

УДК 621.313.12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕЛЬСОТРОНОВ. Ч. 2. РАСЧЕТ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОМ ТОКЕ

Г.В. Носов

Томский политехнический университет

E-mail: nosov@nosov.tpu.ru

Получены формулы для расчета параметров рельсотронов при синусоидальном токе и неравномерной плотности тока. Определены такие параметры, как средняя магнитная индукция в пространстве между шинами рельсотрона, индуктивность, сопротивление, максимальная температура поверхности шин при их адиабатном нагреве, а также механическое напряжение в шинах. Фактором, определяющим возможности рельсотронов для ускорения тел, является существенное повышение температуры поверхности шин, что может привести к их расплавлению и однократному использованию рельсотрона. Достоверность полученных формул подтверждается удовлетворительным совпадением с результатами компьютерного моделирования при определении индуктивности и сопротивления рельсотронов.

Ключевые слова:

Рельсотрон, шина, параметр, синусоидальный ток, неравномерная плотность тока, индукция, индуктивность, механическая сила, механическое напряжение, адиабатный нагрев шин, сопротивление.

Key words:

Railgun, tire, parameter, harmonic current, non-uniform current density, induction, inductance, mechanical force, mechanical tension, adiabatic heating of tires, resistance.

Рассмотрим установившийся режим с синусоидальным током

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

имеющим действующее (среднеквадратичное) значение I и угловую частоту $\omega = 2\pi f$. В этом режиме будут наблюдаться поверхностный эффект и эффект близости [1], приводящие к неравномерной плотности тока при средней действующей плотности тока δ_0 [2].

Для расчета действующих значений магнитной индукции, подобно [2], воспользуемся законом полного тока и принципом наложения [3]:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{b + c + 2a}; \quad (2)$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2(b + c + 2a)} + \frac{\mu_0 I}{4(b + c)} + \frac{\mu_0 I}{4(b + c + 1,75a)}; \quad (3)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I - B_1 c}{2b + c}; \quad (4)$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I - B_0(c + a)}{2b + c + 3a}. \quad (5)$$

При $x > 0$ и $-0,5c < y < 0,5c$ [2] учтем приближенно проекцию вектора магнитной индукции на ось y следующим образом:

а) $0 < x < 0,5a$

$$B_y(x) = B_{y1}(x) = B_1; \quad (6)$$

б) $0,5a < x < 0,5a + b$

$$B_y(x) = B_{y2}(x) = C_1 \exp\left(-\frac{x - 0,5a}{\Delta_1}\right) - C_2 \exp\left(\frac{x - 0,5a - b}{\Delta_1}\right); \quad (7)$$

в) $x > 0,5a + b$

$$B_y(x) = B_{y3}(x) = -B_2 \exp[-\alpha(x - 0,5a - b)], \quad (8)$$

причем из уравнений на поверхности шины 1 [2]

$$B_{y2}(0,5a) = B_1; \quad B_{y2}(0,5a + b) = -B_2;$$

$$2c\Delta_1 = (2b + 2c)\Delta_0$$

определяем постоянные величины

$$C_1 = \frac{1 + \beta \exp(-b/\Delta_1)}{1 - \exp(-2b/\Delta_1)} B_1; \quad C_2 = \frac{\beta + \exp(-b/\Delta_1)}{1 - \exp(-2b/\Delta_1)} B_1;$$

$$\Delta_1 = \left(1 + \frac{b}{c}\right) \Delta_0 \quad (9)$$

при расчетных коэффициентах α , β из [2] и эквивалентной глубине проникновения электромагнитного поля в проводящее полупространство с постоянной удельной проводимостью γ [3]:

$$\Delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}. \quad (10)$$

На рис. 1 приведены характерные графики распределения проекции вектора магнитной индукции на ось y , рассчитанные по (6–10).

