

2. Что такое B2C, B2B продажи +еще 7 моделей [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://gruzdevv.ru/chto-takoe-b2s-b2b-prodazhi/> (дата обращения: 01.03.2017).
3. Кузенков А.Л. Решение проблемы моногородов [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.rusarticles.com/promyshlennost-statya/reshenie-problemy-monogorodov-3225402.html> (дата обращения: 10.02.2015).
4. Монопрофильные города и градообразующие предприятия [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.unioninvest.ru/city\\_mong.html](http://www.unioninvest.ru/city_mong.html) (дата обращения: 20.11.2014).
5. Манохин А.Ю. Стратегия развития малого и среднего предпринимательства в современной России. Монография. // НОУ ВПО Российский новый университет (Тамбовский филиал). URL: <http://www.tambov-gospou.ru/monograf/> (дата обращения: 01.07.2012).
6. Павленко А.С. Моногорода: проблемы и перспективы / IV Международная студенческая электронная научная конференция «Студенческий научный форум», Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.rae.ru/forum2012/pdf/1832.pdf> (дата обращения: 12.02.2015).
7. Питерс, Томас Дж., Уотерман-мл., Роберт Х. В поисках совершенства: уроки самых успешных компаний Америки / Перев.с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 560 с.
8. Бюджетные послания Главы города Юрга на 2008-2015 годы [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.yurga.org/pagedata/00000187/Budjet2008.pdf> (дата обращения: 10.11.2016).

#### УПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКОЙ КАДРОВ НА ПРЕДПРИЯТИИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ

*В.В. Мешечкин, к.ф.-м.н, доц., Д.А. Тихомирова, студ.*

*Кемеровский государственный университет, Институт фундаментальных наук  
650000, г. Кемерово, ул. Красная, 6, тел. (3842) 58-06-05*

*E-mail: vvm@kemsu.ru*

**Аннотация:** В работе предлагается математическая модель в качестве средства управления процессом обучения персонала на предприятии. За основу берется задача о назначениях, в которую вносятся модификации, отражающие динамику профессиональных навыков исполнителей. Описывается построение модели и приводятся результаты расчетов.

**Abstract:** The paper proposes a mathematical model as a means of managing the process of training personnel in an enterprise. At the base is the assignment problem, in which modifications are made reflecting the dynamics of professional skills of performers. The construction of the model is described and the results of calculations are presented.

Проблема обучения персонала имеет важное значение для большинства предприятий, так как работа в условиях рыночных отношений предъявляет повышенные требования к уровню квалификации работников, их знаниям и навыкам. Рабочие, обладающие необходимым объемом знаний, умений и навыков, дают более высокую производительность и качество труда при рациональном использовании материальных ресурсов. Поэтому система управления кадрами должна обеспечивать воспроизводство квалифицированной рабочей силы в соответствии с потребностями развития производства и его постоянного технического обновления, а для этого необходимо воздействовать на каждого работника в ходе его трудовой деятельности, непрерывно улучшая профессиональные навыки в исполнении порученных работ [1].

Планирование стратегии предприятия в области управления подготовкой кадров должно учитывать как профессиональные и технические знания, мастерство и профессиональную подвижность работника, так и психологические факторы рабочей силы, рост производственной и общей культуры, интеллектуальную деятельность, умение воспринимать и обрабатывать научную информацию и многое другое. Определенную помощь в решении этой задачи могут оказать информационные технологии и методы математического моделирования, в частности, применение модифицированной задачи о назначениях.

Классическая задача о назначениях заключается в оптимальном распределении работ (заданий) среди множества исполнителей [2]. Она позволяет найти наилучший вариант размещения кандидатов на выполнение комплекса работ необходимым образом с целью максимизации суммарного дохода.

