

УДК 620.17

ОЦЕНКА СДВИГАЮЩИХ УСИЛИЙ ЭЛЕМЕНТОВ МНОГОЖИЛЬНОГО КАБЕЛЯ ПРИ ДЕФОРМАЦИЯХ ИЗГИБА

Г.М. Исмаилов, М.С. Павлов*, А.Е. Тюрин**

Томский государственный педагогический университет

*Томский политехнический университет

**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

E-mail: gmismailov@rambler.ru

Рассмотрены вопросы оценки силового взаимодействия элементов кабельных конструкций при деформациях изгиба. Получены выражения для оценки величины сдвигающих усилий в многожильных кабелях, возникающих при намотке, на основе представления многожильного кабеля как составного стержня с абсолютно жесткими поперечными связями.

Ключевые слова:

Кабель, сдвиги, сдвигающие усилия, токопроводящая жила, четырехслойный составной стержень, упругий.

Key words:

A cable, displacements, shifting efforts, current thread, a four-layer compound beam, elastic.

При работе передвижных машин и механизмов гибкие кабели, предназначенные для соединения с источниками питания, эксплуатируются в тяжелых условиях, подвергаясь значительным циклическим нагрузкам. Практика эксплуатации показывает, что самой распространенной деформацией является циклический изгиб и его сочетание с другими видами деформации, приводящие к разрушению проволок в токопроводящей жиле (ТПЖ), истиранию изоляционных и шланговых покрытий, что влечет за собой электрический пробой изоляции. Повышение работоспособности кабелей при механических деформациях с обеспечением необходимых прочностных характеристик элементов конструкции является одним из главных направлений разработки кабельных изделий.

В работе [1] экспериментальным путем определены усилия взаимодействия между элементами при выдергивании элементов из кабеля аналогично опыту Келли. Известен также способ определения силы трения и коэффициента трения [2], позволяющий определить усилия трения между элементами конструкции кабеля. Эти способы требуют проведения дополнительного эксперимента с готовыми изделиями и производятся без деформации, например изгиба кабеля. При проведении эксперимента трудно установить связь геометрических параметров со сдвигающими усилиями. Задача определения сдвигающих усилий до сих пор не решена теоретически.

Целью данной работы является определение сдвигающих усилий в многожильных кабелях при деформациях изгиба с учетом геометрических и механических характеристик материалов кабеля.

Заводом-изготовителем даются эксплуатационные характеристики, при соблюдении которых может быть обеспечена работоспособность кабеля в течение срока службы. Для гибких кабелей одним из таких параметров является минимальный радиус изгиба при монтаже и эксплуатации. Поэтому рассмотрим случай из практики намотки кабеля на барабан определенного радиуса.

Решение задач определения сдвигающих усилий для элементов кабеля возможно, если кабель представлен как составной стержень с абсолютно жесткими поперечными связями с использованием уравнений сдвигающих усилий из общей теории составных стержней [3]. Для упрощения задачи введем следующие допущения: медные проволоки жилы считаем сплошными медными стержнями; токопроводящие жилы расположены параллельно друг другу (без скрутки). Модельно мы рассматриваем систему как многослойную пластину в условиях плоской деформации. Переход к осесимметричной задаче осуществляется с помощью преобразования $G(1/x)$ [4].

При намотке на барабан радиуса R на кабель действует изгибающий момент M^0 , определяемый из соотношения [5]:

$$M^0 = \frac{EJ_x}{R},$$

где E — приведенный модуль упругости кабеля; J_x — момент инерции сечения кабеля.

Определим сдвигающие усилия между элементами в трех- и четырехжильных кабелях (рис. 1).

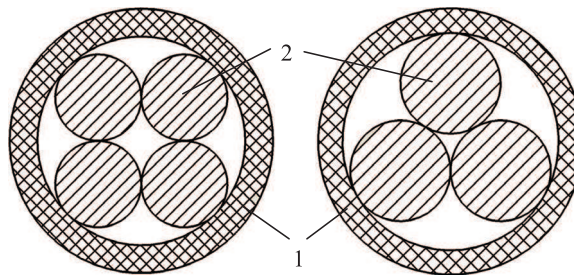


Рис. 1. Сечения трех- и четырехжильного кабелей: 1) внешняя изоляция; 2) токопроводящие жилы с внутренней изоляцией

Каждый из этих кабелей может быть представлен как четырехслойный составной стержень (рис. 2). Предполагается, что токопроводящая жи-

ла и окружающая ее внутренняя изоляция работают как единое целое, а вклад внутренней изоляции в жесткость жилы несуществен.