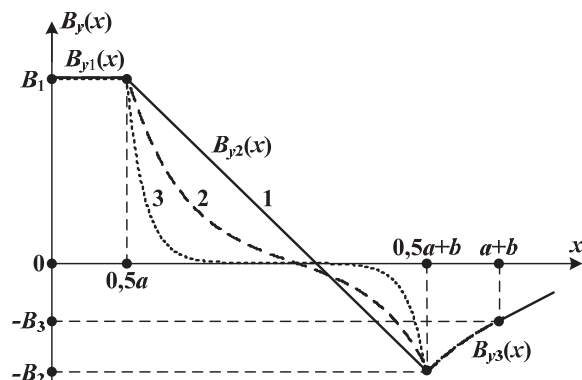


Рис. 1. Распределение проекции вектора магнитной индукции на ось y при частотах f : 1) $f=f_1 \rightarrow 0$; 2) $f=f_2 > f_1$; 3) $f=f_3 > f_2$

С учетом (6, 7) найдем потокосцепление рельсотрона ($\Phi_6/\text{м}$):

$$\psi = \psi_1 + 2\psi_2 = aB_1 + 2 \int_{0,5a}^{0,5a+b} \left\{ \left[\frac{b-(x-0,5a)}{b} \right] B_{y2}(x) \right\} dx = L_0 I, \quad (11)$$

тогда на основании (3, 7, 9, 11) индуктивность рельсотрона составит (Гн/м):

$$L_0 = \frac{\mu_0 \lambda (1 + 2,3125\lambda + 0,875\lambda^2)}{(1 + 2\lambda)(1 + 1,75\lambda)} \times \left\{ 1 + \frac{2\xi}{(b/\Delta_1)} \times \left[\frac{1 + 2\beta \exp(-b/\Delta_1) + \exp(-2b/\Delta_1)}{1 - \exp(-2b/\Delta_1)} \right] - \frac{1 + \beta}{(b/\Delta_1)} \right\}, \quad (12)$$

где $\lambda = a/(b+c)$, $\xi = b/a$.

Далее, учитывая составляющую индукции на интервале $0,5a < x < 0,5a+b$

$$B_{y2}(x) = C_3 \exp\left(-\frac{x-0,5a}{\Delta_2}\right) - C_4 \exp\left(\frac{x-0,5a-b}{\Delta_2}\right), \quad (13)$$

запишем соотношение для действующей плотности тока в шине 1 [2, 3]:

$$\delta(x) = \frac{K_\delta}{\mu_0} \left| \frac{dB_{y2}(x)}{dx} \right| = \frac{K_\delta C_3}{\mu_0 \Delta_2} \exp\left(-\frac{x-0,5a}{\Delta_2}\right) + \frac{K_\delta C_4}{\mu_0 \Delta_2} \exp\left(\frac{x-0,5a-b}{\Delta_2}\right), \quad (14)$$

где из уравнений для (13)

$$B_{y2}(0,5a) = B_1; \quad B_{y2}(0,5a+b) = -B_2; \\ (2b+2c)\Delta_2 = 2b\Delta_0$$

имеем

$$C_3 = \frac{1 + \beta \exp(-b/\Delta_2)}{1 - \exp(-2b/\Delta_2)} B_1; \\ C_4 = \frac{\beta + \exp(-b/\Delta_2)}{1 - \exp(-2b/\Delta_2)} B_1; \quad \Delta_2 \approx \frac{1,08b}{b+c} \Delta_0. \quad (15)$$

Поправочный коэффициент K_δ найдем с учетом (14, 15) из уравнения для средней действующей плотности тока:

$$\delta_0 = \frac{I}{bc} = \frac{1}{b} \int_{0,5a}^{0,5a+b} \delta(x) dx = \frac{(1+\beta)K_\delta B_1}{\mu_0 b}, \quad (16)$$

тогда

$$K_\delta = \frac{\mu_0 b \delta_0}{(1+\beta)B_1}. \quad (17)$$

В результате на основании (15–17) максимальные значения действующей плотности тока (14) будут равны:

$$\delta_{m1} = \delta(0,5a) = \frac{\delta_0(b/\Delta_2)}{(1+\beta)} \times \left[\frac{1 + 2\beta \exp(-b/\Delta_2) + \exp(-2b/\Delta_2)}{1 - \exp(-2b/\Delta_2)} \right]; \quad (18)$$

$$\delta_{m2} = \delta(0,5a+b) = \frac{\delta_0(b/\Delta_2)}{(1+\beta)} \times \left[\frac{\beta + 2\exp(-b/\Delta_2) + \beta \exp(-2b/\Delta_2)}{1 - \exp(-2b/\Delta_2)} \right]. \quad (19)$$

На рис. 2 приведен характерный график распределения по шине 1 действующей плотности тока (14).

