

УДК 519.865

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Н.С. Демин, С.В. Рожкова*, А.В. Цитко

Томский государственный университет

*Томский политехнический университет

E-mail: rozhkova@tpu.ru

Проведено численное исследование задачи оптимального управления портфелем ценных бумаг по критерию минимизации интегрального среднеквадратического отклонения капитала портфеля от капитала эталонного портфеля на основе метода динамического программирования.

Ключевые слова:

Финансовый рынок, капитал, портфель, ценные бумаги.

Key words:

Financial market, capital, portfolio, securities.

1. Постановка задачи

Работа посвящена численному исследованию свойств капитала портфеля при использовании оптимального управления, полученного в [1, 2]. Система обозначений та же, что и в [1, 2].

По полученным теоретическим результатам в [1, 2] проведено моделирование капитала портфеля $X(t)$, его эталонного $Y(t)$ и среднего $\bar{X}(t)$ значений, дисперсии $D(t)$ и значений критерия качества J , а также проведено исследование зависимости от параметров постановки задачи, которыми являются волатильность рискованного актива σ , а также коэффициенты доходностей рискованного актива a , безрискового актива r и эталонного портфеля μ .

Согласно [1, 2]:

- капитал определяется формулой

$$X(t) = X_0 \exp\{rt\} \exp\left\{\int_0^t u(\tau) \left[\frac{(a-r)}{2} - \frac{1}{2} \sigma^2 u(\tau) \right] d\tau + \sigma \int_0^t u(\tau) dW(\tau) \right\},$$

$$t \geq t_0, \quad X(t_0) = X_0;$$

- оптимальное управление и соответствующее ему оптимальное значение критерия качества определяются формулами

$$u^0(t) = -\frac{(a-r)[b_1(t) + b_2(t)X(t)]}{\sigma^2 b_2(t)X(t)},$$

$$J^0 = b_0(0) + b_1(0)X_0 + \frac{1}{2}b_2(0)X_0^2,$$

где

$$b_1(t) = [b_1^1 e^{(\mu-\beta)t} - b_1^2] e^{\beta t}, \quad b_2(t) = b_2^1 e^{-(r-\beta)t} - b_2^2;$$

- среднее значение капитала определяется формулой

$$\bar{X}(t) = m(t) \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta} + e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}}}{\sqrt{\Delta} - e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}} \right| +$$

$$+ \left[\bar{X}_0 - m(t) e^{-\frac{(r-\beta)t}{2}} \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta} + 1}{\sqrt{\Delta} - 1} \right| \right] e^{-\beta t},$$

где

$$m(t) = \frac{\bar{X}_0(r^2 - \beta^2) \left[2\beta - (\mu - \beta + 1) \times \right. \\ \left. \times (\mu + \beta) e^{(\mu-\beta)t_1} \right]}{4(\mu^2 - \beta^2)\sqrt{r - \beta + 1}} e^{-\frac{(r-\beta)t}{2}} e^{-\beta t},$$

$$\Delta = b_2^2/b_2^1, \quad \beta = \frac{(a-r)^2}{\sigma^2} - r;$$

- дисперсия капитала определяется формулой

$$D(t) = \bar{X}_0^2 e^{(r-\beta)t} - \bar{X}_0^2 -$$

$$\begin{aligned} & - \chi \left[\bar{X}_0 + \frac{\chi}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta} + 1}{\sqrt{\Delta} - 1} \right| + \right. \\ & \left. + 2\chi \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta} + e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}}}{\sqrt{\Delta} - e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}} \right| \right] \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta} + 1}{\sqrt{\Delta} - 1} \right| - \\ & - \chi \left[2\bar{X}_0 + \chi \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta} + e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}}}{\sqrt{\Delta} - e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}} \right| \right] \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta} + e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}}}{\sqrt{\Delta} - e^{-\frac{(r-\beta)t}}{2}} \right|, \end{aligned}$$

где

$$\chi = \frac{\bar{X}_0(r^2 - \beta^2) \left[(\mu - \beta + 1) \times \right. \\ \left. \times (\mu + \beta) e^{(\mu-\beta)t_1} - 2\beta \right]}{4(\mu^2 - \beta^2)\sqrt{r - \beta + 1}} e^{-\frac{(r-\beta)t}{2}} e^{-\beta t}.$$

