МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С РЕГУЛЯТОРАМИ СОСТОЯНИЯ

Н. А. Иванова
Новосибирский государственный технический университет
natalya.ivanova95@list.ru

Введение

Основной задачей в построении системы автоматического управления является синтез систем. Вот почему необходимо уметь решать её и знать несколько подходов для её решения.

Использование модального метода синтеза предполагает получение решения в два этапа. На первом идёт расчёт желаемого уравнения, т.е. такое, при котором выполняются требования по качеству системы автоматического управления. На втором осуществляется собственно синтез регулятора.

Описание метода для статического метода

В работе будем использовать процедуру модального метода синтеза по состоянию, структурные схема статической системы представлена на рисунке 1, где приняты следующие обозначения: *v* – входное воздействие; *u* – управление; *x* - состояние; *y* – выход системы; *K* – матрица обратных связей, обеспечивающая распределение корней для заданной синтезируемой системы; *D* – матрица, обеспечивающая требуемые статические свойства.

В обратной связи используем вектор состояния при предположении, что он полностью измеряем.

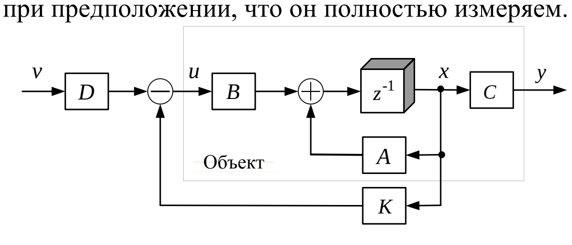

Рис.1. Схема исследуемой системы

В работе исследуем одноканальный объект второго порядка. По структурной схеме (рис.1) опишем исследуемую систему в виде системы уравнений [1], [2]:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ u(k) = -Kx(k) + Dv, \\ y(k) = Cx(k), \end{cases}$$

где *A, B, C* – матрицы дискретной модели объекта управления.

Характеристическое уравнение системы:

$$\det[zI - A + BK] = 0 \qquad (1)$$

Корни характеристического уравнения z_1, z_2 выбираем в соответствии с желаемыми динамическими свойствами системы.

Уравнение желаемого характеристического полинома имеет вид:

$$C(z) = (z - z_1)(z - z_n) \qquad (2)$$

Если приравняем уравнения (1) и (2), то сможем поучить искомые коэффициенты матрицы обратных связей К.

Уравнение статики синтезируемой системы, для получения матрицы D:

$$\begin{cases} x^0 = (A - BK)x^0 + BDv, \\ y^0 = Cx^0, \end{cases}.$$

Из предыдущей системы уравнений получим значение выхода объекта в статике [1]:

$$y^0 = \underbrace{C(I - A_*)^{-1}BD}_{I}v \,,$$

Поскольку в статике $y^0 = v$, то окончательное выражение для вычисления искомой матрицы *D* принимает вид [1]:

$$D = \left[C\left(I - A_*\right)^{-1} B \right]^{-1}.$$

Для одноканального объекта искомая матрица D является коэффициентом. В реальности крайне редко можно измерить полный вектор состояния объекта, поэтому используем оценку вектора состояния, полученную при помощи специальных динамических подсистем.

Описание метода для астатической системы

Модальным методом по состоянию возможно реализовать астатическую систему.

Воспользуемся свойством астатизма замкнутых систем, в прямом канале которых имеется интегратор, для того чтобы обеспечить желаемую статику при действии на объект возмущающих воздействий. На рисунке 2 представлена структурная схема астатической системы для объекта второго порядка.

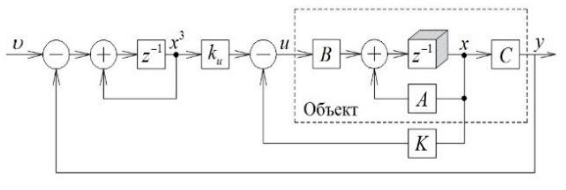

Рис 2. Структурная схема астатической системы

Матричная модель одноканального объекта – стандартная [1],[3]:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k); \\ y(k) = Cx(k). \end{cases}$$

Выполним процедуру синтеза на объекте второго порядка, представленном в «прямой» форме:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \qquad C = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 \end{pmatrix}.$$

Чтобы провести процедуру синтеза необходимо расширить модель объекта, добавив разностное уравнение интегратора в матричную модель объекта:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k); \\ x_3(k+1) = \upsilon(k) - y(k) + x_3; \\ u(k) = k_u x_3(k) - Kx(k); \\ y(k) = Cx(k). \end{cases}$$