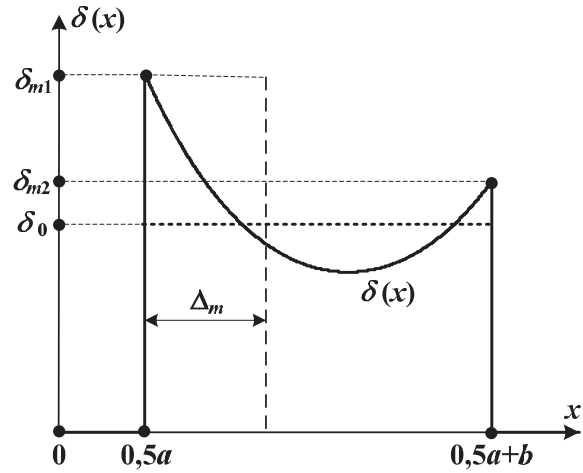


Рис. 2. Характерное распределение по шине 1 действующей плотности тока: δ_{m1} , δ_{m2} – максимальные значения; δ_0 – среднее значение; Δ_m – толщина слоя с максимальной плотностью тока δ_{m1}

На основании (14), подобно диффузии синусоидального электромагнитного поля в проводящее полупространство [4], запишем мгновенное значение плотности тока

$$\delta(x,t) = \frac{\sqrt{2}K_\delta C_3}{\mu_0 \Delta_2} \exp\left(-\frac{x-0,5a}{\Delta_2}\right) \times \cos\left(\omega t - \frac{x-0,5a}{\Delta_2}\right) + \frac{\sqrt{2}K_\delta C_4}{\mu_0 \Delta_2} \exp\left(\frac{x-0,5a-b}{\Delta_2}\right) \times \cos\left(\omega t + \frac{x-0,5a-b}{\Delta_2}\right); \quad (20)$$

тогда в шинах рельсотрона с постоянной удельной проводимостью γ мощность тепловых потерь [3, 4] составит (Вт/м):

$$P_0 = \frac{2c}{\gamma} \int_{0,5a}^{0,5a+b} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \delta(x,t)^2 dt \right] dx, \quad (21)$$

где $T=2\pi/\omega$ – период тока (1).

В результате с учетом (20, 21) можно найти сопротивление рельсотрона (Ом/м):

$$R_0 = \frac{P_0}{I^2}. \quad (22)$$

При сильном поверхностном эффекте, когда $\Delta_0 \ll b$, $\Delta_0 \ll c$ и формулы (20–22) дают заметную погрешность, сопротивление рельсотрона можно рассчитать по приближенному соотношению:

$$R_0 \approx \frac{1}{\gamma(b+c)K_\Delta(f, \gamma, b/c)\Delta_0}, \quad (23)$$

где $K_\Delta(f, \gamma, b/c) \approx 0,5 \dots 1,3$ – поправочный коэффициент при $f = 500 \dots 5000$ Гц; $\gamma = 12,5 \cdot 10^6$ 1/Ом·м; $b/c = 0,66 \dots 1,64$.

Из уравнения

$$\delta_{m1}\Delta_m c = \delta_0 b c = I$$

с учетом (16, 18) найдем толщину слоя Δ_m (рис. 2) с максимальной действующей плотностью тока δ_{m1}

$$\Delta_m = \frac{\delta_0}{\delta_{m1}} b = \Delta_2 (1 + \beta) \times \left[\frac{1 - \exp(-b/\Delta_2)}{1 + 2\beta \exp(-b/\Delta_2) + \exp(-2b/\Delta_2)} \right] \quad (24)$$

и максимальным повышением температуры ($^{\circ}\text{C}$)

$$\vartheta_m = \frac{\exp\left(\frac{\alpha_R \delta_{m1}^2 \tau}{\gamma_0 C_0 \rho_0}\right) - 1}{\alpha_R} \quad (25)$$

при адиабатном нагреве [2] за один радиоимпульс тока: длительность τ , действующее значение I , угловая частота гармонического заполнения ω .