В традиционной постановке задача о назначениях предполагает наличие множества исполнителей, множества работ и матрицы численных оценок (например, производительностей или доходов) закрепления каждого исполнителя за каждой возможной работой. Назначения представляются как

взаимно-однозначные отображения множества исполнителей в множество работ. Требуется найти такое назначение, при котором суммарная производительность исполнителей максимальна [3].

Задача о назначении и ее модификации нашли многочисленные приложения в планировании транспортных перевозок, проектировании распределенных вычислительных систем, выборе мест для строительства предприятий, прикреплении поставщиков сырья к производителям и т.п. [4].

Одной из важных разновидностей задачи является динамическая задача о назначениях, которая ставится на временном промежутке и предполагает возможность перераспределения работников для выполнения различных стадий работ с учетом изменения параметров задачи во времени и в зависимости от результатов предыдущего назначения [5-7].

В данной работе предлагается исследовать модель динамической задачи о назначениях, позволяющую учитывать профессиональные навыки исполнителей в выполнении тех или иных видов работ, их улучшение по мере накопления соответствующего опыта или, наоборот, ухудшение при длительном перерыве в выполнении этих работ, а также возможность для исполнителей повышать свою квалификацию за счет прохождения соответствующих курсов.

Рассмотрим постановку задачи [8].

Пусть на некотором предприятии имеется  $n$  исполнителей  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ , которых необходимо назначить (распределить) по  $n$  работам  $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ , так, чтобы между работами и исполнителями установилось взаимно-однозначное соответствие. Каждую из указанных работ может выполнять любой из исполнителей, однако производительность их труда по видам работ различается. Назначения на работы рассматриваются на отрезке времени  $[0; T]$ , разбитом дискретными точками  $t = 0, \dots, T$ .

Обозначим через  $x_{ij}(t)$  переменную, описывающую факт назначения  $i$ -го исполнителя на  $j$ -ю работу в момент времени  $t$ , т.е.

$$x_{ij}(t) = \begin{cases} 1, & \text{если исполнитель } s_i \text{ назначен на работу } r_j; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Так как между работами и исполнителями существует взаимно-однозначное соответствие, то всякий исполнитель будет занят только одной работой, а всякая работа будет выполняться только одним исполнителем, что приводит к следующим условиям:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij}(t) = 1, i = 1, 2, \dots, n; \\ \sum_{i=1}^n x_{ij}(t) = 1, j = 1, 2, \dots, n; \\ t = 0, \dots, T. \end{cases}$$

Предположим, что каждый исполнитель имеет определенный набор знаний, умений, и навыков, характеризующих его способности к выполнению той или иной работы. Также предположим, что эту характеристику можно измерить и представить в каждый момент времени вещественным числом. Для количественного оценивания профессиональных навыков работников могут быть использованы различные методики, в качестве примера можно ознакомиться с работой [9]. Обозначим через  $y_{ij}(t)$  числовую оценку профессиональных навыков  $i$ -го исполнителя для выполнения  $j$ -й работы в момент времени  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ ). Если перед этим данный исполнитель уже работал на этой работе, то  $y_{ij}(t)$  будет расти вследствие набора опыта, в противном случае – снижаться из-за невостребованности соответствующих качеств. Пусть  $\lambda_{ij}$  – темп прироста, а  $\mu_{ij}$  – темп снижения  $y_{ij}(t)$  (для простоты возьмем их не зависящими от времени), тогда

$$y_{ij}(t) = (1 + \lambda_{ij})y_{ij}(t-1)x_{ij}(t-1) + (1 - \mu_{ij})y_{ij}(t-1)(1 - x_{ij}(t-1)).$$

В этом соотношении учитывается только изменение профессиональных навыков под воздействием накопления или утери опыта. Однако на весь процесс можно повлиять целенаправленно, отправив исполнителя на курсы переподготовки или повышения квалификации по конкретному виду работ, что дает предприятию дополнительные рычаги влияния на качество рабочей силы и на процесс выполнения запланированных работ. Опишем математически соответствующий механизм.