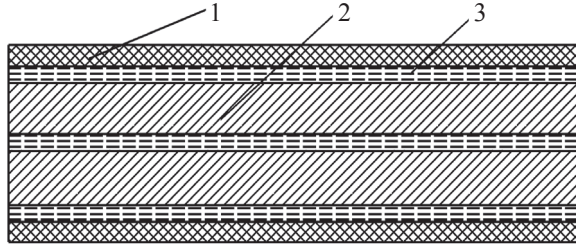


Рис. 2. Составной четырехслойный стержень: 1) стержень, изгибная жесткость которого равна жесткости полуцилиндра внешней изоляции; 2) стержень, изгибная жесткость которого равна жесткости пакета токопроводящих жил; 3) продольные связи соединения слоев

Введем следующие обозначения: r_n – внешний радиус сечения кабеля, r_t – радиус токоведущей жилы; F_n, J_n – площадь поперечного сечения и осевой момент инерции полуцилиндра внешней изоляции соответственно; F_t, J_t – площадь поперечного сечения и момент инерции токоведущей жилы; E_n, E_t – модули упругости материалов внешней изоляции и токоведущей жилы соответственно.

Сдвигающие усилия в эквивалентном четырехслойном стержне можно определить из системы дифференциальных уравнений [3]:

$$\begin{cases} \left(\frac{T_1'}{\xi_1} \right)' - \Delta_{11}T_1 - \Delta_{12}T_2 - \Delta_{13}T_3 = \Delta_{10}; \\ \left(\frac{T_2'}{\xi_2} \right)' - \Delta_{21}T_1 - \Delta_{22}T_2 - \Delta_{23}T_3 = \Delta_{20}; \\ \left(\frac{T_3'}{\xi_3} \right)' - \Delta_{31}T_1 - \Delta_{32}T_2 - \Delta_{33}T_3 = \Delta_{30}, \end{cases} \quad (1)$$

где ξ_i – коэффициент сдвиговой жесткости i -го шва; T_i – суммарное сдвигающее усилие в i -м шве, накапливаемое по длине стержня от его начала до

рассматриваемого сечения; $T_i = \int_0^x \tau_i dx$, где τ_i –

сдвигающее усилие, приходящееся на единицу длины i -го шва; x – координата рассматриваемого сечения.

Коэффициенты Δ_{ij} определяются следующим образом:

$$\Delta_{10} = \frac{M^0 c_1}{\sum EJ} = \frac{1}{R} c_1, \quad \Delta_{20} = \frac{1}{R} c_2, \quad \Delta_{30} = \frac{1}{R} c_3,$$

$$\Delta_{11} = \frac{1}{E_2 F_2} + \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{c_1^2}{\sum EJ},$$

$$\Delta_{22} = \frac{1}{E_3 F_3} + \frac{1}{E_2 F_2} + \frac{c_2^2}{\sum EJ},$$

$$\Delta_{33} = \frac{1}{E_4 F_4} + \frac{1}{E_3 F_3} + \frac{c_3^2}{\sum EJ},$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = -\frac{1}{E_2 F_2} + \frac{c_1 c_2}{\sum EJ},$$

$$\Delta_{23} = \Delta_{32} = -\frac{1}{E_3 F_3} + \frac{c_2 c_3}{\sum EJ},$$

$$\Delta_{13} = \Delta_{31} = \frac{c_1 c_3}{\sum EJ},$$

где c_i – расстояние между центрами тяжести элементов составного стержня, соединенных i -м швом.

Учитывая, что $E_1 F_1 = E_4 F_4 = E_n F_n$, и жесткости на растяжение токопроводящих жил одинаковы и равны $E_t F_t$, для трехжильного и четырехжильного (учитывая, что $c_1 = c_3$) кабелей, получаем формулу для определения коэффициентов Δ_{ij} и расстояния c_i (табл. 1, 2).

