ОЦЕНИВАНИЕ ТОЧНОСТИ СИНТЕЗА САУ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В ОБЛАСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Тхан В.З., Берчук Д.Ю.
Национальный исследовательский Томский политехнический университет
dungvietthan@gmail.com

Введение

Синтез систем автоматического управления (САУ) объектами с запаздыванием имеет свои особенности, из которых главная - наличии трансцендентной составляющей $e^{-p\tau}$ в составе передаточной функции, что приводит к определенным трудностям синтеза регулятора и оценивания точности полученного решении.

Одним из эффективных способов построения САУ такого класса является использование предиктора Смита [3]. Однако он распространяется только на объекты со стационарными параметрами, в иных случаях ухудшается робастность САУ [3]. В таких случаях применяют классические регуляторы, проверяя свойства синтезированных САУ. Такой анализ осложняется тем, что невозможно получить наиболее необходимую для анализа функцию – точную переходную характеристику системы. В этих условиях приходится использовать либо приближенную переходную характеристику, либо частотное представление САУ. У каждого из этих вариантов есть свои ограничения. В первом случае – необходимость аппроксимации выражения $e^{-p\tau}$ дробно-рациональной дробью, второй вариант позволяет хорошо анализировать лишь частотные свойства САУ.

В работе предлагается третий путь оценивания свойств САУ с запаздыванием. Для этого привлекается характеристики мнимых частот и вещественный интерполяционный метод (ВИМ), базирующиеся на преобразовании Лапласа [1,4]. Метод использует в качестве математической модели изображение по Лапласу $F(p),\ p=\delta+j\omega$. В таком изображении можно выделить два частных случая: при $\delta=0$ получают частотную функцию $F(j\omega)$, при $\omega=0$ - вещественное изображение $F(\delta),\ \delta\in[C,\infty],\ C\geq 0$. Особенность последнего представления состоит в наличии вещественной переменной δ, что позволяет привлечь для действий над функциями $F(\delta)$ хорошо разработанные аналитические и численные методы, а при аппаратно-программной реализации – микропроцессорные средства.

Следуя [2], будем исходить из того, что задача синтеза регулятора решена и предстоит выполнить очередной этап – оценить близость двух систем - желаемой и синтезированной САУ по их передаточным функциям $W^з_ж(p)$ и $W^з_c(p)$. В общем случае такое сопоставление можно сделать непосредственно по передаточным функциям, например, в виде отклонения

$$\Delta W^з(p)=W^з_ж(p)-W^з_c(p). \quad (1)$$

К сожалению, воспользоваться этим выражением практически невозможно. Поэтому приходится переходить к одному из трех ранее выделенных вариантов. Два первых известны, поэтому обратимся к третьему.

С этой целью заменим в (1) комплексную переменную p на вещественную δ, используя рекомендации из [1] и получим $\Delta W^з(\delta)=W^з_ж(\delta)-W^з_c(\delta)$. Это соотношение оказывается более приемлемым для практических действий, в частности, все входящие в равенство функции имеют графическое представление, что делает его наглядным и более понятным.

Полученная функция $\Delta W^з(\delta)$ не является единственной формой для сравнения желаемой и синтезированной систем. Она вытекает из принятого способа формирования уравнения синтеза САУ на основе использования моделей замкнутых САУ. Между тем на практике более простым вариантом считается составление уравнения синтеза, которое использует передаточные функции разомкнутых систем. В этом случае закономерно сравнивать САУ в разомкнутом состоянии, что приводит функции $\Delta W^p(\delta)=W^p_ж(\delta)-W^p_c(\delta)$. Этот вариант также обладает высокой наглядностью, что важно для практического использования.

Для успешного и обоснованного применения функций $\Delta W^з(\delta)$ выясним их смысл. Для этого найдем связь $\Delta W^з(\delta)$ с динамическими характеристиками в области времени. Наиболее просто такую зависимость установить с оригиналом $\Delta k(t)$ функции $\Delta W^з(\delta)$. С этой целью введем обозначения импульсных переходных характеристик (ИПХ) желаемой и синтезированной систем: для желаемой и синтезированной систем: $k^з_ж(t)\doteq W^з_ж(\delta)$, $k^з_c(t)\doteq W^з_c(\delta)$. Теперь, используя эти обозначения, развернем соотношение (1):

$$\Delta W^з(\delta)=W^з_ж(\delta)-W^з_c(\delta)=$$
$$=\int_0^\infty k^з_ж(t)e^{-\delta t}dt)-\int_0^\infty k^з_c(t)e^{-\delta t}dt=\int_0^\infty \Delta k^з(t)e^{-\delta t}dt.$$

Входящая в это соотношение функция $\Delta k^з(t)$ представляет собой отклонение ИПХ синтезированной системы от желаемой: $\Delta k^з(t)=k^з_ж(t)-k^з_c(t)$. Для установления характера взаимосвязи изображения $\Delta W^з(\delta)$ и оригинала $\Delta k^з(t)$ рассмотрим несколько частных случаев.