Пусть руководство предприятия, направляя  $i$ -го исполнителя на курсы повышения квалификации по  $j$ -й работе в момент  $t$ , выделяет для этого средства в размере  $u_{ij}(t)$ . Обозначим величину улучшения соответствующего навыка через  $f_{ij}(u_{ij}(t))$ , где  $f_{ij}$  – непрерывно дифференцируемая монотонно возрастающая функция, характеризующая индивидуальные способности работников в ос-

воени той или иной работы. Тогда динамика профессиональных навыков исполнителей будет описываться соотношениями следующего вида:

$$y_{ij}(t) = (1 + \lambda_{ij})y_{ij}(t-1)x_{ij}(t-1) + (1 - \mu_{ij})y_{ij}(t-1)(1 - x_{ij}(t-1)) + f_{ij}(u_{ij}(t-1)).$$

Здесь предполагается, что отдача от вложенных в обучение исполнителя средств проявится уже в следующий момент времени.

Сумма вложений  $U(t)$  работодателя в повышение квалификации сотрудников на каждый момент фиксирована, но может быть по-разному распределена между работниками, что можно описать следующими условиями:

$$\begin{cases} \sum_{i,j=1}^n u_{ij}(t-1) \leq U(t-1); \\ u_{ij}(t-1) \geq 0. \end{cases}$$

При этом будем считать, что значения показателей  $y_{ij}(t)$  в начальный момент времени, характеризующие базовые навыки исполнителей, считаются известными:

$$y_{ij}(0) = const.$$

Также предположим, что в результате проведенных наблюдений и экспериментов была зафиксирована производительность труда исполнителей по различным видам работ, причем была выявлена ее зависимость от навыков исполнителей, которые, в свою очередь, зависят от опыта работы и пройденного обучения. Тогда производительность  $i$ -го исполнителя на  $j$ -м месте работы можно обозначить  $a_{ij}(y_{ij}(t))$ . Общая суммарная производительность всех исполнителей на всем промежутке времени будет играть роль целевой функции (критерия оптимальности), которую требуется максимизировать:

$$Z(u, x, y) = \sum_t \sum_{ij} a_{ij}(y_{ij}(t))x_{ij}(t) \rightarrow max.$$

Объединяя все вышеприведенные соотношения, получаем математическую модель динамической задачи о назначениях с учетом изменения навыков работников:

$$y_{ij}(t) = (1 + \lambda_{ij})y_{ij}(t-1)x_{ij}(t-1) + (1 - \mu_{ij})y_{ij}(t-1)(1 - x_{ij}(t-1)) + f_{ij}(u_{ij}(t-1)), \\ i, j = 1, 2, \dots, n, t = 1, \dots, T;$$

$$y_{ij}(0) = const, i, j = 1, 2, \dots, n;$$

$$x_{ij}(t) = \begin{cases} 1, & \text{если исполнитель } s_i \text{ назначен на работу } r_j, \\ 0, & \text{в противном случае } (i, j = 1, 2, \dots, n, t = 0, \dots, T); \end{cases}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}(t) = 1, i = 1, 2, \dots, n, t = 0, \dots, T;$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}(t) = 1, j = 1, 2, \dots, n, t = 0, \dots, T;$$

$$\sum_{i,j=1}^n u_{ij}(t-1) \leq U(t-1), t = 1, \dots, T;$$

$$u_{ij}(t-1) \geq 0, i, j = 1, 2, \dots, n, t = 1, \dots, T;$$

$$Z(u, x, y) = \sum_{t=1}^T \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(y_{ij}(t))x_{ij}(t) \rightarrow max.$$

Эта модель имеет вид задачи оптимального управления, где управлениями являются булевы переменные  $x_{ij}(t)$  и величины  $u_{ij}(t)$ , а фазовыми переменными – оценки навыков исполнителей

$y_{ij}(t)$ . Заметим, что ограничения на фазовые переменные в задаче отсутствуют, а критерий качества зависит как от траектории функционирования системы, так и от конечных состояний  $y_{ij}(T)$  [10].