2. Основные результаты

На рис. 1–4 приведены результаты численных расчетов изменения капитала $X(t)$, среднего значения капитала $\bar{X}(t)$, стоимости эталонного портфеля при равных ставках доходностей рискованного a , безрискового r активов и эталонного портфеля μ , т. е. $a=r=\mu$, при изменении волатильности σ . Из рис. 1–4 видно, что при равных ставках доходностей рискованного ак-

тива a , безрискового актива r и эталонного портфеля μ среднее значение капитала и стоимость эталонного портфеля совпадают и при увеличении σ хаотичность разброса капитала возрастает.

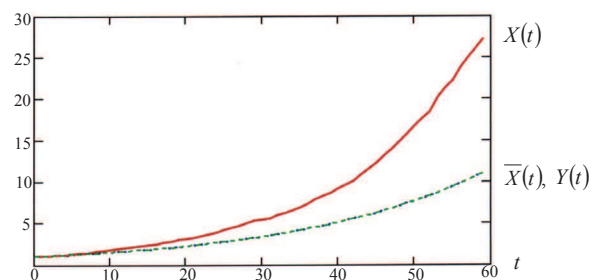


Рис. 1. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=\mu=0,5$ и $\sigma=0,1$

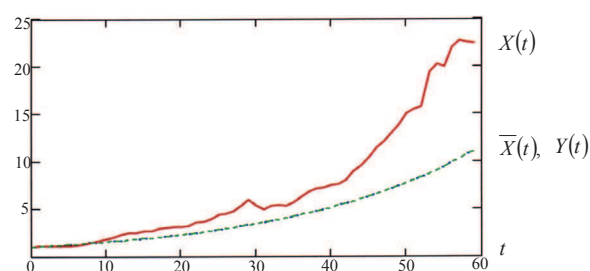


Рис. 2. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=\mu=0,5$ и $\sigma=0,4$

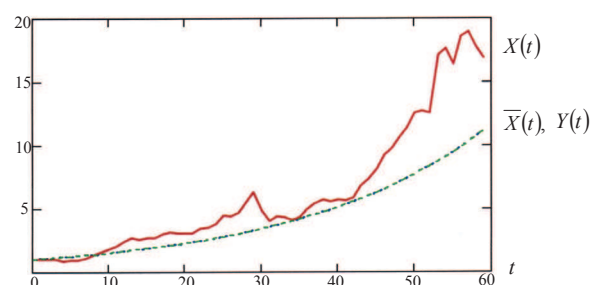


Рис. 3. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=\mu=0,5$ и $\sigma=0,7$

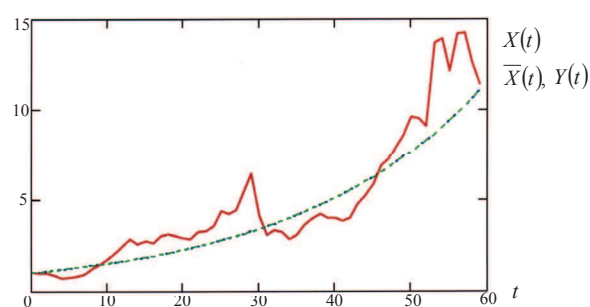


Рис. 4. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=\mu=0,5$ и $\sigma=1$

На рис. 5–8 приведены результаты численных расчетов изменения капитала $X(t)$, среднего значения капитала $\bar{X}(t)$, стоимости эталонного портфеля при равных ставках доходностей рисковог

ние капитала и стоимость эталонного портфеля расходятся, причем значения стоимости эталонного портфеля находятся выше средних значений капитала и при увеличении σ хаотичность разброса капитала возрастает.

