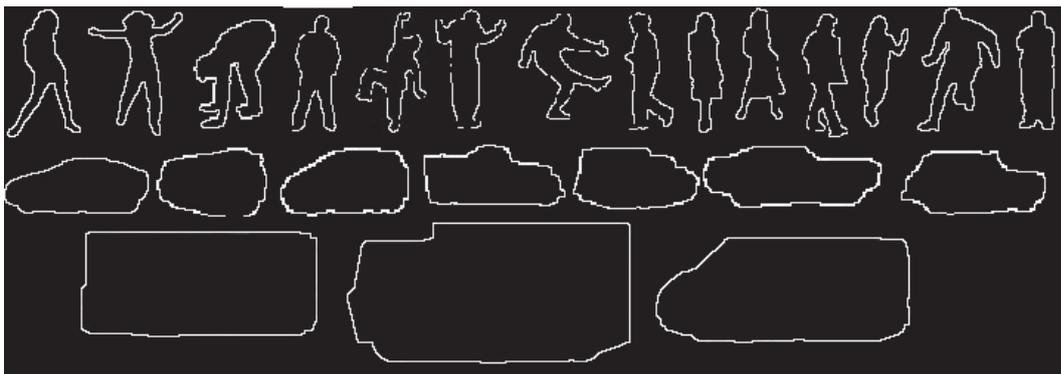


Рис. 2. Сигнатуры пешеходов и автомобилей

Fig. 2. Signatures of pedestrians and vehicles

$j=[0,1,\dots,m]$. Коэффициенты вычисляются по следующей формуле:

$$C_j = \sqrt{A_j^2 + B_j^2}.$$

Затем амплитудный спектр нормируется по нулевой гармонике, и формируется дескриптор контура:

$$D_{Fourier} = \left[\frac{|C_1|}{|C_0|}, \frac{|C_2|}{|C_0|}, \dots, \frac{|C_m|}{|C_0|} \right].$$

Этот дескриптор инвариантен к повороту и масштабированию. Кроме того, в зависимости от необходимой точности можно анализировать только первые несколько коэффициентов [6].

Сравнение дескрипторов

Решение задачи классификации подвижных объектов лежит в плоскости сравнения дескрипторов наблюдаемых объектов с заранее подготовленными сигнатурами – эталонами. Знание степени соответствия дескриптора классифицируемого объекта каждому из эталонов дает возможность принять решение о его принадлежности к тому или иному классу [7].

Сигнатуры-эталоны подвижных объектов должны обладать следующими свойствами:

- общее количество объектов в сигнатурах не должно препятствовать выполнению алгоритма в режиме реального времени;
- объекты из сигнатуры одного класса должны существенно различаться между собой;

- объекты из сигнатур должны отражать реальные возможные ситуации поведения и внешне-го вида объектов на конкретной, снимаемой видеокамерой, местности [8].

В итоге было выделено 14 контуров в сигнатуре пешеходов и 10 контуров в сигнатуре автомобилей. Данные сигнатуры представлены на рис. 2.

Один из методов сравнения интересующего дескриптора с членами сигнатуры осуществляется с помощью коэффициента корреляции. Вычисляется коэффициент корреляции по следующей формуле:

$$k_{Corr} = \frac{\sum_{i=1}^m (D_i^1 - \bar{D}^1)(D_i^2 - \bar{D}^2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (D_i^1 - \bar{D}^1)^2 \sum_{i=1}^m (D_i^2 - \bar{D}^2)^2}},$$

где k_{Corr} – коэффициент корреляции; D_i^1, D_i^2 – члены двух сравниваемых дескрипторов; \bar{D}^1, \bar{D}^2 – средние значения среди членов двух сравниваемых дескрипторов; m – общее количество членов в дескрипторе; i – счетчик.

Величина коэффициента корреляции находится в интервале $[-1;1]$. Чем больше коэффициент корреляции, тем выше сходство двух сравниваемых дескрипторных массивов [9].

Другой метод сравнения дескрипторов – использование Евклидова расстояния. Евклидово расстояние между дескрипторами может быть вычислено на основе следующего выражения:

$$E = \sqrt{\sum_{i=1}^m (D_i^1 - D_i^2)^2},$$

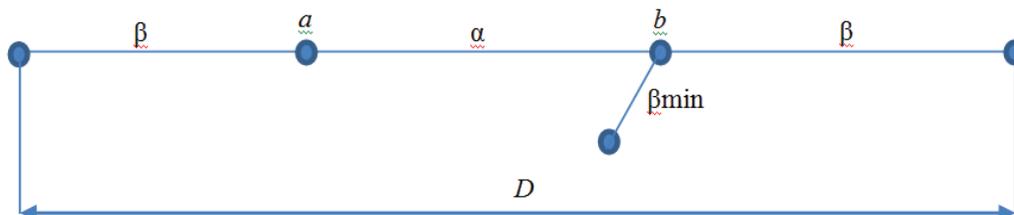


Рис. 3. Граф Евклидовых расстояний дескрипторов

Fig. 3. Graph of descriptor Euclidean distances

где E – Евклидово расстояние; D_i^1, D_i^2 – члены двух сравниваемых дескрипторов; m – общее количество членов в дескрипторе; i – счетчик [10].

Величина Евклидова расстояния находится в промежутке $[0; +\infty)$. Чем меньше Евклидово расстояние, тем выше сходство двух сравниваемых дескрипторных массивов. На основе Евклидова расстояния вычисляется лямбда-расстояние между дескрипторами.

Если определить расстояния между всеми парами точек множества A (за точку считаем дескриптор, описывающий определенный контур объекта), то можно построить полный граф, соединяющий все точки со всеми. В этом графе существует самое длинное ребро – диаметр графа, которое обозначим за D . Если выделить две любые произвольные точки a и b , то может быть найдена длина связывающего их ребра $\alpha(ab)$, а также ее нормированная величина:

$$d = \alpha / D.$$

Среди ребер, смежных ребру (ab) , может быть найдено самое короткое, длину которого обозначим за β_{\min} . Отношение длин этих смежных отрезков может быть вычислено на основе выражения:

$$\tau^* = \alpha / \beta_{\min}.$$

Чтобы сделать эту величину нормированной в диапазоне от нуля до единицы, найдем в полном графе наибольшее значение τ_{\max} , тогда величина

$$\tau = \tau^* / \tau_{\max}$$

является нормированной характеристикой локальной неоднородности плотности множества в окрестностях точек a и b . Величину

$$\lambda = f(\tau, d)$$

называют лямбда-расстоянием между точками a и b . Параметр d играет более важную роль по сравнению с параметром τ , поэтому в качестве меры расстояния используется величина:

$$\lambda = \tau^2 d.$$

По аналогии с Евклидовым расстоянием или модифицированным коэффициентом корреляции выбирается наименьшее лямбда-расстояние, так как оно соответствует более схожим дескрипторам [11].

Несмотря на то, что был определен ряд методов получения мер близости пар дескрипторов, требуется определить способ, который позволит перейти к бинарному (да, нет) показателю соответствия дескрипторов [12].

Для решения этой задачи введем пороговое условие, которое можно задать выражением:

$$f(k_{\min}) = \begin{cases} 0, & \text{если } k_{\min} > thresh_1; \\ 1, & \text{если } k_{\min} \leq thresh_1, \end{cases} \quad (1)$$

где k_{\min} – мера близости дескрипторов, в качестве которой выступает модифицированный коэффициент корреляции или лямбда-расстояние; $thresh_1$ – граница первого порогового условия, которая определяет строгость соответствия.

Выражение обращается в ноль, если фиксируется несоответствие пары дескрипторов, в то время как соответствие обращает его в единицу. Необходимость ввода пороговой границы обусловлена тем, что на практике не может быть получено строгое соответствие [13].

Очевидно, что допустима ситуация, когда среди всего множества эталонных дескрипторов, не найдется ни одного, обращающего выражение (1) в единицу. Это требует ввода нового класса объектов – «нераспознанный» [14].

Необходимость ввода нового вида объекта также продиктована ненулевой вероятностью соответствия классифицируемого объекта сигнатурам двух разных классов объектов [15]. Пример представлен на рис. 4.

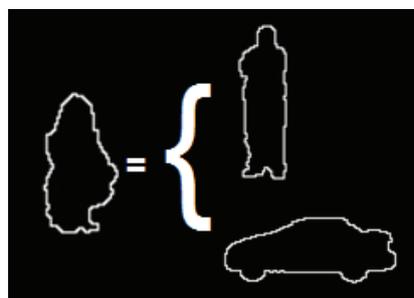


Рис. 4. Второй вид ошибок классификации

Fig. 4. The second type of misclassification

Ошибка заключается в том, что контур может одинаково походить как на автомобиль, так и на человека. Чтобы исключить ошибки подобного рода, введем второе пороговое условие:

$$f(k_{\min}^1, k_{\min}^2) = \begin{cases} 0, & \text{если } |k_{\min}^2 - k_{\min}^1| \leq thresh_2 \\ 1, & \text{если } |k_{\min}^2 - k_{\min}^1| > thresh_2 \end{cases},$$

где k_{\min}^1 – мера близости дескрипторов, в качестве которой выступает модифицированный коэффициент корреляции или лямбда-расстояние одного класса; k_{\min}^2 – мера близости дескрипторов, в качестве которой выступает модифицированный коэффициент корреляции или лямбда-расстояние другого класса; $thresh_2$ – граница второго порогового условия [16].

Второе пороговое условие сравнивает два минимальных значения модифицированных коэффициентов корреляции или лямбда-расстояний. Каждое минимальное значение отвечает за сигнатуру эталонов, принадлежащую своему классу. То есть, если k_{\min}^1 – это минимум среди эталонов одного класса, то k_{\min}^2 – минимум среди эталонов другого класса. Разность этих минимумов по модулю должна быть выше определенного порога [17].

Принадлежность классифицируемого объекта двум классам обусловлена тем, что множества дескрипторов двух сигнатур пересекаются. Такое пересечение связано с похожестью объектов разных классов в определенных ракурсах [18].

Введение пороговых условий ограничивает алгоритм от ошибок классификации. Если хотя бы одно из пороговых условий не будет выполняться, то контур следует считать неклассифицированным [19].

Остается определить более предпочтительный метод вычисления меры близости для Фурье дескрипторов на основе сравнительного анализа эффективности классификации с использованием:

- модифицированного коэффициента корреляции;
- лямбда-расстояния.

Для этого были классифицированы 542 контура с использованием каждой из исследуемых мер близости.

Контур классифицируемых изображений были скачаны из Интернета, при этом каждый из них уже заранее был отнесен к одному из двух классов:

- 340 контуров пешеходов;
- 202 контура автомобилей.

Результаты автоматической классификации были сопоставлены с данными априорной классификации, на основе чего были получены количественные характеристики эффективности использования каждого из метода сравнения [20].

Опытным путем были определены пороговые условия для способов сравнения. Пороговые условия представлены в табл. 1.

Таблица 1. Пороговые условия для способов сравнения дескрипторов

Table 1. Threshold conditions for descriptors comparison techniques

Способ сравнения Comparison technique	$tresh_1$	$tresh_2$
Модифицированный коэффициент корреляции Modified correlation ratio	0,015	0,025
Лямбда-расстояние Lambda-distance	0,010	0,010

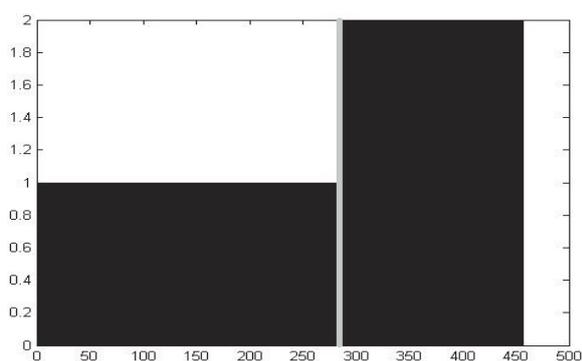


Рис. 5. Пример идеальной классификации

Fig. 5. Ideal classification

На диаграммах ниже показаны результаты классификации с помощью модифицированного коэффициента корреляции и лямбда-расстояния. До серой вертикальной черты на диаграммах оцениваются контуры пешеходов, после серой черты – контуры автомобилей. Самая первая диаграмма (рис. 5) показывает результат идеальной класси-

фикации – до серой черты все значения равны 1, после серой черты – 2. Следующие две диаграммы показывают результат классификации с помощью модифицированного коэффициента корреляции (рис. 6) и лямбда-расстояния (рис. 7).

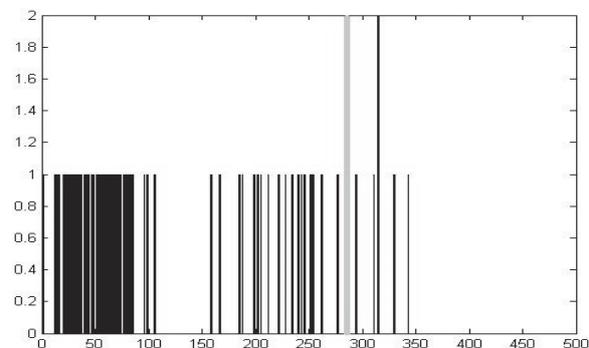


Рис. 6. Классификация с помощью модифицированного коэффициента корреляции

Fig. 6. Classification by the modified correlation ratio

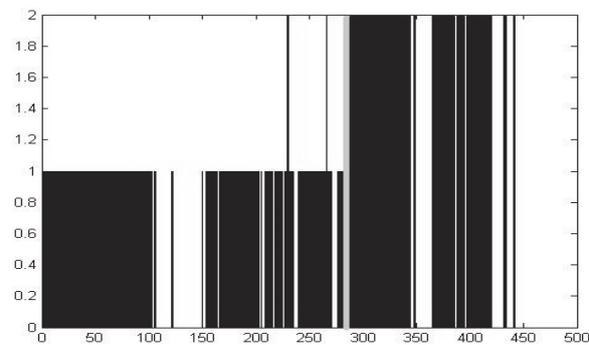


Рис. 7. Классификация с помощью лямбда-расстояния

Fig. 7. Classification by lambda-distance

Из диаграмм видно, что классификация с помощью лямбда-расстояний более похожа на идеальную классификацию. В табл. 2 приведены сравнительные результаты классификаций.

Таблица 2. Результаты классификации с помощью модифицированного коэффициента корреляции и лямбда-расстояния

Table 2. Results of classification by the modified correlation ratio and lambda-distance

Методы сравнения Comparison techniques		Пешеходы Pedestrians	Автомобили Vehicles	Все Both
%				
Модифицированный коэффициент корреляции Modified correlation ratio	правильно right	24,65	1,16	15,79
	ошибочно wrong	0	2,33	0,88
	нераспознано undetected	73,35	96,51	83,33
Лямбда-расстояние Lambda-distance	правильно right	67,25	58,14	63,82
	ошибочно wrong	0,70	0	0,44
	нераспознано undetected	32,04	41,86	35,75

Из таблицы видно, что число всех правильно классифицированных контуров с помощью модифицированного коэффициента корреляции составляет 15,79 %, а с помощью лямбда расстояния – 63,82 %. Метод сравнения с помощью лямбда-расстояния дал меньший в сравнении с модифицированным коэффициентом корреляции результат ошибочно классифицированных и нераспознанных контуров.

Результаты, представленные в табл. 2, говорят о том, что классификация лямбда-расстояний значительно лучше, чем классификация по коэффициенту корреляции. На рис. 8 и 9 приведены контуры неправильно распознанных объектов.



Рис. 8. Неправильно распознанные контуры методом модифицированного коэффициента корреляции

Fig. 8. The edge wrongly recognized by the modified correlation ratio technique

Неправильное распознавание двух контуров людей с помощью лямбда-расстояния объясняется тем, что если эти контуры повернуть на 90 градусов, то они действительно будут напоминать автомобили.



Рис. 9. Неправильно распознанные контуры методом лямбда-расстояния

Fig. 9. The edge wrongly recognized by the lambda-distance technique

Из результатов стало очевидно, что для классификации контуров необходимо в качестве метрики использовать лямбда-расстояние.

Вывод

Таким образом, классификация подвижных объектов на основе их контуров позволяет определять класс объекта в режиме реального времени. Были созданы дескрипторы контуров с помощью амплитудного спектра Фурье. Проведены операции сравнения дескрипторов с помощью модифицированного коэффициента корреляции и лямбда-расстояния. А также был представлен метод выделения пороговых условий. В ходе эксперимента было решено использовать в качестве меры сравнения дескрипторов лямбда-расстояние.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фурман Я.А. Введение в контурный анализ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 561 с.
2. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
3. Митропольский Н.Н. Агломеративная сегментация и поиск однородных объектов на растровых изображениях. – М.: МГТУ, 2010. – 137 с.
4. Лукьяница А.А., Шишкин А.Г. Цифровая обработка видеоизображений. – М.: Ай-Эс-Эс Пресс, 2009. – 518 с.
5. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999. – 270 с.
6. Foley J.D., Van Dam A. Computer Graphics: Principles and Practice. – Massachusetts: Addison-Wesley publishing company, 1990. – 1247 p.
7. Hartley R. Multiple View Geometry in Computer Vision. – New York: Cambridge University press, 2003. – 672 p.
8. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. – М.: Физматкнига, 2010. – 672 с.
9. Forsyth D.A., Ponce J. Computer Vision. – New York: Upper Saddle River, 2004. – 465 p.
10. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
11. Фисенко В.Т. Компьютерная обработка и распознавание изображений. – СПб.: ИТМО, 2008. – 195 с.
12. Shapiro L.G. Computer vision. – New Jersey: Upper Saddle River, 2006. – 762 p.
13. Яне Б. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2007. – 585 с.
14. Szeliski R. Computer Vision: Algorithms and Applications. – Washington: Microsoft Research, 2010. – 812 p.
15. Gallier J. Notes on Elementary Spectral Graph Theory. – New York: Upper Saddle River, 2004. – 76 p.
16. Prasad D.K. Object Detection in Real Images. – New York: Upper Saddle River, 2013. – 123 p.
17. Bhatti A. Current Advancements in Stereo Vision. – New York: Upper Saddle River, 2012. – 224 p.
18. Соيفер В.А. Методы компьютерной обработки изображений. – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
19. Bradski G. Learning OpenCV. – Sebastopol: O'Reilly Media, 2008. – 571 p.
20. Davies E.R. Computer and machine vision: Theory, Algorithms, Practicalities, 4th ed. – London: Elsevier, 2012. – 521 p.

Поступила 11.03.2014 г.

UDC 519.688

SOLVING THE PROBLEM OF MOVED OBJECTS CONTOUR CLASSIFICATION AND RECOGNITION ON VIDEO FRAME

Maksim A. Makarov,

Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: makarovf@sibmail.com

Olga G. Berestneva,

Dr. Sc., Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: ogb@sibmail.com

Sergey Yu. Andreev,

Cand. Sc., Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: serga@sibmail.com

The paper considers the method for describing the contour of a moving object using descriptors. They were calculated taking into account the fact that they were one-dimensional, which would increase object classification speed, and invariant to parallel transport, rotation and scaling. Amplitude spectra of the Fourier transform were chosen as descriptors. Then etalon contours for comparison and classification were determined. The etalon contours are based on the terrain, the observation time for the objects and other conditions which are typical for this type of site supervision. Selection of etalon contours allowed clarifying the essential features of a particular class and starting to compare descriptions and to classify contours with their help. The authors have defined two ways of descriptor comparison: by a correlation coefficient and by lambda distances and considered the methods of implementation and compared the main advantages of the methods. The method of comparison using lambda distances was selected experimentally. The method has contributed to the most clear and qualitative separation of moving objects into classes. Then the threshold conditions were developed. They allow comparing more accurately the input contours and etalons. The conditions were divided into two types. This helped to solve real problems in moving objects classification. Using the information on contour description and the way of its comparison the authors developed the algorithm of classifying contours of moving objects.

Key words:

Moving object, contour, Fourier transform, Euclidean distance, lambda-distance, etalons, threshold conditions.

REFERENCES

1. Furman Ya.A. *Vvedenie v konturny analiz* [Introduction into contour analysis]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2003. 561 p.
2. Gonsales R., Vuds R. *Tsifrovaya obrabotka izobrazheny* [Digital image processing]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005. 1072 p.
3. Mitropolsky N.N. *Aglomerativnaya segmentatsiya i poisk odnorodnykh obektov na rastrovyykh izobrazheniyakh* [Agglomerative segmentation and search for similar objects on raster images]. Moscow, MGTU Press, 2010. 137 p.
4. Lukyanitsa A.A., Shishikin A.G. *Tsifrovaya obrabotka videoizobrazheny* [Digital image processing]. Moscow, I-S-S Press, 2009. 518 p.
5. Zagoruyko N.G. *Prikladnye metody analiza dannykh i znany* [Applied methods of data analysis and knowledge]. Novosibirsk, IM SO RAN Press, 1999. 270 p.
6. Foley J.D., Van Dam A. *Computer Graphics: Principles and Practice*. Massachusetts, Addison-Wesley publishing company, 1990. 1247 p.
7. Hartley R. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. New York, Cambridge University press, 2003. 672 p.
8. Vizilter Yu.V., Zheltov S.Yu. *Obrabotka i analiz izobrazheny v zadachakh mashinnogo zreniya* [Image processing and analysis problems in computer vision]. Moscow, Fizmatkniga, 2010. – 672 s.
9. Forsyth D.A., Ponce J. *Computer Vision*. New York, Upper Saddle River, 2004. 465 p.
10. Sergienko B. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. St. Petersburg, Piter Publ., 2002. 608 p.
11. Fisenko V.T. *Kompyuternaya obrabotka i raspoznavanie izobrazheny* [Computer image processing and recognition]. St. Petersburg, IMTO Publ., 2008. 195 p.
12. Shapiro L.G. *Computer vision*. New Jersey, Upper Saddle River, 2006. 762 p.
13. Yane B. *Tsifrovaya obrabotka izobrazheny* [Digital image processing]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007. 585 p.
14. Szeliski R. *Computer Vision: Algorithms and Applications*. Washington, Microsoft Research, 2010. 812 p.
15. Gallier J. *Notes on Elementary Spectral Graph Theory*. New York, Upper Saddle River, 2004. 76 p.
16. Prasad D.K. *Object Detection in Real Images*. New York, Upper Saddle River, 2013. 123 p.
17. Bhatti A. *Current Advancements in Stereo Vision*. New York, Upper Saddle River, 2012. 224 p.
18. Soyfer V.A. *Metody kompyuternoy obrabotki izobrazheny* [Methods of computer image processing]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 784 p.
19. Bradski G. *Learning OpenCV*. Sebastopol: O'Reilly Media, 2008. 571 p.
20. Davies E.R. *Computer and machine vision: Theory, Algorithms, Practicalities*, 4th ed. London, Elsevier, 2012. 521 p.

Received: 11 March 2014.

УДК 519.248

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Кацман Юлий Янович,

канд. техн. наук, доцент кафедры вычислительной техники
Института кибернетики ФГАОУ ВПО «Национальный исследовательский
Томский политехнический университет»,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: katsman@tpu.ru

Актуальность работы обусловлена необходимостью непрерывного повышения качества образовательных программ, реализуемых в Томском политехническом университете (ТПУ).

Цель работы: показать связь оценок образовательных успехов с характеристиками тестов, контролирующих знания студентов; проанализировать качество тестов, с помощью которых осуществляется мониторинг знаний студентов по теории вероятностей; убедиться в высоком качестве предлагаемых вариантов индивидуальных заданий либо, в противном случае, получить достоверную информацию о конкретных вариантах, требующих улучшения.

Методы исследования. Особенности применяемых тестов (малое число задач, ограниченный объем выборки) делают некорректным использование современной теории тестов. В работе использовались статистические методы анализа результатов тестирования. Среди используемых методов можно отметить точечное и интервальное оценивание, кластерный анализ, однофакторный анализ: ранговые критерии и дисперсионный анализ. В работе использовались ранговые методы: тест Крускала–Уоллиса и медианный тест. Обычно после получения статистически значимой оценки F теста, желательно было бы знать парные различия между всеми группами. Тест Шеффе был использован для определения значимой разности между средними значениями групп в дисперсионном анализе. Все исследования проведены с использованием различных модулей программы Statistica 6.1.

Результаты. Статистический анализ индивидуальных заданий показал отсутствие параллельности (равносильности) тестов в ряде вариантов индивидуальных заданий. Результаты, представленные в табличном и графическом виде, показали, что все варианты индивидуальных заданий (тестов) можно разделить по сложности на 3 кластера. Применяемые в работе статистические методы показали высоко значимое различие (непараллельность) тестов разных кластеров. В работе предложен способ обеспечения параллельности тестов.

Ключевые слова:

Статистический анализ, мониторинг знаний, тестирование, диаграмма рассеяния, выборочная (точечная) характеристика, ранг, медиана, кластер.

На протяжении ряда лет повышению качества основных образовательных программ (ООП) в рамках реализации концепции СДИО в Томском политехническом университете уделяется повышенное внимание. В работе [1] одной из основных задач совершенствования образовательного процесса и ООП указывается «оптимизация процедур мониторинга качества ООП для их непрерывного совершенствования...». Вопрос оценки качества методических контролирующих материалов является достаточно трудоемкой и сложной задачей, которая является актуальной как для новых дисциплин, так и для тех, обучение по которым производится в течение ряда лет [2, 3]. Оценка качества обучения актуальна не только в российском образовательном пространстве, но и в зарубежных странах [4, 5].

Большинство известных работ [6–10] посвящены мониторингу и оценке тестов школьников, что, как правило, подразумевает большие объемы выборки (тысячи наблюдений) и так называемые бинарные тесты, в которых правильный ответ кодируется 1, а неправильный 0. В работе [11], посвященной тестированию студентов каждое из 12 заданий состояло из 2 подзаданий. Таким образом, правильный ответ на два подзадания оценивался в 2 балла, одного – в 1 балл и неправильный ответ – в 0 баллов. За исключением данного факта (трехбалльная оценка теста, вместо двухбалльной) в представленной работе, как и в работе [12], было обеспечено большое число наблюдений, что позво-

лило оценить результаты экзаменов по химии с помощью математического аппарата классической теории тестов.

Можно отметить еще один подход, когда тестирование либо оценка достижений испытуемого осуществляется с помощью автоматизированных систем контроля [13, 14]. Наряду с неоспоримыми преимуществами данный подход имеет и ряд недостатков: *во-первых*, каждому испытуемому (тестируемому) необходим персональный компьютер, *во-вторых*, не для всех типов заданий применим автоматический (автоматизированный) контроль.

Промежуточный контроль качества знаний студентов по теории вероятностей проводился с помощью индивидуальных контрольных заданий (контрольных работ). В процессе изучения дисциплины студентам предлагалось решить четыре контрольных задания, позволяющих оценить качество усвоения соответствующих теоретических модулей. Каждое задание включало, как правило, три задачи, одна из которых соответствовала предыдущей теме. Основное отличие данных заданий от традиционного тестирования заключается в следующем:

- количество задач в одном задании мало, т. к. контрольная работа (тестирование) проводится в течение одного/двух академических часов;
- задачи необходимо решать, что соответствует заданиям типа С (ЕГЭ), причем правильность решения оценивалась в баллах (не 0/1);

- количество различных вариантов достаточно велико (35–40), чтобы максимально исключить возможность самостоятельного решения;
- количество студентов в группе 15–25, число групп в потоке 4–6, так что общий объем выборки (наблюдений) не превышал 100;
- так как все задания проверяются одним преподавателем, полностью исключить субъективный подход не представляется возможным.

В данной работе проведен статистический анализ параллельности вариантов (билетов) индивидуальных контрольных заданий по теории вероятностей, с помощью которых оценивалось качество знаний, усвоенных студентами. Обычно при анализе качества контролирующих материалов большое внимание уделяется обеспечению параллельности вариантов задания [15, 16]. При этом, если применение современной теории тестов – Item Response Theory (IRT) [17] для оценки латентных факторов требует обеспечить для одного теста минимальную выборку от 200 до 1000 наблюдений, классическая статистическая теория позволяет получить оценки параметров, ограничиваясь значительно меньшим количеством опытов.

По результатам первой контрольной работы минимальная оценка (3 балла) давалась за попытку решить хотя бы одну задачу, максимальная оценка (10 баллов) – за правильное решение трех задач. Все результаты первой контрольной работы по теории вероятностей для 229 наблюдений были обработаны в лицензионной программе Statistica 6.1. На первом этапе обработки из анализа были исключены нерепрезентативные варианты, по которым было 3 и менее наблюдений.

Далее предполагалось, что предлагаемые варианты параллельны (равносильны), и тогда оценки студентов должны быть адекватны их знаниям, а не сложности билетов. С этой целью для каждого варианта были рассчитаны точечные и интервальные оценки, что с учетом случайных факторов предполагало приблизительное равенство средних баллов и дисперсий для каждого варианта. Реальные оценки для каждого варианта представлены на рис. 1 в виде диаграмм рассеяния.

Представленные результаты наглядно свидетельствуют о неодинаковой сложности (непараллельности) различных вариантов контрольной работы. На рис. 1 наблюдаются как очень сложные варианты, например 16 – средний балл равен 3,5 (ни одна задача из трех не решена правильно), так и очень простые 14, 29 – средний балл выше 9 (решены все три задачи с небольшими ошибками).

Разбиение вариантов на группы сложности можно провести с помощью методов кластерного анализа, например метода *k-средних* (*k-means*) [18]. Однако в данном случае разбиение всех наблюдений на кластеры осуществляется только по одной переменной – баллам, поэтому для обеспечения примерного равенства количества наблюдений в каждой группе и однородности наблюдений внутри группы мы отсортировали все варианты по среднему баллу:

- Cluster_1 – сложные задания (средний балл менее 6,5);
- Cluster_2 – задания средней сложности (средний балл больше 6,5 и меньше/равен 7,5);
- Cluster_3 – легкие задания (средний балл больше 7,5).

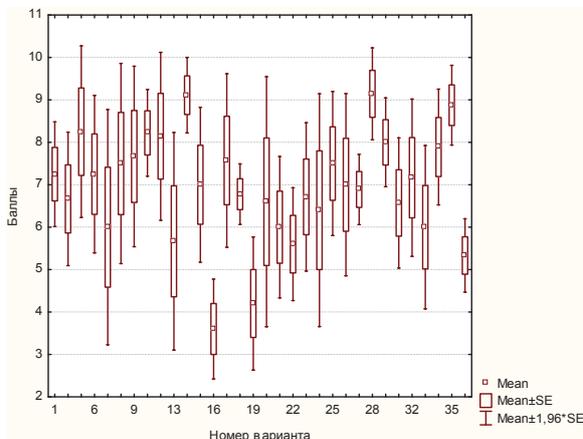


Рис. 1. Диаграммы рассеяния для различных вариантов контрольной работы

Fig. 1. Scatter plot for different variants of test

Запустив модуль *Описательные статистики*, получили точечные оценки для всех наблюдений и каждого кластера отдельно. На основании результатов, представленных в табл. 1, можно сделать следующие выводы:

- максимальное различие в оценках для 1 и 3 кластеров составляет менее 3 баллов;
- практически все точечные характеристики для второго кластера и всей совокупности наблюдений совпадают;
- для всех наблюдений и второго кластера 50 % полученных результатов превышают 7 баллов; в то же время для первого кластера 50 % результатов не превышает 6 баллов, а для третьего кластера 50 % оценок превышают 9 баллов;
- дисперсии для всех наблюдений и всех кластеров можно считать практически равными (отношение дисперсий менее 2);
- анализ коэффициентов скоса и эксцесса (Skewness & Kurtosis) свидетельствует, что распределения баллов в каждой группе несимметрично и существенно отличается от гауссова распределения.

Таблица 1. Точечные характеристики переменной (баллы) для различных групп

Table 1. Sample characteristics of a variable (balls) for different groups

Переменная Variable	Descriptive Statistics (Контрольные по TB_2014)						
	Valid N	Mean	Median	Variance	Std.Dev.	Skewness	Kurtosis
All Groups	214	7,0327	7,0000	5,6468	2,3763	-0,4079	-0,9088
Cluster_1	58	5,5000	6,0000	5,9035	2,4297	0,4066	-1,0748
Cluster_2	83	6,9759	7,0000	4,1945	2,0480	-0,3420	-0,3416
Cluster_3	73	8,3151	9,0000	3,6910	1,9212	-1,2133	1,0298

Таблица 2. Тест Крускала–Уоллиса

Table 2. Kruskal–Wallis test

Dependent: Баллы Balls	Kruskal–Wallis ANOVA by Ranks; Баллы (Контрольные по ТВ_2014)		
	Code	Valid N	Sum of Ranks
1	1	58	4074,00
2	2	83	8571,00
3	3	73	10360,00

Обозначения: **Code** – уникальный код группы (число); **Sum of Ranks** – сумма рангов; **p** – вероятность принятия гипотезы H_0 ; **Valid N** – число наблюдений в группе; **H** – статистика Крускала–Уоллиса.

Notations: **Code** is the unique code of a group (number); **Sum of Ranks** is the sum of ranks; **p** is the probability of accepting hypothesis H_0 ; **Valid N** is a number of observations in a group; **H** is the statistics of Kruskal–Wallis.

Анализируя суммы рангов по группам (кластерам), представленным в табл. 2, можно говорить о влиянии уровня фактора на оценки студентов. Результаты подтверждают, что максимальная оценка наблюдается в третьем кластере, а минимальная – в первом.

В статистике Крускала–Уоллиса вычисляется сумма квадратов разностей средних рангов в группе и среднего ранга по всей выборке. Тогда, если верна гипотеза H_0 и влияние фактора незначимо, значение статистики мало, а соответствующая вероятность велика. В нашем случае $H=45,40989$, так что нулевую гипотезу можно принять с вероятностью $p=0,0000$. Поскольку заданный нами уровень значимости много больше ($\alpha=0,05$), то нулевую гипотезу (варианты заданий параллельны, и кластеризация не влияет на оценки) следует отвергнуть в пользу альтернативной гипотезы H_1 – влияние фактора существенно.

Проведем ранговое тестирование тех же данных, используя независимый от предыдущего метода *медианный тест (критерий)* [19]. Известно, что статистика медианного теста при нулевой гипотезе асимптотически подчиняется распределению χ^2 с $k-1$ степенями свободы. Полученные результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3. Медианный тест

Table 3. Median test

Dependent: Баллы Balls	Median Test, Overall Median=7,00000; Баллы (Контрольные по ТВ_2014)			
	1	2	3	Total
\leq Median: observed	46,0000	53,00000	24,0000	123,0000
expected	33,3364	47,70561	41,9579	
obs.-exp.	12,6636	5,29439	-17,9579	
$>$ Median: observed	12,0000	30,00000	49,0000	91,0000
expected	24,6636	35,29439	31,0421	
obs.-exp.	-12,6636	-5,29439	17,9579	
Total: observed	58,0000	83,00000	73,0000	214,0000

В верхней части таблицы приведены количества рангов в группах, которые были меньше или равны медиане. В нижней части таблицы – аналогичные значения, превышающие значение медианы.