Для решения полученной задачи использовался метод динамического программирования. Было рассмотрено несколько примеров с двумя типами работ ( $j = 1,2$ ) и двумя работниками ( $i = 1,2$ ). Например, в одном из случаев параметры были подобраны так, что первый исполнитель медленнее накапливал опыт работы и медленнее его терял, а второй, соответственно, быстрее обучался и быстрее утрачивал навыки.

Оптимальные значения вложений на повышение навыка сотрудника и оптимальные назначения на работы в период времени  $[0;16]$ , при которых достигаются наилучшие показатели оценки профессиональных навыков для описанного случая, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Оптимальные назначения на работы и средства на обучение

t	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$u_{11}$	$u_{12}$	$u_{21}$	$u_{22}$
0	0	1	1	0	0	2373,095	1626,905	0
1	0	1	1	0	0	2373,194	1626,806	0
2	0	1	1	0	0	2373,47	1626,53	0
3	0	1	1	0	0	2373,722	1626,278	3,32E-15
4	0	1	1	0	0	2250,117	1625,966	123,9176
5	0	1	1	0	0	2125,106	1625,697	249,1973
6	0	1	1	0	0	2000,009	1625,5	374,4906
7	0	1	1	0	0	1874,933	1625,405	499,6625
8	0	1	1	0	0	1749,914	1625,265	624,8201
9	0	1	1	0	0	1624,851	1625,148	750,0006
10	0	1	1	0	250,2363	1499,764	1499,999	750,0006
11	0	1	1	0	500,3712	1374,719	1374,909	750,0006
12	0	1	1	0	750,4528	1249,708	1249,839	750
13	0	1	1	0	1000,481	1124,734	1124,785	750
14	0	1	1	0	1250,403	999,7903	999,8064	750
15	0	1	1	0	1500,243	874,8785	874,8785	750

Из таблицы видно, что второй исполнитель был назначен на первую работу, так как здесь темп прироста его профессиональных навыков оказался выше. Выделенные средства распределяются, главным образом, на повышение квалификации в тех видах деятельности, на которые были назначены исполнители, но при этом предприятие способствует сохранению и прочих навыков, правда, распределяет на это меньшие суммы.

Этот и другие примеры показывают возможность применения построенной математической модели для разработки оптимальной стратегии переподготовки и повышения квалификации работающего персонала предприятия, а также для определения оптимальных назначений исполнителей по работам на рассматриваемом промежутке времени с учетом их профессиональных навыков и способностей к их улучшению.

Литература.

1. Цыпкин, Ю. А. Управление персоналом / Ю. А. Цыпкин – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2011. – 446 с.
2. Таха, Х. А. Введение в исследование операций, 7-е изд. / Х. А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 903 с.
3. Коган, Д. И. Динамическое программирование и дискретная многокритериальная оптимизация / Д. И. Коган. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 2004. – 150 с.
4. Серов, С. С. Динамическая задача размещения предприятий отрасли и численный метод ее решения. I / С. С. Серов, А. П. Уздемир // Автоматика и телемеханика. – 1976. – Вып. 4. – С. 120–127.

