ГРАНИЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОНЕЧНЫХ СОСТАВНЫХ ПОРОВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛ

А.А. Ипатов, Л.А. Игумнов, В.Ф. Овчинников, А.Н. Супрун
Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Россия, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корпус 6, 603950
E-mail: ipatov@mech.unn.ru

Ставится начально-краевая задача линейной трехмерной динамической теории поровязкоупругости, рассматриваются кусочно-однородные тела. Используется модель на основе пороупругой модели Био [1]. Записывается система дифференциальных уравнений трехмерной теории пороупругости в изображениях по Лапласу [2]. Вязкоупругими свойствами обладает скелет материала. Решение строится на основе принципа соответствия упругости и вязкоупругости. Для описания вязкоупругих свойств материала применяется модель стандартного вязкоупругого тела. Одномерное аналитическое решение для однородного стержня в случае динамической поровязкоупругости представлено M. Schanz и Cheng [3]. Так же гранично-элементное исследование динамики поровязкоупругих тел опубликовано в работе [4].

К исследованию краевой задачи применяется метод граничных интегральных уравнений (ГИУ), а для поиска их решений – метод граничных элементов (МГЭ) для получения численных решений [5]. В методе граничных элементов ключевую роль играют фундаментальные и сингулярные решения, выражения которых в случае пороупругости известны только в пространстве преобразований Лапласа. Решение исходной задачи строится в пространстве преобразований Лапласа, с последующим применением алгоритма численного обращения интегрального преобразования. Численная схема основана на использовании формулы Грина-Бетти-Сомильяны. Чтобы ввести ГЭ-дискретизацию, рассматривается регуляризованное гранично-интегральное уравнение. В качестве функций формы при описании границы тела выбраны биквадратичные полиномы интерполяции. Неизвестные граничные поля интегрируются через узловые значения в интерполяционных узлах. Гранично-элементные схемы созданы на основе согласованной аппроксимации граничных функций. При поэлементном численном интегрировании используется метод Гаусса и иерархический алгоритм интегрирования. Применяется метод коллокации. Решения в явном времени строятся с использованием модифицированного алгоритма Дурбина численного обращения преобразования Лапласа.

В качестве базового пористого материала рассматриваются скальная порода (песчаник Berea) и водонасыщенный песок. Построены гранично-элементные решения для перемещений, порового давления и напряжений. Проведено сравнение решений при различных значениях параметров среды и продемонстрировано влияние вязкости на динамические отклики перемещений и порового давления.

Поровязкоупругое решение рассчитываются из пороупругого решения с помощью применения принципа соответствия упругой и вязкоупругой реакции. Комплексные модули $\overline{K}(s)$ и $\overline{G}(s)$ в пространстве преобразований Лапласа для модели стандартного вязкоупругого тела имеют вид:

$$\overline{K}(s) = K^{\infty} \cdot \left[(\beta - 1)\frac{s}{s+\gamma} + 1 \right],\ \overline{G}(s) = G^{\infty} \cdot \left[(\beta - 1)\frac{s}{s+\gamma} + 1 \right], \beta = K^0 / K^{\infty} = G^0 / G^{\infty}$$

где K^0, G^0 – мгновенные модули, K^{∞}, G^{∞} – длительные модули γ – величина обратная харрактерному времени релаксации.

Численные результаты

Рассматривается задача о составной поровязкоупругой призматической консоли жестко закрепленной с одного торца и действующей осевой силы в виде функции Хэвисайда с другого.

Длинна консоли 3м. Пороупругие параметры песчаника Berea: $K = 8 \cdot 10^9\, Н/м^2$, $G = 6 \cdot 10^9\, Н/м^2$, $\rho = 2458\, кг/м^3$, $\phi = 0.66$, $K_s = 3.6 \cdot 10^{10}\, Н/м^2$, $\rho_f = 1000\, кг/м^3$, $K_f = 3.3 \cdot 10^9\, Н/м^2$, $k = 1.9 \cdot 10^{-10}\, м^4/(Н \cdot с)$

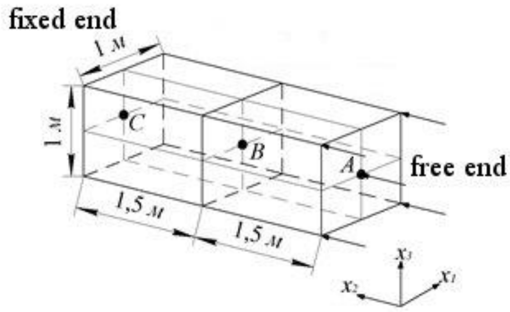

Рис. 1.

Исследуются перемещения в точке B (рис.1). Параметры вязкости: $\beta = 4$, γ_1 и γ_2 – характерные времена релаксации для подобластей.

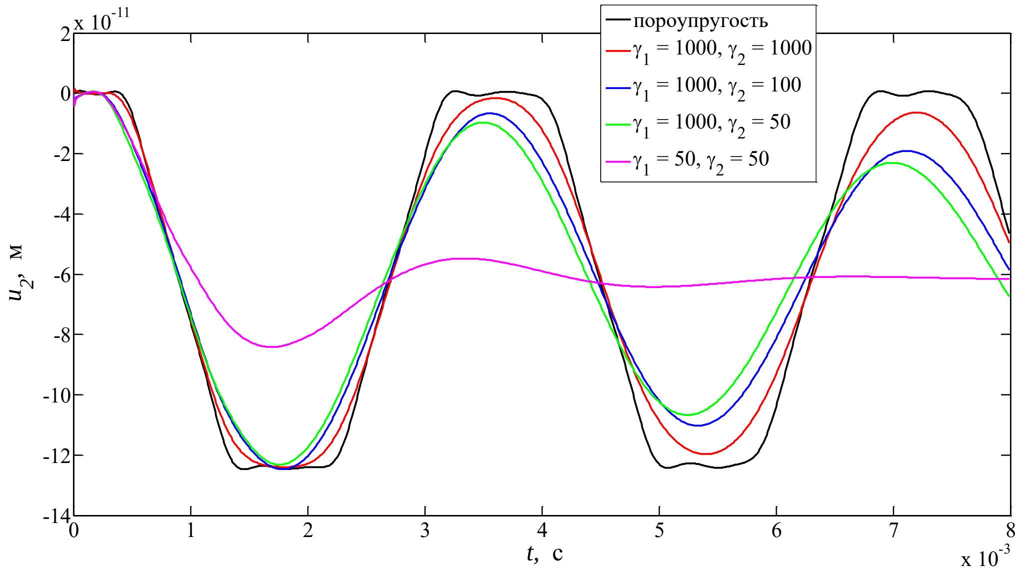

Рис. 2. Перемещения u_2 в точке B

На рис. 2. изображены перемещения u_2 в точке B при различных значениях параметра вязкости у подобластей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // J. Appl. Phys. – 1941. – Vol. 12(2), – pp.155-164.
2. Schanz M. Wave Propagation in Viscoelastic and Poroelastic Continua. Berlin Springer, – 2001. –170 p.
3. Schanz M., and Cheng A. H.-D. Dynamic Analysis of a One-Dimensional Poroviscoelastic Column // J. Appl. Mech. – 2001. – Vol. 68, – pp.192-198.
4. Ипатов А.А., Белов А.А., Литвинчук С.Ю. Исследование динамики трехмерных поровязкоупругих тел методом граничных элементов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. № 4. – С. 248-262.
5. Баженов В.Г., Игумнов Л.А. Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями. – М.: Физматлит, – 2008. – 352с.