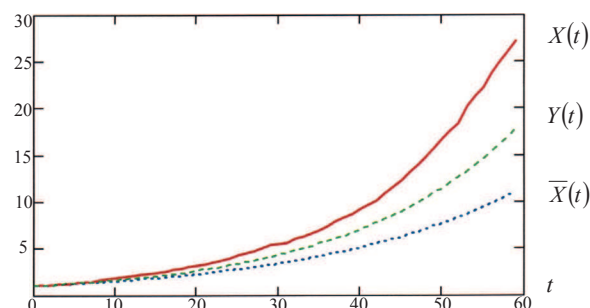


Рис. 5. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,6, \sigma=0,1$

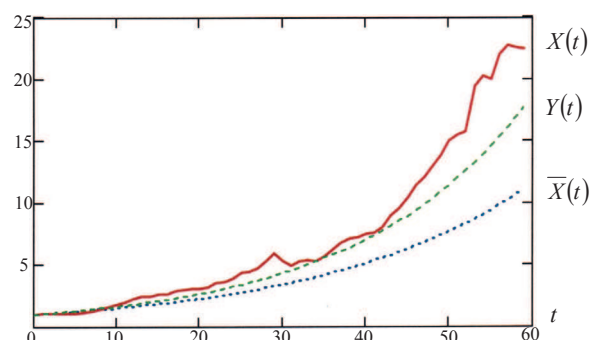


Рис. 6. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,6, \sigma=0,4$

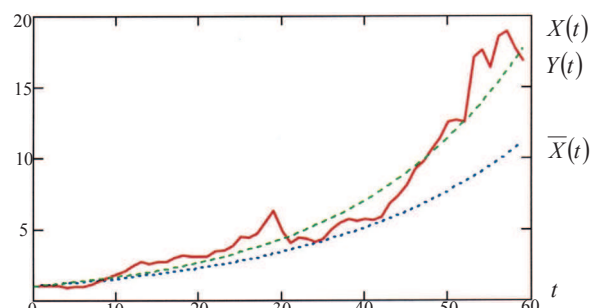


Рис. 7. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,6, \sigma=0,7$

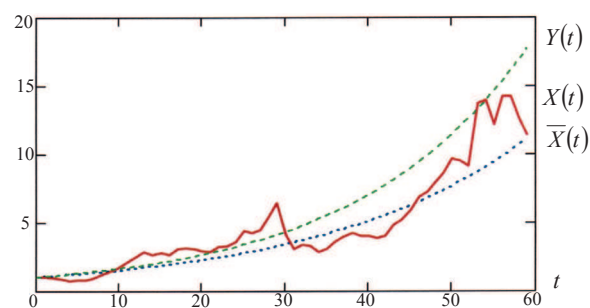


Рис. 8. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,6, \sigma=1$

На рис. 9–12 приведены результаты численных расчетов изменения капитала $X(t)$, среднего значения капитала $\bar{X}(t)$, стоимости эталонного портфеля при равных ставках доходностей рисковог

сти эталонного портфеля μ , т. е. $a=r>\mu$, при изменении волатильности σ . Из рис. 9–12 видно, что при равных ставках доходностей рискованного a , безрискового r активов, но при больших ставках доходности эталонного портфеля μ среднее значение капитала и стоимость эталонного портфеля расходятся, причем значения стоимости эталонного портфеля находятся ниже средних значений капитала и при увеличении σ хаотичность разброса капитала возрастает.