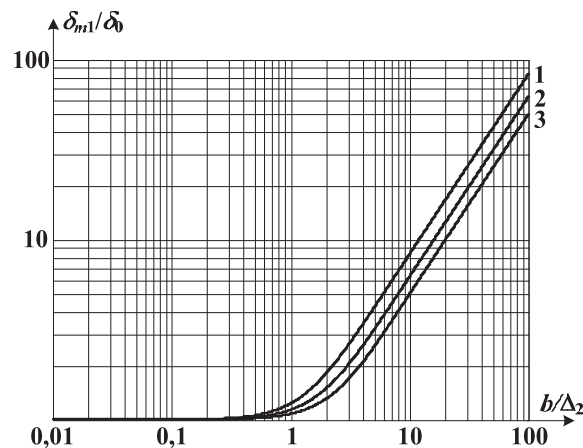


Рис. 3. Графики зависимости относительной максимальной плотности тока δ_{m1}/δ_0 от относительной ширины шины b/Δ_2 при параметре: 1 – $\beta=0,2$; 2 – $\beta=0,6$; 3 – $\beta=1$

На рис. 3 приведены полученные по формуле (18) графики зависимости относительной максимальной плотности тока δ_{m1}/δ_0 от относительной ширины шины b/Δ_2 при разных параметрах β . В свою очередь на рис. 4 указаны рассчитанные по формуле (24) графики зависимости относительной толщины слоя Δ_m/Δ_2 с максимальной плотностью

тока δ_{m1} от относительной ширины шины b/Δ_2 при различных параметрах β . На рис. 5 для шин из бериллиевой бронзы [2] приведены графики зависимости длительности радиоимпульса τ от максимальной плотности тока δ_{m1} при максимальном повышении температуры ϑ_m (25) слоя толщиной Δ_m .

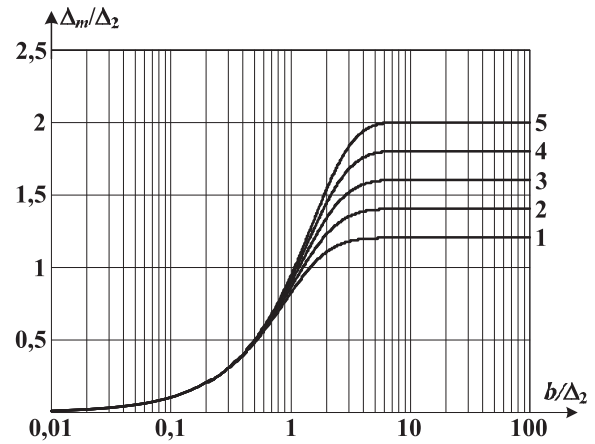


Рис. 4. Графики зависимости относительной толщины слоя Δ_m/Δ_2 с максимальной плотностью тока δ_{m1} от относительной ширины шины b/Δ_2 при параметре: 1 – $\beta=0,2$; 2 – $\beta=0,4$; 3 – $\beta=0,6$; 4 – $\beta=0,8$; 5 – $\beta=1$

Ускоряющую тело механическую силу F можно найти приближенно как в [2] при воздействии радиоимпульса тока с действующим значением I и длительностью τ .