Площади поперечного сечения элементов составного стержня:

$$F_n = \frac{\pi}{2} (r_n^2 - r_c^2);$$

$$F_t = \pi r_t^2.$$

Моменты инерции полуцилиндра внешней изоляции трехжильного кабеля:

$$J_n = 0,11 \left[r_n^4 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right) r_t^4 \right] - 0,238 r_n^2 r_t^2 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right) \frac{r_n - r_t \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right)}{r_n + r_t \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right)}.$$

Моменты инерции полуцилиндра внешней изоляции четырехжильного кабеля:

$$J_n = 0,11 (r_n^4 - (\sqrt{2} + 1)^4 r_t^4) - 0,238 r_n^2 (\sqrt{2} + 1)^2 r_t^2 \frac{r_n - (\sqrt{2} + 1) r_t}{r_n + (\sqrt{2} + 1) r_t}.$$

Момент инерции токоведущей жилы:

$$J_t = \frac{\pi}{4} r_t^4.$$

Суммарная изгибная жесткость трехжильного кабеля:

$$\sum EJ = 2E_n J_n + 3E_t J_t.$$

Суммарная изгибная жесткость четырехжильного кабеля, соответственно,

$$\sum EJ = 2E_n J_n + 4E_t J_t.$$

Система уравнений равновесия (1) может быть приближенно сведена к одному уравнению, основываясь на принципе минимума потенциальной

энергии внутренних сил. Условие минимума потенциальной энергии имеет вид:

$$T'' - \lambda_0^2 T = \Delta_0, \quad (2)$$

где T – некоторое усилие, не зависящее от номера шва, такое, что

$$T_i = \alpha_i T, \quad (i = 1, \dots, n);$$

$$\lambda_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta_{ij} \alpha_i \alpha_j}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 / \xi_i}; \quad \Delta_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{i0} \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 / \xi_i},$$

здесь n – число швов составного стержня (в рассматриваемом случае $n=3$).

Таблица 1. Формулы для определения коэффициентов Δ_{ij}

Коэффициенты	Для трехжильного кабеля	Для четырехжильного кабеля
Δ_{10}	$\frac{M^0 c_1}{\sum EJ} = \frac{1}{R} c_1$	$\frac{M^0 c_1}{\sum EJ} = \frac{1}{R} c_1$
Δ_{20}	$\frac{1}{R} c_2$	$\frac{1}{R} c_2$
Δ_{30}	$\frac{1}{R} c_3$	$\frac{M^0 c_1}{\sum EJ} = \frac{1}{R} c_1$
Δ_{11}	$\frac{1}{E_i F_i} + \frac{1}{E_n F_n} + \frac{c_1^2}{\sum EJ}$	$\frac{2}{E_i F_i} + \frac{1}{E_n F_n} + \frac{c_1^2}{\sum EJ}$
Δ_{22}	$\frac{3}{E_i F_i} + \frac{c_2^2}{\sum EJ}$	$\frac{4}{E_i F_i} + \frac{c_2^2}{\sum EJ}$
Δ_{33}	$\frac{1}{E_n F_n} + \frac{2}{E_i F_i} + \frac{c_3^2}{\sum EJ}$	$\frac{2}{E_i F_i} + \frac{1}{E_n F_n} + \frac{c_1^2}{\sum EJ}$
$\Delta_{12} = \Delta_{21}$	$-\frac{1}{E_i F_i} + \frac{c_1 c_2}{\sum EJ}$	$-\frac{1}{E_i F_i} + \frac{c_1 c_2}{\sum EJ}$
$\Delta_{23} = \Delta_{32}$	$-\frac{2}{E_i F_i} + \frac{c_2 c_3}{\sum EJ}$	$-\frac{1}{E_i F_i} + \frac{c_1 c_2}{\sum EJ}$
$\Delta_{13} = \Delta_{31}$	$\frac{c_1 c_3}{\sum EJ}$	$\frac{c_1^2}{\sum EJ}$

