РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ТРАССИРОВКИ ПРОМЫСЛОВЫХ ТРУБОПРОВОДОВ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ГРАФОВ

М.М. Сафаров, К.С. Воронин

Научный руководитель: доцент Д.А. Черенцов

ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», г. Тюмень, Россия

Выбор маршрута – это первый существенный шаг в процессе проектирования и строительства трубопровода, этот шаг может оказать значительное влияние на строительство и функционирование трубопровода в целом, поэтому оптимизация этого процесса может существенно повлиять на финансовые и материальные ресурсы необходимые для строительства трубопровода.

Целью и задачей исследования является разработка автоматизированного метода поиска оптимального пути проектирования трубопровода на этапе технико-экономического обоснования с оптимизацией трасс по критерию «минимальные финансовые затраты на строительство трубопровода»

Практическая ценность заключается в автоматизации производственного процесса, которая позволяют сократить сроки разработки документации, число ошибок, связанных с человеческим фактором и увеличить производительность труда.

Задача Штейнера состоит в поиске минимального дерева Штейнера – кратчайшей сети, соединяющей заданные конечный набор точек плоскости. Главным признаком является, то что для минимизации длины связывающей сети можно добавлять дополнительные точки, называемые точками Штейнера. В итоге кротчайшая сеть, содержащая точки Штейнера, называется деревом Штейнера.

Задача Штейнера для трёх точек даёт также некоторую информацию о геометрии кратчайших деревьев Штейнера:

1) Каждый угол равен 120° или больше, а это означает, что каждая точка соединяется с остальным деревом не более чем тремя рёбрами.
2) В каждой точке Штейнера сходятся ровно три ребра, образуя друг с другом углы, в точности равные 120°. Число рёбер дерева всегда на единицу меньше суммарного числа заданных исходных точек и точек Штейнера.
3) Поскольку в каждой точке Штейнера сходятся ровно три ребра и по крайней мере одно ребро должно касаться каждой из заданного множества точек, максимальное число точек Штейнера для любой задачи на две меньше, чем число заданных исходных точек.

Однако существуют и недостатки алгоритмов:

1) сильная зависимость от начальных точек.
2) Расчет занимает огромное кол-во времени.
3) Возможность появления решений, длина которых больше чем длина кратчайшей связывающей сети.

Эффективного алгоритма, дающего точное решение проблемы Штейнера, не существует. Но существуют приближенные решения данной задачи.

Существуют два вида алгоритмов построения кратчайшей сети:

1. Без строительства дополнительных точек (точек Штейнера). Примером такого алгоритма является алгоритм Прима. Суть алгоритма в том, что берется исходная точка и от нее добавляется ребро с меньшим весом Данное правило добавляет только безопасные ребра; следовательно, по завершении алгоритма ребра образуют минимальное остовное дерево.
2. С дополнительными точками. Примером такого алгоритма является алгоритм Мелзака. Суть алгоритма заключается в том, что задача разбивается на подзадачи и находится точки стремления, с помощью которых дальше находятся точки Штейнера и строятся возможные деревья Штейнера.

Алгоритм нахождения кратчайшей сети представляет собой слияние алгоритмов триангуляции, Прима и теории Штейнера. На основе этого алгоритма разработана программа нахождения кратчайшей сети. Рассмотрим систему из произвольных 10 точек, расположенных на плоскости, далее триангулируем данные точки, строим минимальное остовное дерево по алгоритму Прима, затем применяем теорию Штейнера для нахождения в треугольниках точек Штейнера (рис. 1).

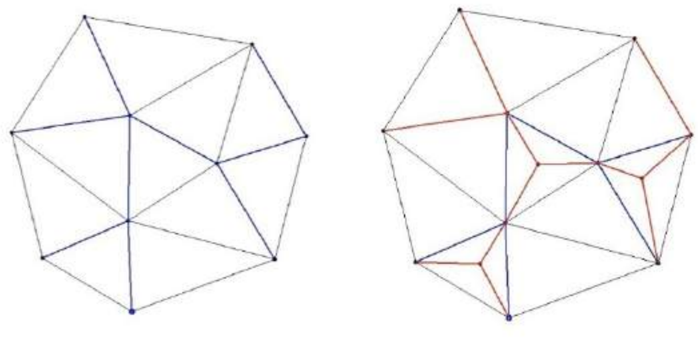

Рис. 1. Конечный результат выполнения алгоритма на примере системы из 10 точек

Конечным результатом получается сеть, суммарная длина которой до 17% меньше по сравнению с алгоритмами без построения дополнительных точек.