5. Kogan, K. Dynamic Generalized Assignment Problems with Stochastic Demands and Multiple Agent-Task Relationships / K. Kogan, E. Khmelnsky, T. Ibaraki // Journal of Global Optimization, 31, 2005, pp. 17-43.
6. Spivey, M. Z. The Dynamic Assignment Problem / M. Z. Spivey, W. B. Powell // TRANSPORTATION SCIENCE, 38, 4, 2004, pp. 399-419.
7. Ripon, K. S. N. Genetic Algorithm Using a Modified Backward Pass Heuristic for the Dynamic Facility Layout Problem / K. S. N. Ripon, K. Glette, D. Koch, M. Hovin, J. Torresen // PALADYN Journal of Behavioral Robotics, 2 (3), 2011, pp. 164-174.
8. Тихомирова, Д. А. Построение математической модели динамической задачи о назначениях с учетом профессиональных навыков исполнителей / Д. А. Тихомирова, В. В. Мешечкин // Образование, наука, инновации: вклад молодых исследователей – материалы XI (XLIII) Международной научно-практической конференции / Кемеровский государственный университет. – Кемерово: 2016. – Вып. 17. – С. 800-802.
9. Методика оценки уровня квалификации педагогических работников / под ред. В. Д. Шадрикова, И. В. Кузнецовой. – М.: Институт содержания образования государственного университета – Высшей школы экономики, 2010. – 174 с.
10. Данилов, Н. Н. Основы математической теории оптимальных процессов / Н. Н. Данилов, В. В. Мешечкин. – Кемерово: Кузбассвузиздат, 2004. – 219 с.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИОННОГО СИНТЕЗА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ПЛП-ПОИСКА

*И.Н. Статников, к.т.н., с.н.с., Г.И. Фирсов*

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва  
101990, Москва, Малый Харитоньевский пер., 4, тел. (495) 624-00-72*

*E-mail: [firsovgi@mail.ru](mailto:firsovgi@mail.ru)*

**Аннотация:** Даются рекомендации по выбору необходимого числа машинных экспериментов при решении конкретных задач исследования и оптимального проектирования методом ПЛП-поиска, позволяющего осуществлять глобальный квазиравномерный просмотр заданной области варьируемых параметров и применить формальные оценки из математической статистики.

**Abstract:** Recommendations about the choice of necessary number of machine experiments at the solution of specific objectives of a research and optimum design are made by method of the PLP-search allowing to carry out global quasi uniform viewing of the set area of the varied parameters and to apply formal estimates from mathematical statistics.

В методе ПЛП-поиска [1,2], созданном для решения задач оптимального проектирования механизмов и машин на предварительном этапе, важным является статистический анализ результатов, получаемых при моделировании на ЭВМ. Этот анализ целиком базируется на идеях дисперсионного анализа [3], и поэтому его эффективное применение зависит от выбора оценочной функции (критерия значимости) и объема  $N$  проводимых на ЭВМ машинных экспериментов. С помощью дисперсионного анализа осуществляют проверку различных статистических гипотез.

В частности, в ПЛП-поиске используется следующая нулевая гипотеза  $H_0$  если средние значения  $\tilde{\Phi}_i(\alpha_j)$  критерия качества проектируемой машины статистически не отличаются друг от друга и от общего среднего  $\tilde{\Phi}_0(\bar{\alpha})$  всей совокупности  $N$  экспериментов, то полагаем, что рассматриваемый исследуемый параметр  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, \dots, r$ ) не оказывает в среднем влияния на величину  $\Phi(\bar{\alpha})$ ; при этом  $i = 1, \dots, M_j$ , а  $M_j$  - количество уровней, на которые разбивается в ПЛП-поиске диапазон изменения  $\alpha_j$ .

Для количественной оценки справедливости выдвигаемой нулевой гипотезы (или ей альтернативной гипотезы  $H_1$ ) в математической статистике рассматриваются оценочные функции, в том или ином виде используемые при сопоставлении выборочных характеристик, в частности, составляющих дисперсии  $\sigma_0^2$  всей совокупности проделанных экспериментов (или их несмещенных оценок). Проверка справедливости статистических гипотез при использовании оценочных функций основывается на сравнении некоторого числового показателя, найденного по результатам экспериментов, с табличными значениями оценочных функций при некоторых значениях доверительных вероятностей  $p$ , что адекватно доверительному уровню значимости  $1 - p$ . Таблицы теоретических значений вероятно-