Действующее значение механической силы давления магнитного поля на одну из шин, например, шину 1 [2], направленную вдоль оси x , рассчитаем следующим образом [3, 4]

$$F_x(x) = c \int_{0,5a}^x [\delta(x) B_{y2}(x)] dx,$$

причем при сильном поверхностном эффекте максимум этой силы составит (Н/м)

$$F_{x\max} \approx \frac{B_1 \delta_0 b c}{2}. \quad (26)$$

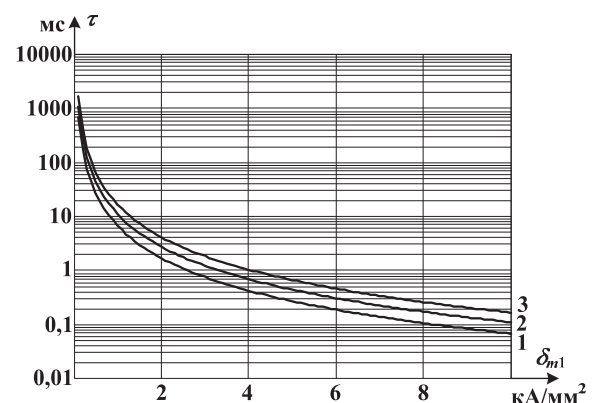


Рис. 5. Для шин из бериллиевой бронзы графики зависимости длительности радиоимпульса τ от максимальной плотности тока δ_{m1} при максимальном повышении температуры ϑ_m слоя толщиной Δ_m : 1 – 225; 2 – 450; 3 – 900 $^{\circ}\text{C}$

Для оценки механической прочности шины от действия силы (26) найдем максимум механического напряжения в шине (Н/м²)

$$\sigma_{x \max} = \frac{F_{x \max}}{c} \approx \frac{B_1 \delta_0 b}{2} < \sigma_{\text{доп}}, \quad (27)$$

которое не должно превышать допустимого напряжения $\sigma_{\text{доп}}$ материала шины.

Таблица 1. Индуктивность и сопротивление рельсотронов при $\gamma=12,5 \cdot 10^6$ 1/Ом·м

Исходные данные				ELCUT		Расчет		Погрешности	
a	c	b	f	L _{0E}	R _{0E}	L ₀	R ₀	δ_L	δ_R
мм				Гц	мкГн/м	мкОм/м	мкГн/м	мкОм/м	%
10	30	20	0	0,398	266,67	0,402	266,67	0,9	0
			5	0,398	266,67	0,401	256,2	0,9	4
			50	0,397	269,6	0,398	229,5	0,3	14,9
			500	0,369	434,8	0,374	433,3*	1,1	0,3
			5000	0,281	1478,6	0,300	1472*	6,8	0,5
20	40	40	0	0,463	100	0,468	100	1,2	0
			5	0,463	101	0,467	91,3	0,9	9,6
			50	0,456	108,4	0,458	101,9	0,5	6
			500	0,386	280,8	0,407	280,5*	5,5	0,1
			5000	0,319	994,2	0,319	998,7	0	0,5
30	50	60	0	0,489	53,33	0,496	53,33	1,4	0
			5	0,489	53,52	0,494	46,2	1	13,6
			50	0,464	67,2	0,478	72,4	3,1	7,7
			500	0,389	211,2	0,409	228,7	5	8,3
			5000	0,332	730,2	0,321	723,1	3,3	1
40	60	80	0	0,508	33,33	0,511	33,33	0,6	0
			5	0,507	33,6	0,508	27,9	0,2	16,8
			50	0,486	50,6	0,485	57,3	0,2	13,3
			500	0,389	171,9	0,403	180,7	3,6	5,1
			5000	0,312	517	0,320	516*	2,6	0,2
50	70	100	0	0,520	22,86	0,521	22,86	0,2	0
			5	0,518	23,3	0,516	19,1	0,3	17,8
			50	0,478	41,5	0,485	47,5	1,6	14,4
			500	0,389	145,3	0,396	149,9	1,7	3,2
			5000	0,320	408,2	0,318	408,4*	0,5	0,04
60	80	120	0	0,526	16,67	0,528	16,67	0,3	0
			5	0,522	17,3	0,521	14,5	0,1	16,3
			50	0,469	35,7	0,483	40,6	3	13,7
			500	0,387	129,8	0,388	128,3	0,3	1,2
			5000	0,306	267,2	0,317	268,5*	3,5	0,5
70	90	140	0	0,528	12,7	0,532	12,7	0,8	0
			5	0,522	13,5	0,525	11,8	0,5	12,6
			50	0,461	31,5	0,479	35,5	3,9	12,7
			500	0,384	117,7	0,381	112,2	0,7	4,7
			5000	0,328	205,4	0,315	205,9*	3,9	0,2
80	100	160	0	0,533	10	0,536	10	0,6	0
			5	0,523	10,9	0,526	10,1	0,6	7
			50	0,454	27,7	0,474	31,5	4,4	13,9
			500	0,386	102	0,375	99,8	2,8	2,2
			5000	0,317	175,5	0,314	175,1*	1	0,2
90	110	180	0	0,533	8,08	0,539	8,08	1,1	0
			5	0,517	9,18	0,527	9	2	2,1
			50	0,447	25,9	0,468	28,4	4,8	9,7
			500	0,378	85,7	0,370	89,8	2,1	4,8
			5000	0,310	106,5	0,313	105,9*	0,8	0,6