Таблица 2. Расстояния между центрами тяжести составного стержня

Расстояние c_i	Для трехжильного кабеля	Для четырехжильного кабеля
C_1	$\frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_n^3 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1\right) r_t^3}{R_n^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1\right) r_t^2} - \frac{2r_t}{\sqrt{3}}$	$\frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_n^3 - (\sqrt{2} + 1) r_t^3}{R_n^2 - (\sqrt{2} + 1) r_t^2} - r$
C_2	$r_t \sqrt{3}$	$2r_t$
C_3	$\frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_n^3 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1\right) r_t^3}{R_n^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1\right) r_t^2} - \frac{r_t}{\sqrt{3}}$	$\frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_n^3 - (\sqrt{2} + 1) r_t^3}{R_n^2 - (\sqrt{2} + 1) r_t^2} - r$

Целесообразно положить $\alpha_i \approx c_i$, так как сдвиговая жесткость швов ξ_i , определяемая площадью контакта жил и внешней изоляции, невелика. Решение уравнения (2) есть

$$T = A \operatorname{sh} \lambda_0 x + B \operatorname{ch} \lambda_0 x + \frac{1}{\lambda} \int_0^x \Delta_0 \operatorname{sh} \lambda_0 (x-t) dt =$$

$$= A \operatorname{sh} \lambda_0 x + B \operatorname{ch} \lambda_0 x + \frac{1}{\lambda} \Delta_0 (\operatorname{ch} \lambda_0 x - 1),$$

тогда

$$T' = A \lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 x + B \lambda_0 \operatorname{sh} \lambda_0 x + \Delta_0 \operatorname{sh} \lambda_0 x.$$

Постоянные коэффициенты A, B определяются из граничных условий:

$$x = 0; \quad T' = 0; \Rightarrow \quad A = 0;$$

$$x = l; \quad T = 0; \Rightarrow \quad B = \frac{\Delta_0 (1 - \operatorname{ch} \lambda_0 l)}{\lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 l}.$$

Окончательно

$$T = \frac{\Delta_0 (1 - \operatorname{ch} \lambda_0 l)}{\lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 l} \operatorname{ch} \lambda_0 x + \frac{1}{\lambda} \Delta_0 (\operatorname{ch} \lambda_0 x - 1).$$

Окончательно усилия T_i определим как

$$T_1 = c_1 \left(\frac{\Delta_0 (1 - \operatorname{ch} \lambda_0 l)}{\lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 l} \operatorname{ch} \lambda_0 x + \frac{1}{\lambda} \Delta_0 (\operatorname{ch} \lambda_0 x - 1) \right);$$

$$T_2 = c_2 \left(\frac{\Delta_0 (1 - \operatorname{ch} \lambda_0 l)}{\lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 l} \operatorname{ch} \lambda_0 x + \frac{1}{\lambda} \Delta_0 (\operatorname{ch} \lambda_0 x - 1) \right);$$

$$T_3 = c_3 \left(\frac{\Delta_0 (1 - \operatorname{ch} \lambda_0 l)}{\lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 l} \operatorname{ch} \lambda_0 x + \frac{1}{\lambda} \Delta_0 (\operatorname{ch} \lambda_0 x - 1) \right).$$

Определяемые сдвиговые усилия есть сила трения между элементами кабеля. Механизм циклического износа слоев изоляции может быть реализован, если рассмотренный выше механизм циклического поперечного изгиба кабеля протекает с малой интенсивностью, а ТПЖ испытывают свободные циклические сдвиги, взаимодействуя между собой по поверхностям контакта усилиями трения скольжения, то есть уровень относительных сдвигов жил превышает уровень упругих сдвигов. Так как закон распределения сдвигов по поверхностям контакта на длине зоны деформации имеет зону экстремальных сдвигов, то механизм циклического износа слоя изоляции локализуется именно в этой зоне [6].

Результатом циклического износа является отказ по типу междужильного замыкания вследствие полного износа двойного слоя изоляции соседних ТПЖ. Определяющими работоспособность параметрами цикла являются амплитуда сдвигов и касательных напряжений по поверхности контакта, в свою очередь зависящая от фрикционных свойств материалов слоев изоляции, и усилия нормального взаимодействия.