Запишем расширенную систему уравнений замкнутой системы с объектом второго порядка:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k); \\ x_2(k+1) = (-a_0 - k_0)x_1(k) + (-a_1 - k_1)x_2(k) + k_u x_3(k); \\ x_3(k+1) = \upsilon(k) - b_0 x_1(k) - b_1 x_2(k) + x_3(k); \\ y(k) = b_0 x_1(k) + b_1 x_2(k). \end{cases}$$

Матрица правой части расширенной системы уравнений:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a_0 - k_0 & -a_1 - k_1 & k_u \\ -b_0 & -b_1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При помощи этой матрицы получаем полином третьей (астатическая система) или второго (статическая система) порядка, приравниваем к желаемому уравнению и получаем искомые нами коэффициенты. Расчетное соотношение:

$$\det(zI - \bar{A}) = C_{ж}(z);$$

$$C_{ж} = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3).$$

Нахождение коэффициентов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & b_1 \\ 0 & -1 & b_0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k_1 \\ k_0 \\ k_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_2 + 1 - a_1 \\ c_1 + a_1 - a_0 \\ c_0 + a_0 - 0 \end{pmatrix}.$$

Тестирование алгоритма поиска

На рис.3, рис.4 представлены переходные процессы для непрерывного объекта и дискретного объекта с регулятором соответственно, для астатической системы.

На рис.5, рис 6 представлены переходные процессы для непрерывного объекта и дискретного объекта с регулятором соответственно, для статической системы.

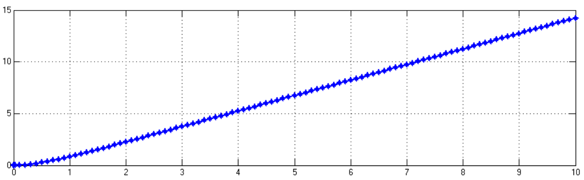

Рис.3. Переходной процесс непрерывного объекта (астатическая система)

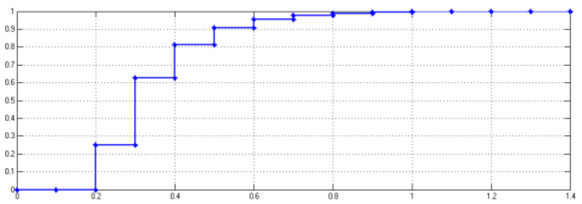

Рис.4. Переходной процесс дискретного объекта с регулятором (астатическая система)

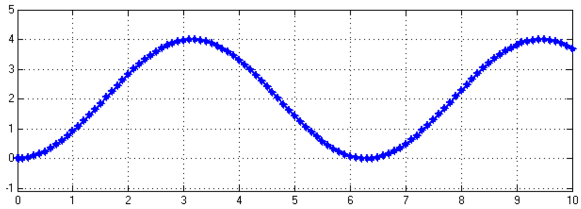

Рис.5. Переходной процесс непрерывного объекта (статическая система)

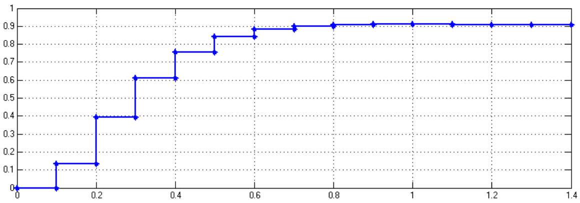

Рис.6. Переходной процесс дискретного объекта с регулятором (статическая система)

Заключение

В результате проведения моделирования можно сделать вывод о том, что модальный метод синтеза по состоянию является важным как в вопросе устойчивости систем, так и для дискретных систем в целом. Из полученных характеристик видно, что с помощью данного метода можно получить желаемый вид переходного процесса без перерегулирования, при правильном расчете коэффициентов, что свидетельствует о высокой точности расчета по данному методу. Теоретические материалы были составлены для второго порядка, так как данный порядок в трудах ранее не рассматривался.

Список использованных источников

1. Гаврилов Е.Б. Цифровые системы управления. Сборник задач для индивидуальных заданий: учеб. пособие / Е.Б. Гаврилов, Г.В. Саблина. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. – 44 с.
2. URL: http://rudocs.exdat.com (Дата обращения: 25.04.2017)
3. Востриков А.С. Основы теории непрерывных и дискретных систем регулирования. – 5-е изд., перераб. и доп.: учеб. пособие / А.С. Востриков, Г.А. Французова, Е.Б. Гаврилов. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2008. – 476 с.
4. Лазарева Т. Я. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. / Т.Я. Лазарева, Ю.Ф. Мартемьянов – Тамбов: Изд-во: Тамб. гос. техн. ун-т, 2004. – 352 с.