Если синусоидальный ток (1) рассматривать как воздействие радиоимпульса длительностью τ с тем

же действующим значением I , то для расчета приближенных усредненных значений повышения температуры шин ϑ , удельной проводимости γ , скорости тела V_m и длины рельсотрона l_p можно воспользоваться формулами [2]. При этом значения индуктивности L_0 и сопротивления R_0 следует брать по (12) и (22, 23) соответственно.

Достоверность формул (2–23) при параметре $\lambda=a/(b+c) \leq 1$ подтверждается удовлетворительным совпадением с результатами компьютерного моделирования по программе ELCUT [5]: относительные погрешности вычисления индуктивности δ_L не превышают 7,8 %, а сопротивления δ_R – 18 %, причем результаты расчета R_0 по (23) обозначены * (табл. 1, 2).

Таблица 2. Индуктивность и сопротивление рельсотронов при $\gamma=50 \cdot 10^6$ 1/Ом·м

Исходные данные				ELCUT		Расчет		Погрешности	
a	c	b	f	L _{0E}	R _{0E}	L ₀	R ₀	δ_L	δ_R
мм				Гц	мкГн/м	мкОм/м	мкГн/м	мкОм/м	%
10	30	20	0	0,398	66,67	0,402	66,67	0,9	0
			5	0,398	66,8	0,400	59,1	0,6	11,5
			50	0,386	77	0,389	86,5	0,7	12,3
			500	0,309	224,8	0,333	224,4*	7,7	0,2
			5000	0,253	789	0,258	786,9*	1,9	0,3
20	40	40	0	0,463	25	0,468	25	1,2	0
			5	0,461	25,4	0,464	21,1	0,7	16,9
			50	0,430	43,3	0,436	50	1,3	15,6
			500	0,339	148,8	0,352	157,9	3,9	6,1
			5000	0,274	452,2	0,282	451,6*	2,9	0,1
30	50	60	0	0,489	13,33	0,496	13,33	1,4	0
			5	0,484	14	0,488	12,2	0,9	12,7
			50	0,427	32,3	0,444	36,2	4	11,9
			500	0,350	118,8	0,352	114,3	0,4	3,8
			5000	0,287	224,4	0,290	225,8*	1	0,6
40	60	80	0	0,508	8,33	0,511	8,33	0,6	0
			5	0,493	9,4	0,499	9,1	1,3	3,3
			50	0,421	26	0,442	28,6	4,9	9,9
			500	0,356	96,9	0,347	90,4	2,4	6,7
			5000	0,306	162,4	0,293	163,1*	4,1	0,4
50	70	100	0	0,520	5,72	0,521	5,72	0,2	0
			5	0,504	7,1	0,504	7,5	0	5,6
			50	0,416	21,7	0,436	23,7	4,7	9,2
			500	0,359	77,8	0,343	75	4,5	3,6
			5000	0,280	108,5	0,295	108,2*	5,4	0,3

Увеличение частоты тока f приводит к усилению поверхностного эффекта, возрастанию максимальной плотности тока δ_{m1} , максимального повышения температуры ϑ_m и к уменьшению длительности τ радиоимпульса тока. При этом уменьшается индуктивность L_0 , снижается ускоряющая сила F и увеличивается сопротивление R_0 , причем такое изменение L_0 , F и R_0 возрастает с увеличением удельной проводимости γ материала шин рельсотрона. Значения L_0 и R_0 , полученные по формулам (12) и (22) при $f \rightarrow 0$, совпадают с результатами расчета в [2].