Для ребер с одинаковым «весом» перед нами стоит задача соединить их минимальной длиной. Но вот для различного «веса», задача кардинально меняется. Перед нами стоит задача соединить все точки по критерию минимальная стоимость. Рассмотрим систему из трех точек A, B, C (рис. 2) и найдем для нее точку D, сумма расстояний от которой до всех вершин треугольника ABC с учетом весов линий будет минимальной.

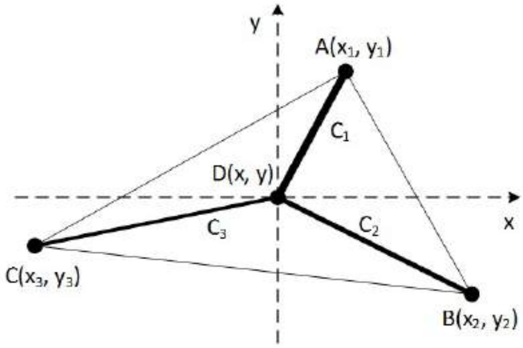

Рис. 2. Нахождение координат точки D

Координаты точки D для трех точек с учетом различных весов ребер можно найти из системы уравнений:

где C_i – вес ребра от i-й точки; x_i, y_i – координаты i-й точки; x, y – координаты точки D.

Аналитическое решение данной системы уравнений достаточно сложное. Однако, можно найти приближенное решение методом подбора. Для этого строим внутри треугольника сетку с шагом:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{3} \frac{C_i(x_i - x)}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}} = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} \frac{C_i(y_i - y)}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где s_x, s_y – шаг сетки по осям x и y соответственно; x_{max}, y_{max}, x_{min}, y_{min} – максимальные и минимальные координаты вершин треугольника по осям x и y соответственно; k_x, k_y – количество шагов сетки по осям x и y соответственно.

Количество шагов сетки по координатным осям выбирается в зависимости от требуемой точности вычислений.

После построения сетки для каждого ее узла вычисляется суммарная длина ребер, соединяющих данный узел с вершинами треугольника:

$$s_x = \frac{x_{max} - x_{min}}{k_x}; \qquad s_y = \frac{y_{max} - y_{min}}{k_y} \quad (2)$$

где x_j, y_j – координаты j-го узла сетки.

Координаты узла с минимальной суммарной длиной ребер будут являться приближенным решением системы уравнений (1) и, соответственно будут приближенными координатами точки D.

Точность решения можно повысить, повторив расчет с уменьшенным шагом сетки в окрестности полученной точки D. Тогда в уравнение (2) вместо координат вершин треугольника подставляются координаты узлов сетки, соседних с координатами узла с минимальной суммарной длиной ребер:

$$L_j = \sum_{i=1}^{3} C_i \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2} \quad (3)$$

где x_{j+1}, x_{j-1}, y_{j+1}, y_{j-1} – координаты узлов, соседних с узлом с минимальной суммарной длиной ребер.

Изменяя количество шагов сетки и количество уточнений расчетов можно добиться требуемой точности определения координат точки D.

Литература

1. Воронин К.С., Венгеров А.А., Бранд А.Э. Архитектурно-планировочные принципы формирования структуры зданий на территории обустройства нефтегазовых месторождений. / В сборнике: Природные и интеллектуальные ресурсы Сибири. Сибресурс 2014 Материалы XV международной научно-практической конференции. 2014. С. 133.
2. Орлов Н.Н. Оптимальное соединение трех точек в Евклидовом пространстве. / Материалы Всероссийской научной конференции «Управление и информационные технологии УИТ-2004». – Пятигорск, 2004. – С. 157-161.