Отчет по статистике медианного теста (табл. 3) позволяет проанализировать полученные результаты на качественном уровне. По значению разности предсказанных и полученных значений можно сделать следующие выводы:

- верхняя половина таблицы – максимальное значение указывает на кластер, имеющий минимальные оценки (максимум сложности);
- нижняя половина таблицы – максимальное значение соответствует кластеру, имеющему максимальные оценки – (минимум сложности).

Что же касается количественной оценки медианного теста, то нулевую гипотезу можно принять с вероятностью $p=0,0000$, что много меньше уровня значимости α . Следует принять альтернативную гипотезу H_1 – влияние фактора существенно.

Так как проведенный ранговый однофакторный анализ подтвердил гипотезу о значимом влиянии фактора, количественную оценку этого влияния получим в рамках дисперсионного анализа. Подробный отчет проведенных исследований представлен в табл. 4.

Статистика Фишера $F=28,60658$ незначимо отличается от единицы с вероятностью $p=0,000000$, что значительно меньше уровня значимости. Следовательно, отвергается нулевая гипотеза в пользу альтернативной гипотезы H_1 – влияние фактора существенно.

Так как параллельно с дисперсионным анализом в системе Statistica можно получить оценки эффектов обработки, представим их графически на рис. 3.

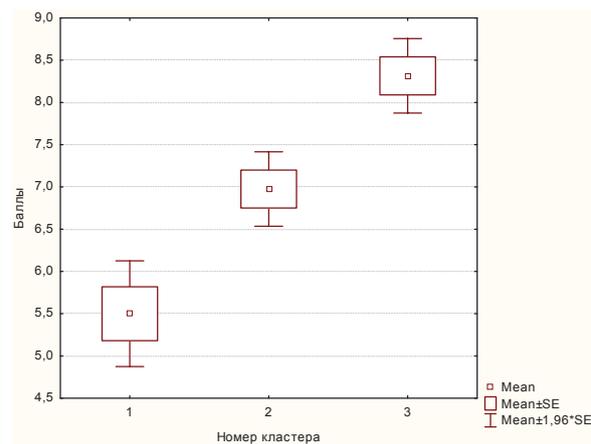


Рис. 3. Диаграммы рассеяния для всех кластеров

Fig. 3. Scatter plot for all clusters

Приведенные результаты свидетельствуют о существенном различии точечных и интервальных характеристик для различных групп. Отметим, что наряду со средними значениями можно проан-

Таблица 4. Результаты дисперсионного анализа

Table 4. Results of ANOVA

Переменная Variable	Analysis of Variance (Контрольные по TB_2014) Marked effects are significant at $p < 0,05000$							
	SS Effect	df Effect	MS Effect	SS Error	df Error	MS Error	F	p
Баллы Balls	256,5658	2	128,2829	946,2052	211	4,484385	28,60658	0,000000

Обозначения: **SS (Sum of Squares) Effect** – сумма квадратов факторов (вторая оценка дисперсии) умноженная на $k-1$; **df Effect** – число степеней свободы фактора; **MS (Mean Square) Effect** – средний квадрат фактора; **SS Error** – сумма квадратов (оценка дисперсии) умноженная на $N-k$; **df Error** – число степеней свободы наблюдений равная $N-k$; **MS Error** – оценка дисперсии; **F** – значение статистики Фишера; **p** – вероятность принятия гипотезы H_0 .

Notations: **SS** is the Sum of Squares Effect (the second estimation of dispersion) multiplied by $k-1$; **MS** is the Mean Square Effect; **df Error** is the number of degrees of observation freedom equals N ; **SS Error** is the sum of squares (dispersion estimation multiplied by $N-k$); **F** is the value of Fisher statistic; **df Effect** is the number of factor degrees of freedom; **MS Error** is the dispersion estimation; **p** is the probability of accepting H_0 hypothesis.

нализировать такие групповые параметры, как дисперсия, медиана, нижний и верхний квартили, минимальное и максимальное значения и т. п.

На этом этапе исследования в рамках однофакторного анализа можно считать законченными, но, анализируя последние данные (рис. 3), можно попытаться ответить на вопрос: какие пары групп вариантов заданий можно считать значимо различными? Для ответа на этот вопрос проведем сравнения средних по методу Шеффе для различных пар уровней факторов. Результаты теста представлены в табл. 5.

Таблица 5. Шеффе S-метод множественных сравнений [21]

Table 5. Scheffe S-method of multiple comparisons [21]

New_cluster_1	Scheffe Test; Variable: Баллы (Контрольные по TB_2014) Marked differences are significant at $p < 0,05000$		
	{1}	{2}	{3}
	M=5,5000	M=6,9759	M=8,3151
1 {1}		0,000341	0,000000
2 {2}	0,000341		0,000557
3 {3}	0,000000	0,000557	

В результате проверки гипотезы о незначимом различии средних баллов различных пар кластеров справедливости нулевой гипотезы можно принять с вероятностью более чем в 100 раз меньшей, чем заданный уровень значимости ($\alpha=0,05$).

Статистический анализ проведенного мониторинга индивидуальных заданий по теории вероятностей (дисциплина преподавалась на протяжении ряда лет) доказал, что варианты тестовых заданий непараллельны. На основании проведенных исследований были сделаны окончательные выводы о качестве предлагаемых тестовых заданий:

- Из 40 тестовых заданий 8 вариантов были исключены из анализа, т. к. число опытов каждого задания составляет не более 3 (выборка нере-

презентативна); по этой причине из анализа были исключены варианты: 3, 5, 11, 31, 37, 38, 39 и 40;

- Cluster_1 включает задания высокой сложности; в этот кластер входили 9 вариантов, средняя оценка по которым составляет менее 6,5 баллов: 7, 13, 16, 19, 21; 22, 24; 33, 36;
- Cluster_2 включает задания средней сложности; в этот кластер входили 13 вариантов, средняя оценка по которым составляет более 6,5 и равна (меньше) 7,5 баллов: 1, 2, 6, 8, 15, 18, 20, 23, 25, 26, 27, 30, 32;
- Cluster_3 включает легкие задания; в этот кластер входили 10 вариантов, средняя оценка по которым составляет более 7,5 баллов: 4, 9, 10, 12, 14, 17, 28, 29, 34, 35.

Проведенные исследования показали, что Cluster_2 можно расширить за счет новых вариантов, а именно: из вариантов Cluster_3 исключить 1 или 2 легких задания, учитывая средний набранный балл, заменив их более сложными задачами из Cluster_1, опять же учитывая набранный средний балл. С новыми вариантами тестов необходимо провести эксперименты (мониторинг знаний студентов) и полученные результаты сравнить на параллельность с данными Cluster_2.

В заключение можно еще раз отметить, что мониторинг качества ООП в большой степени определяется качеством методических индивидуальных контролирующих материалов (тестов). Одной из важнейших характеристик вариантов тестов является их параллельность. В работе показано, что даже для заданий, используемых на протяжении ряда лет, задача обеспечения параллельности (одинаковой сложности) тестов является актуальной. Предложенные в работе статистические методы позволяют успешно решить эту задачу, что продемонстрировано на примере контрольных заданий по теории вероятностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Решение научно-методической конференции «Уровневая подготовка специалистов: международная концепция CDIO и Стандарты ООП ТПУ» 26–30 марта 2013. URL: <http://www.portal.tpu.ru:7777/science/konf/methodconf/results/2013/resolution.pdf> (дата обращения: 12.05.2014).
2. Болотов В.А., Вальдман И.А., Ковалева Г.С. Российская система оценки качества образования: чему мы научились за 10 лет? // Тенденции развития образования: проблемы управления и оценки качества образования: Материалы VIII Междунар. научно-практ. конф. – М.: Университетская книга, 2012. – С. 22–31.
3. Агранович М.Л. Можно ли сопоставить результаты ЕГЭ и ГИА. Сравнение показателей, рассчитанных на основе разных тестовых испытаний // Вопросы образования. – 2014. – № 1. – С. 80–91.
4. Clarke M. What Matters Most for Student Assessment Systems: Framework Paper. SABER – Student Assessment Working Paper № 1, 2012. Washington, DC, World Bank. URL: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/17471/682350WP00PUBLOWP10READ0web04019012.pdf?sequence=1> (дата обращения: 23.07.2014).
5. Ramirez M.J. Disseminating and Using Student Assessment Information in Chile. SABER – Student Assessment Working Paper № 3, 2012. Washington, DC, World Bank. URL: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/17474/682360WP00PUBLOWP30READ0web04006012.pdf?sequence=1> (дата обращения: 23.07.2014).
6. Майоров А.Н. Мониторинг в образовании. Изд. 3-е, испр. и доп. – М.: Интеллект-Центр, 2005. – 424 с.
7. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. – М.: Логос, 2002. – 432 с.
8. Дружинин В.Н. Экспериментальная психология. Изд. 2-е. – СПб.: Питер, 2011. – 320 с.
9. Илюхин Б.В. Оценка качества образования и принцип разумной достаточности // Народное образование. – 2012. – № 6. – С. 118–126.
10. Горлов П.И., Илюхин Б.В. Как построить систему оценки качества образования? // Журнал руководителя управления образованием. – 2012. – № 6. – С. 41–46.
11. Тестовая технология контроля знаний студентов по химии / М.Г. Минин, Н.Ф. Стась, Е.В. Жидкова, О.Б. Родкевич // Известия Томского политехнического университета. – 2005. – Т. 308. – № 4. – С. 231–235. URL: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/v/Bulletin_TPU/2005/v308/i4/53.pdf (дата обращения: 12.05.2014).
12. Статистический анализ качества тестов, применяемых для контроля знаний по химии / М.Г. Минин, Н.Ф. Стась, Е.В. Жидкова, О.Б. Родкевич // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 310. – № 1. – С. 282–286. URL: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/v/Bulletin_TPU/2007/v310/i1/60.pdf (дата обращения: 12.05.2014).
13. Крец И.В., Хаустов П.А., Кацман Ю.Я. Автоматическая система проверки задач по олимпиадному программированию // Молодежь и современные информационные технологии: Сборник трудов VI Всеросс. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 26–28 февраля 2008. – Томск: СПб Графикс, 2008. – С. 299–300.
14. Лепустин А.В., Кацман Ю.Я. Автоматизированная система тестирования качества обучения «Эмпирик» // Современные техника и технологии: Труды XIV Междунар. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 24–28 марта 2008. – Томск: ТПУ, 2008. – С. 245–247.
15. Suen H.K., Lei P.W. Classical versus Generalizability theory of measurement. URL: <http://suen.educ.psu.edu/~hsuen/pubs/Gtheory.pdf> (дата обращения: 12.05.2014).
16. Илюхин Б.В., Пермяков О.Е. Проблемы обеспечения качества приема и направления совершенствования системы конкурсного отбора поступающих в вузы Российской Федерации // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 310. – № 1. – С. 269–275.
17. Rasch G. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research, 1960. – 216 p.
18. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных. 3-е изд. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2007. – 512 с.
19. Гаек Я., Шидак Э. Теория ранговых критериев. – М.: Наука, 1971. – 374 с.
20. Кендалл М., Стюарт А. Статистические выводы и связи. – М.: Наука, 1973. – 900 с.
21. Справочник по прикладной статистике в 2-х т. Т. 1 / пер с англ. под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю.Н. Тюрина. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 510 с.

Поступила 31.07.2014 г.

UDC 519.248

STATISTICAL ANALYSIS OF INDIVIDUAL TASKS ON PROBABILITY THEORY

Yuliy Ya. Katsman,

Cand. Sc., National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: katsman@tpu.ru

The urgency of the work is caused by the need to improve continuously the quality of educational programs at Tomsk Polytechnic University.

The main aim of the study is to show the relation of assessments of educational progress with the characteristics of tests checking students' knowledge; to analyze the quality of the tests for monitoring students' probability theory knowledge; to ensure the quality of the proposed variants of individual tasks or to obtain reliable information on specific variants requiring improvement.

The methods used in the study. Features of tests used (a few number of tasks, the limited size of the sample) make the use of Item Response Theory (IRT) invalid. The author has used statistical methods for analyzing test results. Among the methods used the following ones can be noted: sample and interval estimation, cluster analysis, one-way factor analysis: ranking criteria and dispersion analysis. The author used ranking methods: Kruskal–Wallis ANOVA and Median test. Usually, after obtaining a statistically significant F test from the ANOVA, one wants to know which means contributed to the effect; that is, which groups are particularly different from each other. Scheffe's test was used to determine the significant differences between group means in an analysis of variance setting. All investigations were carried out using various modules of the program Statistica 6.1.

The results: Statistical analysis showed that tests in some variants of individual tasks are not parallel (equal). The results given in tabular and graphical forms, showed that all the variants of individual tasks (tests) could be divided in three clusters in compliance with complexity of the variants. The statistical methods applied in-process showed highly significant difference (nonparallelism) of tests in different clusters. The paper proposes a method for providing parallel tests.

Key words:

Statistical analysis, knowledge monitoring, testing, scatter plot, sample characteristic, rank, median, cluster.

REFERENCES

1. Reshenie nauchno-metodicheskoy konferentsii «Urovnevaya podgotovka spetsialistov: mezhduнародnaya kontseptsiya CDIO i Standarty OOP TPU» [The solution of the scientific-methodical conference. Level training: international CDIO concept and standards OOP TPU]. 26–30 March 2013. Available at: <http://www.portal.tpu.ru:7777/science/konf/methodconf/results/2013/resolution.pdf> (accessed 12 May 2014).
2. Bolotov V.A., Valdman I.A., Kovaleva G.S. Rossiyskaya sistema otsenki kachestva obrazovaniya: chemu my nachilis za 10 let? [The Russian system of education quality assessment: what have we learned for 10 years?]. *Tendentsii razvitiya obrazovaniya: problemy upravleniya i otsenki kachestva obrazovaniya. Materialy VIII Mezhduнародnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Mat. 8th Intern. Scien.-Pract. Conf. Trends in Education: Problems of management and evaluation of education quality]. Moscow, 2012, pp. 22–31.
3. Agranovich M.L. Mozhno li sopsostavit rezultaty EGE i GIA. Sravnenie pokazateley, rasschitannykh na osnove raznykh testovykh ispytaniy [Is it possible to compare the results of the CSE and the GIA. Comparing the indicators calculated on the basis of different test runs]. *Educational Studies*, 2014, no. 1, pp. 80–91.
4. Clarke M. «What Matters Most for Student Assessment Systems: A Framework Paper». SABER – Student Assessment Working Paper № 1, 2012. Washington, DC, World Bank. Available at: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/17471/6823360WP00PUBL0WP10RE-AD0web04019012.pdf?sequence=1/> (accessed 23 July 2014).
5. Ramirez M.J. «Disseminating and Using Student Assessment Information in Chile» SABER – Student Assessment Working Paper № 3, 2012. Washington, DC, World Bank. Available at: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/17474/6823360WP00PUBL0WP30RE-AD0web04006012.pdf?sequence=1/> (accessed 23 July 2014).
6. Mayorov A.N. *Monitoring v obrazovanii* [Monitoring in education]. Moscow, Intellect-Tsentr Publ., 2005. 424 p.
7. Chelyshkova M.B. *Teoriya i praktika konstruirovaniya pedagogicheskikh testov* [Theory and practice of designing pedagogical tests]. Moscow, Logos Publ., 2002. 432 p.
8. Druzhinin V.N. *Ekspperimentalnaya psikhologiya* [Experimental psychology]. St. Petersburg, Piter Publ., 2011. 320 p.
9. Ilyukhin B.V. Otsenka kachestva obrazovaniya i printsip razumnoy dostatochnosti [Assessment of the quality of education and reasonable sufficiency principle]. *Narodnoe obrazovanie*, 2012, no. 6, pp.118–126.
10. Gorlov P.I., Ilyukhin B.V. Kak postroit sistemu otsenki kachestva obrazovaniya? [How to build a system for evaluating the quality of education?] *Zhurnal rukovoditelya upravleniya obrazovaniem*, 2012, no.6, pp. 41–46.
11. Minin M.G., Stas N.F., Zhidkova E.V., Rodkevich O.B. Testovaya tekhnologiya kontrolya znaniy studentov po khimii [Test technology for controlling students' knowledge in chemistry]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2005, vol. 308, no. 4, pp. 231–235. Available at: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/v/Bulletin_TPU/2005/v308/i4/53.pdf (accessed 12 May 2014).
12. Minin M.G., Stas N.F., Zhidkova E.V., Rodkevich O.B. Statisticheskiy analiz kachestva testov, primenyaemykh dlya kontrolya znaniy po khimii [Statistical analysis of the quality of tests used for controlling knowledge in chemistry]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2007, vol. 310, no. 1, pp. 282–286. Available at: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/v/Bulletin_TPU/2007/v310/i1/60.pdf (accessed 12 May 2014).
13. Krets I.V., Khaustov P.A., Katsman Yu.Ya. Avtomaticheskaya sistema proverki zadach po olimpiadnomu programmirovaniyu [Automatic verification of tasks of the olympiad programming]. *Sbornik trudov VI Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh «Molodezh i sovremennye informatsionnye tekhnologii* [Proc. 6th All-Russian scientific practical conference of students and young scientists]. Tomsk, 26–28 February 2008. pp. 299–300.
14. Lepustin A.V., Katsman Yu.Ya. Avtomatizirovannaya sistema testirovaniya kachestva obucheniya «Empirik» [Automated system for testing the quality of teaching «Empiricist»]. *Trudy XIV Mezhduнародnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh «Sovremennye tekhnika i tekhnologii* [Proc. 14th Int. Scientific-practical Conf. for students, graduate students and young scientists. Modern equipment and technology]. Tomsk, 24–28 March 2008. Tomsk, TPU Publ. House, 2008. pp. 245–247.
15. Suen H.K., Lei P.W. *Classical versus Generalizability theory of measurement*. Available at: <http://suen.educ.psu.edu/~hsuen/pubs/Gtheory.pdf> (accessed 12 May 2014).
16. Ilyukhin B.V., Permyakov O.E. Problemy obespecheniya kachestva priema i napravleniya sovershenstvovaniya sistemy konkursnogo otbora postupayushchikh v vuzy Rossiyskoy Federatsii [Quality assurance issues and directions in perfecting the system of competitive selection of applicants in the Russian Federation]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2007, vol. 310, no. 1, pp. 269–275.
17. Rasch G. *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research, 1960. – 216 p.
18. Khalafyan A.A. *STATISTICA 6. Statisticheskiy analiz dannykh* [STATISTICA 6. Statistical analysis of data]. Moscow, Binom-Press, 2007, 512 p.
19. Gaek Ya., Shidak E. *Teoriya rangovykh kriteriev* [Theory of rank tests]. Moscow, Nauka Publ., 1971, 374 p.
20. Kendall M., Styuart A. *Statisticheskie vyvody i svyazi* [The advanced theory of statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 900 p.
21. *Spravochnik po prikladnoy statistike* [Handbook of applicable mathematics]. Ed. by Lloyd E., Lederman Yu., Tyurin Yu.N. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1989. 510 p.

Received: 31 July 2014.

УДК 004.043:004.67

РАЗРАБОТКА ВЕБ-ГИС ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ ДЛЯ КЛИМАТИЧЕСКИХ И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Гордов Евгений Петрович,

д-р физ.-мат. наук, проф., руководитель Международного
исследовательского центра климато-экологических исследований
Института мониторинга климатических и экологических систем СО РАН,
Россия, 634055, г. Томск, пр. Академический, 10/3. E-mail: gordov@scert.ru

Титов Александр Георгиевич,

мл. науч. сотр. Института мониторинга климатических
и экологических систем СО РАН, Россия, 634055, г. Томск,
пр. Академический, 10/3. E-mail: titov@scert.ru

Притупов Андрей Александрович,

магистрант каф. информатики и проектирования систем
Института кибернетики ТПУ, Россия, 634050, г. Томск,
пр. Ленина, 30. E-mail: pritupov90@gmail.com

Ботыгин Игорь Александрович,

канд. техн. наук, доцент каф. информатики и проектирования систем
Института кибернетики ТПУ, Россия, 634050, г. Томск,
пр. Ленина, 30. E-mail: bia@tpu.ru

Актуальность работы обусловлена необходимостью систематизации процесса обработки и анализа геопривязанных данных.
Цель исследования: разработка комплекса программ с использованием веб-технологий для вычисления и изучения полей коэффициентов корреляции для климатических и метеорологических характеристик на базе программно-аппаратной платформы «Климат».

Методы исследования: корреляционно-регрессионный анализ, системный анализ, технология клиент-серверных приложений, технология географических информационных систем.

Результаты. Приведены результаты разработки ВЕБ-ГИС приложения для вычисления коэффициентов корреляции и его применение для анализа климатических и метеорологических характеристик рядов пространственно-распределенных данных об окружающей среде. Вычисление коэффициентов корреляции возможно для различных наборов метеорологических данных – реанализ NCEP/NCAR, реанализ JRA-25 JMA/CRIEPI, реанализы ECMWF ERA-40 и ERA. Результат представляется в графическом виде – в координатной плоскости факторных и результативных признаков (полей корреляции) для климатических и экологических характеристик. На основе функциональности разработанного ВЕБ-ГИС приложения проведено специализированное исследование изменения климата Сибири по данным реанализов и инструментальных наблюдений сети наземных метеорологических станций. Исследование позволяет представить изменения данных реанализов в локальных областях не как сглаженные возмущения, а уже как источники неоднородностей, имеющие конкретную географическую привязку к определенным экосистемам региона. Также появляется возможность использования полученных архивов региональных метеополей в качестве входных и начальных данных моделей различных климатических и метеорологических процессов на территории Западной Сибири (например, модель динамики растительности, модель эмиссии парниковых газов и т. д.).

Ключевые слова:

Информационно-вычислительная система, веб-технологии, пространственно-привязанные данные, ГИС, изменение климата.

Введение

Происходящие в последние десятилетия изменения климата вызвали стремительное развитие технологий их мониторинга и моделирования [1]. Накапливаемые архивы метеорологической и климатической информации, полученной в результате наземных наблюдений, дистанционного зондирования, работы различных климатических и метеорологических моделей, открывают перед исследователями широкие возможности для изучения сложных механизмов меняющегося климата [2, 3]. В свою очередь, растет количество различных методов обработки таких архивов данных, ко-

торые учитывают особенности используемого материала и позволяют более детально исследовать закономерности наблюдаемых климатических изменений. Учитывая увеличение интенсивности работы с большими объемами метеорологической и климатической информации, одним из актуальных вопросов становится систематизация процесса обработки и анализа таких данных. Кроме того, стремительно растущие объемы архивов геопривязанных данных требуют для их обработки привлечения специализированных программных инструментов анализа и сравнения инструментальных наблюдений, обеспечивающих комплексное ис-

пользование таких архивов для научных исследований в области наук о Земле. Одной из таких задач является вычисление степени статистической зависимости между двумя числовыми переменными (коэффициента корреляции).

В рамках рассматриваемой задачи разработана и представлена методика, позволяющая вычислять степень статистической зависимости между двумя числовыми переменными. Выполнена программная реализация серверного приложения, реализующего предложенную схему вычисления степени статистической зависимости. Разработанное приложение запускается и управляется модульным вычислительным ядром информационно-вычислительной веб-системы [4–6]. В частности, оно предоставляет программный интерфейс доступа к наборам геопривязанных данных и передает полученные результаты в подсистемы, реализующие графический интерфейс пользователя.

Вычисление полей корреляции

Постановки задач в вероятностно-статистических исследованиях очень многообразны. Но классика в таких исследованиях – это задачи прикладной математической статистики. В частности, в задачах многомерного статистического анализа широко используется корреляционный, регрессионный и дисперсионный анализы [1]. Но именно в задачах корреляционного анализа исследуется наличие взаимосвязей между отдельными группами переменных, установление функциональных или каких-либо других зависимостей между различными, как правило, экспериментальными данными. В условиях рассматриваемой задачи требуется вычислить коэффициент корреляции, характеризующий степень тесноты вероятностной связи между двумя или несколькими величинами (рядами их значений) в предположении функциональной линейной связи.

Для экспериментального изучения зависимости между случайными величинами производят некоторое количество независимых опытов. Результат опыта дает пару значений y_i и x_i , $i=1, 2, \dots, n$, а корреляционно-регрессионный анализ позволяет определить тесноту, направление и аналитическое выражение связи между ними. Методология же парной корреляции рассматривает влияние вариации факторного признака x на результативный y [7].

При линейной форме уравнения связи показателей для выражения тесноты связи используется линейный коэффициент корреляции. При пространственно-временных наблюдениях в условиях коротких рядов наблюдений ($n < 30$) для его вычисления удобнее использовать следующую формулу:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \cdot \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}$$

Здесь линейный коэффициент корреляции r принимает значения от -1 до $+1$. Отрицательные значения интерпретируются как обратная связь, положительные – как прямая, значение $r=0$ – как отсутствие связи. При этом предполагается, что близость r к $+1$ или -1 определяет тесноту связи между признаками. В частности, при значении линейного коэффициента корреляции равном ± 1 предполагается функциональная связь.

Обзор и сравнительный анализ архивов метеорологических данных

Все крупные мировые прогностические центры, занимающиеся, например, гидрометеорологическими прогнозами, имеют свои технологии обработки наблюдений, различающиеся как методами анализа, так и составом доступных наблюдательных систем. И те и другие непрерывно совершенствуются. Например, в России система оперативного усвоения данных гидрометеорологических и гелиогеофизических наблюдений и объективного анализа имеется в Гидрометцентре России. В США проблемами метеорологических и геодезических исследований и прогнозов занимается Национальное управление океанических и атмосферных исследований (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA). Заметим, что оперативные данные о недельных значениях температуры воды и концентрации морского льда с использованием данных наземных и спутниковых наблюдений, подготавливаемые в NOAA, доступны на сервере International Research Institute (IRI) для широкого использования.

Метеорологическими центрами мира активно собираются данные метеорологических наблюдений в узлах регулярной сетки (данные реанализа). Архивы реанализов включают наблюдения за продолжительные периоды – с начала XX в. по настоящее время. Так, в национальном центре атмосферных исследований США (National Centers for Environmental Prediction, NCEP) и в Европейском центре среднесрочных прогнозов (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, ECMWF) накоплены многолетние архивы реанализа атмосферы широкого доступа (NCEP/NCAR I, NCEP-DOE AMIP-II, ERA-40). В последние годы сформирован также архив реанализа Японского метеорологического агентства (Japan Meteorological Agency, JMA) JRA-25 (таблица).

Аналогично на основе обобщения данных наземных и спутниковых наблюдений созданы глобальные архивы данных по температуре поверхности океана. Архив недельного и месячного разрешения, созданный в США, включает данные с 1981 г. (Reynolds et al., 1994; Reynolds et al., 2002). В Англии, в Гадлеевском центре, создан глобальный архив месячного разрешения с 1860 г.

Следует добавить, что значительная часть архивов климатических данных, особенно реанализов, представляет результаты работы разных ме-

Таблица. Комплекты данных реанализа атмосферы

Таблица. Комплекты данных реанализа атмосферы

Реанализ Reanalysis	Организация Organisation	Период Period	Разрешение Resolution	Метод усвоения Data assimilation	Примечание Note
JRA-25	JMA/CRIEPI	1979–2004	T106L40	3DVAR	Продолжается как JCDAS с 2005 Continues as JCDAS since 2005
ERA-15	ECMWF	1979–1993	T106 L31	OI	Закончен в 1996 Finished in 1996
ERA-40	ECMWF	IX 1957–VIII 2002	TL159 L60	3DVAR	Закончен в 2003 Finished in 2003
NCEP-NCAR (Reanalysis-1)	NCEP-NCAR	с 1948 since 1948	T62 L28	3DVAR	Продолжается как CDAS Continues as CDAS
NCEP-DOE AMIP-II (Reanalysis-2)	NCEP-DOE	с 1979 since 1979	T62 L28	3DVAR	Продолжается как CDAS Continues as CDAS
GEOS1	NASA/DAO	1980–1996	2×2,5 L20	OI+IAU	Закончен в 1996 Finished in 1996

теорологических моделей, использующих различные системы усвоения наблюдений и наборы усваиваемых данных. В итоге, получаемые геофизические поля метеорологических элементов, зачастую, отличаются между собой. Это приводит к необходимости сравнения метеополей из различных наборов как между собой, так и с некоторым эталоном, которым, прежде всего, является набор рядов инструментальных наблюдений сети метеорологических станций. Такое же сравнение необходимо и для вычисляемых на их основе климатических характеристик.

Архитектура информационно-вычислительной веб-системы

Разработанная информационно-вычислительная веб-система состоит из четырех основных компонентов (рис. 1):

- Структурированные архивы пространственно-привязанных геофизических данных, снабженные соответствующими метаданными.
- Вычислительное модульное ядро – набор функциональных модулей и библиотек для специализированной обработки геофизических данных.

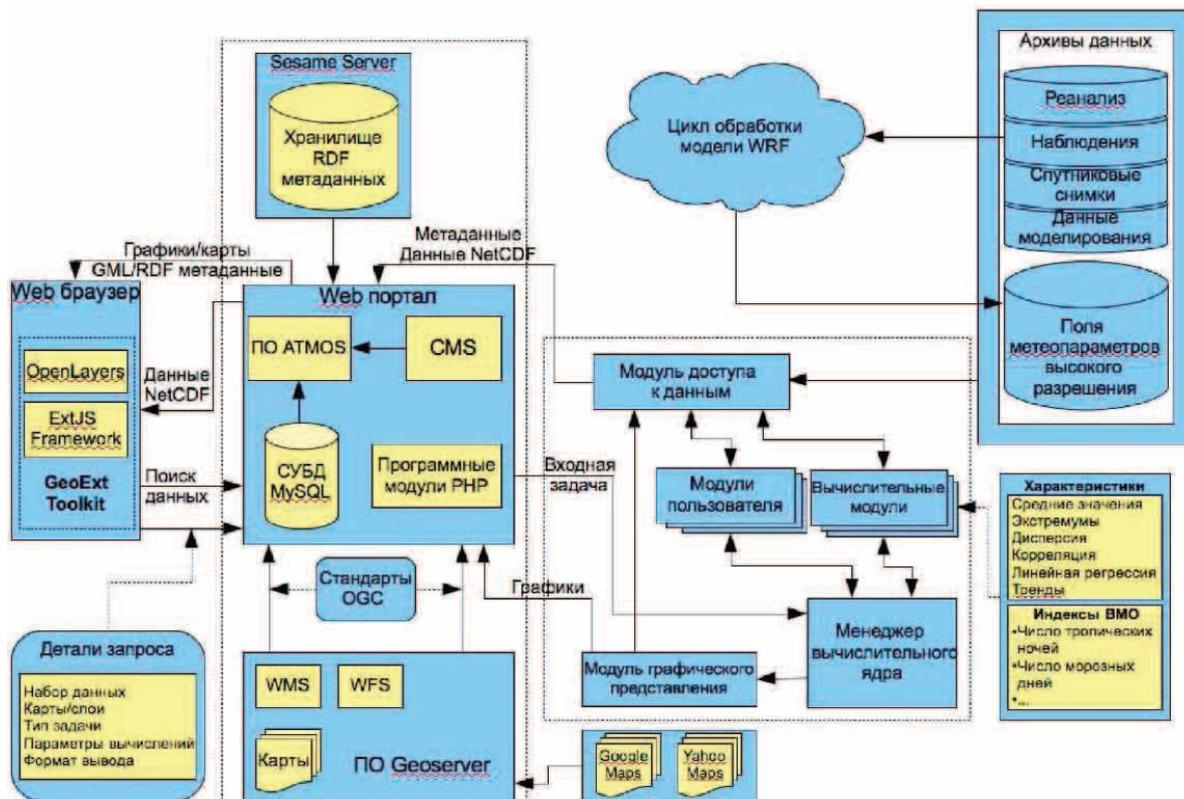


Рис. 1. Обобщенная функциональная структура информационно-вычислительной веб- системы

Fig. 1. Generalized functional diagram of information-computational web-system

- Портал (web-сервер), обеспечивающий логику работы веб-системы, связь с картографическими сервисами, взаимодействие с хранилищем данных.
- Средства графической визуализации.

Вычислительное ядро обеспечивает специализированную обработку и анализ выбранных геофизических данных, вычисление различных природно-климатических характеристик на основе выбранных статистических методов и сравнение с инструментальными наблюдениями. Для разработки модулей ядра используется язык программирования IDL (Interactive Data Language), имеющий обширные библиотеки для математической обработки данных и их графической визуализации [8].

Вызов и управление вычислительными модулями ядра производится веб-приложениями, инициализируемыми в рамках специализированного веб-портала. Задача, сформированная пользователем, а также параметры требуемой визуализации результатов передаются модулю менеджера ядра в виде XML-файла. Задача с требуемыми параметрами содержит указания на обрабатываемые геофизические характеристики, такие как названия архивов геофизических данных и переменных, временные и пространственные границы интересующей области (широта, долгота, уровни высоты, временные интервалы), тип карты, выбранный для анализа и изучения территорий. Графический вывод может быть представлен одним или несколькими графическими файлами в формате Geo-TIFF либо векторными shape-файлами в формате ESRI (Environmental Systems Research Institute) [9], либо анимацией в формате JPEG. Параметры вывода описывают содержание и тип графического результата, который может быть представлен в виде трехмерного графического поля с цветовой дифференциацией по величине в каждой точке, контурного поля, двумерного графика векторного поля. Также параметры вывода описывают географическую проекцию при выводе трехмерных полей, тип легенды, размер графиков, имя файла для вывода [10]. Менеджер ядра анализирует поступившую на вход задачу, подготавливает и производит запуск необходимых расчетных модулей. Каждый модуль имеет возможность доступа к архивам геофизических данных через специальную библиотеку функций. Библиотека функций доступа к геофизическим данным обеспечивает чтение, поиск и выборку данных из архивов.

По окончании вычислений производится визуализация полученных данных от расчетного модуля согласно спецификации задачи и запись результатов в графический, анимационный или же shape файл.

Веб-портал является связующим звеном между компонентами разработанной системы, обеспечивающим взаимодействие с пользователем. В нем реализованы механизмы авторизации пользователей, подключение к базам данных, языковая локализация и ряд других возможностей. Его разработ-

ка выполнена в рамках общих принципов и стандартов для программного обеспечения, предоставляющего картографические веб-сервисы.

Основная функциональность пользовательского веб-интерфейса направлена на формализацию запросов исследователей, решающих вычислительные задачи в области климатоэкологического мониторинга и прогноза. Веб-интерфейс включает следующие базисные элементы:

- панель отображения карты с информационным фреймом, который включает масштабную линейку, навигационную карту и т. д.;
- список слоев с функционалом добавления или удаления, включения или выключения, просмотра и редактирования свойств запросов;
- панель навигации;
- общую информационную панель, информирующую о текущем состоянии приложения;
- меню и панель инструментов приложения, включающие функции увеличения/уменьшения, центрирования, перерисовки карты, информацию по заданному объекту, по рисованию линий, полигонов и т. д.;
- окно вывода результата запроса пользователя (координаты точки, значения вычисляемых параметров для включенных слоев);
- контекстно-зависимое меню по правому клику мыши;
- диалоговые окна результатов со сформированными аналитическими таблицами и графиками.