Таким образом, по полученным формулам (1–27) можно рассчитывать параметры рельсотронов при синусоидальном токе.

Выводы

1. Предложена методика расчета параметров рельсотронов при синусоидальном токе, позволяющая оценивать возможности рельсотронов при неравномерной плотности тока.
2. Фактором, определяющим возможности рельсотронов для ускорения тел при синусоидальном токе, является существенное повышение

температуры поверхностного слоя шин, что может привести к их расплавлению и однократному использованию рельсотрона.

3. Достоверность полученных формул подтверждается удовлетворительным совпадением с результатами расчета индуктивности и сопротивления, полученными при помощи компьютерного моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория электрических аппаратов / под ред. проф. Г.Н. Александрова. — М.: Высшая школа, 1985. — 312 с.
2. Носов Г.В. Определение параметров рельсотронов. Ч. 1. Расчет при постоянной плотности тока // Известия Томского политехнического университета. — 2013. — Т. 322. — № 4. — С. 65–69.
3. Татур Т.А. Основы теории электромагнитного поля. Справочное пособие. — М.: Высшая школа, 1989. — 271 с.
4. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. — Л.: Энергоатомиздат, 1988. — 280 с.
5. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности. Ч. 1 / под общей ред. канд. техн. наук А.С. Глазырина. — Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. — 199 с.

Поступила 11.01.2013 г.

УДК 621.374

СТАДИАЛЬНОЕ ЭЛЕКТРОИМПУЛЬСНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В.И. Курец

Томский политехнический университет
E-mail: kuretz@tpu.ru

Предложена методика определения размеров калибровочных отверстий в заземленных электродах на промежуточных стадиях электроимпульсного измельчения сырья. Показано, что использование стадийного разрушения существенно уменьшает удельные затраты энергии.

Ключевые слова:

Электроимпульсное измельчение, стадийность, энергозатраты.

Key words:

Electric pulse crushing, stage, energy expenditure.

Одним из наиболее эффективных методов селективной дезинтеграции твердых неоднородных тел, включая горнорудное сырье, искусственные материалы и т.д., является электроимпульсный способ, использующий в качестве инструмента воздействия энергию электрической импульсной искры, сформированной в толще твердого тела [1].

Такой способ разрушения сырья позволяет обеспечивать растягивающие и сдвиговые нагрузки в материале, селективность дезинтеграции как по крупности, так и по неоднородностям в материале, отсутствие существенного заражения готового продукта аппаратным металлом и т.д. [1]. Эти преимущества электроимпульсного способа обеспечивает его конкурентоспособность по сравнению с традиционными механическими способами разрушения. Однако этот способ имеет существенные недостатки, связанные с принципами его реализации. Электроимпульсные установки, как правило, состоят из генератора высоковольтных импульсов или нескольких генераторов, рабочей

камеры, имеющей высоковольтные электроды и заземленный электрод-классификатор, калибровочные отверстия в котором соответствуют максимальному размеру крупности готового продукта. Сырье загружается в камеру на электрод-классификатор, на высоковольтные электроды подаются высоковольтные импульсы, которые формируют электрический разряд в толще каждого куска сырья, разрушая его.

Таким образом, каждый акт воздействия имеет локальный характер в отличие от работы традиционных механических аппаратов, где в процесс разрушения вовлекается практически весь материал за один оборот в мельницах или дробилках. Поэтому по производительности разрушения электроимпульсный способ значительно уступает традиционным механическим способам. Кроме того, при электроимпульсном разрушении постоянно изменяется гранулометрический состав исходного сырья. При этом осколки материала, последовательно уменьшая свой размер в процессе разруше-