Предложенное решение является упрощенным. Поэтому результаты вычислений по данным формулам следует считать оценочными, подлежащими уточнению, например численными методами.

На основании полученных формул можно отметить, что сдвиговые усилия в кабелях зависят от материала элементов, геометрических параметров, радиуса изгиба и длины зоны деформации кабеля. Полученные данные расчетов позволяют оце-

нить сдвиговые усилия (касательные напряжения) по поверхности контакта элементов кабеля. Оценка надежности изоляции и механической прочности производится сравнением действительных значений напряжений для контактирующих элементов с допускаемыми значениями для материалов кабеля. Это является предпосылкой прогнозирования работоспособности и обеспечения механической прочности с учетом контактного взаимодействия элементов конструкции кабеля. Достоинством предложенных решений является простота, а также возможность их применения на более сложные виды конструкции кабеля.

Заключение

Получены выражения для оценки величины сдвигающих усилий в трехжильном и четырехжильном кабелях, возникающих при намотке, на основе представления многожильного кабеля как составного стержня с абсолютно жесткими поперечными связями. Приближенное решение получено путем замены системы дифференциальных уравнений для многослойного стержня одним уравнением минимума потенциальной энергии. Полученное решение не распространяется на области, близкие к концам кабеля, равным пяти диаметрам стержня.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исмаилов Г.М., Мусалимов В.М., Шиянов В.Д., Лутовинов С.В. Оценка силового взаимодействия элементов конструкции кабеля при изгибе // Известия Томского политехнического университета. — 2011. — № 2. — Т. 318. — С. 44–48.
2. Способ определения силы трения и коэффициента трения: пат. Рос. Федерации № 2408869, № 2009139603/28; заявл. 26.10.2009; опубл. 10.01.2011, Бюл. № 1. — 8 с.
3. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластины. — М.: Стройиздат, 1986. — 316 с.
4. Мусалимов В.М., Соханев Б.В., Мокряк С.Я. Элементы механики кабельных конструкций. — Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1981. — 120 с.
5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. — 592 с.
6. Соханев Б.В., Исмаилов Г.М., Мусалимов В.М. Оценка сдвигов элементов конструкции гибкого кабеля // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. — 2007. — № 6. — С. 26–29.

Поступила 11.07.2012 г.

УДК 530.1:519.2:681.5

УСТОЙЧИВОСТЬ ЭНТРОПИЙНОЙ ОЦЕНКИ ЖИВУЧЕСТИ СИСТЕМ

В.С. Деева, С.А. Романишина*, С.М. Слободян

Томский политехнический университет

*Житомирский национальный агроэкологический университет, Украина

E-mail: sms_46@ngs.ru

Установлена связь оценки изменения надёжности отдельных элементов и самой системы или устройства с энтропией как мерой оценки неопределённости состояния систем, вызванного рядом случайных эксплуатационных нарушений их функционирования в процессе практического применения. В предположении справедливости показательного (экспоненциального) закона распределения вероятности времени безотказной работы системы найдено, что диапазон количественных значений энтропийной оценки для различных типов элементов, узлов, устройств лежит в определённом диапазоне интервала изменений уровня энтропийного показателя, подобного хаотическому показателю Херста.

Ключевые слова:

Энтропия, оценка, живучесть, хаос, показатель Херста, система.

Key words:

Entropy, estimation, vitality, chaos, Hurst coefficient, system.

Введение

В настоящее время в практике большинства отраслей экономик многих стран, физический эксперимент и производство не являются исключением, наблюдаются две сильные тенденции. Первая — постоянный рост цен на энергоносители. Вторая — постоянный рост энерговооружённости любого технического, в том числе и экспериментального, оборудования и т. п., усиление степени комплексирования элементов автоматизации, компьютериза-

ции и специализации по направлениям практического применения. Обе тенденции существуют на фоне возрастающих требований к повышению экономичности технологических процессов, применения энергосберегающих технологий и производств, усиления мер по снижению энергетических потерь.

Первая тенденция, обусловленная ростом расходов на энергоносители, приводит к необходимости исключения даже малозначимых сбояв и ава-