Используемые наборы данных

Для использования в информационно-вычислительной веб-системе доступны следующие архивы пространственно-распределенных данных: данные реанализа – NCAR (Национальный центр атмосферных исследований), данные реанализа – NCEP (Национальные центры предсказаний по окружающей среде) [11, 12], данные реанализа – JRA-25 (Японское метеорологическое агентство) [13], данные реанализа – ERA-40 (Европейский центр среднесрочных прогнозов погоды) [14]. Именно эти наборы данных и были взяты за основу при решении задачи вычисления и формирования в координатной плоскости факторных и результативных признаков (полей корреляции) для климатических и экологических характеристик. Данные наборы данных содержат множество метеорологических параметров, полученных как на основе наблюдений, так и по результатам моделирования для всей Земли в разные периоды времени. Из них было выбрано несколько ключевых параметров, характеризующих общее состояние климата или основные тенденции в его изменениях (температура, давление, влажность атмосферы, температура и влажность почвы, а также уровень осадков и геопотенциальная высота).

Метеоданные в структурированном виде хранятся на жестком диске сервера и доступны только для обработки системой. Пользователь не име-

ет прямого доступа к архиву данных (не может скачать их). Доступны лишь результаты графического отображения данных и результатов их обработки.

Все рассмотренные выше наборы данных имеют пересечения по годам и одинаковые метеорологические параметры. Из этого следует, что все представленные наборы данных можно сравнивать между собой.

Вычислительный блок веб-гис-системы для определения степени статистической зависимости между климатическими параметрами

Разработанный вычислительный блок реализует сравнение климатических характеристик для выявления особенностей их поведения. Для расчетов система использует архивы метеорологических полей проектов Реанализов (NCEP/DOE, ERA-40, JRA-25). Данные реанализов – геофизические поля метеовеличин, получаемые с помощью различных глобальных метеорологических моделей, отличаются между собой, что требует их сравнения с рядами инструментальных наблюдений. Функциональность вычислительного блока включает процедуру сравнения полей моделирования с рядами инструментальных наблюдений, которая построена на подборе наиболее эффективного метода для восстановления значений данных реанализа в точке местоположения станции и последующего их исследования на однородность. На этой же основе реализуется технология восстановления метеорологических полей по инструментальным наблюдениям.

Данный вычислительный блок позволяет сравнивать различные наборы данных для разных промежутков времени, хранящихся на удаленных дисковых системах хранения. Работает данный модуль в тесном контакте с вычислительным ядром, которое использует его для обработки данных согласно полученному XML-файлу задания, который формируется непосредственно пользователем при помощи графического интерфейса путем выбора необходимых параметров (рис. 2). Также пользователю предоставляется выбор диапазона дат, за который необходимо вычислить коэффициент корреляции, и требуемый регион.

После формирования пользователем файла задания XML-файл передается в вычислительное ядро, где и происходит расчет коэффициента корреляции и передача данных в подсистему визуализации. Подсистема визуализации результатов представляет собой набор программных модулей, которые обеспечивают построение и запись в графические файлы различных полей, диаграмм и графиков, соответствующих полученным результатам обработки и анализа геофизических данных, а также запись их в виде файлов форматов GeoTIFF, EPS, PNG, ESRI Shapefile. Данная подсисте-

ма предоставляет программный интерфейс, через который модульное вычислительное ядро передает данные, подлежащие визуализации.

Кoeffициент корреляции для пары параметров

Кoeffициент корреляции для пары параметров

Параметр 1: Атмосферная температура
Параметр 2: Объем воды эквивалентный глук

Временная сетка: 6h, G

Уровень высоты 1: 2m
Уровень высоты 2: Surface

Интересующий период: Произвольный период

Регион: Сибирь

Долготный диапазон: 0 - 180
Широтный диапазон: 40 - 90

Выберите диапазон дат

Диапазон дат: 1979 Январь 01 - 1980 Январь 01

Вид графического вывода: Закрашенная контурная карта

Размер выходного изображения: 800 x 800

Выбрать Сброс

Рис. 2. Модуль вычисления коэффициента корреляции

Fig. 2. Correlation coefficient computation module

Для разработки использовались следующие среды программирования: DHTML, PHP, JavaScript. Для проектирования интерфейса, реализации ГИС-функциональности, отображения картографических материалов использовался инструментальный GeoExt [15], объединяющий JavaScript-библиотеку, ExtJS Framework [16, 17], OpenLayers [18].

Результаты

Для иллюстрации исследований приведен пример вычисления коэффициента корреляции между двумя различными параметрами: «Атмосферная температура» и «Объем воды, эквивалентный глубине снежного покрова» с временным интервалом в два года (1979–1980) для сибирского региона. Результаты представлены графическим файлом (рис. 3) с раскрашенными областями, где каждый цвет соответствует значению коэффициента корреляции. В нижней части графического изображения представлено соответствие (шкала) значений коэффициентов корреляции определенным цветам в спектре разложения белого света – чем больше длина волны цвета, тем выше корреляция между параметрами. Из результатов данных вычислений видно, что области раскрашены неравномерно. Красно-оранжевый цвет – длинноволновая часть спектра, воспринимаемая глазом человека, не доминирует. Из чего можно сделать вывод, что для данного региона и рассматриваемого периода времени указанные параметры имеют слабо выраженную взаимосвязь.

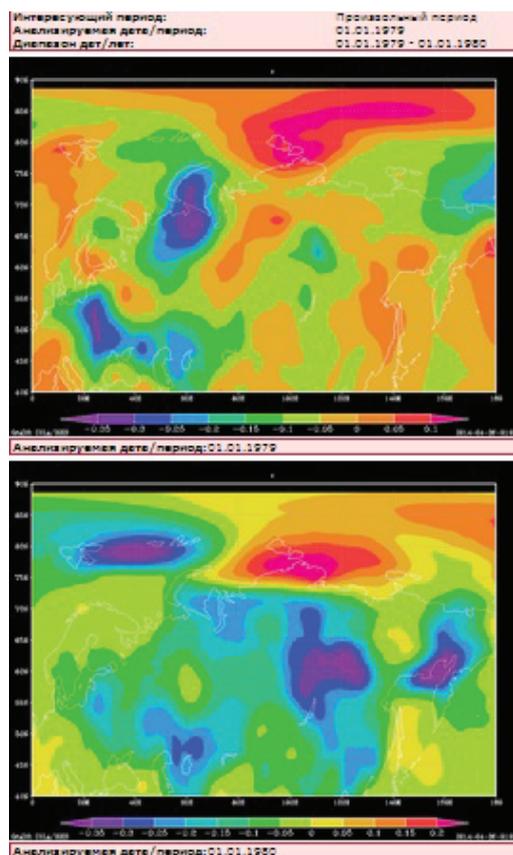


Рис. 3. Результат расчета коэффициента корреляции

Fig. 3. Results of correlation coefficient computation

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Lanzante J.R. Resistant Robust and nonparametric techniques for the analysis of climate data: Theory and examples, including applications to historical radiosonde station data // *International Journal of Climatology*. – 1996. – № 16 (11). – P. 1197–1226.
- Onogi K., et al. The JRA-25 Reanalysis // *Journal of the Meteorological Society of Japan*. – 2007. – V. 85. – № 3. – P. 369–432.
- Von Storch H., Zwiers F.W. *Statistical Analysis in Climate Research*. – Cambridge: Cambridge University Press, 1999. – 495 p.
- A Grid Point Surface Air Temperature Data Set for the Northern Hemisphere / P.D. Jones, S.C.B. Raper, B. Santer, B.S.B. Chery, C. Goodess, P.M. Kelly, T.M.L. Wigley, R.S. Bradley, H.F. Diaz. – Washington: Department of Energy, 1985. – 251 p.
- Karl T.R., Williams C.N. Jr. An approach to adjusting climatological time series for discontinuous inhomogeneities // *J. Climate Appl. Meteorol.* – 1987. – № 26. – P. 1744–1763.
- Gullett D.W., Vincent L., Sajecki P.J.F. Testing for Homogeneity in Temperature Time Series at Canadian Climate Stations // *CCC Report № 90-4, Atmospheric Environment Service*. – Downsview, Ontario, 1990. – 43 p.
- Гайдадин А.Н., Ефремова С.А., Абакумова Н.Н. Применение корреляционного анализа в технологических расчетах. URL: <http://lit.vstu.ru/ucheba/Metodiki/korr.pdf> (дата обращения: 13.06.2014).
- IDL. Discover What's In Your Data // *Exelis Visual Information Solutions*. 2014. <http://www.exelisvis.com/ProductsServices/IDL.aspx> (дата обращения: 16.06.2014)

Заключение

Разработанный подход для изучения климатических процессов обеспечивает подбор достоверной метеорологической информации и получение ключевых статических оценок климатических изменений и экстремальных явлений климата и обеспечивает интеграцию междисциплинарных (географических, климатических, метеорологических) исследований регионального отклика на глобальные изменения климата.

Интеграция созданного комплекса программ, объединяющего в себе процедуры выбора и обработки пространственно-привязанных геофизических данных, обеспечивает профессиональную информационно-вычислительную поддержку исследований изменений климата. В частности, построение и сравнение временных трендов метеорологических и климатических параметров, характеризующих климатические изменения для различных рядов данных. При этом используются современные концепции веб-порталов и возможности коллективного доступа к большому наборам геофизических данных, климатическим и метеорологическим моделям, средствам графической визуализации. По сути, предоставляются уникальные возможности анализа разнородных геофизических данных как специалистам различных областей науки, так и студентам и аспирантам в учебной или научной деятельности.

- ESRI Shapefile Technical Description, 1998. URL: <http://www.esri.com/library/whitepapers/pdfs/shapefile.pdf> (дата обращения: 13.06.2014)
- Kalnay E. et al. The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Project // *Bulletin of the American Meteorological Society*. – 1996. – V. 77. – № 3. – P. 437–471.
- NCEP-DOE AMIP II Reanalysis (R-2) / M. Kanamitsu et al. // *American Meteorological Society*. – 2002. – P. 1631–1643.
- ERA-40 Project Report Series / P. Kallberg, A. Simmons, S. Uppala, M. Fuentes. URL: http://www.emcc.mgm.gov.tr/FI-LES/model-data/ERA40_PRS17_rev1.pdf (дата обращения: 13.06.2014).
- Japan Meteorological Agency URL: <http://www.jma.go.jp/jma/indexe.html> (дата обращения: 13.06.2014).
- Heino R. *Climate in Finland during the Period of Meteorological Observations*. – Finland: Ilmatieteen laitos, 1994. – 209 p.
- The Open Source Java GIS Toolkit // *GeoTools*. 2012. URL: <http://www.geotools.org/> (дата обращения: 13.06.2014).
- JavaScript Toolkit for Rich Web Mapping Applications // *Geoext*. 2009–2010. URL: <http://www.geoext.org/> (дата обращения: 13.06.2014)
- Ext JS – Sencha Ext JS 5 is Here // *Sencha Inc*. 2014. URL: <http://extjs.com/> (дата обращения: 13.06.2014).
- OpenLayers: Free Maps for the Web // *OpenLayers*. URL: <http://openlayers.org> (дата обращения: 13.06.2014).

Поступила 16.06.2014 г.

UDC 004.043:004.67

DEVELOPING WEB APPLICATIONS TO CALCULATE CORRELATION COEFFICIENT FOR CLIMATIC AND METEOROLOGICAL PARAMETERS

Eugeny P. Gordov,

Dr. Sc., Siberian Center for Environmental Research and Training and Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS, 10/3, Akademicheskoy Avenue, Tomsk, 634055, Russia. E-mail: gordov@scert.ru

Alexander G. Titov,

Siberian Center for Environmental Research and Training and Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS, 10/3, Akademicheskoy Avenue, Tomsk, 634055, Russia. E-mail: titov@scert.ru

Andrey A. Pritupov,

National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: pritupov90@gmail.com

Igor A. Botygin,

Cand. Sc., National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: bia@tpu.ru

The urgency of the discussed issue is caused by the need to systematize the processing and analysis of geo-referenced data.

The main aim of the study is to develop web application for calculating the correlation coefficient between the different parameters on the basis of software and hardware platform «Climate», providing the calculation result in graphical form.

The methods used in the study: correlation and regression analysis, system analysis, client-server applications, geographic information system technology.

The results. The paper introduces the results of development of the Web-GIS application which is designed to calculate the correlation coefficient and the results of its use for analyzing climatic and meteorological characteristics of the series of spatially distributed environmental data. Calculation of correlation coefficients is possible for different sets of meteorological data – NCEP/NCAR reanalysis, JRA-25 reanalysis, JMA/CRIEPI reanalysis, ECMWF ERA-40 and ERA reanalyses. The result is presented in graphical form – in the coordinate plane of factor and resultative attributes (field correlation) for climatic and environmental characteristics. Based on functionality of the developed Web-GIS application the authors have researched Siberia climate using the reanalysis data and instrumental observations of terrestrial network of meteorological stations. The study allows us to analyze the changes in reanalysis data in local regions not just as smooth perturbations, but as sources of inhomogeneities having a specific geographical reference to particular ecosystems of the region. Additionally, there is a possibility of using the obtained archives of regional meteorology as input and initial data of different climatic and meteorological processes models on the territory of Western Siberia (e. g., vegetation dynamics model, the model of greenhouse gas emissions, etc.).

Key words:

Information-computational system, web-technologies, spatially-referenced data, GIS, climate change.

REFERENCES

1. Lanzante J.R. Resistant, Robust and nonparametric techniques for the analysis of climate data: Theory and examples, including applications to historical radiosonde station data. *International Journal of Climatology*, 1996, no. 16 (11), pp. 1197–1226.
2. Onogi K. The JRA-25 Reanalysis. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 2007, vol. 85, no. 3, pp. 369–432.
3. Von Storch H., Zwiers F.W. *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge, Cambridge University Press, 1999. 495 p.
4. Jones P.D., Raper S.C.B., Santer B., Cherry B.S.B., Goodess C., Kelly P.M., Wigley T.M.L., Bradley R.S., Diaz H.F. *A Grid Point Surface Air Temperature Data Set for the Northern Hemisphere*. Washington, Department of Energy, 1985. 251 p.
5. Karl T.R., Williams C.N. Jr. An approach to adjusting climatological time series for discontinuous inhomogeneities. *J. Climate Appl. Meteorol.*, 1987, no. 26, pp. 1744–1763.
6. Gullett D.W., Vincent L., Sajecki P.J.F. Testing for Homogeneity in Temperature Time Series at Canadian Climate Stations. CCC Report. № 90–4, Atmospheric Environment Service, Downsview, Ontario, 1990. 43 p. Доклад Канадского климатического центра.
7. Gaydadin A.N., Efremova C.A., Abakumova H.H. Primenenie korrelyatsionnogo analiza v tekhnologicheskikh ratchetakh. Available at: <http://lit.vstu.ru/ucheba/Methodiki/korr.pdf> (accessed 13 June 2014).
8. IDL. Discover What's In Your Data. *Exelis Visual Information Solutions*. 2014. Available at: <http://www.exelisvis.com/ProductsServices/IDL.aspx> (accessed 13 June 2014).
9. ESRI Shapefile Technical Description, 1998. Available at: <http://www.esri.com/library/whitepapers/pdfs/shapefile.pdf> (accessed 13 June 2014).
10. Kalnay E. The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Project. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 1996, vol. 77, no. 3, pp. 437–471.
11. Kanamitsu M. NCEP-DOE AMIP II Reanalysis (R-2). *American Meteorological Society*, 2002, pp. 1631–1643.
12. Kallberg P., Simmons A., Uppala S., Fuentes M. *ERA-40 Project Report Series*. Available at: http://www.emcc.mgm.gov.tr/FILES/model-data/ERA40_PRS17_rev1.pdf (accessed 13 June 2014).
13. *Japan Meteorological Agency*. Available at: <http://www.jma.go.jp/jma/indexe.html> (accessed 13 June 2014).

14. Heino R. Climate in Finland during the Period of Meteorological Observations. *Finnish Meteorological Institute Contributions*, 1994, no. 12, 209 p.
15. The Open Source Java GIS Toolkit. *GeoTools*. 2012. Available at: <http://www.geotools.org/>. (accessed 13 June 2014).
16. JavaScript Toolkit for Rich Web Mapping Applications. *Geoext*. 2009–2010. Available at: <http://www.geoext.org/> (accessed 13 June 2014)
17. Ext JS – Sencha Ext JS 5 is Here. *Sencha Inc.* 2014. Available at: <http://extjs.com/> (accessed 13 June 2014).
18. OpenLayers: Free Maps for the Web. *OpenLayers*. Available at: <http://openlayers.org> (accessed 13 June 2014).

Received: 16 June 2014.

УДК 004.032.24

ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Мещеряков Роман Валерьевич,

д-р техн. наук, профессор кафедры комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем ФГБОУ ВПО «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники», Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. E-mail: mrv@security.tomsk.ru

Моисеев Александр Николаевич,

канд. техн. наук, доцент каф. программной инженерии Факультета информатики ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет», Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36. E-mail: moiseev.tsu@gmail.com

Демин Антон Юрьевич,

канд. техн. наук, доцент каф. информатики и проектирования систем Института кибернетики ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30. E-mail: ad@tpu.ru

Дорофеев Вадим Анатольевич,

ст. преподаватель каф. информатики и проектирования систем Института кибернетики ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30. E-mail: dva@tpu.ru

Матвеев Сергей Анатольевич,

ведущ. сотр. ООО «ИНКОМ», Россия, 634009, г. Томск, ул. Р. Люксембург, 14а. E-mail: incom@cc.tpu.edu.ru

Модели сетей массового обслуживания являются одним из популярных инструментов математического моделирования различных реальных систем – телекоммуникационных сетей, систем распределенной обработки данных, транспортных сетей, сетевых моделей финансовых потоков и т. д. К сожалению, аналитические результаты исследования таких моделей могут быть получены лишь в некоторых, достаточно частных случаях, поэтому задачи анализа сетей массового обслуживания сложных конфигураций обычно решаются с помощью механизмов имитационного моделирования. Однако, в отличие от простых систем массового обслуживания, сети предполагают множество блоков обслуживания и их взаимодействие между собой. Таким образом, при моделировании сетей массового обслуживания увеличивается размерность задач, исполняемых на одном вычислительном узле, и настольные компьютеры уже не справляются с необходимым объемом моделирования за адекватное время. Отсюда возникает актуальная задача применения механизмов параллельных вычислений и выполнения имитационного моделирования с использованием суперкомпьютерных кластеров.

Цель исследования: разработка и программная реализация объектной модели системы имитационного моделирования сетей массового обслуживания, а также реализация в рамках данной программы возможности параллельных вычислений и статистической обработки с целью выполнения моделирования сетей массового обслуживания на суперкомпьютерных кластерах.

Методы исследования: имитационное моделирование на основе дискретно-событийного подхода, математические модели потоков событий: пуассоновский поток, рекуррентный, МАР, полумарковский поток; статистическая обработка данных; методы объектно-ориентированного анализа, проектирования и программирования, технология MPI.

Результаты. Представлена объектная модель системы имитационного моделирования сетей массового обслуживания. Разработанное на ее основе приложение позволяет моделировать сети достаточно произвольной конфигурации. Выполнена реализация параллельных вычислений и последующей статистической обработки данных. Проведены вычислительные эксперименты исполнения приложения на суперкомпьютерном кластере ТПУ для различных размерностей задачи, которые показали высокую эффективность применения параллельных вычислений для задач моделирования сетей массового обслуживания.

Ключевые слова:

Имитационное моделирование, сети массового обслуживания, объектно-ориентированный подход, параллельные вычисления, технология MPI.

Введение

Сети массового обслуживания [1] являются математическими моделями, применяемыми для решения различных задач: анализа и синтеза сетей передачи и обработки информации [2, 3], моделирования автомобильных потоков [4], решения экономических задач [5] и т. д. Таким образом, исследование различных математических моделей сетей массового обслуживания является актуальной задачей. Для таких исследований применяются различные математические методы [1, 6]. Однако, к сожалению, получить аналитические результаты удается лишь для некоторых частных случаев или определенных классов моделей. Поэтому значительный интерес вызывает применение методов имитационного моделирования [7] для решения задач анализа сетей массового обслуживания различной конфигурации [8].

В настоящей работе представлено описание математической модели сети массового обслуживания и имитационный подход к моделированию процесса функционирования сети общего вида, а также объектно-ориентированная реализация этого подхода.

Поскольку конечным результатом, представляющим интерес для исследователя, являются вероятностные характеристики функционирования сети, требуется, чтобы имитационное моделирование могло предоставить достаточно достоверные эмпирические оценки этих характеристик. Очевидно, что для этого потребуется получить достаточно большие выборки относительно смены состояний сети во время ее функционирования, кото-

рые должны быть тем больше, чем больше размерность задачи – количество узлов сети. Таким образом, потребуется либо достаточно длительное моделирование одной реализации процесса, либо, что более предпочтительно, моделирование множества реализаций, пусть на более коротких временных интервалах. Отсюда возникает задача распараллеливания процесса моделирования различных реализаций для одной и той же сети, его выполнение на отдельных вычислительных устройствах и дальнейшее объединение полученных результатов с целью вычисления эмпирических оценок вероятностных характеристик функционирования. Для достижения этой цели предлагается применить технологию MPI для распараллеливания процесса моделирования, выполняемого с использованием разработанного программного обеспечения [9].

Математическая модель сети массового обслуживания

Рассмотрим разомкнутую (открытую) [1] сеть массового обслуживания общего вида. Сеть имеет K узлов, каждый из которых представляет блок обслуживающих приборов. На вход сети поступает поток заявок, который описывается некоторой математической моделью потоков событий, например, пуассоновский поток [10], рекуррентный, MAP- или SM-поток [11–13]. Заявки входящего потока делятся между узлами сети согласно вероятностному распределению $v_k, k=1, K$ (рис. 1), где

$$\sum_{k=1}^K v_k = 1.$$

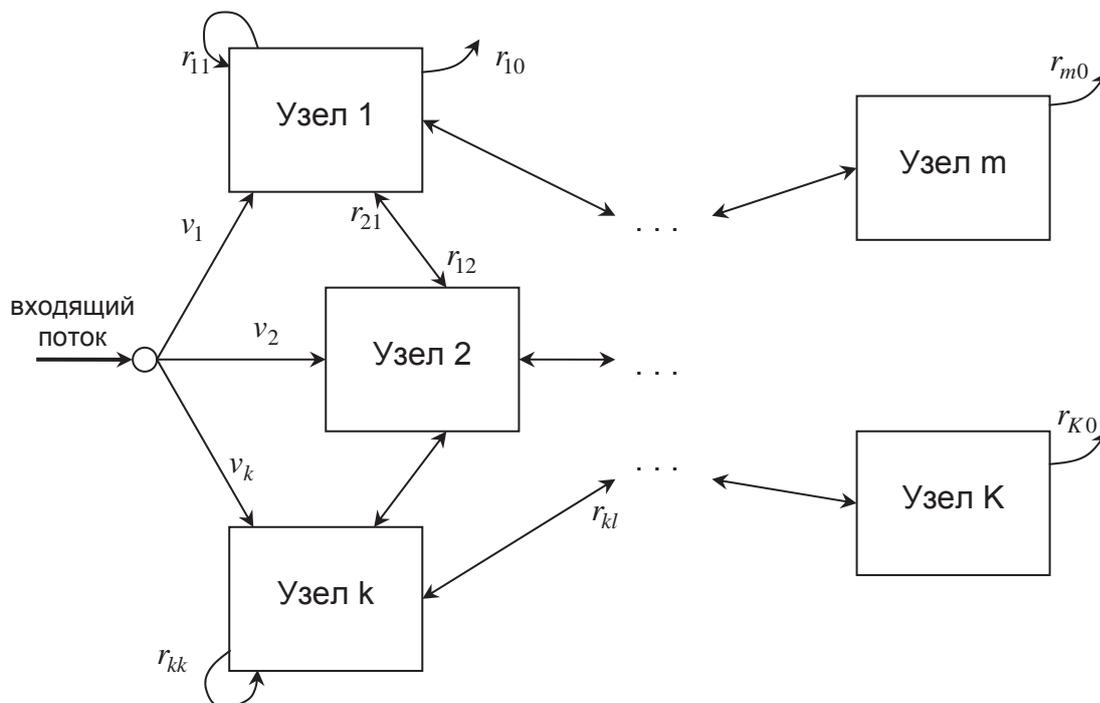


Рис. 1. Общая схема сети массового обслуживания

Fig. 1. General pattern of a queuing system network

Каждый узел сети может содержать любое конечное число обслуживающих приборов, либо число приборов может быть неограниченным. Дисциплина обслуживания задается в виде функции распределения длительности обслуживания. Обычно этот закон распределения одинаков для всех приборов одного узла. Если число приборов конечно, узел сети может иметь буфер для накопления заявок, ожидающих обслуживания. Буфер может представлять собой классическую очередь с некоторой дисциплиной упорядочения заявок, либо являться так называемым источником повторных вызовов, из которого заявки самостоятельно требуют обслуживания после определенной задержки, длина которой распределена согласно некоторому вероятностному закону (так называемые RQ-системы [14]). Буфер также может быть ограниченным по объему, в этом случае заявки, поступившие в узел в момент, когда все приборы узла заняты, а буфер полностью заполнен, считаются необработанными и удаляются из системы. Кроме указанных могут задаваться и различные другие параметры работы блоков обслуживания – конфликты заявок, начальные распределения и т. д.

По окончании обслуживания в k -м узле заявка с вероятностью r_{kk} переходит для дальнейшего обслуживания в узел l , ($l=1, K$), причем с вероятностью r_{kk} она переходит на тот же узел (для повторного обслуживания). С вероятностью $r_{k0} = 1 - \sum_{l=1}^K r_{kl}$ заявка считается успешно обработанной и покидает систему.

Относительно описанной модели ставятся задачи получения различных характеристик функционирования сети массового обслуживания – среднего числа занятых приборов, вероятности потери, среднее время пребывания заявки в сети и т. д. Но наиболее важным, конечно, является многомерный закон распределения состояния сети – числа заявок, находящихся в каждом узле. К сожалению, аналитически указанные задачи решаются лишь в некоторых частных случаях или для некоторых классов сетей, например для так называемых экспоненциальных сетей [15] или для сетей с неограниченным числом приборов в узлах [6]. В остальных же случаях существенную помощь в исследовании математических моделей может оказать метод имитационного моделирования.

Имитационное моделирование.

Дискретно-событийный подход

Суть метода имитационного моделирования [7] заключается в том, что на компьютере воссоздается достаточно точная копия (модель) исследуемой системы и выполняется моделирование ее функционирования. При этом в отличие от аналитических исследований имитационная модель может учитывать все известные свойства и особенности моделируемого объекта. Основным ограничением для имитационного моделирования являются лишь

ресурсы вычислительной техники (оперативная память, производительность процессора) и время проведения вычислений.

В настоящее время одним из наиболее популярных подходов к имитационному моделированию стохастических систем является дискретно-событийный подход [7]. Моделирование, выполняемое с помощью данного подхода, является, с одной стороны, математически корректным и обоснованным, а с другой – достаточно эффективным для реализации на ЭВМ.

Отличительной чертой объектов имитационной модели систем массового обслуживания является то, что они мгновенно изменяют свое состояние в определенные (чаще всего – случайные) моменты времени. Такие моменты времени и действия, которые должны быть выполнены в это время, будем называть событием. При правильном учете всех возможных событий система может изменять свое состояние лишь в эти дискретные моменты времени, и, таким образом, нет необходимости производить моделирование системы на непрерывных интервалах времени между событиями. Каждый следующий момент наступления события и действия, которые необходимо выполнить, полностью определяются действиями, совершенными во время предыдущих событий.

Можно выделить следующие основные понятия и механизмы дискретно-событийного подхода применительно к моделированию систем массового обслуживания [9, 16], дополненные объектами для моделирования сетей:

- 1) заявка (сообщение, пакет данных) – некий объект, который поступает в систему и передается между ее элементами, пока не покинет систему;
- 2) источник входящих заявок – гипотетический объект, порождающий входящий поток заявок;
- 3) блок обслуживающих приборов (узел) – некоторое количество (от 1 до ∞) собранных вместе устройств, занимающихся обработкой (обслуживанием) заявок;
- 4) буфер – встроенный в блок обслуживающих приборов накопитель заявок, которые в настоящий момент времени не могут быть обслужены по каким-либо причинам;
- 5) маршрутизатор – гипотетический объект, управляющий разделением входящего потока по узлам сети и потоками заявок внутри нее.

В связи с тем, что в моделях массового обслуживания используются накопители различных типов, будем классифицировать их следующим образом [16]:

- пассивные – это такие накопители, заявки из которых могут быть извлечены только самим блоком обслуживающих приборов в момент изменения его состояния – окончания обслуживания очередной заявки (например, буфер в виде очереди);
- активные – это накопители, которые самостоятельно отправляют находящиеся в них заявки

на обслуживание независимо от текущего состояния блока приборов (например, источник повторных вызовов).

Основными типами событий для сетей массового обслуживания являются:

- 1) поступление заявки в систему;
- 2) завершение обработки заявки на устройстве (в узле) и передача ее на другое устройство (узел);
- 3) при наличии источников повторных вызовов (ИПВ) – обращение заявки из источника повторных вызовов;
- 4) завершение моделирования.

Процесс поступления заявки предполагает создание заявки и ее направление на один из узлов сети. Затем происходит проверка занятости прибора (в случае ограниченного числа приборов в узле). Если прибор свободен, то заявка встает на обслуживание, в противном случае – помещается в буфер.

В процессе моделирования системы таймер модельного времени постоянно корректируется в соответствии с теми основными событиями, которые возникают в моделируемой системе. После обработки очередного события значение таймера модельного времени $T_{\text{мод}}$ сдвигается к моменту следующего события:

$$T_{\text{мод}} = \min(T_{\text{пост}}, T_{\text{ИПВ}}, T_{\text{заверш.обслуж.}}, T_{\text{заверш.модел.}}),$$

где $T_{\text{пост}}$ – момент времени поступления заявки в систему; $T_{\text{ИПВ}}$ – момент времени обращения заявки из ИПВ; $T_{\text{заверш.обслуж.}}$ – момент времени завершения обслуживания заявки на обслуживающем устройстве; $T_{\text{заверш.модел.}}$ – момент времени завершения моделирования. Кроме того, после каждого события соответствующий ему таймер, а также все зависимые таймеры обновляются в соответствии с текущим состоянием системы. Как только достигнут момент завершения моделирования, процесс моделирования останавливается.

Таким образом, дискретно-событийное имитационное моделирование сети массового обслуживания выполняется путем генерации событий на временной оси и последовательным сдвигом таймера модельного времени по событиям на этой оси. В зависимости от того, к какому событию произошел переход, выполняются соответствующие действия:

1. Поступление заявки в систему – маршрутизатор определяет узел, на который поступает заявка. Если блок обслуживающих приборов может ее обработать, то он генерирует на временной оси в будущем событие завершения обслуживания, иначе – помещает заявку в буфер. Если буфер является активным, то он генерирует на временной оси в будущем событие обращения заявки из ИПВ.
2. Завершение обслуживания – маршрутизатор – определяет, должна ли заявка покинуть систему, если нет – то на какой узел она должна перейти для дальнейшего обслуживания. В последнем случае для узла-приемника выполняются действия аналогичные п. 1. Если обслужи-

живший узел имеет пассивный буфер, то он привлекает из него очередную заявку и ставит ее на обслуживание.

3. Обращение заявки из ИПВ – для узла, к которому относится ИПВ, выполняются действия аналогичные п. 1.
4. Завершение моделирования – имитационная модель прекращает все вычисления.

Программа имитационного моделирования ODIS

На основе вышеизложенных принципов с использованием объектно-ориентированного подхода разработан программный комплекс ODIS (Object Distributed Simulation) [9], предназначенный для имитационного моделирования сетей массового обслуживания. Ниже приводится краткое описание архитектуры системы с учетом элементов, необходимых для моделирования сети массового обслуживания.

Основной алгоритм имитационного моделирования выполняется специальным объектом Модель (SimulationModel), который имеет следующий интерфейс (рис. 2).

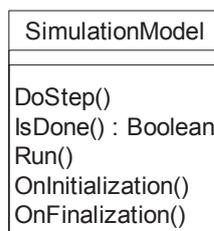


Рис. 2. Интерфейс базового управляющего класса имитационного моделирования

Fig. 2. Interface of basic control class of simulation modeling

Данный класс реализует Шаблонный Метод [17] Run (). Алгоритм этого метода представлен на рис. 3. Он начинается с выполнения операции OnInitialization (), предназначенной для инициализирующих действий. Затем в цикле производится выполнение метода DoStep (), который отвечает за один шаг моделирования. Выполнение шагов продолжается до тех пор, пока функция IsDone () не вернет значение true, что будет означать, что процесс моделирования окончен. По завершении моделирования вызывается операция OnFinalization (), предназначенная для выполнения завершающих действий.

Класс SimulationModel может служить базовым для любых систем имитационного моделирования, которые используют пошаговый процесс моделирования. В частности, в системе моделирования сетей массового обслуживания реализован наследник этого класса NetworkQueueSimulationModel, который переопределяет операции:

- OnInitialization () – для начального заполнения журнала событий (см. ниже) событиями входящих заявок;
- IsDone () – для индикации конкретного условия останова (по времени моделирования либо по числу событий входящего потока);

- DoStep () – для непосредственной реализации шага моделирования (перехода между событиями).

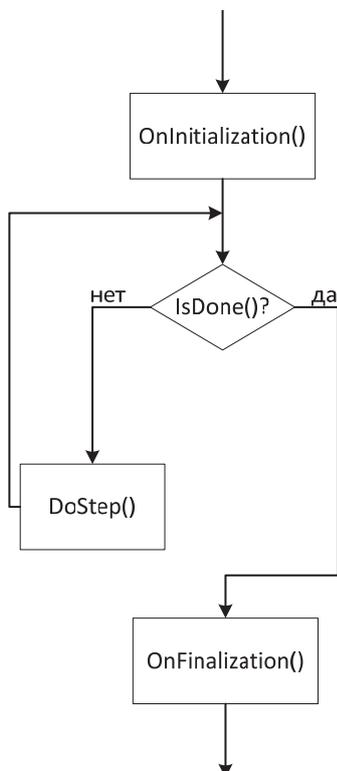


Рис. 3. Общий алгоритм имитационного моделирования – метод Run () класса SimulationModel

Fig. 3. General algorithm of simulation model is the method Run () of the class SimulationModel

Для реализации дискретно-событийного механизма моделирования введен специальный объект Событие (Event), инкапсулирующий всю информацию, необходимую для корректной регистрации и обработки потока событий внутри модели. Все события записываются в специальный список – журнал событий, который сортирован по времени и обеспечивает дискретно-событийное управление модельным временем. Его связи с другими объектами программы показаны на рис. 4.