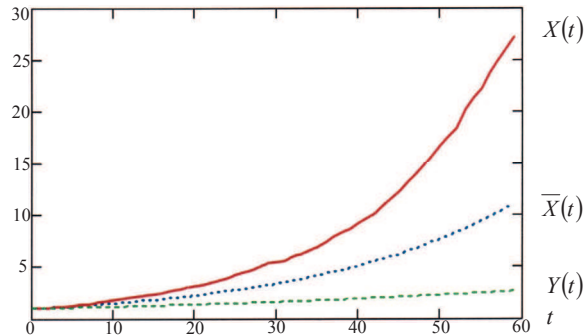


Рис. 9. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,2, \sigma=0,1$

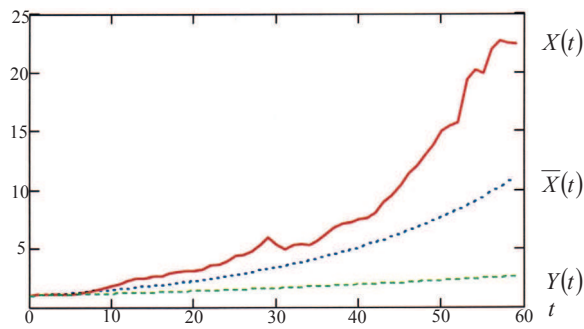


Рис. 10. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,2, \sigma=0,4$

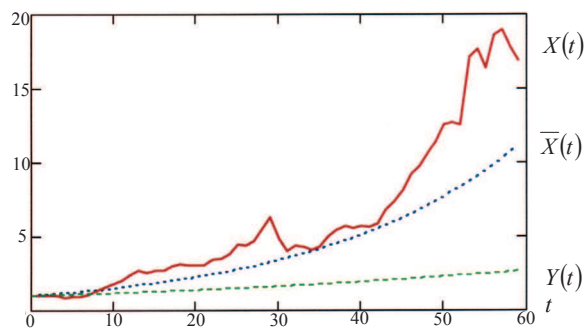


Рис. 11. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,2, \sigma=0,7$

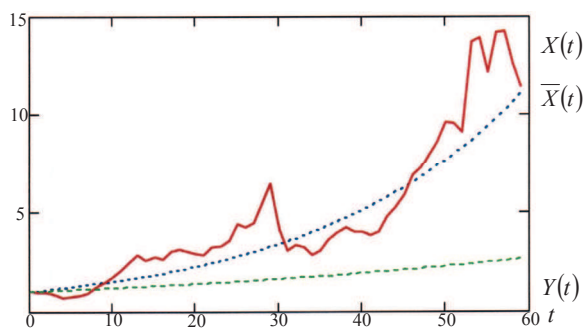


Рис. 12. Зависимости $X(t), \bar{X}(t), Y(t)$ от $a=r=0,5, \mu=0,2, \sigma=1$

На рис. 13–16 приведены результаты численных расчетов изменения критерия качества. При оптимальном управлении в зависимости от интервала времени. На рис. 13 изменяется волатильность σ , с ростом σ значения критерия увеличиваются. На рис. 14 изменяется ставка доходности эталонного портфеля μ , с ростом μ значения критерия увеличиваются. На рис. 15 изменяется ставка доходности рискованного актива a , с ростом a значения критерия уменьшаются. На рис. 16 изменяется ставка доходности безрискового актива r , с ростом r значения критерия увеличиваются.