Положим в последнем соотношении $\delta = 0$. В этом случае величина $\Delta W^з(\delta)\big|_{\delta=0} = \Delta W^з(0)$ определится равенством $\Delta W^з(0) = \int\limits_0^\infty \Delta k^з(t)dt$. Используя геометрический смысл величины $\Delta W^з(0)$ - площадь, ограниченная подынтегральной функцией $\Delta k^з(t)$ - можно заключить: наилучший результат достигается при $\Delta W^з(0) = 0$. В то же время не следует переоценивать роль и значение условия $\Delta W^з(0) = 0$. Дело в том, что интеграл может быть равен нулю или близок нему не только при малых значениях функции $\Delta k^з(t)$, но и в случае ее осциллирующего характера, когда площади под отрицательными и положительными участками функции $\Delta k^з(t)$ примерно равны. Поэтому равенство следует рассматривать как условие, необходимое для получения наибольшей точности.

Выделим еще одно условие, относящееся к предельным значениям функции $\Delta W^з(\delta)$. При $\delta \to \infty$ функция $\Delta W^з(\delta) = W^з_ж(\delta) - W^з_c(\delta)$ должна стремиться к нулю, исходя из требований точности. Можно показать, что это условие в большинстве случаев выполняется без принятия каких-либо дополнительных мер.

Наконец, в более общем случае, когда задается произвольное значение переменной δ_i, отличное от нуля и бесконечности, связь между величинами $\Delta W^з(\delta_i)$ и функцией $\Delta k^з(t)$ определится соотношением $\Delta W^з(\delta_i) = \int\limits_0^\infty \Delta k^з(t)\mathrm{e}^{-\delta_i t}\,dt$. Для выяснения его физического смысла обратимся к геометрическому толкованию: величина $\Delta W^з(\delta_i)$ равна площади, ограниченной функцией $\Delta k^з(t)\mathrm{e}^{-\delta_i t}$. При этом функцию $\mathrm{e}^{-\delta_i t}$ можно рассматривать как весовую. В этом случае можно дать определенные рекомендации по повышению точности решений задач синтеза. Кратко суть их сводится к возможности перераспределению погрешности на интервале переходного процесса между участками малых и больших значений времени, используя вес $\mathrm{e}^{-\delta_i t}$, а величину δ_i как инструмент.

Таким образом, предлагаемый подход к оцениванию точности решения задач синтеза САУ с запаздыванием обладает двумя особенностями: 1. он позволяет создавать системы с контролем точности в области вещественных изображений, которые отличаются малыми вычислительными затратами; 2. получаемые оценки и функции позволяют перераспределять погрешность синтеза на интервале приближения как в области времени, так и в области вещественных изображений.

Для пояснения подхода приведем результаты оценивания точности решения задачи, рассмотренной в работе [2]. Были получены желаемая передаточная функция

$$W^з_ж(p) = \frac{21p+1}{794p^2+42p+1}$$

и синтезированной системы

$$W^з_c(p) = \frac{6.7p+0.048}{584p^4+1172p^3+154p^2+(6.7\cdot e^{-3p}+1)p+0.048\cdot e^{-3p}}\cdot e^{-3p}$$

.

На рис. 1 приведен график функции $\Delta W^з(\delta) = W^з_ж(\delta) - W^з_c(\delta)$, который показывает погрешность решения.

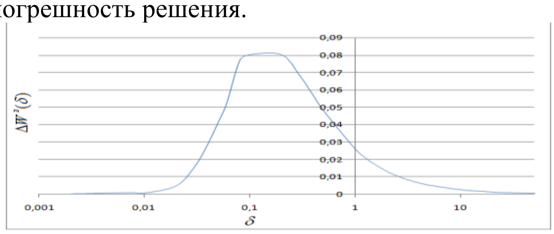

Рис. 1. График отклонения синтезированной передаточной функции $W^з_c(\delta)$ от желаемой $W^з_ж(\delta)$

По графику можно определить численную оценку близости систем, например, вида $\max\limits_{\delta} \Delta W^з(\delta) = \left|W^з_ж(\delta) - W^з_c(\delta)\right| = 0.080168$ или интегральную оценку. Такие оценки могут быть использованы для сопоставления нескольких систем с целью выбора из них лучшей.

Предложенный путь оценивания систем с запаздыванием может быть использован в обычных расчетах систем указанного класса. Но более важно другое применение, связанное с малым объемом вычислений. Оно открывает перспективы применения в области построения адаптивных САУ с запаздыванием, для которых важно снижение вычислительных затрат.

Список использованных источников

1. А.С. Алексеев, А.А. Антропов, В.И. Гончаров, С.В. Замятин, В.А. Рудницкий. Вещественный интерполяционный метод в задачах автоматического управления - Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. - 217с.

2. Тхан В.З., Берчук Д.Ю. Системы автоматического управления объектами с запаздыванием: робастность, быстродействие, синтез // Программные продукты и системы. 2017. Т. 30. № 1. С. 45–50.

3. Бажанов В.Л. Предиктор Смита в замкнутых системах управления с цифровыми регуляторами // Автоматизация в промышленности. 2009, №8.

4. Орурк И.А. Новые методы синтеза линейных и некоторых нелинейных динамических систем. М.-Л.: Наука, 1965. 207с.

5. Mincho Hadjiski. Ekaterina Ivanova. Robust tuning procedures of dead−time compensating controllers. IFAC Proceedings Volumes. Volume 37, Issue 19, October 2004, Pages 217-222.