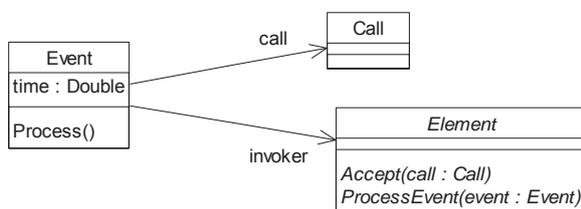


Рис. 4. Модель событий

Fig. 4. Event model

Абстракция Call (Заявка) введена в систему как сущность переноса данных, связанных с конкретным входящим событием, а также для протоколирования информации его обработки. Объект Element – это любой элемент системы (источник зая-

вок, блок обслуживающих приборов, буфер, маршрутизатор), способный принимать заявки (операция Accept) и/или генерировать и обрабатывать связанные с заявками события (операция ProcessEvent (...)). Объект-событие сохраняет в ссылке invoker указатель на элемент, который создал это событие или должен обработать его. Для элементов модели событиями будут являться такие моменты времени в будущем, когда элемент должен выполнить определенное действие. Например, для источника заявок это будет поступление заявки на обслуживание, для блока обслуживающих приборов – окончание обслуживания, для источника повторных вызовов – попытка заявки снова обратиться за обслуживанием.

При такой организации системы весь процесс, происходящий на одном шаге моделирования (операция DoStep () класса NetworkQueueSimulationModel), описывается следующим простым алгоритмом (рис. 5). Модель извлекает из журнала ближайшее событие, вызывает его операцию Process (), которая просто переадресует вызов обрабатываемому элементу. Конечный элемент (invoker) выполняет необходимые действия.

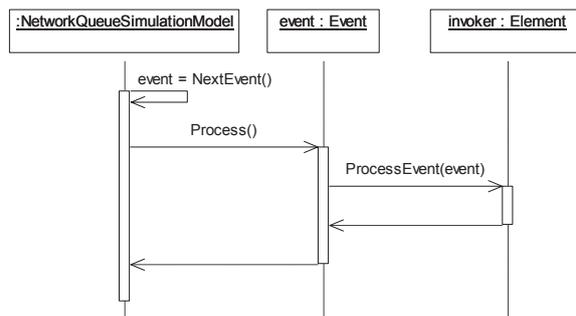


Рис. 5. Реализация метода DoStep () для управляющего класса имитационного моделирования сети массового обслуживания

Fig. 5. Implementation of DoStep () method for control class of simulation modeling of a queuing system network

Различные элементы модели являются потомками базового класса Element (рис. 6). Каждый из них замещает операции Accept () и ProcessEvent () в соответствии со своими обязанностями. В частности, источник заявок (Source) не может принимать заявки – его метод Accept () генерирует исключение. А вот операция ProcessEvent () (вызывается, когда возникает событие поступления заявки в систему) реализует пересылку заявки на прикрепленный элемент (указатель NextElement), для сети массового обслуживания это маршрутизатор Router. Пересылка заключается в вызове операции Accept (...) этого элемента с соответствующими параметрами.

Операция Accept (...) объекта ServerBlock (блок обслуживающих приборов, узел) проверяет, свободен ли блок (операция IsFree ()), если это так, то заявка поступает на обслуживание – вызывается операция EnforceAccept (...), иначе – она передается буферу (указатель buffer) при его наличии или

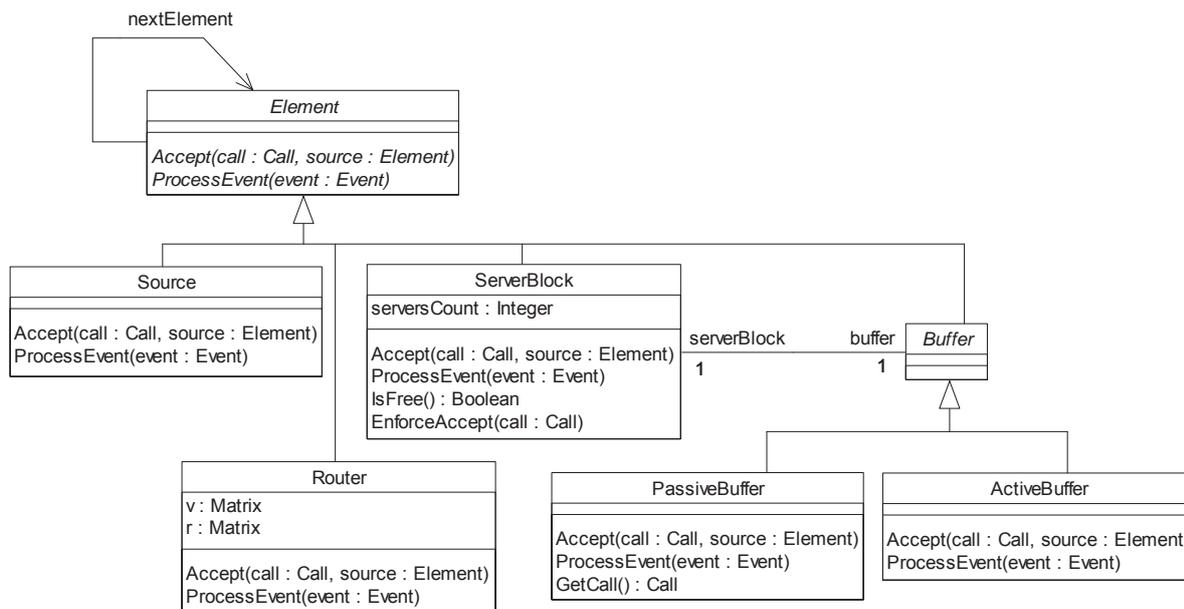


Рис. 6. Иерархия элементов модели

Fig. 6. Model elements hierarchy

удаляется из системы. Операция ProcessEvent (...) блока (обработка события окончания обслуживания) просто удаляет заявку из списка обслуживаемых данным блоком, и в случае наличия пассивного буфера принудительно забирает из него очередную заявку (если буфер не пуст). Последнее действие не использует механизм журнала событий, т. к. оно производится немедленно после события окончания обслуживания.

Объект PassiveBuffer реализует пассивный накопитель (например, очередь FIFO). Операция Accept (...) объекта PassiveBuffer проверяет, возможно ли поместить заявку в буфер (не достиг ли он предельного объема), и если это возможно – помещает заявку в буфер. Операция ProcessEvent (...) вызывает исключение, так как PassiveBuffer не является активным элементом – таким, который самостоятельно может перемещать заявки в системе. Для извлечения заявки из пассивного буфера блок обслуживающих приборов вызывает его операцию GetCall (), которая извлекает заявку из буфера в соответствии с его дисциплиной (FIFO, LIFO и др.).

В отличие от пассивных активные накопители ActiveBuffer являются активными объектами системы – они самостоятельно пытаются вернуть находящиеся в них заявки на обслуживающие приборы. Операция Accept (...) этих накопителей также вносит заявки во внутренний буфер, однако при этом каждый раз генерируется и вносится в общий журнал будущее событие попытки вернуть заявку на обслуживание. Указатель invoker этого события ссылается на активный буфер, поэтому при его наступлении вызывается ActiveBuffer.ProcessEvent (...), который просто извлекает соответствующую заявку из буфера (указатель на нее име-

ется в обрабатываемом объекте Event) и отправляет ее на вход обслуживающего блока – так, как будто эта заявка только что вошла в систему. Таким образом обеспечивается единообразная обработка и упрощение программного кода.

Маршрутизатор Router сам не может обрабатывать заявки, поэтому его операция ProcessEvent (...) генерирует ошибку. Операция Accept (...) этого элемента переадресует заявки узлам сети в зависимости от параметра source этой операции (заявка только поступила в сеть или уже была обработана на одном из узлов), а также в соответствии с вектором разделения входящего потока v или матрицей маршрутизации r.

Накопление и обработка статистической информации

Результатом имитационного моделирования является реализация случайного процесса изменения состояния (количества заявок в узлах) сети массового обслуживания. Однако для исследователя наибольший интерес представляют статистические показатели функционирования. В частности, это – эмпирические оценки математического ожидания и ковариаций числа заявок в узлах сети.

Контур накопления и обработки статистической информации в программном комплексе ODIS реализован с помощью классов иерархии StatisticAccumulator (рис. 7).

Абстрактный класс StatisticsAccumulator содержит два основных атрибута, используемых для обработки статистики:

- Totaltime – общее время моделирования;
- GenerationVolume – объем выборки.

Также этот класс объявляет интерфейс в виде основных операций, которые обязательно должны

быть реализованы в потомках (все они в этом классе объявлены как абстрактные):

- `AddInterval(timeInterval, state)` – добавляет состояние системы `state` (массив целых чисел, соответствующих числу заявок в каждом узле) к общей статистике, при этом `timeInterval` – интервал времени, в течение которого сохранялось это состояние;
- `GetMeans()` – вычисляет и возвращает матрицу размера $1 \times K$, содержащую математические ожидания числа занятых приборов в узлах;
- `GetCovariance()` – вычисляет и возвращает матрицу ковариации числа занятых приборов в узлах размера $K \times K$;
- `Save(filename)` – сохраняет статистику в файле с именем `filename` для последующего анализа;
- `Load(filename)` – создает новый объект `StatisticsAccumulator` и загружает в него статистические данные из файла `filename`, сохраненные командой `Save(...)`;
- `Merge(accumulator)` – добавляет статистические данные из другого объекта `StatisticsAccumulator`, заданного в качестве параметра `accumulator`.

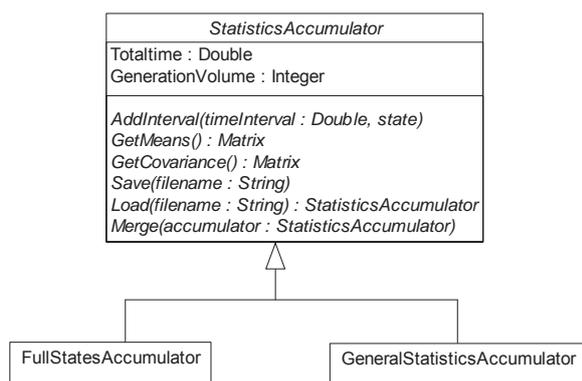


Рис. 7. Классы накопления и обработки статистической информации (подразумевается, что все операции класса `StatisticsAccumulator` перекрыты в потомках)

Fig. 7. Classes of statistic information accumulation and processing (all operations of `StatisticsAccumulator` class are supposed to be override in descendents)

Класс `FullStatesAccumulator` накапливает полную статистику о многомерных состояниях системы. Данные записываются в формате <состояние, время>. Здесь состояние – массив целых чисел, содержащий количество заявок в каждом из узлов; время – продолжительность пребывания системы в этом состоянии. Вычисление средних и ковариаций производится путем усреднения по времени всего массива данных. Основной недостаток – при больших размерностях задачи (количестве узлов сети) и больших значениях состояний требует значительного объема оперативной памяти.

Класс `GeneralStatisticsAccumulator` при каждом изменении состояния пересчитывает средние и ковариации. Сохраняемые данные содержат математические ожидания и интегральные по времени корреляции числа занятых приборов в узлах сети, а также мар-

гинальные (одномерные) распределения времени пребывания каждого узла в определенном состоянии. Основной недостаток – немного замедляет процесс моделирования, заранее требуется знать, какого рода статистику необходимо получить.

Параллельные вычисления

Основной особенностью применения описанного приложения для имитационного моделирования сетей массового обслуживания является возможность многократного запуска процесса моделирования для одной и той же сети. Таким образом, выполняя моделирование на различных вычислительных устройствах можно получить и сохранить в файлах статистическую информацию гораздо большего объема, чем при моделировании на одном компьютере за то же время. По окончании моделирования все эти файлы могут быть загружены и объединены с помощью специальной утилиты (см. выше операции `Load()` и `Merge()` класса `StatisticsAccumulator`). Таким образом, за малое время может быть получен статистический материал большего объема.

Параллельные вычисления проводились на суперкомпьютерном кластере Томского политехнического университета. Для запуска приложения должны были быть решены следующие задачи:

- 1) декомпозиция (распараллеливание) приложения;
- 2) выбор технологии, обеспечивающей параллельное выполнение и синхронизацию;
- 3) проведение вычислительных экспериментов и анализ временных данных;
- 4) выявление «узких мест».

Поскольку характеристики вычислительной системы, количество узлов, связей и другие параметры, а также количество обрабатываемых заявок являются входными данными приложения, то согласно классификации Флинна [18] возможно использовать вычислительные комплексы с архитектурами SIMD и MIMD, позволяющими параллельно обрабатывать несколько потоков данных.

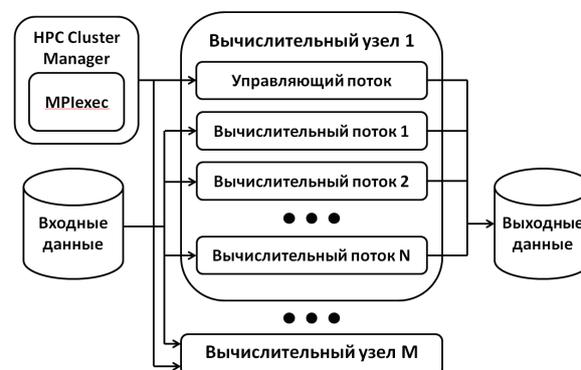


Рис. 8. Архитектура распараллеленного приложения для моделирования

Fig. 8. Architecture of parallelized application for simulation

При множественных информационных потоках (multiple data) целесообразно проводить де-

композицию по данным: одинаковые по размеру фрагменты данных можно назначить вычислительным потокам до начала параллельной обработки, что соответствует статической декомпозиции и значительно упрощает распараллеливание и синхронизацию (рис. 8).

Суперкомпьютерный кластер ТПУ состоит из двух частей с разделяемой памятью. Характеристики каждой части приведены в таблице.

Таблица. Основные характеристики суперкомпьютерного кластера ТПУ

Table. Principle characteristics of supercomputing cluster at Tomsk Polytechnic University

Характеристика Characteristic	СКИФ1	СКИФ2
Количество вычислительных узлов Quantity of computation nodes	24	39
Количество процессоров Quantity of processor units	48	78
Количество вычислительных ядер Quantity of compute kernel	96	320
Тактовая частота, ГГц Clock speed, GHz	2,66	2,9
Общий объем оперативной памяти, Гб Total core memory, Gb	192	479

В качестве технологии распараллеливания была выбрана технология MPI. Поскольку приложение соответствует архитектуре SIMD, то возможно было использование графических ускорителей (технологии CUDA, AMD APP, OpenCL и т. д.), однако это потребовало бы существенной переработки исходного кода

приложения, поскольку приложение было разработано на языке C#, а для графических ускорителей распараллеливаемая часть алгоритма должна быть написана на языке C. Поддержка языка C# изначально заложена в библиотеку MPI.NET, что существенно облегчило задачу выбора технологии [19].

Технология MPI подразумевает наличие одного управляющего и нескольких рабочих процессов. Управляющий процесс имеет номер 0 и выдает задания рабочим процессам и обрабатывает результаты их работы. Входные данные для каждой задачи моделирования записаны в файлах *N.odis*, где *N* – это размерность задачи. Каждый такой файл содержит параметры моделируемой системы, такие как число заявок, а размерность задачи показывает число узлов в моделируемой системе. В результате проведения экспериментов были получены данные о производительности моделирования на разном количестве процессорных ядер (рис. 9).

На выходе каждого процесса организовывался файл размером от нескольких килобайт до сотен мегабайт, содержащий результаты обработки заявок. Поскольку для хранения выходной информации используется общее высокоскоростное хранилище, возникло опасение, что одновременная запись таких больших объемов данных может негативно сказаться при замере производительности. Вычислительные эксперименты показали, что время выполнения моделирования с записью на диск и без записи на диск отличается, но при небольшой размерности задачи (до 50) это почти не влияет на общее время работы. При большей размерности задачи вклад этапа записи результатов на диск ока-

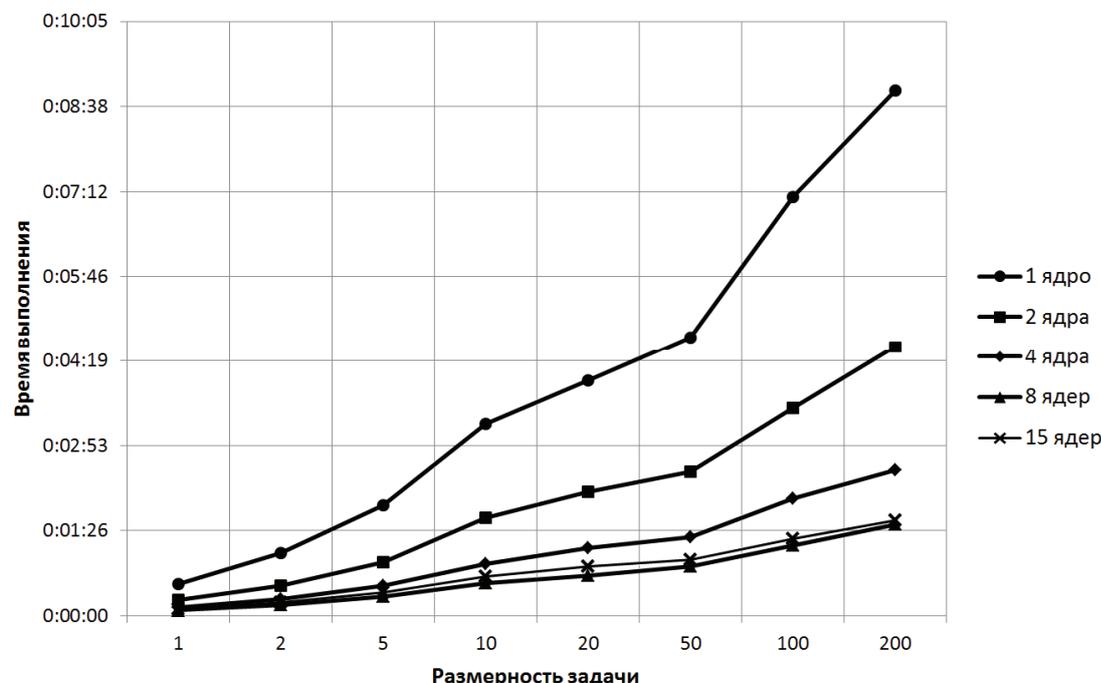


Рис. 9. Зависимость времени выполнения приложения от размерности задачи

Fig. 9. Dependence of application execution time on problem dimension

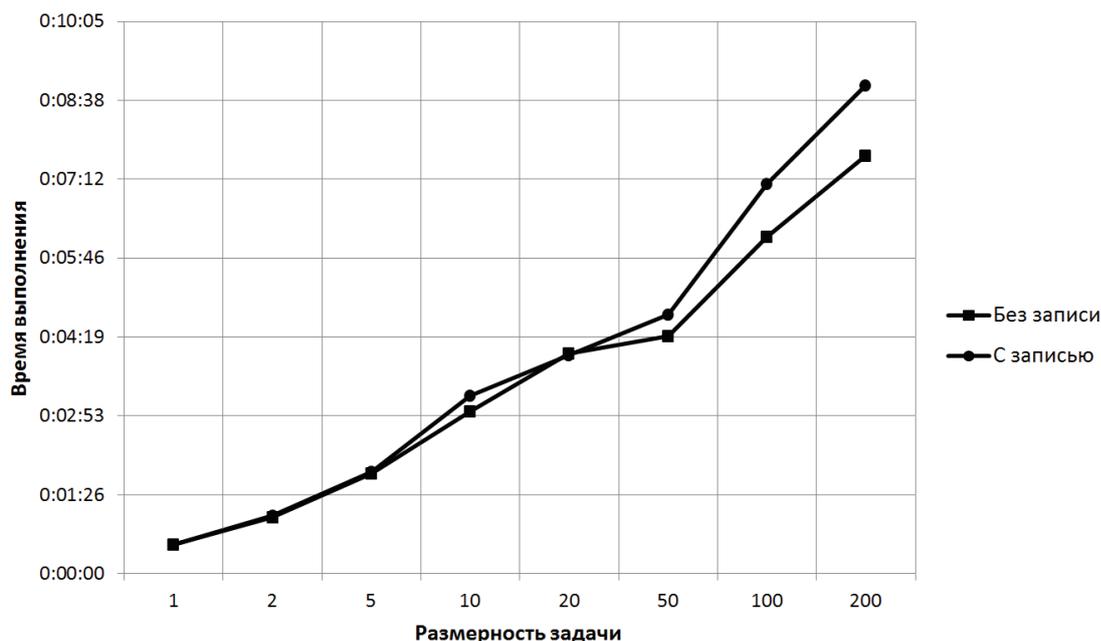


Рис. 10. Влияние процесса записи результирующего файла на время выполнения приложения

Fig. 10. Influence of target file recording on application execution time

зывается уже более существенным, что снижает эффективность применения большого количества параллельных потоков (рис. 10). Решением здесь может быть использование нескольких отдельных хранилищ информации либо разнесение операций записи различных потоков во времени.

В ходе моделирования было отмечено экспоненциальное увеличение требований к объему оперативной памяти при увеличении размерности задачи. Так, при моделировании системы из 500 узлов на 8 и 16 ядрах приложению не хватало 32 Гб памяти. Для решения этой проблемы нужно уменьшать либо количество параллельных процессов, или же размерность задачи.

Выводы

В работе представлена объектная модель системы имитационного моделирования сетей массового обслуживания. Разработанное на ее основе приложение позволяет моделировать сети достаточно произвольной конфигурации.

Основной проблемой использования приложения для моделирования сетей массового обслужи-

вания с большим количеством узлов является необходимость моделирования большого числа сущностей, а также получения статистических выборок больших объемов. Это неминуемо приводит к увеличению затрат времени процессора и объемов используемой оперативной памяти. С целью оптимизации указанных параметров в ходе практической реализации задачи приложение было адаптировано для запуска на суперкомпьютерном кластере. В результате экспериментальных запусков была установлена принципиальная возможность использования суперкомпьютера для моделирования системы, а также получены сведения о влиянии вспомогательных операций, таких как запись массивов полученной информации на диск, на производительность приложения.

Разработанное приложение может быть использовано для научных исследований в области прикладного вероятностного анализа, а также для расчета характеристик функционирования реальных технических систем, модели которых представлены в виде сетей и систем массового обслуживания [20].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ивницкий В.А. Теория сетей массового обслуживания. – М.: Изд-во «Физматлит», 2004. – 772 с.
- Многофазная модель массового обслуживания системы распределенной обработки данных / В.В. Грачев, А.Н. Моисеев, А.А. Назаров, В.З. Ямпольский // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2012. – № 2 (26). Ч. 2. – С. 248–251.
- Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – М.: Техносфера, 2003. – 512 с.
- Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. – М.: Изд-во «Физматлит», 2012. – 614 с.
- Матальцкий М.А., Статкевич С.Э. НМ-сети как новые стохастические модели прогнозирования доходов различных объектов // Вестник ГрГУ. Серия 5. Экономика. – 2009. – № 1. – С. 107–115.
- Назаров А.А., Моисеев А.Н. Исследование открытой немарковской сети массового обслуживания $GI-(GI|\infty)^k$ с высокоинтенсивным рекуррентным входящим потоком // Проблемы передачи информации. – 2013. – Т. 49. – Вып. 2. – С. 78–91.

7. Лоу А., Кельтон В. Имитационное моделирование. 3-е изд. – СПб.: Питер, 2004. – 848 с.
8. Задорожный В.Н. Оптимизация однородных немарковских сетей массового обслуживания // Проблемы управления. – 2009. – № 6. – С. 68–75.
9. Моисеев А.Н., Синяков М.В. Разработка объектно-ориентированной модели системы имитационного моделирования процессов массового обслуживания // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 1. – С. 89–93.
10. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.
11. Moiseev A., Nazarov A. Investigation of High Intensive General Flow // Problems of Cybernetics and Informatics: Proc. of the IV International Conference (PCF2012). – Baku, Azerbaijan, September 12–14, 2012. – Baku: IEEE, 2012. – P. 161–163.
12. Моисеев А.Н., Назаров А.А. Исследование высокоинтенсивного МАР-потока // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 322. – № 2. – С. 16–18.
13. Моисеев А.Н., Назаров А.А. Асимптотический анализ высокоинтенсивного полумарковского потока событий // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2013. – № 3 (29). – С. 109–115.
14. Artalejo J.R., Gomez-Corral A. Retrial Queueing Systems. A Computational Approach. – Berlin: Springer. 2008. – 318 p.
15. Jackson J.R. Networks of waiting lines // Operat. Res. – 1957. – V. 5. – № 4. – P. 131–142.
16. Моисеев А., Моисеева С., Синяков М. Базовая объектная модель слоя предметной области системы имитационного моделирования процессов массового обслуживания // Application of Information and Communication Technology in Economy and Education (ICAICTEE-2011): Proc. of the Int. Conf. – Sofia, December 2–3, 2011. – Sofia: University of National and World Economy, 2011. – P. 230–236.
17. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования / Э. Гамма, Р. Хелм, Р. Джонсон, Дж. Влессидес. – СПб.: Питер, 2010. – 368 с.
18. Михайлов Б.М., Халабия Р.Ф. Классификация и организация вычислительных систем. – М.: МГУПИ, 2010. – 144 с.
19. Демин А.Ю., Дорофеев В.А. Распараллеливание алгоритма выделения границ объектов на основе структурно-графического представления // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 323. – № 5. – С. 159–164.
20. Мещеряков Р.В. Информационные иерархические системы // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 5. – С. 151–154.

Поступила 20.05.2014 г.

UDC 004.032.24

USING PARALLEL COMPUTING IN QUEUEING NETWORK SIMULATION

Roman V. Meshcheryakov,

Doct. Sc., Tomsk State University of Control System and Radioelectronics,
40, Lenin Avenue, 634050, Tomsk, Russia. E-mail: mrv@security.tomsk.ru

Alexander N. Moiseev,

Cand. Sc., Tomsk State University, 36, Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: moiseev.tsu@gmail.com

Anton Yu. Demin,

Cand. Sc., Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: ad@tpu.ru

Vadim A. Dorofeev,

Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: dva@tpu.ru

Sergey A. Matveev,

LLC «INCOM», 14a, Rosa Luxemburg street,
Tomsk, 634009, Russia. E-mail: incom@cc.tpu.edu.ru

Queueing networks models are one of the most popular tools of mathematical modeling of various physical systems: telecommunication networks, distributed data processing systems, transportation networks, network models of cash flows, etc. Unfortunately, analytical results of the study of such models can be obtained only in some rather special cases. Therefore, the objectives of the analysis of queueing networks with complex configurations are usually resolved through mechanism of the simulation. However, the main difference of the queueing networks from simple queueing models is that each network can contain many service nodes and these nodes interact with each other. Thus, the simulation of the queueing networks increases the dimension of the tasks executed on one computing device. So, desktop computers cannot perform the required simulation in adequate time. Hence, we have the urgent task of applying the mechanisms of parallel computing and performing simulations using supercomputer clusters.

The main aim of the study is to develop and implement the object model of the simulation system of the queueing networks and implement as well the capabilities of parallel computing and statistical processing in order to perform simulation of queueing networks on supercomputer clusters.

The methods used in the study: simulation based on the discrete/event approach; mathematical models of the event flows, such as Poisson, renewal, Markovian Arrival Process, and semi-Markov processes; statistics data processing; object-oriented methods of analysis, software design and programming, MPI technology.

The results. The paper introduces the object model of the software for simulating queueing networks. The application developed on its basis allows simulating queueing networks with rather arbitrary configuration. The parallel computing was implemented and the data were processed. The authors have carried out the real numerical experiments of application execution on the supercomputer cluster of TPU for different dimensions of the task which demonstrated high efficiency of applying parallel computing for simulation of the queueing networks.

Key words:

Simulation modelling, queueing networks, object-oriented approach, parallel computing, MPI technology.

REFERENCES

1. Ivnickiy V.A. *Teoriya setey massovogo obsluzhivaniya* [Queueing networks theory]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 772 p.
2. Grachev V.V., Moiseev A.N., Nazarov A.A., Yampolsky V.Z. Mnogofaznaya model massovogo obsluzhivaniya sistemy raspredelennoy obrabotki dannykh [Multiphase queueing networks model for distributed data processing]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki*, 2012, no. 2 (26), P. 2, pp. 248–251.
3. Vishnevskiy V.M. *Teoreticheskie osnovy proektirovaniya kompyuternykh setey* [Theoretical basics of computer networks]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2003. 512 p.
4. Fedotkin M.A. *Modeli v teorii veroyatnostey* [Models in the probability theories]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 614 p.
5. Matalytsky M.A., Statkevich S.E. NM-seti kak novye stokhasticheskie modeli prognozirovaniya dokhodov razlichnykh obektov [NM-networks as new stochastic model for different objects incooms forecasts]. *Vestnik GrGU, Seriya 5. Ekonomika*, 2009, no. 1, pp. 107–115.
6. Nazarov A.A., Moiseev A.N. Issledovanie otkrytoy nemarkovskoy seti massovogo obsluzhivaniya GI-(GI) ∞ K s vysokointensivnymy rekurrentnym vkhodyashchim potokom [Investigation of non-Markov open queueing network GI-(GI) ∞ K with high-recurrent input flow]. *Problemy peredachi informatsii*, 2013, vol. 49, no. 2, pp. 78–91.
7. Lou A., Kelton V. *Imitatsionnoe modelirovanie* [Simulation modelling]. St-Petersburg, Piter Publ., 2004. 3rd ed., 848 p.
8. Zadorozhny V.N. Optimizatsiya odnorodnykh nemarkovskikh setey massovogo obsluzhivaniya [Optimization of homogeneous Markov queueing networks]. *Problemy upravleniya*, 2009, no. 6, pp. 68–75.
9. Moiseev A.N., Sinyakov M.V. Razrabotka obektno-orientirovannoy modeli sistemy imitatsionnogo modelirovaniya protsessov massovogo obsluzhivaniya [Development of an object-oriented system model simulation of queueing processes]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*, 2010, no. 1, pp. 89–93.
10. Bocharov P.P., Pechinkin A.V. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya* [Queueing Theory]. Moscow, RUDN Publ., 1995. 529 p.
11. Moiseev A., Nazarov A. Investigation of High Intensive General Flow. Proceedings of the IV International Conference. Problems of Cybernetics and Informatics (PCI2012). Baku, September 12–14, 2012. Baku, Azerbaijan: IEEE Press, 2012. pp. 161–163.
12. Moiseev A.N., Nazarov A.A. Issledovanie vysokointensivnogo MAP-potoka [Study of high-MAP-stream]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 322, no. 2, pp. 16–18.
13. Moiseev A.N., Nazarov A.A. Asimptoticheskiy analiz vysokointensivnogo polumarkovskogo potoka sobyty [Asymptotic analysis of Semimarkov high-flow events]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki*, 2013, no. 3 (29), pp. 109–115.
14. Artalejo J.R., Gomez-Corall A. *Retrial Queueing Systems. A Computational Approach*. Berlin, Springer, 2008. 318 p.
15. Jackson J.R. Networks of waiting lines. *Operat. Res.*, 1957, vol. 5, no. 4, pp. 131–142.
16. Moiseev A., Moiseeva S., Sinyakov M. Bazovaya obektnaya model sloya predmetnoy oblasti sistemy imitatsionnogo modelirovaniya protsessov massovogo obsluzhivaniya [Basic object model layer domain system simulation of queueing processes]. *Application of Information and Communication Technology in Economy And Education (ICAICTEE-2011). Proc. of the Int. Conf. Sofia, Bulgaria, December 2–3, 2011*. Sofia, University of National and World Economy, 2011. pp. 230–236.
17. Gamma E., Xelm R., Dzhonson R., Vlessides Dzh. *Priemy obektno-orientirovannogo proektirovaniya. Patterny proektirovaniya* [Elements of reusable Object-oriented design. Design patterns]. St-Petersburg, Piter publ., 2010. 368 p.
18. Mikhaylov B.M., Khalabiya R.F. *Klassifikatsiya i organizatsiya vychislitelnykh sistem* [Classification and organization of computer systems]. Moscow, MGUPI Press, 2010. 144 p.
19. Dyomin A.Yu., Dorofeev V.A. Rasparallelvanie algoritma vydeleniya granits obektov na osnove strukturno-graficheskogo predstavleniya [Parallelization of the boundaries of objects extraction algorithm based on structural and graphical representation]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 323, no. 5, pp. 159–164.
20. Meshcheryakov R.V. Informatsionnye ierarkhicheskie sistemy [Information hierarchical systems]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2009, vol. 314, no. 5, pp. 151–154.

Received: 20 May 2014.

ПОЛНЫЙ ИНВАРИАНТ ГРАФА И АЛГОРИТМ ЕГО ВЫЧИСЛЕНИЯ

Погребной Андрей Владимирович,

магистрант кафедры информатики и проектирования систем

Института кибернетики Томского политехнического университета,

Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: avpogrebnoy@gmail.com

Актуальность научной работы определяется тем, что в теории графов начиная со середины прошлого века все попытки найти вид полного инварианта и разработать для него эффективный алгоритм вычисления оказывались безуспешными. Предложенное в статье решение данной проблемы будет способствовать развитию методов инвариантного представления и анализа абстрактных структур графов.

Цель исследования: сформулировать теоретические положения метода независимой интеграции кодов структурных различий и на этой основе разработать эффективный алгоритм вычисления полного инварианта графа.

Методы исследования основаны на теории графов и методах свободной и зависимой интеграции кодов структурных различий для получения интегральных описателей вершин абстрактных структур графов.

Результаты. Предложено новое правило назначения кодов структурных различий для дифференциации вершин структуры графа. Правило отличается простотой, представляет независимую систему кодирования и гарантирует получение интегрального описателя структуры (Integral Structure Descriptor – ISD), инвариантного относительно исходной нумерации её вершин. Используя данное правило, разработан метод независимой интеграции кодов структурных различий в графе. На основе этого метода разработан эффективный алгоритм вычисления полного инварианта графа. Показано, что для самых неблагоприятных случаев предельные объёмы вычислений ограничиваются полиномиальными оценками. На языке Java разработано программное средство GraphISD и проведены экспериментальные исследования эффективности работы алгоритма. Эксперименты показали, что предложенный полный инвариант и алгоритм его вычисления способны эффективно работать с библиотеками графов, содержащих до 5000 вершин, инвариантно представлять графы в библиотеке, выделять изоморфные графы на основе сравнения полных инвариантов, формировать подстановки изоморфизма и исходные представления графов.

Ключевые слова:

Полный инвариант графа, абстрактная структура графа, однородный граф, интегральный описатель структуры, устойчивая группа вершин, симметричный граф, изоморфизм графов.

Введение

Полным инвариантом графа G называют некоторую количественную характеристику $P(G)$, которая представляет его структуру с точностью до изоморфизма [1], т. е. равенство полных инвариантов $P(G)$ и $P(H)$ для графов G и H гарантирует их изоморфизм. В данном определении отсутствуют сведения о форме и содержании характеристики $P(G)$. Поэтому в исследованиях по проблеме получения полного инварианта приходится решать две задачи – поиск вида характеристики $P(G)$ и разработка приемлемого для практического применения алгоритма её вычисления. Проблемы изоморфизма и поиска полного инварианта были актуальны с начала становления теории графов. Эти проблемы не остаются без внимания и в настоящее время. Вместе с тем полные инварианты удалось получить лишь для отдельных видов графов, например, в работах [2, 3] – для ациклических графов, в [4] – для планарных.