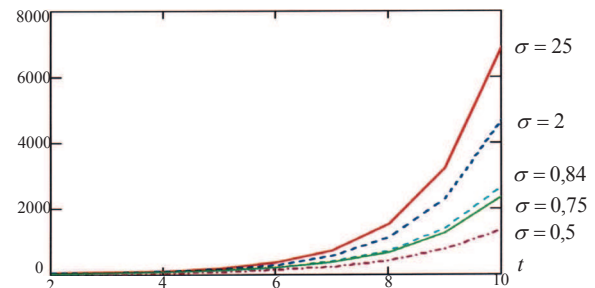


Рис. 13. Зависимость J^0 от σ

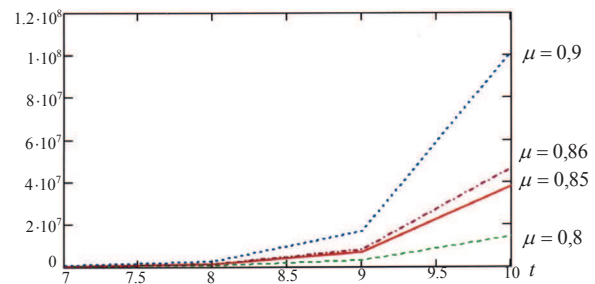


Рис. 14. Зависимость J^0 от μ

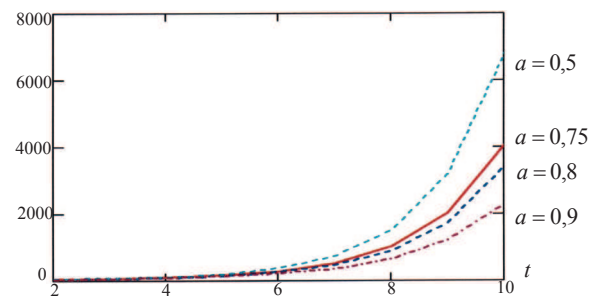


Рис. 15. Зависимость J^0 от a

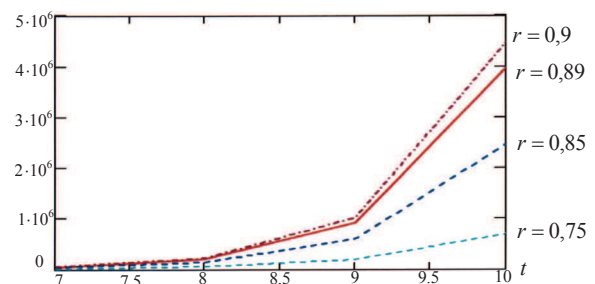


Рис. 16. Зависимость J^0 от r

На рис. 17 изображена дисперсия капитала при равных ставках доходностей рискового a , безрискового r активов и эталонного портфеля μ .

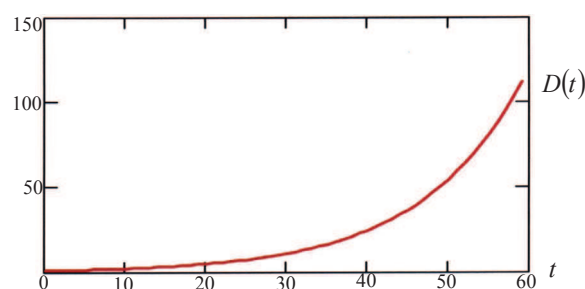


Рис. 17. Зависимость $D(t)$ $a=r=\mu=0,5$ и $\sigma=1$

Заключение

Совместно с [1, 2] проведено полное исследование одной задачи формирования портфеля капитала как задачи оптимального управления стохастической системой с интегральным критерием качества.

Графические иллюстрации показывают, что структура управления (перераспределение капитала между рисковыми и безрисковыми активами) и значение капитала (качество отслеживания капиталом портфеля капитала эталонного портфеля) зависят от соотношений между параметрами постановки задачи [1].

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013, проект № 14.B37.21.0861.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демин Н.С., Рожкова С.В., Цитко А.В. Применение математического метода динамического программирования к решению одной задачи управления портфелем ценных бумаг // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 3. – С. 10–14.
2. Демин Н.С., Рожкова С.В., Цитко А.В. Исследование среднего значения и дисперсии капитала в одной задаче управления портфелем ценных бумаг // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 322. – № 6. – С. 9–13.

Поступила 6.05.2013 г.

УДК 620.97

РАСЧЁТ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ С ФОТОЭЛЕКТРОСТАНЦИЯМИ В УСЛОВИЯХ ЗАПАДНОЙ СИБИРИ

Ф.В. Саврасов, Б.В. Лукутин

Томский политехнический университет
E-mail: savrasov@tpu.ru

Проведен анализ имеющихся автономных систем электроснабжения в отдельном регионе Западной Сибири (Томская область). Предложено использование комбинированных комплексов электроснабжения на основе дизельных электростанций и фотоэлектрических систем. Построена математическая модель определения оптимального баланса электроэнергии, выдаваемой генерирующими мощностями. Проанализированы полученные результаты моделирования с точки зрения экономической и энергоэффективности.

Ключевые слова:

Фотоэлектрические преобразователи, автономные системы электроснабжения, энергоэффективность, энергетический баланс в гибридных системах электроснабжения.

Key words:

Photovoltaic cells, autonomous power supply systems, energy efficiency, energy balance in hybrid power systems.

Введение

В настоящее время проблема электрификации России на территории, не охваченной единой энергосистемой, решается в основном за счёт использования дизельных электростанций (ДЭС). При этом примерно половина дизельных и бензиновых установок не работает, что связано с перебоями в поставках топлива и высокими ценами на его доставку. Неоптимальные режимы работы ДЭС и дорогое топливо определяют высокие тарифы на производимую электроэнергию, оплачивать которую местное население может только при условии

значительных дотаций из бюджета. Типичным регионом с развитым автономным электроснабжением является Томская область (ТО).

Более 50 % территории Томской области, на которой проживает 30 тыс. человек, не охвачены сетями централизованного электроснабжения. Соответственно, населённые пункты в этих районах испытывают острый дефицит электроэнергии.

На территории области таких населённых пунктов насчитывается около 80. Низкая плотность населения и слабая производственная освоенность этих районов делает подключение поселений к