Для анализа структур графов широко применяются инварианты, отражающие локальные характеристики графа. Известны исследования, в которых в качестве инвариантов выступают объединения локальных характеристик [5]. Сюда можно отнести также многие эвристические алгоритмы для определения изоморфизма графов, у которых вершины и/или ребра помечены атрибутами [6]. Подобные исследования нашли широкое применение при анализе молекулярных структур в химии и биологии [7–11].

К настоящему времени известен один полный инвариант, названный миникодом $\mu(G)$ или максикодом $\mu'(G)$ [12]. Для получения миникода $\mu(G)$ граф G , содержащий n вершин, представляется матрицей смежности вершин A . Элементы матрицы A в определенной последовательности формируются в одну строку, которая принимается в качестве двоичного числа и преобразуется в десятичную форму. Такие числа вычисляются для всех $n!$ вариантов матрицы A , и минимальное из них принимается в качестве $\mu(G)$. Таким образом, в данном подходе к получению полного инварианта найден только вид характеристики $P(G)$, а алгоритм её вычисления не может уйти от перебора $n!$ матриц смежности и, следовательно, не пригоден для практического применения.

В работах [13, 14] предложен другой вид полного инварианта и разработан алгоритм его вычисления. В этих работах характеристика $P(G)$ представляется в виде вектора $P(G)=\{d_i(F(d_i))\}$. Каждый элемент $d_i(F(d_i))$ соответствует определенной вершине абстрактной структуры графа G и является уникальным описателем (дескриптором) данной вершины. В записи $d_i(F(d_i))$ отражено имя вершины в виде уникального кода d_i , принимающего значения $1, 2, \dots, n$, n – число вершин в графе G и индикатор $F(d_i)$ этой вершины в форме множества имён $d_j \in F(d_i)$ тех вершин, с которыми она связана. Например, элемент $d_i(F(d_i))=6(2\ 7, 9)$ означает, что вершина с уникальным кодом $d_i=6$ в абстрактной структуре графа G связана с вершинами, имеющими уникальные коды 2, 7, 9.

Очевидно, что получение полного инварианта $P(G)$ в этом случае сводится к вычислению уникальных кодов d_i вершин абстрактной структуры графа G . Для вычисления кодов d_i используется метод интеграции кодов структурных различий в графах и получения интегральных описателей структур – Integral Structure Descriptor (ISD) [13, 14]. Метод получения ISD в [14] представлен двумя алгоритмами – свободной и зависимой интеграции, которые в последующем будем именовать ISD-F и ISD-D соответственно.

Полный инвариант $P(G)$, полученный с помощью алгоритма ISD-F, принимается в качестве эталона для поиска графов, изоморфных графу G . Поиск таких графов, например графа H , осуществляется с помощью алгоритма ISD-D путём получения полного инварианта $P_c(H)$, зависящего от эталона на основе графа G . Если для графа H инвариант $P_c(H)=P(G)$ найден, то граф H изоморфен графу G . Оба алгоритма эффективно работают, например, при решении задачи разбиения множества графов на классы изоморфных либо задачи, связанной с выбором из множества графов таких, которые изоморфны заданному графу.

Свободная интеграция кодов, реализованная в алгоритме ISD-F, сопровождается формированием системы кодирования для класса графов, представленных графом G , и необходимостью её хранения в качестве эталона для последующего применения при работе алгоритма ISD-D. Заметим, что алгоритм ISD-F в таком виде был разработан не столько для достижения высокой эффективности при решении задачи определения изоморфизма графов, сколько потому, что авторам не удалось решить проблему независимой интеграции кодов при получении полных инвариантов.

Решение этой проблемы на основе метода ISD связано с разработкой алгоритма получения полного инварианта $P(H)$ для любого графа H без использования эталона в виде $P(G)$ и соответствующей системы кодирования. При этом, если полные инварианты графов G и H , полученные независимо друг от друга оказались равными, т. е. $P(G)=P(H)$, графы G и H изоморфны, а при $P(G)\neq P(H)$ неизоморфны.

Статья посвящена разработке метода независимой интеграции кодов структурных различий и соответствующего алгоритма вычисления полного инварианта графа. Алгоритм получил название ISD-I и реализован на языке Java в составе программы GraphISD. В статье также приведены результаты экспериментальных исследований эффективности работы алгоритма ISD-I при вычислении полных инвариантов для однородных и неоднородных графов большой размерности.

Метод независимой интеграции кодов структурных различий

Рассмотрению подлежат абстрактные структуры обыкновенных графов. Если вершины абстрактной структуры пронумерованы в произволь-

ном порядке числами от 1 до n , то соответствующий граф $G=(E,U)$ с множеством вершин $E=\{e_i\}$ и множеством рёбер $U=\{u_{ij}\}$ можно представить матрицей смежности $A=\|a_{ij}\|$. Элемент $a_{ij}=1$, если ребро $u_{ij}\in U$, $a_{ij}=0$, если ребра u_{ij} нет. Описание абстрактной структуры графа G в виде матрицы A вполне пригодно для автономного исследования его свойств. Но как только возникает потребность в сопоставлении свойств графов в составе множества, то из-за произвольной нумерации вершин графы идентифицируются неоднозначно. Например, один и тот же граф при разной нумерации вершин в исследуемом множестве будет восприниматься двумя разными графами. Широко известным примером исследуемого множества графов являются молекулярные структуры химических соединений [15–17].

Описание обыкновенного графа можно представить в виде списка $\{e_i(F(e_i))\}$ инциденторов $F(e_i)$ вершин e_i . Такое описание графа G по форме полностью соответствует представлению полного инварианта в виде $P(G)=\{d_i(F(d_i))\}$. Можно сказать, что цель метода независимой интеграции кодов заключается в нахождении алгоритма преобразования $\{e_i(F(e_i))\}\Rightarrow\{d_i(F(d_i))\}$, в котором номера вершин e_i заменяются на уникальные коды интегральных описателей вершин d_i . При этом в отличие от свободной интеграции кодов в данном методе должны быть разработаны универсальные правила вычисления уникальных кодов вершин и соответствующих полных инвариантов.

При изложении правил вычисления уникальных кодов будем придерживаться схемы процесса интеграции, приведенной на рис. 1.

Схема на рис. 1 отражает рекуррентное изменение кодов d_i^k для одной вершины e_i . Аналогичные изменения выполняются параллельно для всех других вершин графа. Слева на схеме расположено визуальное представление инцидентора для одной из вершин абстрактной структуры. После произвольной нумерации вершин структуры соответствующий инцидентор для вершины e_i записан в виде $F(e_i)=(e_{j_1}, e_{j_2}, \dots, e_{j_{s_i}})$. Здесь e_j – вершины, инцидентные рёбрам u_{ij} ; s_i – степень вершины e_i , $s_i=|f(e_i)|$.

Перед запуском процесса интеграции производится начальное назначение кодов d_i^0 вершинам графа и формирование исходного вектора кодов $D^0=\{d_i^0\}$. При этом должны соблюдаться два требования: наличие исходной дифференциации вершин и однозначность назначения кодов.

Первое требование является условием запуска процесса интеграции. Исходная дифференциация вершин может быть получена на основе легко вычисляемых характеристик, таких как степени вершин. Для однородных графов, у которых степени вершин равны, приходится использовать другие характеристики. Рассмотрим одну из таких характеристик на основе матрицы A^2 . Такую характеристику назовём маршрутной. Для однородного графа в строках матрицы A содержится одинаковое число единиц, т. е. степени вершин совпадают.

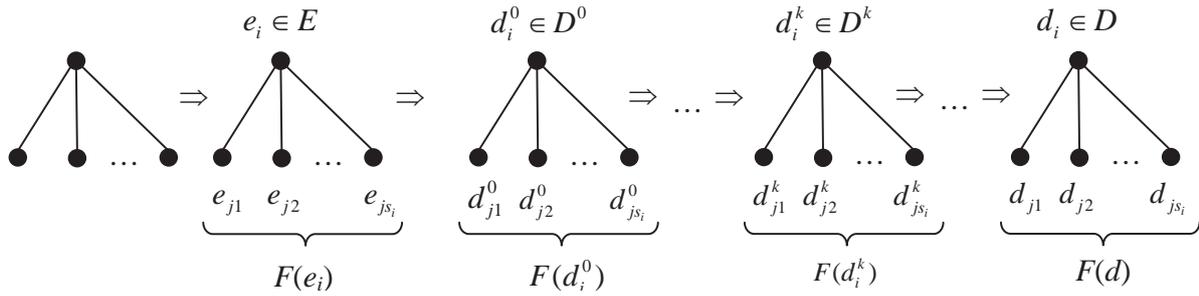


Рис. 1. Схема процесса интеграции кодов

Fig. 1. Code integration

В матрице A^2 элементы a_{ij}^2 равны числу маршрутов длины 2 между вершинами e_i и e_j . Если i -я строка матрицы A^2 с множеством элементов A_i^2 не совпадает с множеством элементов A_j^2 для j -й строки, то вершины e_i и e_j по данной маршрутной характеристике различаются.

В отношении маршрутных характеристик на основе матриц $A^g, g=2,3,\dots$ можно высказать следующее предположение. Однородные графы, для которых маршрутные характеристики не приводят к дифференциации вершин, являются симметричными. Понятие симметричного графа здесь формально не вводится и подробно не рассматривается.

Пример абстрактной структуры симметричного графа показан на рис. 2 (слева), а несимметричного, содержащего структурное различие, расположен справа. Нетрудно убедиться, что для симметричного графа маршрутные характеристики не приводят к дифференциации вершин, а для несимметричного дифференциация происходит уже на основании матрицы A^2 .

Наличие симметрии в структуре графа предопределяет возможность существования в нём устойчивых групп [13]. Вершины устойчивых групп образуют однородные подграфы. Поэтому однородный граф можно рассматривать также в качестве устойчивой группы и для исходной дифференциации его вершин вводить виртуальное структурное различие [13]. К данному способу будем прибегать в крайнем случае, когда маршрут-

ные характеристики для приемлемых степеней матриц не приводят к успеху и, следовательно, граф с большой вероятностью можно отнести к симметричному.

Требования однозначности при назначении кодов должно соблюдаться как при назначении кодов для получения исходной дифференциации вершин, так и на последующих шагах интеграции по преобразованию векторов как это показано на рис. 1. Соблюдение требования однозначности является принципиальным отличием независимой интеграции от свободной и зависимой.

В алгоритмах ISD-F и ISD-D назначение кодов инцидентам вершин $F(d_i^k)$ выполнялось исходя из естественного стремления на каждом k -м шаге интеграции привязать назначение кода d_i^k к конкретному составу и значениям кодов d_i^k в инциденте $F(d_i^k)$. При независимой интеграции такой привязки нет и хранить её в памяти в виде соответствия $F(d_i^k) \rightarrow d_i^{k+1}$ нет необходимости. Однозначность назначения кодов при независимой интеграции достигается за счёт введения новых правил при выполнении назначения.

Совокупность этих правил будет подробно рассмотрена при изложении алгоритма ISD-I в следующем разделе. Здесь лишь отметим, что при поиске таких правил потребовалось преодолеть своего рода барьер, отделявший исследователя от мысли о существовании альтернативной системы кодирования, пригодной для решения проблемы вычисления полного инварианта. В этой системе ко-

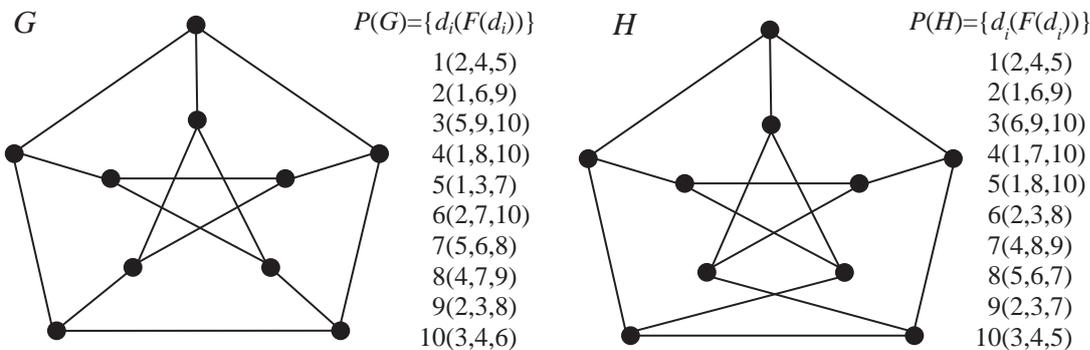


Рис. 2. Симметричный граф (слева) и несимметричный (справа)

Fig. 2. Symmetric graph (left) and asymmetrical (right)

дирование и хранение «бесконечного» числа комбинаций кодов инциденторов $F(d_i^k)$ удалось заменить назначением конечного числа кодов d_i^k , которые отражают отношения порядка ($<$, $=$, $>$) между инциденторами. Таким образом, в предлагаемом методе независимой интеграции на каждом k -м шаге кодируются не сами инциденторы $F(d_i^k)$, а их места, которые они занимают в упорядоченном множестве $\{d_i^k(F(d_i^k))\}$. Назначенные при этом коды принимают значения $1, 2, \dots, n$ и вместе с тем обеспечивают соблюдение требования однозначности.

Основное правило назначения кодов d_i^k , используемое в методе независимой интеграции кодов, сводится к следующему. Для каждого инцидентора $F(d_i^k)$ формируется числовой эквивалент. В итоге на k -м шаге интеграции для n инциденторов получаем n числовых эквивалентов. Минимальному числовому эквиваленту, среди тех которые относятся к минимальному d_i^k , назначается код $d_i^{k+1}=1$, следующему по величине – код $d_i^{k+1}=2$ и т. д. Равные числовые эквиваленты получают равные коды. Процесс пошаговой интеграции выполняется до тех пор, пока на очередном $(k+1)$ -м шаге все числовые эквиваленты окажутся разными и, следовательно, будут использованы все коды от 1 до n . Соответствующий вектор D^{k+1} является интегральным описанием $D=\{d_i\}$ абстрактной структуры, а совокупность инциденторов $\{d_i(F(d_i))\}$ упорядоченная по возрастанию значений кодов d_i принимается в качестве полного инварианта.

Алгоритм вычисления полного инварианта

В данном разделе раскрывается содержание операций алгоритма ISD-I и их взаимодействие при вычислении полного инварианта $P(G)$ для графа G . Предполагается, что граф $G=(E,U)$ описывает некоторую абстрактную структуру с помощью произвольной нумерации вершин множества $E=\{e_i, i=1, 2, \dots, n$ и представлен списком инциденторов $\{e_i(F(e_i))\}$. Если граф G однородный, то его представление дополняется матрицей смежности A . Полные графы не рассматриваются, т. к. для них любая нумерация вершин соответствует вектору D . Предполагается также, что однородные графы имеют степени $s \leq n/2$, иначе вместо таких графов можно рассматривать их дополнения. Результатом работы алгоритма является полный инвариант $P(G)=\{d_i(F(d_i))\}$, который вычисляется с помощью следующих операций.

1. *Формирование исходного вектора D^0* . Для этого по списку $\{e_i(F(e_i))\}$ определяются степени s_i вершин $e_i, s_i|F(e_i)$. Инцидентору $F(e_i)$ с минимальной степенью s_i назначается код $d_i^0=1$. Следующий инцидентор с более высокой степенью получает код 2 и т. д. Инциденторы с равными степенями получают равные коды.

Если в векторе D^0 все $d_i^0=1$, т. е. граф G однородный, то вычисляется матрица A^2 . Множества ненулевых элементов строк A_i^2 матрицы A^2 упорядочиваются по возрастанию значений и преобразуются в числовые эквиваленты. Например, i -я строка содержит

упорядоченное множество ненулевых элементов $A_i^2=(a_1, a_2, \dots, a_r)$. Тогда числовой эквивалент β_i принимается равным $(a_r+a_{r-1}10^\delta+a_{r-2}10^{2\delta}+\dots+a_110^{(r-1)\delta})$, где δ – число десятичных разрядов у наибольшего элемента матрицы A^2 . Так, если $A_i^2=(2, 7, 15, 15)$, то $\beta_i=15+15 \cdot 10^2+7 \cdot 10^4+2 \cdot 10^6=2071515$.

Коды d_i^0 при наличии числовых эквивалентов β_i назначаются аналогично тому, как это делалось для степеней s_i . Если для матрицы A^2 дифференциация вершин не происходит, то в зависимости от величины n процесс анализа маршрутных характеристик продолжается для матриц с более высокими степенями. При этом предельные значения степеней в алгоритме, исходя из требования однозначности, должны быть ограничены. Отсутствие дифференциации и для предельных степеней может означать, что граф G является симметричным или вычисленные маршрутные характеристики не выявили в нём структурных различий. В программной реализации алгоритма в составе GraphISD начальная дифференциация вершин в однородном графе с помощью маршрутных характеристик выполняется только на основе матрицы A^2 . Если в этом случае дифференциация вершин не достигается, то граф G принимается в качестве устойчивой группы.

Начальная дифференциация вершин такого однородного графа (устойчивой группы) осуществляется с помощью введения в него виртуального структурного различия. Для этого последовательно для каждой вершины e_i назначается код $d_i^0=2$. При этом все коды вектора D^0 , за исключением d_i^0 , остаются равными 1. Таким образом, процесс интеграции должен циклически проработать с n исходными векторами D^0 . Это неизбежная плата за столь лёгкую начальную дифференциацию вершин в однородном графе.

2. *Выполнение последовательности шагов интеграции кодов*. Процесс интеграции кодов структурных различий при переходе от D^0 к D в общем случае разбивается на интервалы, связанные с появлением устойчивых групп, и может быть представлен в виде записи:

$$D^0 \xrightarrow{\Delta k_0} D^{k_1} \xrightarrow{\Delta k_1} D^{k_2} \xrightarrow{\Delta k_2} \dots \xrightarrow{\Delta k_{v-1}} D^{k_v} \xrightarrow{\Delta k_v} \dots \xrightarrow{\Delta k_V} D. \tag{1}$$

В записи (1) Δk_0 обозначает число шагов $D^k \Rightarrow D^{k+1}$, которые потребуются выполнить на v -м интервале при переходе от D^{k_v} к $D^{k_{v+1}}$. Индекс $v=1, 2, \dots, V$ помечает очередной k -й шаг, в котором вектор D^k содержит устойчивые группы, V – число векторов D^k в цепи шагов от D^0 к D с устойчивыми группами. Например, фрагмент цепи, относящийся к интервалу Δk_2 в записи (1) может включать 3 шага ($D^{5_2} \Rightarrow D^{6_2} \Rightarrow D^{7_2} \Rightarrow D^{8_2}$), т. е. $\Delta k_2=3$. Важно, что общее число шагов в цепи $D^0 \Rightarrow D$ не может превысить число вершин n . При отсутствии в графе устойчивых групп цепь $D^0 \Rightarrow D$ состоит из одного интервала с $\Delta k_0 \leq n$.

Для выполнения шага интеграции $D^k \Rightarrow D^{k+1}$ в инциденторах $F(e_i)$ графа G вместо номеров вершин e_i подставляются коды d_i^k вектора D^k . В полученных

таким образом инциденторах $F(d_i^k)$ коды упорядочиваются по возрастанию значений и для них определяются числовые эквиваленты. Преобразование инциденторов $F(d_i^k)$ в числовые эквиваленты ничем не отличается от определения числовых эквивалентов для строк матрицы A^2 , приведенного в операции 1. Значение δ в данном случае принимается равным числу десятичных разрядов величины n .

Назначение кодов d_i^k начинается для вершин с минимальным значением кодов d_i^k . Если их в векторе D^k несколько, то соответствующие числовые эквиваленты упорядочиваются по возрастанию значений и для минимального из них назначается код $d_i^{k+1}=1$. Для следующих по величине значений назначаются коды 2, 3 и т. д. Далее среди оставшихся кодов d_i^k вновь выбирается минимальный, и процесс назначения кодов d_i^{k+1} соответствующим вершинам повторяется. В итоге формируется вектор D^{k+1} , и на этом выполнение шага интеграции заканчивается.

В зависимости от состояния вектора D^{k+1} процесс интеграции продолжается по следующим направлениям:

- а) если $\{d_i^{k+1}\}=n$, то имеет место полная дифференциация вершин и вектор D^{k+1} запоминается в качестве вектора D ;
- б) если $\{d_i^{k+1}\}=\max\{d_i^k\}$, то вектор D_i^{k+1} содержит устойчивую группу и запоминается как вектор, помеченный очередным индексом $v+1$;
- в) если $\max\{d_i^{k+1}\}>\max\{d_i^k\}$, то выполняется следующий шаг интеграции.

В итоге данная операция выполняет процесс интеграции по всем цепям шагов в очередном v -м интервале. При этом каждая цепь в зависимости от ситуации а) или б) завершается пополнением списков векторов типа D либо D^{k+1} .

3. *Анализ списков векторов D и D^{k+1} .* Наличие векторов в списке D означает, что, следуя записи (1), процесс интеграции выполнялся в последнем интервале цепи $D^0 \Rightarrow D$ либо в условиях отсутствия устойчивых групп, когда данная цепь включает один интервал с числом шагов Δk_0 . Если вектор D^0 был получен путём введения виртуального различия, то список D может содержать несколько векторов. Не вдаваясь в теоретические вопросы существования в списке D нескольких векторов и возможного их различия, алгоритм, следуя требованию однозначности, должен выбрать один вектор.

Сначала в списке D выбирается вектор с наибольшим числом шагов интеграции. Если оказывается, что такой вектор один, то для него формируется полный инвариант. Если векторов несколько, то для каждого из них формируется совокупность инциденторов $F(d_i)$. Коды d_i в инциденторах $F(d_i)$ упорядочиваются по возрастанию значений, и для них определяются числовые эквиваленты. В результате каждому вектору соответствует множество числовых эквивалентов его инциденторов. Среди них выбирается вектор с множеством, содержащим минимальный числовой эквивалент. Если таких век-

торов окажется несколько, то среди них выбор делается по следующему минимальному числовому эквиваленту. Инциденторы $F(d_i)$ в выбранном векторе упорядочиваются по возрастанию значений d_i , и полученный вектор $P(G)=\{d_i(F(d_i))\}$ принимается в качестве полного инварианта графа G .

Может оказаться, что ряд векторов в списке D по составу числовых эквивалентов также неразличимы. Тогда в качестве вектора для формирования полного инварианта выбирается любой из них. В частности, если список D получен для однородного графа и начальная дифференциация вершин достигалась введением виртуального различия, то список D может содержать n неразличимых векторов. В этом случае мы имеем дело с симметричным графом.

Анализ векторов в списке D^{k+1} выполняется при условии, что список D был пуст. Это означает, что процесс интеграции, выполненный для всех цепей шагов интервала, привёл к векторам, содержащим устойчивые группы. Выбор одного вектора из списка D^{k+1} осуществляется аналогично тому, как это делалось для списка D . Отличие заключается в том, что вначале выбираются векторы, содержащие наибольшее значение d_i^k . Если таких векторов несколько, то выбор среди них производится по числовым эквивалентам. Если и в этом случае будет выбрано несколько неразличимых векторов, то все они принимаются в качестве векторов для продолжения процесса интеграции и поступают на вход операции 4. В частности, если список D пуст, а в списке D^{k+1} оказалось n неразличимых векторов, то здесь также можно предположить, что имеет место симметричный граф.

4. *Выбор устойчивой группы для продолжения процесса интеграции.* В каждом векторе, выбранном в списке D^{k+1} , содержится одна или несколько устойчивых групп. Если имеем векторы с одной группой, то эта группа принимается в качестве исходной для продолжения интеграции в очередном интервале с помощью операций 2 и 3. При наличии в векторах нескольких устойчивых групп необходимо среди них выбрать одну. Выбор такой группы должен отвечать требованию однозначности. Для этого вначале выбираются группы минимальной мощности. Если выбирается одна группа, то она принимается в качестве исходной. При наличии нескольких групп минимальной мощности в качестве исходной выбирается группа с минимальным кодом d .

Процесс интеграции на данном интервале запускается для каждого выбранного вектора столько раз, сколько вершин содержится в исходной группе. Каждый раз, перед запуском процесса, очередной вершине группы назначается код виртуального различия, равный увеличенному на единицу максимальному коду вектора. После этого алгоритм возвращается к выполнению операций 2 и 3.

Алгоритм завершает работу в операции 3 после получения полного инварианта в виде вектора

$P(G)=\{d_i(F(d_i))\}$. Для изоморфных графов G и H алгоритм гарантирует равенство $P(G)=P(H)$ и, напротив, если графы неизоморфны, то полные инварианты $P(G)$ и $P(H)$ неравны. При этом инциденты $F(d_i)$ полного инварианта $P(G)$ представляют абстрактную структуру графа G с вершинами, поименованными кодами интегральных описателей d_i .

Оценка предельного объёма вычислений при определении полного инварианта

Анализ содержания операций алгоритма указывает на отсутствие в нём больших переборов и сложных вычислений. Поэтому уже на этом основании можно говорить о высокой эффективности алгоритма. Тем не менее важно оценить предельные объёмы вычислений, которые зависят от размерности графа и особенности его структуры.

Объём вычислений алгоритма в основном определяется числом шагов процесса интеграции, выполняемых внутри каждого интервала (операция 2) и объёмами вычислений, затрачиваемых на один шаг. Подготовительная операция 1 является разо-

вой и только для однородного графа выполняет вычисления, связанные с возведением в степень матрицы A и получением числовых эквивалентов. Операции 3 и 4, обеспечивающие переход от одного интервала к другому, также не требуют больших вычислений, а число интервалов всегда существенно меньше числа вершин.

При определении числа шагов будем исходить из того, что длина цепи, обозначим её Δk , при переходе от D^0 к D не может превышать n , т. е.

$$\Delta k = \sum_{v=0}^r \Delta k_v < n.$$

Наибольшее, суммарное по всем цепям, число шагов ΔK доставляют однородные графы – симметричные и несимметричные, для которых не удалось получить начальную дифференциацию с помощью маршрутной характеристики. В этом случае виртуальное различие вводится для каждой вершины графа. При отсутствии устойчивых групп общее число шагов составит $\Delta K = \Delta k_0 n$, а при их наличии величина ΔK может существенно снизиться.

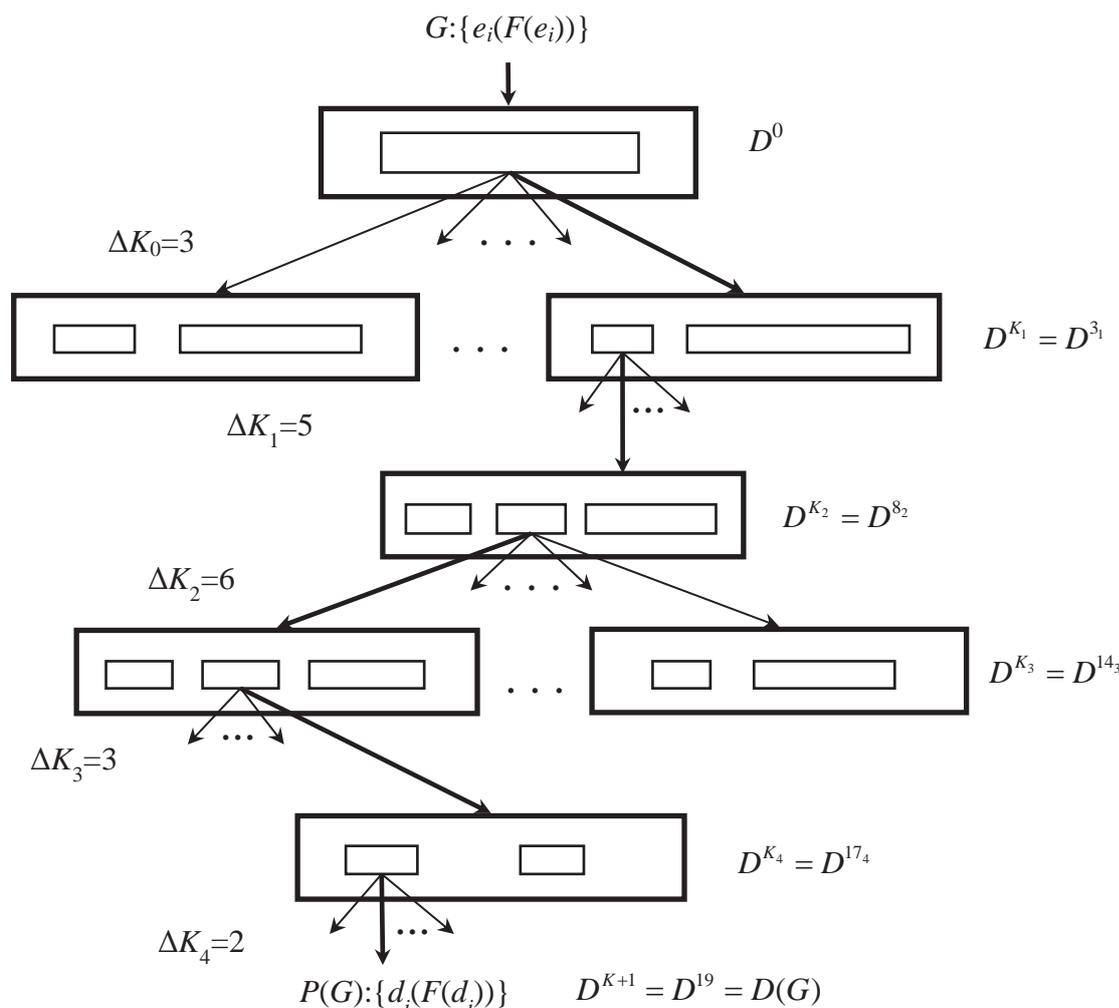


Рис. 3. Пример схемы вычисления полного инварианта

Fig. 3. Complete invariant calculation pattern

На рис. 3 приведён пример схемы вычисления полного инварианта для ситуации, когда граф G однородный и начальная дифференциация вершин достигается введением виртуального различия. Блоки на схеме соответствуют векторам D^k , а внутри них выделены устойчивые группы.

Процесс интеграции в примере на рис. 3 включает 5 интервалов. На каждом из них выбирается один вектор, и в нём выбирается одна устойчивая группа. Стрелки, выходящие из этой группы, отражают фрагменты цепей, выполняемых внутри интервала. Длинные стрелки указывают на векторы, полученные с наибольшим числом шагов. Выбор вектора среди них осуществляется по числовым эквивалентам. На рис. 3 такая ситуация показана для 1-го интервала с $\Delta k_0=3$ и для 3-го с $\Delta k_2=6$. Коротким стрелкам соответствуют векторы, которые отсеялись из-за меньшего числа шагов.

Число фрагментов цепей в каждом интервале совпадает с числом вершин в устойчивой группе, принятой в качестве исходной. Если для продолжения интеграции в списке D^{k+1} было выбрано несколько неразличимых векторов, то число фрагментов цепей в интервале становится равным сумме вершин исходных устойчивых групп во всех этих векторах. Обозначим это число величиной $n_v, v=1, 2, \dots, V$. В нашем примере $n_0=n$, т. к. граф G однородный, а начальная дифференциация вершин отсутствует. Тогда суммарная оценка предельного объёма вычислений $L(G)$ запишется в виде полинома:

$$L(G) = \tau(n, m) \sum_{v=0}^V n_v \cdot \Delta k_v. \quad (2)$$

Здесь $\tau(n, m)$ – объём вычислений, затрачиваемых на выполнение одного шага интеграции для графа, содержащего n вершин и m рёбер.

Предельный объём оценки $L(G)$ по выражению (2) получается при самом неблагоприятном сценарии протекания процесса интеграции в однородном графе, когда $n_0=n, V=1$, а величина Δk_0 приближается к n . Но даже в этом, маловероятном, случае, оценка $L(G) < \tau(n, m)n^2$. Такой случай действительно является маловероятным, т. к. предполагает одновременное отсутствие устойчивых групп и начальной дифференциации вершин. Оба эти фактора противодействуют друг другу. Так, если не удаётся достичь начальной дифференциации, то граф характеризуется высокой симметричностью, что, в свою очередь, является неперенным условием для существования устойчивых групп.

При наличии начальной дифференциации и (или) устойчивых групп суммарное число шагов интеграции, выполняемых алгоритмом, резко снижается. Как следует из рис. 3, появление устойчивых групп в векторах D^{3_1} приводит к тому, что в интервале с Δk_1 число цепей $n < n/2$, т. к. выбирается группа с минимальным числом вершин. Кроме того, с ростом v размер групп не может возрасти [13]. Поэтому величины n_v для $v \geq 1$ всегда будут в разы меньше числа вершин в графе.

Экспериментальные исследования алгоритма ISD-I с помощью программы GraphISD

При проведении экспериментальных исследований наряду с проверкой работоспособности алгоритма ISD-I большое внимание было уделено анализу его эффективности при вычислении полных инвариантов для однородных графов. Проверка работоспособности осуществлялась на ряде контрольных примеров графов небольшой размерности. Пример такого графа показан на рис. 4.

Начальная дифференциация вершин в данном примере выполнена на основе матрицы A^2 (рис. 4, а). Диагональные элементы в матрице A^2 принимаются равными нулю. В процессе независимой интеграции встретилось 3 вектора D^{k_v} (рис. 4, б), содержащих устойчивые группы. Число шагов в цепи $\Delta k=5$, а общее число шагов ΔK , которое потребовалось выполнить алгоритму, равно 11. На последнем интервале цепи интеграции получено 2 неразличимых вектора $D(G)$. На рис. 4, б они обведены жирными линиями. Полный инвариант для данного графа после упорядочивания инцидентов в векторе $D(G)$ запишется в виде $P(G)=\{1(2,3,9,10), 2(1,4,5,8), 3(1,4,6,8), 4(2,3,6,7), 5(2,6,7,10), 6(3,4,5,9), 7(4,5,9,10), 8(2,3,9,10), 9(1,6,7,8), 10(1,5,7,8)\}$.

На рис. 4, в, слева, приведён рассматриваемый граф G с исходной произвольной нумерацией вершин, а справа – абстрактная структура данного графа, восстановленная на основе полученного полного инварианта. Вершины абстрактной структуры помечены кодами d_i интегральных описателей, а рядом в скобках указаны соответствующие номера вершин e_i для первого и второго векторов $D(G)$. Приведена также подстановка двух автоморфизмов графа G , полученных на основе двух интегральных описателей неразличимых векторов $D(G)$, выделенных на рис. 4, б жирными линиями.

На рис. 2, рядом с симметричным графом G , приведен его полный инвариант $P(G)$. При этом начальная дифференциация вершин выполнялась на основе введения виртуального различия. Заметим, что в этом примере введение виртуального различия можно ограничить одной вершиной, т. к. заведомо известно о симметричности графа. При получении полного инварианта $P(H)$ для однородного несимметричного графа H (рис. 2) начальная дифференциация была достигнута на основе маршрутной характеристики по матрице A^2 . В общем случае сведения о симметричности однородного графа отсутствуют, поэтому для начальной дифференциации вершин всегда используются маршрутные характеристики или виртуальные различия, которые вводятся последовательно для всех вершин графа.

Основные эксперименты по вычислению полных инвариантов с помощью алгоритма ISD-I проводились для графов разных мощностей и условий начальной дифференциации вершин. Все эксперименты в зависимости от вида начальной дифференциации были разделены на 3 группы:

a/a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1				1	1			1	1	
2							1	1	1	1
3				1		1		1	1	
4	1		1				1			1
5	1						1		1	1
6			1				1	1		1
7		1		1	1	1				
8	1	1	1			1				
9	1	1	1		1					
10		1		1	1	1				

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	D^0
1		2	3		1	1	2		1	2	1112223 4
2	2		2	2	3	3					22233 2
3	3	2			1	1	2	1		2	1112223 4
4		2			3	3		2	2		22233 2
5	1	3	1	3		2		1	1		1111233 3
6	1	3	1	3	2			1	1		1111233 3
7	2		2					2	2	4	22224 1
8			1	2	1	1	2		3	2	1112223 4
9	1			2	1	1	2	3		2	1112223 4
10	2		2				4	2	2		22224 1

b/b

e_i	$(F(e_i))$	D^0	D^1	D^2	D^2	D^3	D^4	D^3	
1	4589	4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2355	4 4 3446	5 3447
2	78910	2 1144	2 2 1445	2 2 1445	2 6* 1445	7 1556	7 2 1445	2 1446	
3	4689	4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2355	4 4 3446	5 3447
4	13710	2 1144	2 2 1445	2 2 1445	2 2 1445	2 1446	2 6* 1445	7 1556	
5	17910	3 1144	3 3 1445	3 3 1445	3 3 1445	3 1456	3 3 1445	3 1456	
6	37810	3 1144	3 3 1445	3 3 1445	3 3 1445	3 1456	3 3 1445	3 1456	
7	2456	1 2233	1 5* 2233	5 1 2233	1 1 2336	1 2337	1 1 2336	1 2337	
8	1236	4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2344	5 3447	5 4 2344	4 2355	
9	1235	4 2344	4 4 2344	4 4 2344	4 4 2344	5 3447	5 4 2344	4 2355	
10	2456	1 2233	1 1 2233	1 5* 2233	5 5 2233	6 2337	6 5 2336	6 2337	

e_i	D^4	$\{d_i(F(d_i))\}$	$\{d_i(F(d_i))\}$	(d_i)	e_i	e_j	(d_j)
1	5 5 4478	7 45910	5 3447	6 3459	(7) 1	1	(6)
2	2 2 1446	2 1458	2 1446	2 1458	(2) 2	2	(2)
3	5 5 3447	6 3459	5 4478	7 45910	(6) 3	3	(7)
4	7 7 1556	9 1678	7 1556	9 1678	(9) 4	4	(8)
5	3 8* 1456	10 1578	3 1456	3 1468	(10) 5	5	(3)
6	3 3 1456	3 1468	8* 1456	10 1578	(3) 6	6	(10)
7	1 1 2378	1 23910	1 2378	1 23910	(1) 7	7	(1)
8	4 4 2355	4 2367	4 2558	5 26710	(4) 8	8	(5)
9	4 4 2558	5 26710	4 2355	4 2367	(5) 9	9	(4)
10	6 6 2378	8 23910	6 2378	8 23910	(8) 10	10	(8)

b/c

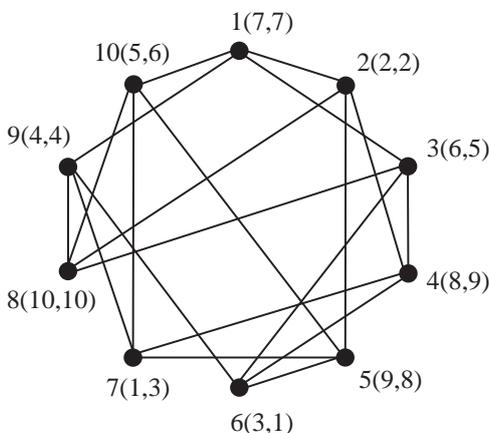
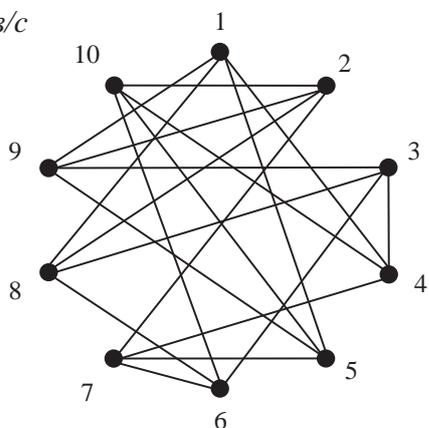


Рис. 4. Пример работы алгоритма ISD-I

Fig. 4. ISD-I algorithm operation

- однородные графы без начальной дифференциации вершин;
- однородные графы с начальной дифференциацией вершин на основе маршрутных характеристик, вычисленных по матрицам A^2 ;
- графы с начальной дифференциацией на основе степеней вершин.

Для проведения таких исследований программа GraphISD, реализующая алгоритм ISD-I, была дополнена генератором графов. Генератор способен формировать однородные графы с заданной мощностью n и степенью вершин s и неоднородные, когда указывается совокупность значений степеней s_i . Предусмотрена также возможность произвольной перенумерации вершин в сформированном ранее графе.

Эксперименты выполнялись для графов, содержащих от 100 до 1000 вершин, с шагом 100. Результаты экспериментов по каждой из трёх групп сведены в таблицу. Для каждого значения $n=100, 200, \dots, 1000$ в исследуемой группе генерировалось 2 серии графов – с $s=0, 1n$ и с $s=0, 2n$. Для первых значений n каждая серия включала до 100 графов. С увеличением значений n размер серии постепенно уменьшался до 10 графов. Графы для группы 3 генерировались с двумя значениями степеней вершин s_1 и s_2 . В таблице значения этих степеней указаны в скобках. При генерации графов этой группы вершины получали степень s_1 или s_2 с вероятностью 0,5, т. е. примерно в равных долях.

Таблица. Результаты экспериментов

Table. Experimental results

n	$s(s_1, s_2)$	Группа/Group						
		1		2		3		
		ΔK	$\tau(P)$	ΔK	$\tau(P)$	$\tau(A^2)$	ΔK	$\tau(P)$
100	10(10, 20)	405	38	1	6	16	14	8
	20(20, 40)	321	50	1	7	19	23	14
200	20(20, 40)	989	167	1	12	40	19	17
	40(40, 80)	632	362	1	21	42	18	28
300	30(30, 60)	933	694	1	27	72	18	25
	60(60, 120)	915	1253	1	39	65	22	47
400	40(40, 80)	1785	1665	1	48	125	10	31
	80(80, 160)	1246	2878	1	55	122	10	60
500	50(50, 100)	2082	3644	1	63	220	14	47
	100(100, 200)	1503	5865	1	76	201	10	89
600	60(60, 120)	1848	6177	1	82	350	10	68
	120(120, 240)	2434	13228	1	108	353	10	110
700	70(70, 140)	2105	11008	5	103	607	10	101
	140(140, 280)	2105	20116	9	142	606	14	160
800	80(80, 160)	2404	16202	5	117	826	18	127
	160(160, 320)	3242	32561	5	176	833	18	225
900	90(90, 180)	2703	23406	1	142	1204	16	149
	180(180, 360)	3603	48741	5	217	1200	16	285
1000	100(100, 200)	4001	31121	5	181	1699	10	182
	200(200, 400)	3018	63564	5	274	1709	18	380

Для каждого графа серии полный инвариант вычислялся с учётом начальной дифференциации: в 1-й группе – это введение виртуального различия; во 2-й – на основе маршрутной характеристики по матрице A^2 ; в 3-й на основе степеней s_1 и s_2 .

При этом фиксировались следующие величины: $\tau(P)$ – время вычисления полного инварианта $P(G)$ в миллисекундах; $\tau(A^2)$ – время на получение матрицы A^2 и начальную дифференциацию, также в миллисекундах; V – число векторов D^{h_v} , содержащих устойчивые группы; Δk – число шагов интеграции в цепи; ΔK – общее число шагов интеграции при вычислении $P(G)$.

В таблице приведены значения ΔK , $\tau(P)$ и для 2-й группы дополнительно $\tau(A^2)$. Эти значения взяты у одного из графов соответствующей серии, для которого $\tau(P)$ оказалось наибольшим. Оценки ΔK и $\tau(P)$ по таким графам дают более полное представление об эффективности алгоритма. Напротив, если оценивать работу алгоритма, например, по средним для серии значениям $\tau(P)$, то их наибольшие значения окажутся скрытыми.

Параметры V и Δk , соответствующие графам с наибольшими $\tau(P)$, в таблицу не внесены. В ходе экспериментов они принимали следующие значения: в 1-й группе $V=1, 2$, $\Delta k=6, \dots, 9$; во 2-й группе $V=0, 1, 2$, $\Delta k=1, \dots, 6$; в 3-й группе $V=1, \dots, 5$, $\Delta k=4, \dots, 13$. Значения параметров V , Δk , ΔK по отношению к n и s и соответствующей величине $\tau(P)$ иногда оказывались неожиданными и труднообъяснимыми. Это особенно характерно для экспериментов в группах 2 и 3. Чтобы разобраться с такими ситуациями, нужно анализировать особенности графа и непосредственно процесс интеграции. Для этого требуются отдельные исследования и программные средства с соответствующими функциями. Одна из причин появления указанных ситуаций может быть обусловлена тем, что в результате генерации мы не знаем, получен связный граф или нет. Очевидно, что для графов с равными n и s параметры для связного графа будут существенно отличаться от параметров для несвязного.

Основная цель экспериментов заключалась в определении затрат времени на вычисление полных инвариантов для графов большой размерности, содержащих до 1000 вершин. Поэтому возможные особенности графов при их случайной генерации здесь не рассматривались. Не затрагивались также вопросы повышения эффективности алгоритма и его программной реализации. Здесь важно было оценить способность алгоритма вычислять полный инвариант $P(G)$ за приемлемое время $\tau(P)$ в том числе и для однородных графов. Характер зависимостей значений $\tau(P)$ от величин n и s , взятых из таблицы, представлен на рис. 5 в более наглядной форме. Здесь же (рис. 5, з) показана зависимость $\tau(A^2)$ от n .

Эксперименты проводились на компьютере со следующими характеристиками: Intel Core i7–4770 3,40 GHz, 16 GB RAM. Программа GraphISD реализована на языке Java. Оптимизировать работу программы можно несколькими способами: например, использованием языков более низкого уровня и распараллеливанием алгоритмов возведения матрицы в степень и вычисления полного ин-

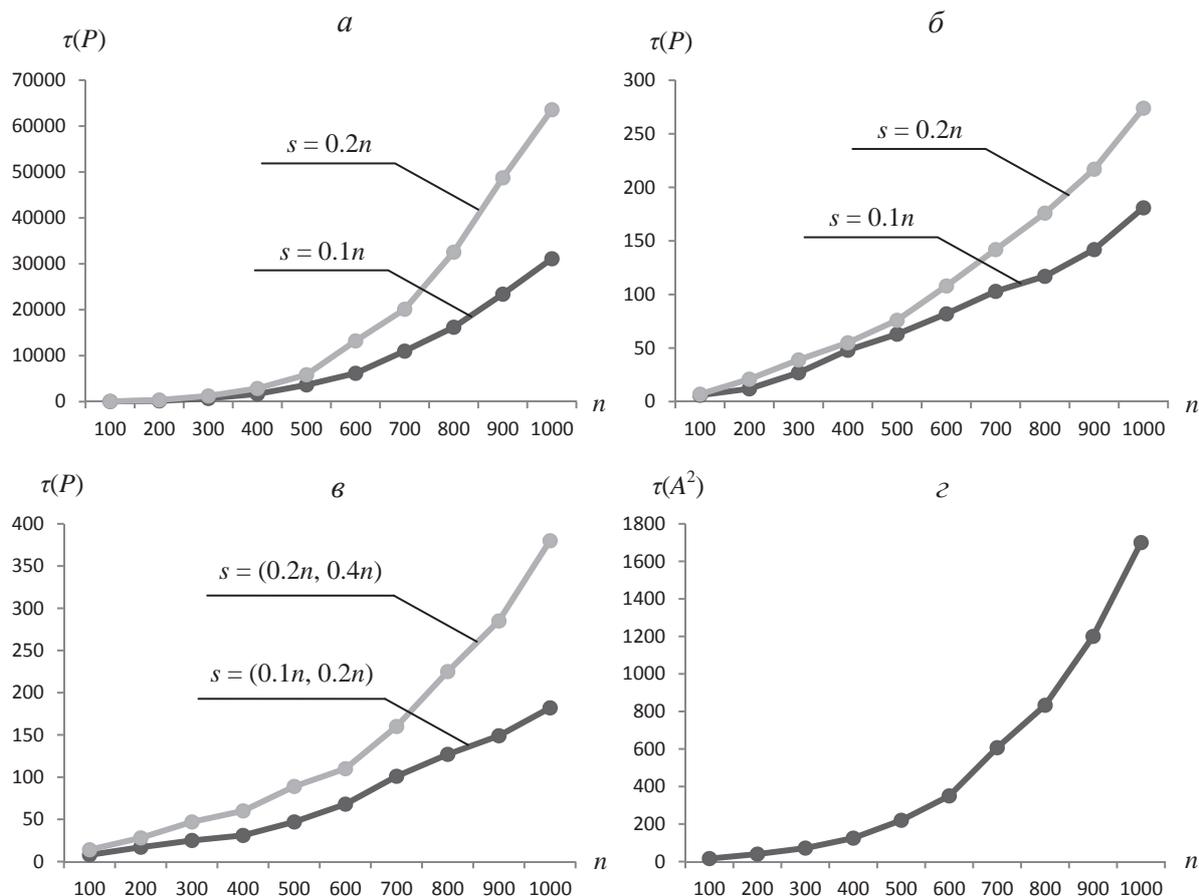


Рис. 5. Зависимости $\tau(P)$ и $\tau(A^2)$ от n

Fig. 5. Dependence of $\tau(P)$ and $\tau(A^2)$ on n

варианта. Для однородных графов в 1000 вершин наблюдалась предельная нагрузка оперативной памяти. Поэтому в будущем для успешной работы с графами большой размерности на компьютерах меньшей мощности в программе будет предусмотрена возможность взаимодействия с внешней памятью.

Анализ результатов экспериментов, представленных в таблице и на рис. 5, даёт основание сделать следующие выводы.

1. Общее число шагов ΔK для однородных графов в условиях введения виртуального различия (группа 1 таблицы) существенно меньше предельного значения n^2 , определяемого полиномом (2). Так, для $n=100$ величина ΔK примерно равна $0,04n^2$, а для $n=1000$ ΔK не превышает $0,004n^2$.
2. На кривой зависимости величины $\tau(P)$ от n по группе 1 (рис. 5, а) выделяются 2 интервала – до 500 вершин и от 500 до 1000. С увеличением n на 2-м интервале, в сравнении с 1-м, величина $\tau(P)$ растёт значительно быстрее. Можно предположить, что одна из причин ускорения роста $\tau(P)$ на 2-м интервале связана с дополнительными затратами времени на работу виртуальной машины Java с памятью (сборка мусора).

3. Применение маршрутной характеристики на основе матрицы A^2 для начальной дифференциации вершин (группа 2) резко снижает $\tau(P)$. Из таблицы следует, что для $n=100$ произошло снижение в 6–7 раз, а для $n=1000$ в 150–230 раз. При этом суммарное время $\tau(P)+\tau(A^2)$ по группе 2 также в разы меньше времени $\tau(P)$, полученного в условиях группы 1. Это хорошо видно и при сопоставлении кривых на рис. 5, б, г с кривой на рис. 5, а. Следует отметить также, что в ходе экспериментов по группе 2 не встретилось ни одного графа, для которого на основе A^2 не была бы достигнута начальная дифференциация вершин. Исходя из этого, в алгоритме принято правило, по которому для однородного графа всегда используется маршрутная характеристика на основе матрицы A^2 . Если при этом начальная дифференциация не происходит, то алгоритм переходит к введению виртуальных различий, т. е. работает по условиям группы 1.
4. Эксперименты по вычислению полных инвариантов для неоднородных графов (группа 3) дали хорошие результаты, сопоставимые с результатами по группе 2 без учёта времени $\tau(A^2)$. Так, для графа с $n=1000$ и $s_1=200, s_2=400$ время $\tau(P)$ составило 380 мс. По данной группе экспери-

ментов при увеличении в 2 раза степеней s_1 и s_2 наблюдается увеличение $\tau(P)$ также примерно в 2 раза. Такая же тенденция наблюдалась и для экспериментов в группе 1. Это хорошо видно и по графикам на рис. 5, в, а, соответственно.

С помощью программы GraphISD также выполнялся ряд отдельных экспериментов, например, проверялось совпадение полных инвариантов у заданного изоморфных графов. С этой целью граф G представлялся с разными нумерациями вершин путём случайной перестановки строк и столбцов в матрице A . Для этих нумераций вычислялись полные инварианты и проверялось их совпадение.

Генерация графов с низкими значениями степеней s , например $s=2$, порождала варианты графов, содержащих несколько компонент связности. При вычислении для таких графов полных инвариантов наблюдались вполне объяснимые различия значений параметров V , Δk , ΔK , $\tau(P)$.

Проводился также ряд экспериментов по вычислению полного инварианта для графов с $n > 1000$. Например, для графа с $n=2000$, $s_1=100$, $s_2=200$ получены следующие результаты: $V=3$, $\Delta k=9$, $\Delta K=14$, $\tau(P)=410$ мс, а для графа с $n=2000$, $s_1=100$, $s_2=200$, $s_3=300$, $s_4=400$: $V=2$, $\Delta k=7$, $\Delta K=10$, $\tau(P)=525$ мс. В эксперименте для графа с $n=10000$, $s_1=100$, $s_2=200$, $s_3=300$, $s_4=400$ получены следующие результаты: $V=7$, $\Delta k=17$, $\Delta K=30$, $\tau(P)=4900$ мс. При этом использовалось только 5 GB оперативной памяти. Это объясняется тем, что граф неоднородный и имеет низкие значения степеней по отношению к своей размерности.

Заключение

Возникновение идеи, положенной в основу метода независимой интеграции кодов структурных различий, стало для автора приятной неожиданностью. Действительно, трудно было уйти от вполне естественного правила кодирования, используемого при свободной и зависимой интеграции, когда каждой совокупности кодов инцидентора ставился в соответствие определенная код.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.: Вузовская книга, 2004. – 664 с.
2. Пролубников А.В. О новом полном инварианте ациклических графов // ПДМ. Приложение. – 2010. – № 3. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/o-novom-polnom-invariante-atsiklicheskih-grafov> (дата обращения: 14.02.2014).
3. Lindell S. A. Logspace Algorithm for Tree Canonization. Proc. of the 24th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing. – New York, 1992. – P. 400–404.
4. S. Datta, N. Limaye, P. Nimbhorkar, T. Thierauf, F. Wagner. Planar Graph Isomorphism is in Log-Space. 24th Annual IEEE Conference on Computational Complexity. – Paris, 15–18 July, 2009. – P. 203–214.
5. Dehmer M., Grabner M., Mowshowitz A., Emmert-Streib F. An efficient heuristic approach to detecting graph isomorphism based on combinations of highly discriminating invariants. Advances in Computational Mathematics. – 2013. – V. 39. – № 2. – P. 311–325.

При этом соответствие между инцидентором и кодом приходилось запоминать в виде системы кодирования. Такая система принималась в качестве эталона и должна была прилагаться к полному инварианту.

При независимой интеграции каждый граф рассматривается автономно. Эталонная система кодирования не формируется. Полный инвариант однозначно представляет только тот граф, для которого он вычислялся. Это стало возможным благодаря тому, что эталонную систему кодирования удалось заменить совокупностью правил выполнения независимой интеграции с соблюдением требования однозначности. Центральным в этой совокупности является правило, согласно которому кодированию подлежат не инциденторы, а места их расположения в упорядоченной последовательности. Конкретные значения кодов в инциденторах учитываются лишь на стадии формирования таких последовательностей.

Научные результаты, полученные в статье, основываются на работах [13, 14]. Метод независимой интеграции и алгоритм вычисления полного инварианта, так же как и в этих работах, излагается в статье без глубокого погружения в теоретические обоснования правил интеграции и исследования их свойств. Такие исследования еще предстоит выполнить в первую очередь для решения проблем, связанных с получением оценок сходства абстрактных структур графов.

В целом результаты экспериментальных исследований показали, что предложенный полный инвариант и алгоритм его вычисления способны работать с библиотеками графов большой размерности, инвариантно представлять графы в библиотеке в виде полных инвариантов $P(G)$, выделять изоморфные графы на основе сравнения векторов $P(G)$, формировать подстановки изоморфизма, при необходимости переходить к другим формам представления графов.

Работа выполнена в рамках государственного задания «Наука».

6. McKay B.D., Piperno A. Practical Graph Isomorphism. II // J. Symbolic Computation. – 2014. – January. – V. 60. – P. 94–112.
7. М. Дэммер, Ф. Эммерт-Штрайб, Ю. Р. Цой, К. Вармуза. Новый функционал информативности для анализа структуры химических графов // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – № 5. – С. 5–11.
8. Dehmer M., Emmert-Streib F., Tsoy R. Y., Varmuza K. Quantum Frontiers of Atoms and Molecules. – New York: Nova Publishing, 2011. – 673 p.
9. Dehmer M., Grabner M. The Discrimination Power of Molecular Identification Numbers Revisited // MATCH Commun. Math. Comput. Chem. – 2013. – V. 69. – № 3. – P. 785–794.
10. De Matos S., Dehmer M., Emmert-Streib F. Interfacing cellular networks of *S. cerevisiae* and *E. coli*: Connecting dynamic and genetic information // BMC Genomics. – 2013. – V. 14. – № 324. – P. 111–134.
11. Emmert-Streib F., Dehmer M. Networks for systems biology: conceptual connection of data and function // IET Systems Biology – 2011. – V. 5. – № 3. – P. 185–207.

12. Balasubramanian K., Parthasarathy K.R. In search of a complete invariant for graphs // *Lect. Notes Math.* – 1981. – V. 885. – P. 42–59.
13. Погребной В.К., Погребной Ан.В. Полиномиальный алгоритм вычисления полного инварианта графа на основе интегрального описателя структуры // *Известия Томского политехнического университета*. – 2013. – Т. 323. – № 5. – С. 152–159.
14. Погребной В.К., Погребной Ан.В. Исследование полиномиальности метода вычисления интегрального описателя структуры графа // *Известия Томского политехнического университета*. – 2013. – Т. 323. – № 5. – С. 146–151.
15. Кинг Р.Б. Химические приложения топологии и теории графов. – М.: Мир, 1987. – 560 с.
16. Baskin I., Skvortsova M. On the Basis of Invariants of Labeled Molecular Graphs // *Chem. Inf. Comput. Sci.* – 1995. – V. 35. – № 3. – P. 527–531.
17. Varmuza K. *Chemometrics in Practical Applications*. – Rijeka, Croatia: InTech, 2012. – 326 p.

Поступила 14.02.2014 г.

UDC 519.171.1

COMPLETE GRAPH INVARIANT AND ALGORITHM OF ITS COMPUTATION

Andrey V. Pogrebnoy,

Tomsk Polytechnic University, 30. Lenin Avenue,
Tomsk, 634050, Russia. E-mail: avpogrebnoy@gmail.com

The relevance of the discussed issue is caused by the fact, that in graph theory, since the mid of the last century, all attempts to find the form of complete invariant and to develop the effective algorithm for it computation have been failed. The proposed solution of the problem will contribute to development of methods of invariant representation and graphs structure analysis.

The main aim of the study is to form theoretical basis of independent integration method of codes of structural differences and to develop the effective algorithm for complete invariant computation.

The methods of the study are based on graph theory and methods of free and dependent integration of codes of structural differences for obtaining integral descriptors of vertices of abstract graph structures.

The results. The author has proposed a new rule of assigning structural differences code to differentiate graph vertices. The rule is simple, it is represented as an independent encoding system and ensures the obtain the integral structure descriptor (ISD), invariant with respect to the vertices original numbering. Based on this method the effective algorithm of complete graph computation was developed. It is shown, that even for the worst cases the computation complexity is limited by polynomial evaluation. Software GraphISD was written on Java language. It was used for experimental researches of algorithm effectiveness. The experiments showed that the proposed complete graph invariant and algorithm of its computation are capable of working effectively with libraries of graph invariants, containing up to 5000 vertices, of distinguishing isomorphic graphs based on comparison of the complete invariants, of forming isomorphism substitutions and initial graph representations.

Key words:

Complete graph invariant, abstract graph structure, homogeneous graph, integral structure descriptor, stable group of vertices, symmetric graph, graph isomorphism.

The research was carried out within the State task «Nauka».

REFERENCES

1. Zykov A.A. *Osnovy teorii grafov* [Basics of the graph theory]. Moscow, *Vuzovskaya kniga*, 2004. 664 p.
2. Prolobnikov A.V. *O novom polnom invariante atsiklicheskikh grafov* [On a new complete acyclic graph invariant]. PDM. Prilozhenie, 2010, no. 3. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/o-novom-polnom-invariante-atsiklicheskikh-grafov> (accessed 14 February 2014).
3. Lindell S. A. Logspace Algorithm for Tree Canonization. *Proc. of the 24th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing*. New York, 1992. pp. 400–404.
4. Datta S., Limaye N., Nimborhorkar P., Thierauf T., Wagner F. Planar Graph Isomorphism is in Log-Space. *24th Annual IEEE Conference on Computational Complexity*. Paris, 15–18 July, 2009. pp. 203–214.
5. Dehmer M., Grabner M., Mowshowitz A., Emmert-Streib F. An efficient heuristic approach to detecting graph isomorphism based on combinations of highly discriminating invariants. *Advances in Computational Mathematics*, 2013, vol. 39, no. 2, pp. 311–325.
6. McKay B.D., Piperno A., Practical Graph Isomorphism, II. *J. Symbolic Computation*, January 2014, vol. 60, pp. 94–112.
7. Demer M., Emmert-Shtrayb F., Tsoy U.P., Varmuza K. Novy funktsional informativnosti dlya analiza strukturi khimicheskikh grafov [New informative functional for chemical graph structure analysis]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2010, vol. 316, no. 5, pp. 5–11.
8. Dehmer M., Emmert-Streib F., Tsoy R.Y., Varmuza K. *Quantum Frontiers of Atoms and Molecules*. New York, Nova Publishing, 2011. 673 p.
9. Dehmer M., Grabner M. The Discrimination Power of Molecular Identification Numbers Revisited. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.*, 2013, vol. 69, no. 3, pp. 785–794.
10. De Matos S., Dehmer M., Emmert-Streib F. Interfacing cellular networks of *S. cerevisiae* and *E. coli*: Connecting dynamic and genetic information. *BMC Genomics*. 2013, vol. 14, no. 324, pp. 111–134.

11. Emmert-Streib F., Dehmer M. Networks for systems biology: conceptual connection of data and function. *IET Systems Biology*. 2011, vol. 5, no. 3, pp. 185–207.
12. Balasubramanian K., Parthasarathy K.R. In search of a complete invariant for graphs. *Lect. Notes Mathem.* 1981, vol. 885, pp. 42–59.
13. Pogrebnoy V.K., Pogrebnoy An.V. Polinomialny algoritm vychisleniya polnogo invarianta grafa na osnove integralnogo opisatelya structure [Polynomial algorithm of complete graph invariant computation on the basis of integral structure descriptor]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 323, no. 5, pp. 152–159.
14. Pogrebnoy V.K., Pogrebnoy An.V. Issledovanie polinomialnosti metoda vychisleniya integralnogo opisatelya strukturi grafa [Research of polynomiality of computation method for the graph structure integral descriptor]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 323, no. 5, pp. 146–151.
15. King R.B. *Khimicheskie prilozheniya topologii i teorii grafov* [Chemical applications of graphs topology and theory]. Moscow, Mir, 1987, 560 p.
16. Baskin I., Skvortsova M. On the Basis of Invariants of Labeled Molecular Graphs. *Chem. Inf. Comput. Sci.* 1995, vol. 35, no. 3, pp. 527–531.
17. Varmuza K. *Chemometrics in Practical Applications*. Rijeka, Croatia, InTech, 2012. 326 p.

Received: 14 February 2014.

РАЗРАБОТКА ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ МОНТАЖНО-КОММУТАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА

Козлов Александр Александрович,

инженер-программист ОАО «Научно-производственный центр «Полус»»,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Кирова, 56в. E-mail: polus@online.tomsk.net

Коблов Николай Николаевич,

канд. техн. наук, начальник лаборатории САПР ОАО «НПЦ «Полус»»,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Кирова, 56в; ассистент каф. точного
приборостроения Института неразрушающего контроля Национального
исследовательского Томского политехнического университета,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: nnk2002@mail.ru

Актуальность работы обусловлена необходимостью уменьшения трудоемкости разработки электромонтажных чертежей в приборостроении, повышения качества конструкторской документации и исключения несоответствий между таблицей соединений, таблицей контактов и графическим изображением раскладки электромонтажного жгута.

Цель исследования: разработка приложения для автоматического моделирования монтажно-коммутационного пространства, выделение основных принципов структуры программного обеспечения.

Методы исследования: объектно-ориентированный и структурный методы программирования; методы поиска на графах; методика моделирования монтажно-коммутационного пространства; применение DBX-интерфейса для чтения данных списка цепей активного проекта P-CAD 2006 Schematic, реляционной базы данных SQLite для хранения информации о разъемах и типах проводов, библиотеки QT при проектировании интерфейса приложения.

Результаты. Разработано программное обеспечение для автоматического моделирования монтажно-коммутационного пространства. Рассмотрены характеристики программного обеспечения:

- САПР-независимый ввод, хранение, графическое отображение данных электрической схемы;
- входной контроль данных;
- автоматизированное получение таблиц соединений и контактов электрической схемы;
- интерактивная и автоматическая прокладка жгута;
- отображение диаметра, длины и количества проводов в любой точке сегмента прокладываемого жгута;
- формирование отчетов о текущем состоянии данных конструкции;
- экспорт графики электромонтажного чертежа.

Показан ряд алгоритмов, позволяющих автоматизировать загрузку данных электрической схемы из системы P-CAD 2006 Schematic. Выведен алгоритм определения состояний цепей электрической схемы на базе библиотеки Boost Graph Library, основанный на алгоритме поиска в ширину на графе. Предложены структуры баз данных для хранения информации о разрешенных типах разъемов и проводов электромонтажа.

Ключевые слова:

Монтажно-коммутационное пространство, ЭРИ, P-CAD, QT, BGL, DBX, SQLite, таблица соединений, таблица контактов, база данных, интерфейс приложения, граф, поиск в ширину.

Оптимальная организация межмодульных соединений является одним из самых важных этапов в работе конструктора. На этом этапе конструктору необходима вся оперативная информация о прокладываемых жгутах, диаметрах проводников в любой точке. Для решения поставленной задачи может быть использована методика моделирования монтажно-коммутационного пространства (МКП). Коммутационным пространством конструктивного модуля называют область, ограниченную его габаритами, в которой располагаются модули предыдущего уровня и осуществляются электрические соединения их контактов (рис. 1).



Рис. 1. Иерархия конструктивных узлов

Fig. 1. Structural assembly hierarchy

В качестве контактов могут использоваться выводы разъемов, колодок, лепестков, других электрорадиоизделий (ЭРИ). Необходимое условие для автоматизированного моделирования МКП – наличие принципиальной электрической схемы моделируемого конструктивного модуля [1, 2].

При моделировании МКП на этапе компоновки конструктору необходим инструмент для минимизации длины соединений, оптимизации диаметров прокладываемых жгутов в любой точке, исходя из конструктивных ограничений [3–5]. На завершающем этапе выпуска конструкторской документации на разрабатываемый модуль должна быть предоставлена возможность автоматически получить таблицы соединений и контактов, оформленные в соответствии с государственными стандартами [6–8]. Для этого требуется:

- база данных (БД) по разъемам (компонентам схемы), включающая информацию об их типах, количестве контактов, максимальном сечении присоединяемой жилы, максимальном пропускаемом токе;

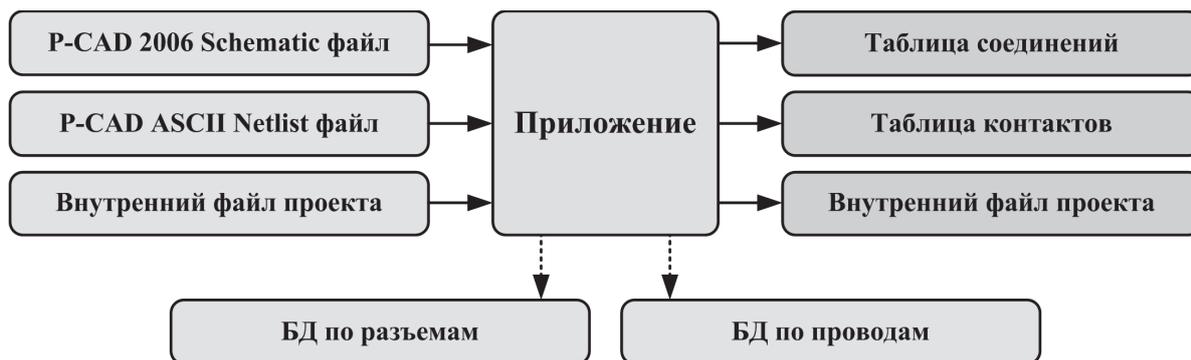


Рис. 2. Обобщенная структурная схема работы приложения

Fig. 2. Generalized block diagram of application operation

- БД по проводам, включая наименование провода, диаметр жилы, диаметр изоляции, максимальное значение пропускаемого тока;
- список цепей принципиальной электрической схемы.

Для решения поставленной задачи в ОАО «НПЦ «Полус»» разработано программное обеспечение (рис. 2). Функционал приложения позволяет решать следующие задачи:

- ввод, хранение, графическое отображение данных электрической схемы;
- автоматизированное получение таблиц соединений и контактов электрической схемы;

- визуальная прокладка жгута;
- отображение диаметра, длины и количества проводов в любой точке сегмента прокладываемого жгута.

Приложение написано с использованием библиотек: QT (интерфейсная часть программы), SQLite (модуль взаимодействия с внешними БД) и Boost Graph Library (BGL), применяемой для реализации графовых алгоритмов [9–14].

Главное окно приложения (рис. 3) содержит следующие элементы:

- строка меню – 1 (используется для быстрого доступа к основному функционалу приложения);

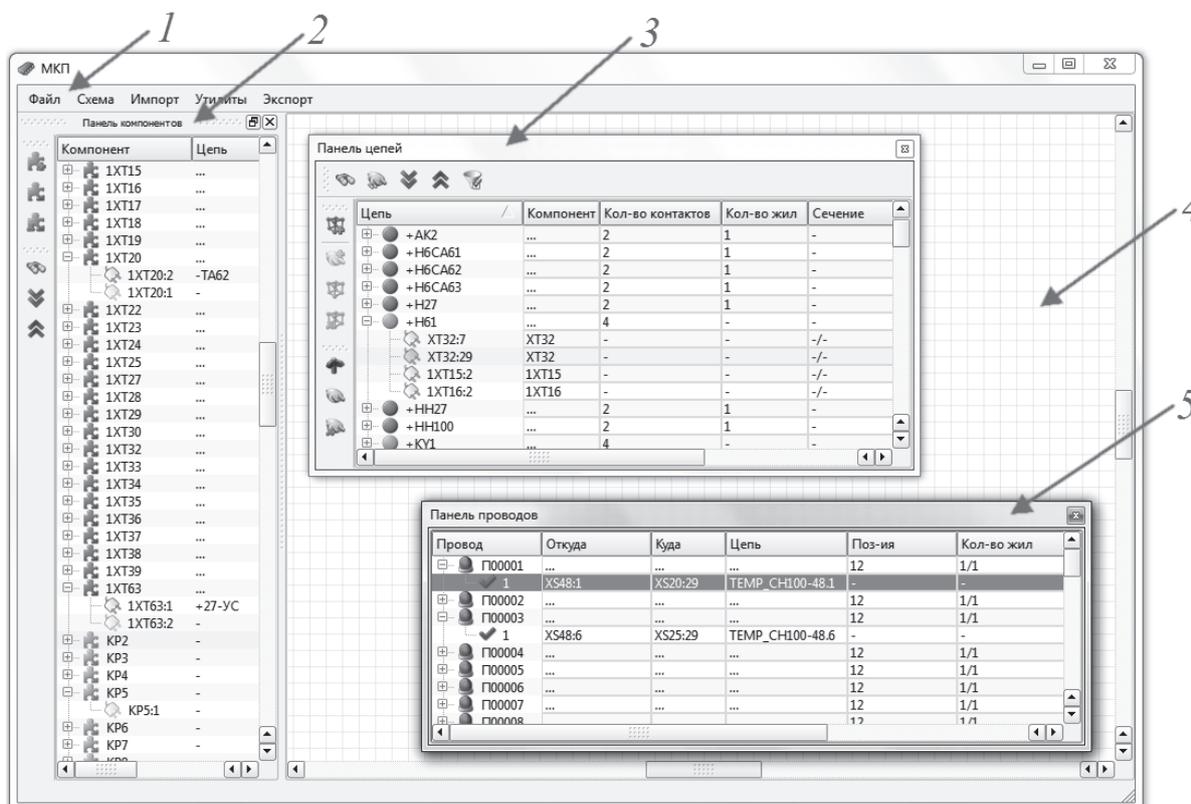


Рис. 3. Главное окно приложения

Fig. 3. Main window of application

```

#include "dbxhelper.h"
...
// Пример чтения цепей и их контактов активного проекта P-CAD 2006 Schematic
bool MainWindow::readNets()
{
    DbxContext context;
    long res = dbxHelper::openDesign(&library, DBX_LANGUAGE, DBX_VERSION,
    "sch", &context); // Инициализация Dbx контекста
    TNet net;
    // Вызов обертки над Dbx32-2006 interface для получение первой цепи
    // активного проекта P-CAD:
    res = dbxHelper::getFirstNet(&library, &context, &net);
    while (res == DBX_OK)
    {
        QString netRefDes = net.netName; // Чтение имени цепи
        TItem item;
        long res1 = dbxHelper::getFirstNetNode(&library, &context,
        net.netId, &item); // Чтение первого контакта цепи
        while (res1 == DBX_OK)
        {
            QString pinDes = item.pin.compPin.pinDes; // Чтение имени контакта цепи
            QString compRefDes = item.pin.compRefDes; // Чтение имени компонента контакта цепи
            res1 = dbxHelper::getNextNetNode(&library, &context, &item); // Чтение следующего контакта
        }
        res = dbxHelper::getNextNet(&library, &context, &net); // Чтение следующей цепи
    }
    res = dbxHelper::closeDesign(&library, &context); // Закрытие Dbx контекста
    return true;
}

```

Рис. 4. Файл Main Window.cpp

Fig. 4. Main Window.cpp file

- панель компонентов схемы – 2 (служит для отображения параметров компонентов схемы, навигации по компонентам, а также для доступа к функционалу добавления, удаления и редактирования компонентов схемы);
- панель цепей схемы – 3 (предназначена для отображения параметров цепей схемы, навигации по цепям, а также для доступа к функционалу добавления, удаления и редактирования цепей схемы);
- графическое пространство приложения – 4;
- панель проводов схемы – 5.

Предлагаемый интерфейс позволяет конструктору видеть актуальное состояние разрабатываемой схемы, статус любого объекта схемы представлен своей иконкой и цветом, что существенно облегчает навигацию по объектам и их свойствам. При желании данные схемы могут быть сохранены во внутренний файл проекта или экспортированы в виде таблиц соединений (табл. 1) и контактов (табл. 2).

При автоматизированном формировании проекта приложения список цепей может быть получен программным способом из файла проекта принципиальной электрической схемы P-CAD 2006 Schematic с использованием интерфейса P-CAD DBX, который предоставляет возможность управления системой P-CAD из внешних программ [15–17]. Например, для программного обра-

Таблица 1. Таблица соединений

Table 1. Wiring list

№ проводника Conductor	Позиция Position	Откуда идет Where from	Куда поступает Where to	Длина, см Length, cm	Имя цепи Circuit name
1	37	X1:1	X31:9	50	Net1
2	23	X1:23	X31:10	50	Net1
3	23	X1:12	X2:14	20	Net3
4	23	X1:34	X2:23	23	Net15
5	37	X1:2	X3:15	16	Net2
6	50	X1:35	X1:33	5	Net10

Таблица 2. Таблица контактов разъема

Table 2. Pin table

Контакт Pin	Проводник Conductor	Контакт Pin	Проводник Conductor
1	1	6	23, 9, 7
2	5	7	18, 44
3	335	8	69
4	678	9	12
5	90	10	84

щения к проекту принципиальной электрической схемы Schematic могут быть использованы следующие функции DBX-интерфейса:

- TGetFirstNet (DbxContext* pContext, TNet* pNet) – инициализирует указатель pNet, возвращая первую электрическую цепь;
- TGetNextNet (DbxContext* pContext, TNet* pNet) – инициализирует указатель pNet, возвращая следующую электрическую цепь;
- TGetFirstNetNode (DbxContext* pContext, TItem* pNetNode) – инициализирует указатель pNetNode, возвращая первый узел электрической цепи;
- TGetNextNetNode (DbxContext* pContext, TItem* pNetNode) – инициализирует указатель pNetNode, возвращая следующий узел электрической цепи.

Для чтения списка цепей активного проекта Schematic с помощью DBX-интерфейса могут быть применены подпрограммы (рис 4, 5).

```
#include "Dbx32-2006.h"
...
// Пример обертки над функцией TGetFirstNet библиотеки Dbx32-2006.dll
long dbxHelper::getFirstNet(QLibrary *library,
                           DbxContext* pContext, TNet* pNet)
{
    TGetFirstNetFunc func = (TGetFirstNetFunc)library->resolve("TGetFirstNet");
    return func(pContext, pNet);
}
```

Рис. 5. Файл DbxHelper.h

Fig. 5. DbxHelper.h file

Для исключения использования в схеме неразрешенных ЭРИ или типов проводов приложение имеет функционал взаимодействия с внешними базами данных (рис. 6, 7). Выбор зарегистрированного в БД типа провода осуществляется посредством диалогового окна (рис. 8).



Рис. 6. Структура БД по компонентам схемы

Fig. 6. Data base circuit component structure

Приведенные выше БД спроектированы с помощью библиотеки SQLite и не нуждаются в сервере баз данных, что обеспечивает большую гибкость при разработке и поддержке приложения [14].

Для автоматического определения и индикации состояний цепей, разводимых в проекте схемы, предложено использовать API-библиотеки BGL. При этом каждая цепь схемы представляется графом, узлы которого – контакты компонентной схемы, а ребра – соединения с сопоставленными им наборами проводников. Библиотека BGL имеет ряд готовых к применению графовых алгоритмов: поиск в ширину, поиск в глубину, поиск путей на

графе [13]. В библиотеке используется концепция «посетителя» алгоритма, позволяющая сравнительно легко адаптировать тот или иной графовый алгоритм под конкретную задачу разработчика. Для определения текущего состояния цепи может быть применен алгоритм, представленный на рис. 9, который определяет номера состояний цепей: 0 – цепь не разведена, 1 – цепь разведена без избыточности (в графе цепи существует единственный путь, составленный из его ребер, соединяющий все его узлы) и 2 – цепь разведена с избыточностью (в графе цепи существуют несколько путей, соединяющих все его узлы). Состояния цепей отображаются на соответствующей панели приложения (рис. 10).

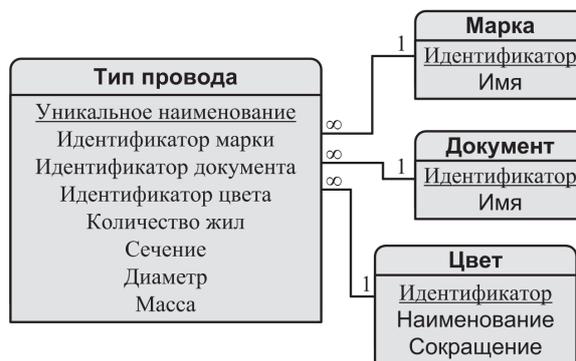


Рис. 7. Структура БД по типам проводов схемы

Fig. 7. Data base circuit wire type structure

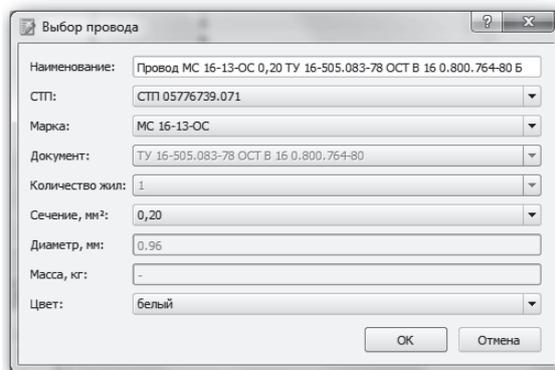


Рис. 8. Диалоговое окно выбора типа провода

Fig. 8. Dialog box of selecting wire type

Разработанное программное обеспечение позволяет уменьшить трудоемкость оформления электромонтажных чертежей, исключить несоответствия между таблицей соединений, таблицей контактов и графическим изображением раскладки жгута, а также дает возможность конструктору видеть всю информацию схемы в достаточно удобной форме. В дальнейшем планируется осуществить интеграцию приложения с разрабатываемой на предприятии автоматизированной системой управления инженерными данными и производством [18–20].

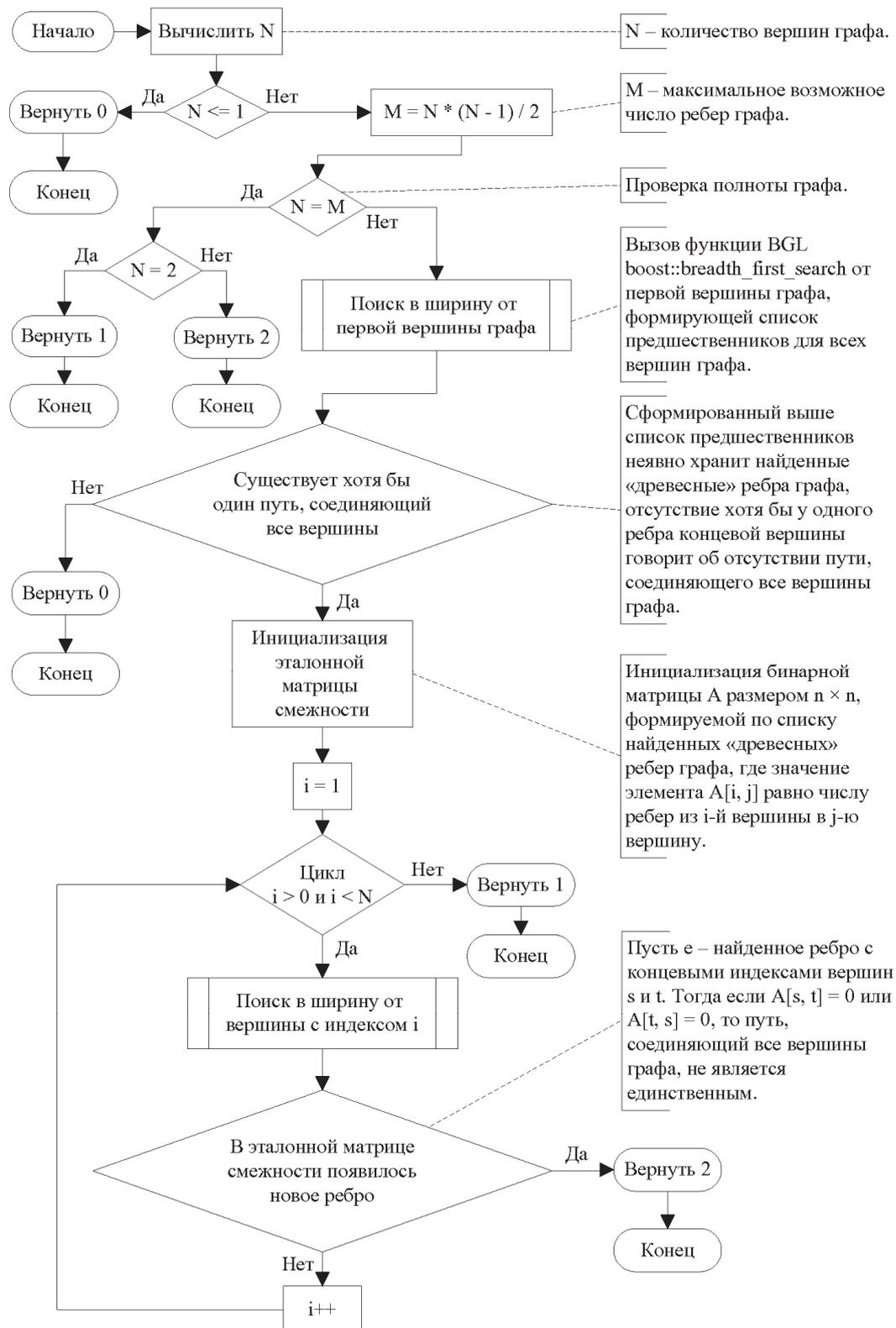


Рис. 9. Блок-схема алгоритма определения состояния цепи схемы

Fig. 9. Block diagram of the algorithm for determining circuit chain state

Цепь	Компонент	Кол-во	Кол-во жил	Сечение	Статус	Примечание
NET00000	...	4	11	-	2	Цепь с избыточностью
XP1:A1	XP1	-	5	0.6/4	2	
XP1:A2	XP1	-	6	0.72/4	2	
XP1:B1	XP1	-	8	0.96/4	3	
XP1:B2	XP1	-	3	0.36/4	2	
NET00001	...	2	3	-	1	Цепь разведена
XP2:A1	XP2	-	3	0.36/4	3	
XP2:A2	XP2	-	3	0.36/4	3	
NET00002	...	3	-	-	0	Цепь не разведена
XP1:A3	XP1	-	-	-/4	1	
XP1:A4	XP1	-	-	-/4	1	
XP1:B3	XP1	-	-	-/4	1	

Рис. 10. Панель цепей главного окна приложения

Fig. 10. Chain board of the application main window

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алексеев В.П., Коблов Н.Н., Хрулев Г.М. Современные технологии автоматизации проектирования РЭА специального назначения. – Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2003. – 134 с.
- Коблов Н.Н., Черватюк В.Д., Чекрыгин С.С. Повышение эффективности проведения изменений в конструкторской документации // Электронные и электромеханические системы и устройства: тез. докл. науч.-техн. конф. молодых специалистов ОАО «НПП «Полос»». – Томск, 2013. – С. 213–215.
- Разработка и оформление конструкторской документации для радиоэлектронной аппаратуры: справочник / Э.Т. Романычева и др. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 448 с.
- САПР и Графика: сквозная система проектирования электрифицированных систем в аэрокосмической отрасли на примере связи E3.series и NX. URL: http://www.e3series.ru/uploaded/articles/16/042011_SAPR_i_Gr_1.pdf (дата обращения: 28.05.14).
- САПР и Графика: Автоматизированное получение монтажных схем – решение на основе E3.series. URL: http://www.e3series.ru/uploaded/articles/14/Sapr_i_gr_092010_Kalintsev.pdf (дата обращения: 28.05.14).
- ГОСТ 23592–96. Монтаж электрической радиоэлектронной аппаратуры и приборов. Общие требования к объемному монтажу изделий электронной техники и электротехнических. – М.: Стандартинформ, 2003. – 10 с.
- ГОСТ 2.710–81. Единая система конструкторской документации. Обозначения буквенно-цифровые в электрических схемах. – М.: Стандартинформ, 2007. – 10 с.
- ГОСТ 19701–90 Единая система программной документации. Схемы алгоритмов, программ, данных и систем. Обозначения условные и правила выполнения. – М.: Стандартинформ, 2010. – 22 с.
- Бланшет Ж., Саммерфилд М. Qt 4: программирование GUI на C++ / пер. с англ. 2-е изд., доп. – М.: КУДИЦ-ПРЕСС, 2008. – 736 с.
- Summerfield M. Advanced Qt Programming Creating Great Software with C++ and Qt4. – New Jersey: Prentice Hall, 2010. – 554 p.
- Ezust A., Ezust P. Introduction to Design Patterns in C++ with Qt. – New Jersey: Prentice Hall, 2011. – 768 p.
- Шлее М. Qt 4.8: Профессиональное программирование на C++. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 912 с.
- Lumsdaine A., Siek J.G., Lie-Quan Lee. The Boost Graph Library: User Guide and Reference Manual. – Indianapolis: Addison-Wesley Professional, 2001. – 321 p.
- Allen G., Owens M. The Definitive Guide to SQLite. – Berkely: Apress, 2010. – 368 p.
- Лопаткин А.В. Проектирование печатных плат в системе P-CAD 2001. – Нижний Новгород: НГТУ, 2002. – 190 с.
- Саврушев Э.Ц. P-CAD 2006: руководство схемотехника, администратора библиотек, конструктора. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2007. – 768 с.
- Разевиг В.Д. Система проектирования печатных плат ACCEL EDA 12.1 (P-CAD для Windows). – М.: СК Пресс, 1997. – 368 с.
- Коблов Н.Н. Разработка и внедрение автоматизированной системы управления инженерными данными // Электронные и электромеханические системы и устройства: тез. докл. XVIII науч.-техн. конф. – Томск, 22–23 апреля 2010. – С. 228–230.
- Концепция информатизации Роскосмоса, утверждена 01.03.2010 // Федеральное космическое агентство. URL: <http://www.federspace.ru/main.php?id=13&did=928&print=1> (дата обращения: 01.09.2014).
- Екимова О.Ю., Коблов Н.Н., Чекрыгин С.С. Построение электронного состава изделия в рамках единого информационного пространства приборостроительного предприятия // Контроль и диагностика. – 2012. – № 13. – С. 22–26.

Поступила 25.11.2013 г.

DEVELOPMENT OF WIRING SPACE SOFTWARE

Alexander A. Kozlov,

JSC «Scientific & Industrial Centre «Polyus», 56v, Kirov Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: polus@online.tomsk.net

Nikolay N. Koblov,

Cand. Sc., JSC «Scientific & Industrial Centre «Polyus», 56v, Kirov Avenue, Tomsk, 634050, Russia; Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: nnk2002@mail.ru

The relevance of the work is caused by the need to reduce the labor intensity of electrical design drawings in the instrument as well as by the quality improvement of the design documentation and the need to prevent discrepancies between the table of compounds, a table of contacts and pictures of wiring harness layout.

The main aim of the study is to review the basic questions of application development for the automatic modeling of assembly and switching space, to identify the basic principles of the software structure.

Methods: object-oriented and structured programming techniques; search methods on graphs; installation and switching space modeling technique; application of DBX interface for reading netlist data of the active project P-CAD 2006 Schematic, SQLite databases for storing information about the types of connectors and cables; the QT library while designing the application interface.

Results. The authors have developed the software for automatic modeling of assembly and switching space. The software features:

- CAD-independent input, storage, graphical display of circuitry data;
- input data control;
- automated receiving of connections tables and electrical circuit contacts;
- interactive and automatic wiring harness;
- mapping of the diameter, length and number of wires at any point of the routed harness segment;
- reporting on data structures current state;
- wiring drawings export.

The paper introduces a series of algorithms which allow automating data loading circuitry of the system P-CAD 2006 Schematic. The authors proposed the algorithm for determining states of circuits circuitry based on the Boost Graph Library, which is formed of the breadth-first search on a graph algorithm and the structures for storing information on the permitted types of connectors and wiring harness.

Key words:

Wiring space, electro radio products, electronic components, P-CAD, QT, BGL, DBX, SQLite, wiring list, pin table, database, application interface, graph, breadth first search.

REFERENCES

1. Alekseev V.P., Koblov N.N., Khrulev G.M. *Sovremennyye tekhnologii avtomatizatsii proektirovaniya REA specialnogo naznacheniya* [Modern technologies of automation of designing REE for special purpose]. Tomsk, Publishing house of Institute of optics of atmosphere of the SB RAS, 2003, 134 p.
2. Koblov N.N., Chervatyuk V.D., Chekrygin S.S. *Povyshenie effektivnosti provedeniya izmeneniya v konstruktorskoy dokumentatsii* [Increase of efficiency of changing the design documentation]. *Elektronnyye i elektromekhanicheskiye sistemy i ustroystva: tezis dokladov nauchno-tekhnicheskoy konferentsii molodykh spetsialistov* [Proc. of scientific and technical conference of young experts. Electronic and electromechanical systems and devices]. Tomsk, 14–15 February 2013. pp. 213–215.
3. Romanycheva E.T. *Razrabotka i oformlenie konstruktorskoy dokumentatsii dlya radioelektronnoy apparatury: spravochnik* [Radio electronics construction documentation design]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1989. 448 p.
4. *SAPR i Grafika: skvoznaya sistema proektirovaniya elektrifitsirovannykh sistem v aerokosmicheskoy otrasli na primere svyazki E3.series i NX*. [CAD and Graphics: circuit design system for aerospace electronics based on E3.series and NX]. Available at: http://www.e3series.ru/uploaded/articles/16/042011_SAPR_i_Gr_1.pdf (accessed 28 May 2014).
5. *SAPR i Grafika: avtomatizirovannoye poluchenie montazhnykh skhem – reshenie na osnove E3.series*. [CAD and Graphics: automatic wiring diagram designing based on E3.series]. Available at: http://www.e3series.ru/uploaded/articles/14/Sapr_i_gr_092010_Kalintsev.pdf (accessed 28 May 2014).
6. GOST 23592–96. *Montazh elektricheskoy radioelektronnoy apparatury i priborov. Obshchie trebovaniya k obemnomu montazhu izdeliy elektronnoy tekhniki i elektrotekhnicheskikh* [State Standard 23592–96. Electrical wiring of radio-electronic equipment and devices. General requirements for three-dimensional wiring of electronic and electrical devices]. Moscow Standartinform Publ., 2003. 10 p.
7. GOST 2.710–81. *Edinaya sistema konstruktorskoy dokumentatsii. Oboznacheniya bukvenno-tsifrovyye v elektricheskikh skhemakh* [State Standard 2.710–81. Unified system for design documentation. Alpha-numerical designations in electrical diagrams]. Moscow, Standartinform Publ., 2007. 10 p.
8. GOST 19.701–90 *Edinaya sistema programmnoy dokumentatsii. Skhemy algoritmov, programm, dannykh i sistem. Uslovnyye oboznacheniya i pravila vypolneniya* [Unified system for program documentation. Data, program and system flowcharts, program network charts and system resources charts. Documentation symbols and conventions for flowcharting]. Moscow, Standartinform Publ., 2010. 22 p.
9. Blanshet Zh., Sammerfeld M. *Qt 4: programmirovaniye GUI na C++* [Qt 4: GUI programming with C++]. Moscow, KUDIC-PRESS Publ., 2008. 736 p.
10. Summerfield M. *Advanced Qt Programming Creating Great Software with C++ and Qt4*. New Jersey, Prentice Hall, 2010. 554 p.

11. Ezust A., Ezust P. *Introduction to Design Patterns in C++ with Qt*. New Jersey, Prentice Hall, 2011. 768 p.
12. Shlee M. *Qt 4.8: Professionalnoe programmirovaniye na C++ [Qt 4.8: Professional programming with C++]*. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2013. 912 p.
13. Lumsdaine A., Siek J.G., Lie-Quan Lee. *The Boost Graph Library: User Guide and Reference Manual*. Indianapolis, Addison-Wesley Professional, 2001. 321 p.
14. Allen G., Owens M. *The Definitive Guide to SQLite*. Berkely, Apress, 2010. 368 p.
15. Lopatkin A.V. *Proektirovaniye pechatnykh plat v sisteme P-CAD 2001 [Printed circuit board designing with P-CAD 2001]*. Nizhny Novgorod, NGTU Publ., 2002. 190 p.
16. Savrushev E.Ts. *P-CAD 2006: rukovodstvo skhemotekhnika, administratora bibliotek, konstruktora [P-CAD 2006: application guide for circuit-engineer, library administrator, design-engineer]*. Moscow, Binom-Press Publ., 2007. 768 p.
17. Razevig V.D. *Sistema proektirovaniya pechatnykh plat ACCEL EDA 12.1 (P-CAD dlya Windows) [ACCEL EDA 12.1 circuit design system (P-CAD for Windows)]*. Moscow, SK Press Publ., 1997. 368 p.
18. Koblov N.N. *Razrabotka i vnedrenie avtomatizirovannoy sistemy upravleniya inzhenernymi dannymi [Working and introduction of the automated control system by engineering data]. Elektronnye i elektromekhanicheskie sistemy i ustroystva: tezisy dokladov XVIII nauchno-tehnicheskoy konferentsii [Electronic and electromechanical systems and devices. Theses of the report of XVIII scientific and technical conference]*. Tomsk, 22–23 April 2010. pp. 228–230.
19. *Kontseptsiya informatizatsii Roskosmosa, utverzhdena 01.03.2010 [Roskosmos informatization concept. Accepted 01 March 2010]*. Available at: <http://www.federspace.ru/main.php?id=13&did=928&print=1> (accessed 03 September 2014).
20. Ekimova O.Yu., Koblov N.N., Chekrygin S.S. *Postroeniye elctronnogo sostava izdeliya v ramkakh edinogo informatsionnogo prostanstva priborostroitelnogo predpriyatiya [Electronic product components forming within the single information field of enterprise]. Kontrol i diagnostika*, 2012, no. 13, pp. 22–26.

Received: 25 November 2013.

УДК 303.064

ИНТЕГРАЦИЯ СИСТЕМЫ «1С: ПРЕДПРИЯТИЕ 8» И ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЕЧАТНЫХ ПЛАТ P-CAD 2006 В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОННОГО ДОКУМЕНТООБОРОТА

Коблов Николай Николаевич,

канд. техн. наук, начальник лаборатории ОАО «НПЦ «Полюс»», Россия, 634050, г. Томск, пр. Кирова, 56в; ассистент каф. точного приборостроения Института неразрушающего контроля Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30.
E-mail: nnk2002@mail.ru

Черватюк Василий Демьянович,

ведущ. инженер-программист ОАО «Научно-производственный центр «Полюс»», Россия, 634050, г. Томск, пр. Кирова, 56в.
E-mail: polus@online.tomsk.net

Актуальность работы обусловлена необходимостью повышения эффективности и сокращения сроков разработки изделий на приборостроительных предприятиях корпорации «Роскосмос», а также необходимостью разработки, внедрения и сопровождения наукоемких проектов в корпорации с использованием автоматизации управления инженерными данными и производством на всех этапах жизненного цикла изделия.

Цель работы: анализ особенностей интеграции программного комплекса P-CAD 2006 для сквозного проектирования аналоговых, цифрово-аналоговых и аналогово-цифровых устройств в автоматизированную систему управления инженерными данными и производством на платформе 1С: Предприятие 8; разработка алгоритмов их взаимодействия как в пакетном режиме обработки данных, так и в режиме диалогового взаимодействия пользователей системы электронного документооборота, реализованной на платформе 1С: Предприятие 8.

Методы исследования: объектно-ориентированный и структурный методы программирования в средах разработки программного обеспечения 1С: Предприятие 8 и Microsoft Visual Studio 6 с использованием объектных моделей программного комплекса P-CAD 2006 и Microsoft Excel 2007.

Результаты. Разработан ActiveX элемент, реализующий алгоритмы взаимодействия P-CAD 2006 и 1С: Предприятие 8 с возможностью оперативного доступа пользователей системы электронного документооборота к данным принципиальных электрических схем и компоновочных чертежей печатных плат. Возможность оперативного доступа пользователей автоматизированной системы управления инженерными данными и производством ОАО «НПЦ «Полюс»» позволила сократить сроки на проектирование, корректировку, сопровождение и повышение качества документации. Разработчики изделий получили мощный механизм для анализа и контроля проектируемых изделий.

Ключевые слова:

Автоматизированная система управления, электронный документооборот, 1С: Предприятие 8, информационная база, база данных, P-CAD 2006, PCB, Schematic, библиотека Dbx32.dll, управляющий элемент ActiveX Dbx32Control.

Введение

В соответствии с концепцией информатизации Роскосмоса [1] и политикой предприятия в области качества, а также исходя из развития сквозной комплексной САПР в ОАО «НПЦ «Полюс»» [2] разработана автоматизированная система управления инженерными данными и производством (АСУ ИДиП) [3–5] на всех этапах жизненного цикла изделия, предназначенная для построения на предприятии единого информационного пространства с целью разработки, согласования, хранения, внесения изменений, обращения электронной технической документации, ведения состава изделия в электронном виде.

Постановка задачи

В процессе эксплуатации АСУ ИДиП для повышения эффективности и сокращения сроков разработки изделий необходимо, чтобы пользователи системы имели возможность оперативного доступа к принципиальным электрическим схемам и ком-

поновочным чертежам печатных плат (ПП), разработанным в САПР P-CAD 2006 [6–8]. Для решения этой задачи предусмотрена следующая схема взаимодействия программного обеспечения (рис. 1).

На сервере 1С: Предприятие [9–11] в клиент-серверном варианте работы запускается модуль интеграции, что позволяет пользователям АСУ ИДиП инициировать запуск определенных алгоритмов в фоновом режиме и, не дожидаясь их окончания, переходить к выполнению других (независимых) действий.

Модуль интеграции приложений

Структура модуля интеграции приложений состоит из динамически компонованной библиотеки Dbx32.dll (штатный компонент P-CAD 2006) и вновь созданного управляющего элемента [12, 13] ActiveX Dbx32Control.ocx, особенность которого в том, что он может функционировать в составе приложения независимо от языков программирования, на которых оно написано [14, 15].

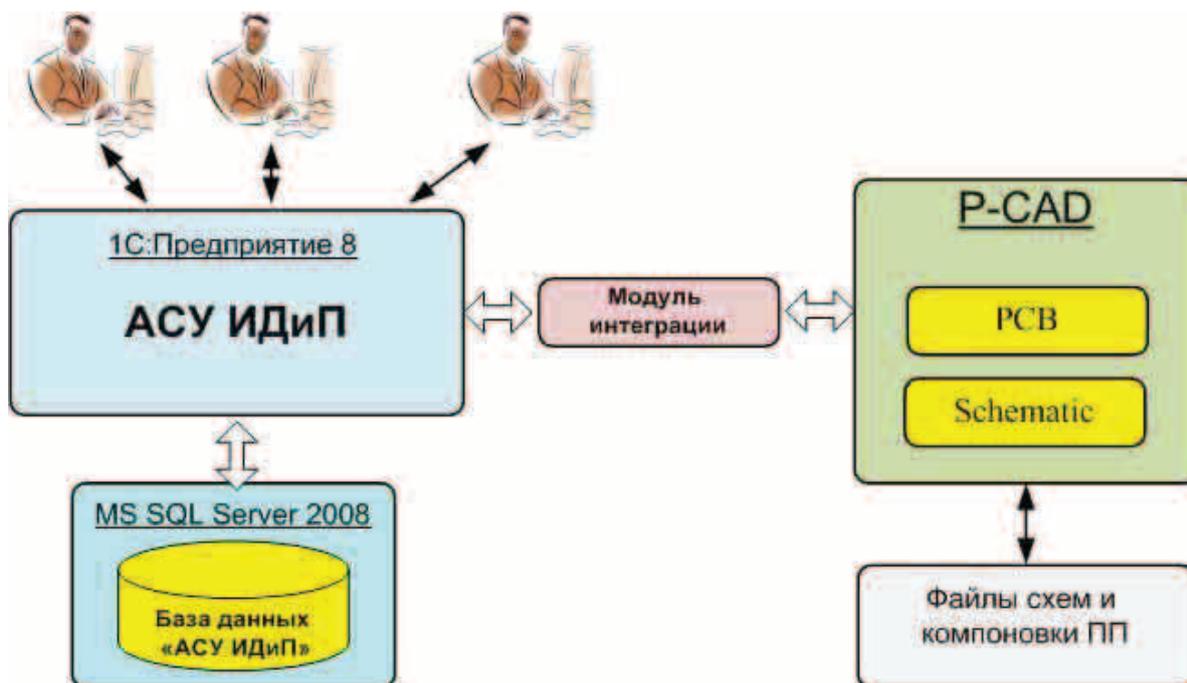


Рис. 1. Схема взаимодействия АСУ ИДиП и P-CAD 2006

Fig. 1. Pattern of interaction of an automated system for controlling engineering data and manufacture (ASC EDaM) and P-CAD 2006

Программное обеспечение АСУ ИДиП, а также любого другого приложения пользователя, например MS Excel [16], взаимодействует с программным комплексом P-CAD 2006 согласно рис. 2.

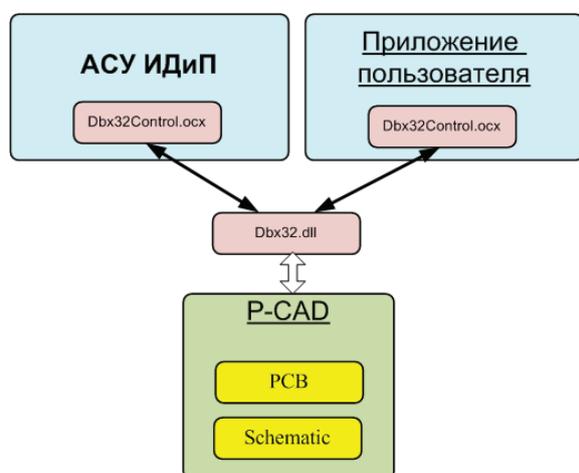


Рис. 2. Структурная схема программного обеспечения

Fig. 2. Software block diagram

Управляющий элемент ActiveX Dbx32Control.ocx

Управляющий элемент ActiveX Dbx32Control.ocx предназначен для организации доступа к приложениям P-CAD 2002/2006 (Pcb.exe [PCB] и Sch.exe [Schematic]) средствами библиотеки Dbx32.dll, поставляемой с пакетом САПР.

Для его проектирования в интегрированной среде разработки VB6 [17, 18] создан проект типа

ActiveX Control [19], имеющий следующую структуру (рис. 3):

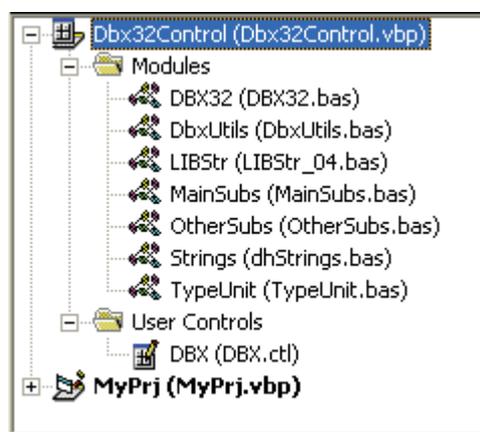


Рис. 3. Проект Dbx32Control.vbp

Fig. 3. Dbx32Control.vbp project

Данный проект состоит из семи bas-файлов и элемента DBX (файл DBX.ctl).

Свойства управляющего элемента ActiveX Dbx32Control.ocx

В процессе реализации проекта Dbx32Control.vbp запрограммированы следующие свойства управляющего элемента ActiveX Dbx32Control.ocx (рис. 4):

- AppPCAD – имя приложения P-CAD (без расширения файла), с которым будет осуществляться обмен данными. В представленной вер-

сии предусмотрены следующие значения этой переменной: «SCH», «SCHView», «PCB» и «PCBView»;

- PathFilePCAD – полный путь к файлу схемы (.sch) или файлу компоновки ПП (.pcb). Если это свойство элементу не присваивать, то обращение будет происходить к текущему открытому в P-CAD файлу с расширением.sch или.pcb;
- InitPCAD – открывание/закрывание соединения пользовательского приложения с программой P-CAD, заданной свойством AppPCAD;
- ErrorMessage – строка сообщения, содержащая результаты работы процедур и функций управляющего элемента ActiveX Dbx32Control.ocx. При нормальном выполнении команд это свойство принимает значение «ОК».

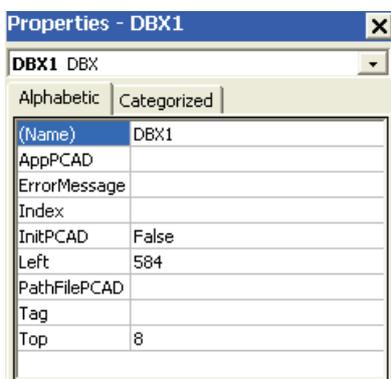


Рис. 4. Свойства элемента Dbx32Control.ocx

Fig. 4. Features of the element Dbx32Control.ocx

Методы управляющего элемента ActiveX Dbx32Control.ocx

В процессе выполнения данного проекта спроектированы и реализованы следующие методы элемента ActiveX Dbx32Control.ocx:

- D_GetDesignInfo () – чтение параметров приложений Schematic и PCB;
- D_SchGetSymbol () – чтение параметров всех символов (элементов) схемы (доступен для приложения Schematic);
- D_GetComponents () – чтение параметров всех элементов схемы (доступен для приложений Schematic и PCB);
- D_TPlaceSymbol () – вставка элемента в приложение Schematic;
- D_CorrectRefTypePosition () – корректировка расположения атрибутов элемента RefDes и Type в приложении Schematic;
- D_ChangeAttributeValue () – присвоение нового значения заданному атрибуту элемента приложения Schematic или компонента приложения PCB;
- D_AddCompAttribute () – добавление нового атрибута заданному элементу приложения Schematic или компоненту приложения PCB;
- D_GetCompByTypeInLibrary () – чтение элемента заданного типа из библиотеки P-CAD;

- D_PcbGetSelectedComponents () – чтение параметров всех выделенных элементов схемы (доступен для приложения PCB);
- D_SchGetSymAttribute () – чтение параметров всех выделенных элементов схемы (доступен для приложения Schematic);
- D_GetCompAttribute () – чтение атрибутов элемента (доступен для приложений Schematic и PCB);
- D_Engl2Rus () – конвертация латиницы в кириллицу.

Регистрация элемента Dbx32Control.ocx в операционной системе

Для регистрации управляющего элемента ActiveX Dbx32Control.ocx пользователь операционной системы (ОС) Windows должен запустить от имени администратора ОС командные файлы в следующем формате:

- в 32-разрядной ОС Windows:


```
echo off
regsvr32.exe /u Dbx32Control.ocx
copy /V /Y Dbx32.dll «%SYSTEMROOT%\system32»
copy /V /Y Dbx32Control.ocx «%SYSTEMROOT%\system32»
regsvr32.exe Dbx32Control.ocx
```
- в 64-разрядной ОС Windows:


```
echo off
copy /V /Y Dbx32.dll «%SYSTEMROOT%\system32»
copy /V /Y Dbx32Control.ocx «%SYSTEMROOT%\SysWoW64»
%systemroot%\SysWoW64\regsvr32.exe
%systemroot%\SysWoW64\Dbx32Control.ocx
```

При успешной регистрации управляющего элемента Dbx32Control.ocx с помощью системной утилиты regsvr32.exe на экране монитора появится следующее сообщение, показанное на рис. 5.



Рис. 5. Сообщение регистрации элемента Dbx32Control.ocx

Fig. 5. Message of registration of the element Dbx32Control.ocx

Интеграция в среду разработки 1С: Предприятие 8 управляющего элемента ActiveX Dbx32Control.ocx

Применить управляющий элемент ActiveX Dbx32Control.ocx в системе 1С: Предприятие 8 [9] можно благодаря наличию универсального механизма использования COM-объектов [20] по следующему общему алгоритму:

- создается COM-объект с именем DBX1:

Процедура ПередОткрытием (Отказ, СтандартнаяОбработка)

Попытка

```
DBX1 = new COMObject
(«Dbx32Control.DBX»);
```

Исключение

```
Предупреждение («Не удалось за-
грузить компонент Dbx32Con-
trol.ocx!»,, «Ошибка создания
класса DBX1»);
Отказ = Истина;
```

КонецПопытки;

КонецПроцедуры // ПередОткрытием

- иницируются основные свойства COM-объекта DBX1 для связи с P-CAD 2006:

```
DBX1.AppPCAD = «SCH»
DBX1.PathFilePCAD = «F:\Work\Untitled-2.sch»
DBX1.InitPCAD = True //Открыть соеди-
нение с sch.exe
```
- выполняются необходимые методы COM-объекта DBX1:

```
DBX1.D_GetComponents (refDes, compType,
libraryName, patternName,
numberPads, numberPins, numberParts, ref-
PointX, refPointY);
// выполняется чтение параметров всех
элементов схемы (доступно для приложен-
ий Schematic и PCB)
// считанные параметры заполняются в со-
ответствующие массивы (аргументы вызова
метода)
```
- закрывается соединение с САПР P-CAD 2006:

```
DBX1.InitPCAD = False //Закреть соеди-
нение с sch.exe
```

Режимы взаимодействия АСУ ИДиП с системой разработки и проектирования печатных плат P-CAD 2006

После того как пользователь АСУ ИДиП (платформа 1С: Предприятие 8) с помощью управляюще-

го элемента ActiveX Dbx32Control.ocx получил доступ к программному комплексу P-CAD 2006, возможна интеграция данной информационной системы с системой разработки и проектирования ПП.

Основными режимами взаимодействия АСУ ИДиП с САПР P-CAD 2006 являются:

- 1) чтение в АСУ ИДиП из P-CAD 2006 [8] данных по элементам схем и компонентам ПП;
- 2) чтение в АСУ ИДиП из P-CAD 2006 данных по элементам схем и компонентам ПП с последующим сохранением их в информационной базе АСУ ИДиП;
- 3) запуск в АСУ ИДиП алгоритмов корректировки в P-CAD 2006 элементов схем и компонентов ПП;
- 4) комбинированный, совмещающий в себе два-три предыдущих режима.

Чтение в АСУ ИДиП данных из САПР P-CAD 2006

Данные из САПР P-CAD 2006 по компонентам ПП поступают в АСУ ИДиП, где осуществляется их обработка и отображение на экране (рис. 6).

В центральной части экранной формы АСУ ИДиП (рис. 6) приведена таблица со списком всех считанных компонентов ПП. Параметры компонентов (refDes – имя элемента, compType – тип элемента, libraryName – имя библиотеки и т. п.) даны в соответствующих столбцах таблицы. В нижней таблице экранной формы представлены атрибуты выделенного компонента.

После того как данные из САПР P-CAD 2006 переданы в АСУ ИДиП, они обрабатываются согласно необходимым алгоритмам. Компоненты на сборочном чертеже ПП сравниваются с допустимыми компонентами из базы данных АСУ ИДиП (рис. 7), при этом система автоматически распознает запрещенные к применению электрорадиоизделия.

Из рис.7 видно, что компонент с позиционным обозначением DA1 присутствует в сборке и в справочнике разрешенных для применения ЭРИ и име-

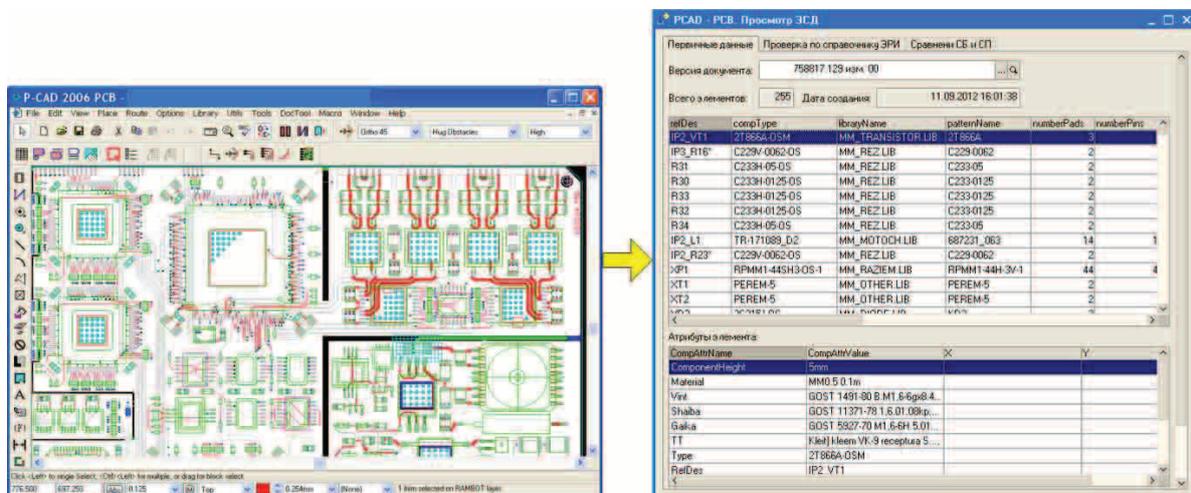


Рис. 6. Экранные формы приложений PCB (слева) и АСУ ИДиП (справа)

Fig. 6. Screen forms of applications PCB (left) and ASC EDaM (right)

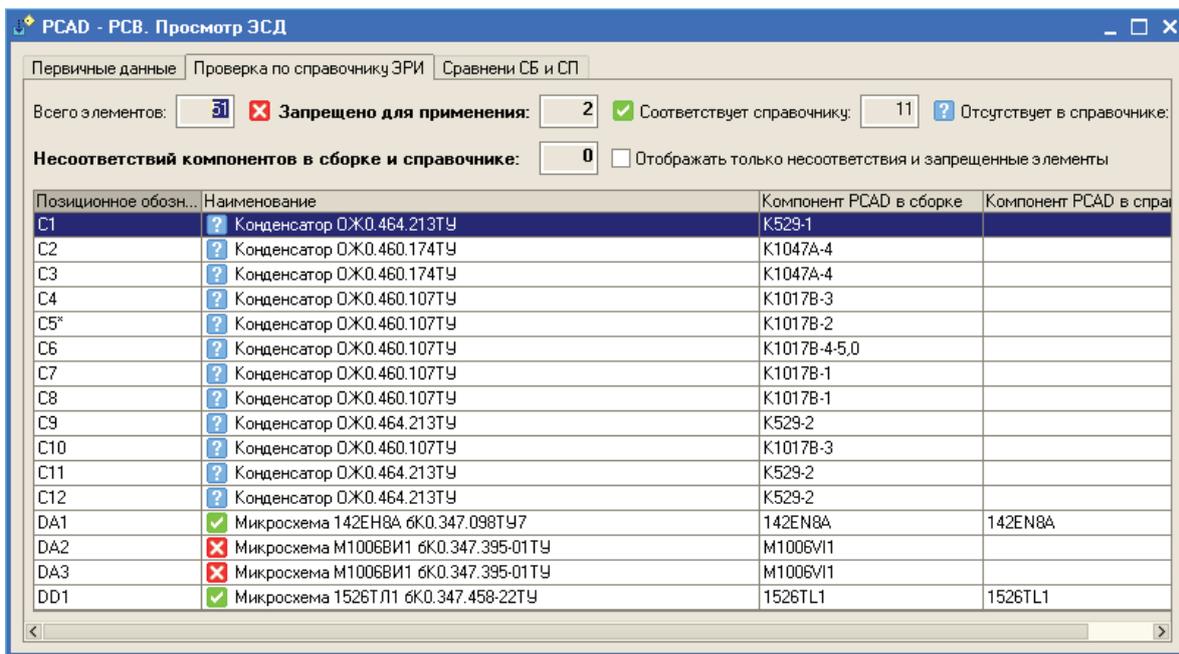


Рис. 7. Проверка компонентов по справочнику ЭРИ

Fig. 7. Check of components according to the reference table electronic components

ет значение «Соответствует справочнику», а компонент DA2 в этом справочнике имеет значение «Запрещено для применения».

Расчет стоимости покупных ЭРИ на этапе проектирования ПП

В справочнике ЭРИ АСУ ИДиП в закладке «Изготовитель/Поставщик» содержатся сведения о закупочной цене выбранного компонента (рис. 8).

После выполнения обработки по чтению данных по компонентам ПП из САПР P-CAD 2006 в АСУ ИДиП создается электронный состав ПП. Далее с учетом справочника ЭРИ в АСУ ИДиП еще на этапе проектирования изделия производится расчет стоимости покупных компонентов данной ПП. Данная информация в дальнейшем может быть передана в финансово-экономический контур предприятия.

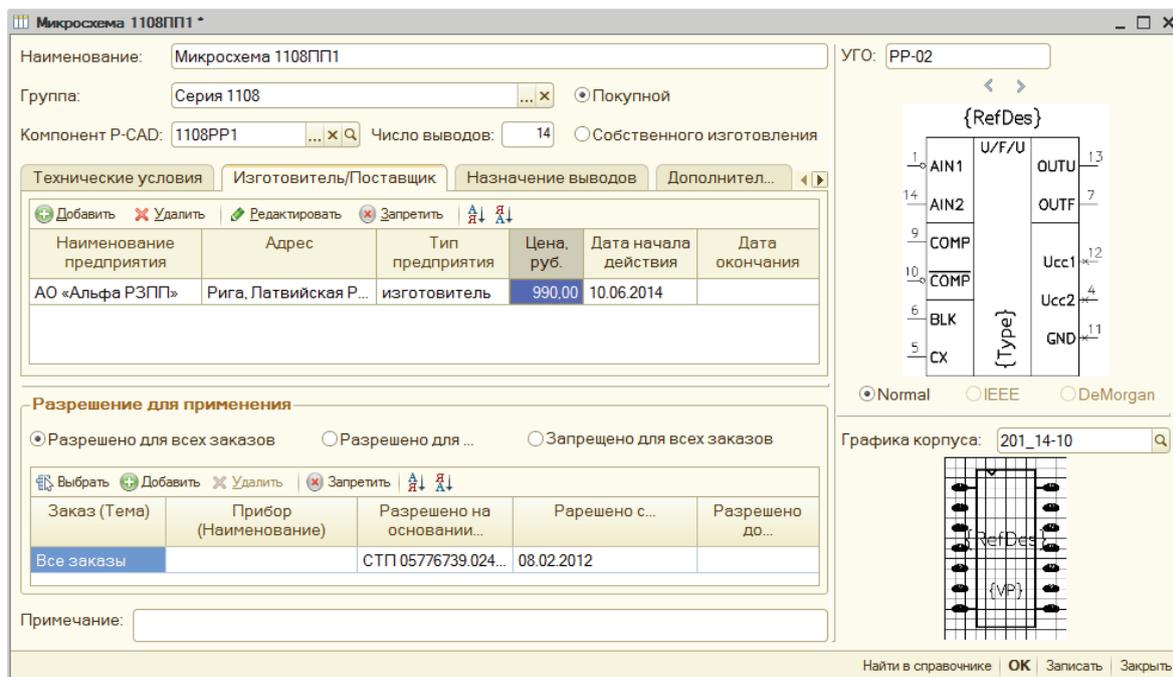


Рис. 8. Справочник ЭРИ в АСУ ИДиП

Fig. 8. Reference table of electronic components in ASC EDaM

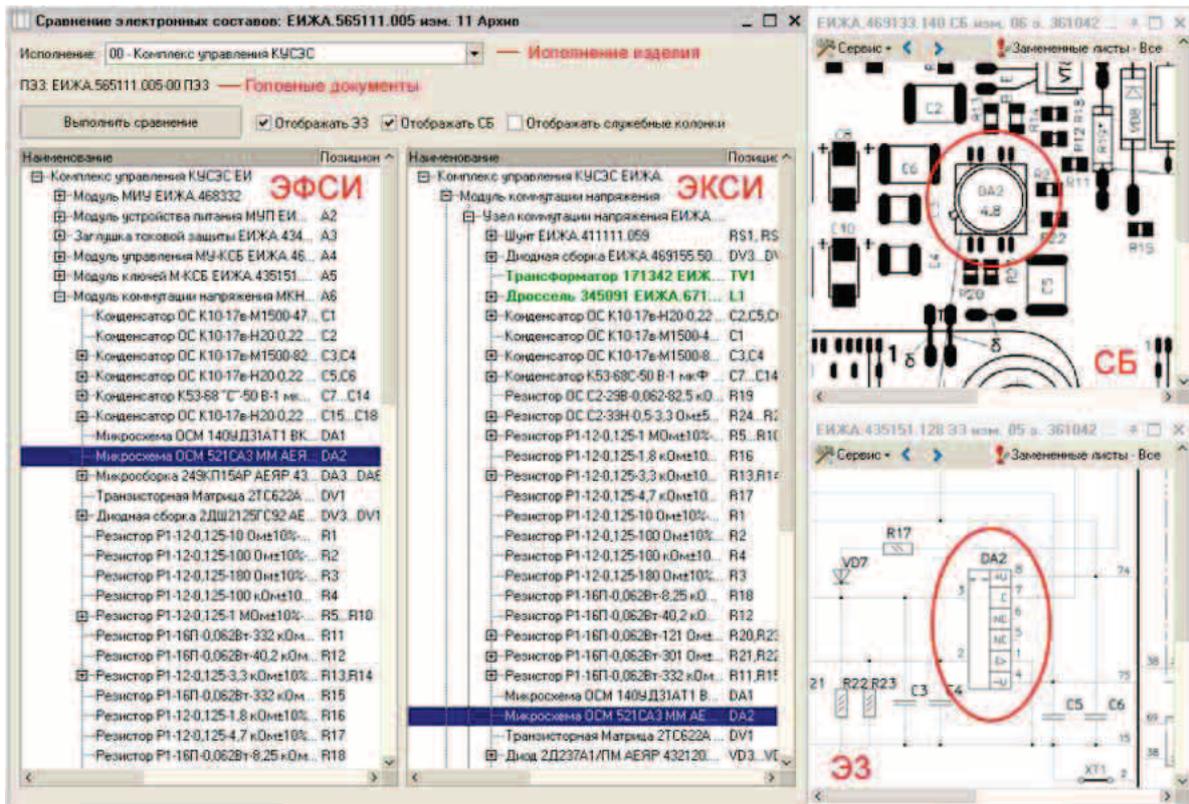


Рис. 9. Сравнение в АСУ ИДиП электронных составов принципиальной электрической схемы и сборочного чертежа

Fig. 9. Comparison of electronic components of the basic electric scheme and assembly drawing in ASC EDaM

Сравнение в АСУ ИДиП электронных составов принципиальной электрической схемы и сборочного чертежа ПП

Еще одна немаловажная функция АСУ ИДиП при работе со сборочными чертежами ПП

(файл.pcb) и принципиальными электрическими схемами (файл.sch) состоит в автоматическом сравнении их электронных составов (рис. 9).

При такой проверке сравниваются наименования и типы всех компонентов pcb-файла с наиме-

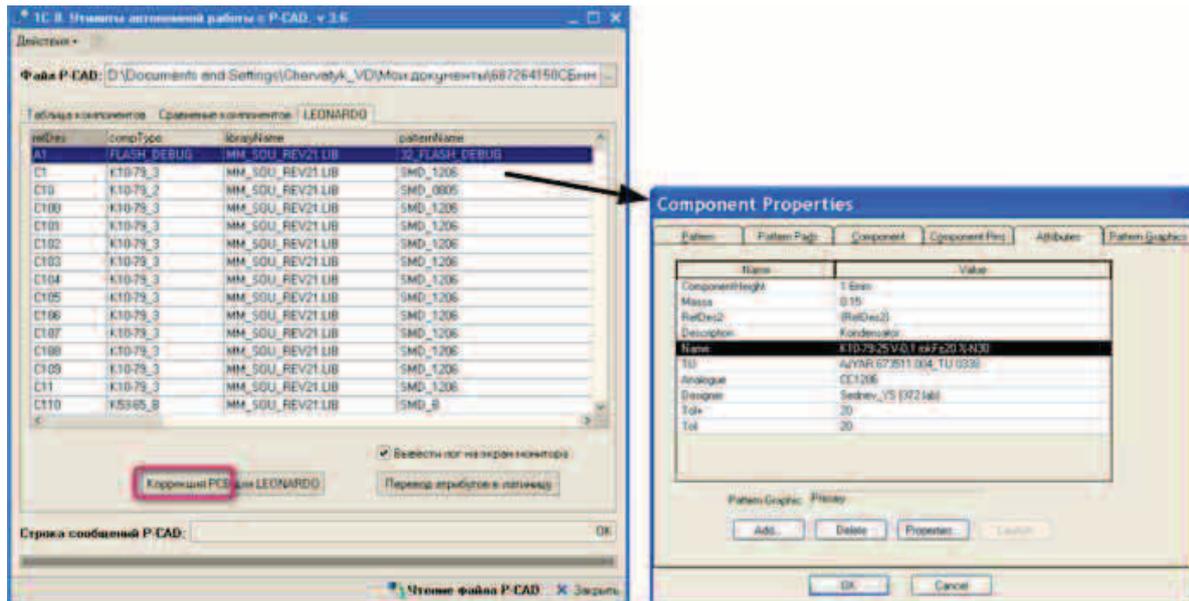


Рис. 10. Режим № 3 взаимодействия АСУ ИДиП с P-CAD 2006

Fig. 10. Mode № 3 of ASC EDaM interaction with P-CAD 2006

нованиями и типами всех элементов sch-файла. При обнаружении какого-нибудь несоответствия по параметрам АСУ ИДиП выдаст соответствующее сообщение.

Корректировка в системе P-CAD 2006 элементов схем и компонентов ПП

Применяемый в АСУ ИДиП управляющий элемент ActiveX Dbx32Control.ocx позволяет не только читать данные из САПР P-CAD 2006, но и передавать параметры в приложения *Pcb.exe* и *Sch.exe*. При необходимости в АСУ ИДиП запускаются соответствующие алгоритмы корректировки атрибутов элементов схем и компонентов ПП. На рис. 10 приведены экранные формы обработки АСУ ИДиП (*ТаблицаКомпонентовPCAD.epf*) и приложения *Pcb.exe* (окно свойств компонента). В окне свойств компонента некоторые из параме-

тров автоматически скорректированы соответствующими алгоритмами АСУ ИДиП.

Для того чтобы сборочный чертеж ПП (pcb-файл) читался на соответствующем технологическом оборудовании (программный комплекс LEONARDO) всем активным компонентам сборки автоматически добавлены атрибуты верхнего и нижнего допусков (Tol+ и Tol-).

Заключение

Возможность оперативного доступа пользователей АСУ ИДиП к принципиальным электрическим схемам и компоновочным чертежам ПП в АСУ ИДиП ОАО «НПЦ «Полус»» позволила сократить сроки на проектирование, корректировку, сопровождение и повышение качества документации. Разработчики изделий получили мощный механизм для анализа и контроля проектируемых изделий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Концепция информатизации Роскосмоса, утверждена 01.03.2010 // Федеральное космическое агенство. URL: <http://www.federalospace.ru/main.php?id=13&did=928&print=1> (дата обращения: 01.09.2014).
2. Алексеев В.П., Коблов Н.Н., Хрулев Г.М. Современные технологии автоматизации проектирования РЭА специального назначения. – Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2003. – 134 с.
3. Коблов Н.Н. Разработка и внедрение автоматизированной системы управления инженерными данными // Электронные и электромеханические системы и устройства: тез. докл. XVIII науч.-техн. конф. – Томск, 22–23 апреля 2010. – Томск: ООО «Печатная мануфактура», 2010. – С. 228–230.
4. Коблов Н.Н., Черватюк В.Д., Чекрыгин С.С. Повышение эффективности проведения изменений в конструкторской документации // Электронные и электромеханические системы и устройства: тез. докл. науч.-техн. конф. молодых специалистов. – Томск, 14–15 февраля 2013. – Томск, 2013. – С. 213–215.
5. Екимова О.Ю., Коблов Н.Н., Чекрыгин С.С. Построение электронного состава изделия в рамках единого информационного пространства приборостроительного предприятия // Контроль и диагностика. – 2012. – № 13. – С. 22–26.
6. Лопаткин А.В. Проектирование печатных плат в системе P-CAD 2001. – Нижний Новгород: НГТУ, 2002. – 190 с.
7. P-CAD – система автоматизированного проектирования электроники // Википедия. Свободная энциклопедия. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/P-CAD> (дата обращения: 01.09.2014).
8. Саврушев Э.Ц. P-CAD 2006: руководство схемотехника, администратора библиотек, конструктора. – М.: ООО «Бинм-Пресс», 2007. – 768 с.
9. Профессиональная разработка в системе 1С: Предприятие 8 / А.П. Габец и др. – М.: ООО «1С-Паблишинг»; СПб.: Питер, 2007. – 808 с.
10. Габец А.П. Решение оперативных задач: метод. материалы для слушателя сертифицированного курса. – М.: ООО «1С-Учебный центр № 3», 2004. – 116 с.
11. Белоусов П.С., Островерх А.В. 1С: Предприятие от 8.0 до 8.1. – М.: 1С-Паблишинг, 2008. – 286 с.
12. Управляющие элементы ActiveX // Википедия. Свободная энциклопедия. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/ActiveX> (дата обращения: 01.09.2014).
13. Деннинг А. ActiveX для профессионалов. – СПб.: Питер, 1998. – 251 с.
14. Бокс Д. Сущность технологии COM. – СПб.: Питер, 2001. – 191 с.
15. Rajesh Lal. Creating Vista Gadgets: Using HTML, CSS and javascript with Examples in RSS, Ajax, ActiveX (COM) and Silverlight. – New York: Sams, 2008. – 360 p.
16. Уокенбах Д. Microsoft Office Excel 2007: профессиональное программирование на МИФ. – М.: Изд-во «Вильямс», 2008. – 928 с.
17. Stephens R. Visual Basic 2012 Programmer's Reference. – New York: WROX, 2012. – 840 p.
18. Ying Bai. Practical Database Programming with Visual Basic.NET. – New York: IEEE Press, 2012. – 896 p.
19. Riordan R.M. Fluent Visual Basic. – New York: Sams Publishing, 2011. – 872 p.
20. John E. Swanke. COM Programming by Example: Using MFC, ActiveX, ATL, ADO, and COM+. – New York: CMP Books, 2000. – 358 p.

Поступила 25.11.2014 г.

UDC 303.064

INTEGRATION OF THE SYSTEM «1С: ENTERPRISE 8» AND THE SOFTWARE FOR DESIGNING PRINTED-CIRCUIT BOARDS P-CAD 2006 IN THE ELECTRONIC DOCUMENT SYSTEM

Nikolay N. Koblov,

Cand. Sc., JSC «Scientific & Industrial Centre «Polyus»», 56v, Kirov Avenue, Tomsk, 634050, Russia; Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: nnk2002@mail.ru

Vasiliy D. Chervatyuk,

JSC «Scientific & Industrial Centre «Polyus»», 56v, Kirov Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: polus@online.tomsk.net

The relevance of the research is caused by the necessity to increase the efficiency and to reduce the terms of working out the products at the instrument-making enterprises of corporation «Roskosmos». The relevance is caused as well by the necessity to introduce and to support the high technology projects implemented in the corporation by using automation of engineering data and manufacture management at all stages of a product life cycle.

The main aim of the study is to analyze the features of integration of software P-CAD 2006 for end-to-end design of analogue, digital-analogue and analogue-digital devices into the automated control system of engineering data and manufacture on 1C: Enterprise 8 platform; to develop the algorithms of their interaction both in a package mode of data processing and in a mode of dialogue interaction of users of the electronic document circulation system implemented on 1C: Enterprise 8 platform.

The methods used in the study: object-oriented and structural methods of programming in environments of working out the software 1C: Enterprise 8 and Microsoft Visual Studio 6 using the objective models of software P-CAD 2006 and Microsoft Excel 2007.

The results. The authors have developed ActiveX element implementing the algorithms of interaction of P-CAD 2006 and 1C: Enterprise 8 with the possibility of on-line access for users of the electronic document circulation system to the data of basic electric schemes and layout drawings of printed-circuit boards. The possibility of the on-line access for users of the automated control system of engineering data and manufacture of JSC «Scientific & Industrial Centre «Polyus»» allowed reducing the terms of designing, updating, support and improvement of documentation quality. The developers of the products received the powerful mechanism for analyzing and the controlling the designed products.

Key words:

Automated control system, electronic document circulation, 1C: Enterprise 8, information base, database, P-CAD 2006, PCB, Schematic, library Dbx32.dll, operating element ActiveX Dbx32Control.ocx.

REFERENCES

1. *Kontseptsiya informatizatsii Roskosmosa, utverzhdena 01.03.2010* [The concept of information Roskosmos. Confirmed 01.03.2010]. Available at: <http://www.federal-space.ru/main.php?id=13&did=928&print=1> (accessed 01 September 2014).
2. Alekseev V.P., Koblov N.N., Khrulev G.M. *Sovremennyye tekhnologii avtomatizatsii proektirovaniya REA specialnogo naznacheniya* [Modern technologies of automation of designing REE for special purpose]. Tomsk, Publishing house of Institute of optics of atmosphere of the SB RAS, 2003, 134 p.
3. Koblov N.N. *Razrabotka i vnedrenie avtomatizirovannoy sistemy upravleniya inzhenernymi dannymi* [Working and introduction of the automated control system by engineering data]. *Elektronnyye i elektromekhanicheskie sistemy i ustroystva: tezisy dokladov XVIII nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Electronic and electromechanical systems and devices. Theses of the report of XVIII scientific and technical conference]. Tomsk, 22–23 April 2010, pp. 228–230.
4. Koblov N.N., Chervatyuk V.D., Chekrygin S.S. *Povyshenie effektivnosti provedeniya izmeneniy v konstruktorskoj dokumentatsii* [Increase of efficiency of changing the design documentation]. *Elektronnyye i elektromekhanicheskie sistemy i ustroystva: tezisy dokladov nauchno-tekhnicheskoy konferentsii molodykh spetsialistov* [Proc. of scientific and technical conference of young experts. Electronic and electromechanical systems and devices]. Tomsk, 14–15 February 2013, pp. 213–215.
5. Ekimova O.Yu., Koblov N.N., Chekrygin S.S. *Postroyeniye elektronnoy sostavy izdeliya v ramkakh edinogo informatsionnogo prostanstva priborostroitel'nogo predpriyatiya* [Electronic product components forming within the single information field of enterprise]. *Kontrol i diagnostika*, 2012, no. 13, pp. 22–26.
6. Lopatkin A.V. *Proektirovaniye pechatnykh plat v sisteme P-CAD 2001* [Printed circuit board designing with P-CAD 2001]. Nizhny Novgorod, NGTU Publ., 2002. 190 p.
7. *P-CAD – sistema avtomatizirovannogo proektirovaniya elektroniki* [P-CAD is the System for automated designing of electronics]. Available at: <https://ru.wikipedia.org/wiki/P-CAD> (accessed 01 September 2014).
8. Savrushev E.Ts. *P-CAD 2006: rukovodstvo skhemotekhnika, administratora bibliotek, konstruktora* [P-CAD 2006: application guide for circuit-engineer, library administrator, design-engineer]. Moscow, Binom-Press Publ., 2007. 768 p.
9. *Professionalnaya razrabotka v sisteme 1S: Predpriyatie 8* [Professional working out in system 1C: Enterprise 8]. Moscow, 1C-Publishing, 2007. 808 p.
10. Gabets A.P. *Reshenie operativnykh zadach: metodicheskie materialy dlya slushatelya sertifikirovannogo kursa* [The decision of operative problems: methodical materials for the listener of the certificated course]. Moscow, 1C-Publishing, 2004. 116 p.
11. Belousov P.S., Ostroverkh A.V. *1S: Predpriyatie ot 8.0 do 8.1* [1C: Enterprise from 8.0 to 8.1]. Moscow, 1C-Publishing, 2008. 286 p.
12. *Upravlyayushchie elementy ActiveX* [Operating elements ActiveX]. Available at: <https://ru.wikipedia.org/wiki/ActiveX> (accessed 01 September 2014).
13. Denning A. *ActiveX dlya professionalov* [ActiveX for professionals]. St. Petersburg, Piter Publ., 1998. 251 p.
14. Boks D. *Sushhnost tekhnologii SOM* [Essence of COM technology]. St. Petersburg, Piter Publ., 2001. 191 p.

15. Rajesh Lal. *Creating Vista Gadgets: Using HTML, CSS and javascript with Examples in RSS, Ajax, ActiveX (COM) and Silverlight*. New York, Sams, 2008. 360 p.
16. Uokenbah D. *Vmicrosoft Office Excel 2007: professionalnoe programirovanie na MIF* [Microsoft Office Excel 2007: professional programming on the MIF]. Moscow, Williams Publ., 2008. 928 p.
17. Stephens R. *Visual Basic 2012 Programmer's Reference*. New York, WROX, 2012. 840 p.
18. Ying Bai. *Practical Database Programming with Visual Basic.NET*. New York, IEEE Press, 2012. 896 p.
19. Riordan R.M. *Fluent Visual Basic*. New York, Sams Publishing, 2011. 872 p.
20. John E. Swanke. *COM Programming by Example: Using MFC, ActiveX, ATL, ADO, and COM+*. New York, CMP Books, 2000. 358 p.

Received: 25 November 2014.

Редактирование *А.С. Глазырин*
Компьютерная верстка *О.Ю. Аршинова*
Перевод на англ. язык и корректура *С.В. Жаркова*

Подписано к печати *xx.xx.2014*. Формат 60x84/8. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл. печ. л. 16,28. Уч.-изд. л. 14,73.
Заказ *xxx-14*. Тираж 500 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета
сертифицирована в соответствии с требованиями ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.
Тел./факс: 8(3822) 606-291, www.tpu.ru, izv@tpu.ru