

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

Школа Инженерная школа ядерных технологий  
Направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
Отделение школы (НОЦ) экспериментальной физики

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**

Тема работы
Копулярные модели для оценивания инвестиционного риска

УДК 519.245:004.412.3:005.52:005.334:330.322

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
ОВМ61	Смагулов Даулет Серикбаевич		

Руководитель

Должность	ФИО	Учёная степень, звание	Подпись	Дата
доцент отделения экспериментальной физики	Семёнов М. Е.	к. ф.-м. н., доцент		

**КОНСУЛЬТАНТЫ**

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Учёная степень, звание	Подпись	Дата
доцент отделения социально-гуманитарных наук	Меньшикова Е. В.	к. ф. н.		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Учёная степень, звание	Подпись	Дата
профессор отделения общетехнических дисциплин	Федорчук Ю. М.	д. т. н.		

**ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ**

Руководитель ООП	ФИО	Учёная степень, звание	Подпись	Дата
профессор отделения экспериментальной физики	Трифонов А. Ю.	д. ф.-м. н., профессор		

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА  
«ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ  
И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ»**

Студенту:

<b>Группа</b>	<b>ФИО</b>
ОВМ61	Смагулову Даулету Серикбаевичу

<b>Школа</b>	ИЯТШ	<b>Отделение школы (НОЦ)</b>	экспериментальной физики
<b>Уровень образования</b>	магистратура	<b>Направление / специальность</b>	01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

**Исходные данные к разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»**

<p>1. Стоимость ресурсов научного исследования (НИ): материальнотехнических, энергетических, финансовых, информационных и человеческих</p>	<p><i>Зарботная плата</i></p> <table style="width: 100%;"> <tr> <td style="padding-left: 20px;"><i>руководителя</i></td> <td style="text-align: right;">33 664 руб/мес;</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 20px;"><i>инженера</i></td> <td style="text-align: right;">9893 руб/мес;</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 20px;"><i>Интернет</i></td> <td style="text-align: right;">350 руб/мес;</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 20px;"><i>Электроэнергия</i></td> <td style="text-align: right;">5.8 руб/кВт · ч ;</td> </tr> </table>	<i>руководителя</i>	33 664 руб/мес;	<i>инженера</i>	9893 руб/мес;	<i>Интернет</i>	350 руб/мес;	<i>Электроэнергия</i>	5.8 руб/кВт · ч ;
<i>руководителя</i>	33 664 руб/мес;								
<i>инженера</i>	9893 руб/мес;								
<i>Интернет</i>	350 руб/мес;								
<i>Электроэнергия</i>	5.8 руб/кВт · ч ;								
<p>2. Используемая система налогообложения, ставки налогов, отчислений, дисконтирования и кредитования</p>	<table style="width: 100%;"> <tr> <td style="padding-left: 20px;"><i>Районный коэффициент</i></td> <td style="text-align: right;">1.3</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 20px;"><i>Коэффициент отчислений во внебюджетные фонды</i></td> <td style="text-align: right;">0.271</td> </tr> </table>	<i>Районный коэффициент</i>	1.3	<i>Коэффициент отчислений во внебюджетные фонды</i>	0.271				
<i>Районный коэффициент</i>	1.3								
<i>Коэффициент отчислений во внебюджетные фонды</i>	0.271								

**Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:**

<p>1. Оценка коммерческого и инновационного потенциала НТИ</p>	<p>См. главу 5.1.4</p>
<p>2. Планирование процесса управления НТИ: структура и график проведения, бюджет, риски и организация закупок</p>	<p>См. главу 5.2</p>

**Перечень графического материала**

<p>1. Сегментирование рынка (табл. 5.1)                  2. Сравнение конкурентных технических решений (табл. 5.2)                  3. Матрица SWOT (табл. 5.3)                  4. Оценка готовности проекта к коммерциализации (табл. 5.4)                  5. Рабочая группа проекта (табл. 5.6)                  6. Календарный план проекта (табл. 5.7)                  7. Диаграмма Ганта проведения НТИ (табл. 5.8)                  8. Расчёт бюджета исследования (табл. 5.9 – 5.12)                  9. Реестр рисков (табл. 5.13)</p>
---

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику

**Задание выдал консультант:**

<b>Должность</b>	<b>ФИО</b>	<b>Учёная степень, звание</b>	<b>Подпись</b>	<b>Дата</b>
доцент отделения социально-гуманитарных наук	Меньшикова Е. В.	к. ф. н.		

**Задание принял к исполнению студент:**

<b>Группа</b>	<b>ФИО</b>	<b>Подпись</b>	<b>Дата</b>
ОВМ61	Смагулов Даулет Серикбаевич		

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА  
«СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ»**

Студенту:

<b>Группа</b>	<b>ФИО</b>
ОВМ61	Смагулову Даулету Серикбаевичу

<b>Школа</b>	ИЯТШ	<b>Отделение школы (НОЦ)</b>	экспериментальной физики
<b>Уровень образования</b>	магистратура	<b>Направление / специальность</b>	01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

**Тема магистерской диссертации:  
«Копулярные модели для оценивания инвестиционного риска»**

**Исходные данные к разделу «Социальная ответственность»**

1. Целью данной работы является исследование копулярных методов применительно к оценке портфельного риска.
2. Описание рабочего места (рабочей зоны) на предмет возникновения:
  - вредных проявлений факторов производственной среды (необходимо обеспечить оптимальные, в крайнем случае, допустимые значения микроклимата на рабочем месте, обеспечить комфортную освещённость рабочего места, уменьшить до допустимых пределов шум от персональной ЭВМ, вентиляции, обеспечить безопасные значения электромагнитных полей от персонального компьютера);
  - опасных проявлений факторов производственной среды (в связи с присутствием электричества для питания энергоблока персонального компьютера и освещённости аудитории необходимо предусмотреть средства коллективной и индивидуальной защиты от электро-, пожаро- и взрывоопасности).

**Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:**

1. Анализ выявленных вредных факторов проектируемой производственной среды в следующей последовательности:
  - указывается воздействие фактора на организм человека;
  - приводятся данные по оптимальным и допустимым значениям микроклимата на рабочем месте, перечисляются методы обеспечения этих значений; приводится расчет освещённости на рабочем месте;
  - приводятся данные по реальным значениям шума на рабочем месте, разрабатываются мероприятия по защите персонала от шума, при этом приводятся значения предельно-допустимого уровня, средства коллективной защиты (СКЗ), средства индивидуальной защиты (СИЗ);
  - приводятся данные по реальным значениям электромагнитных полей на рабочем месте от персонального компьютера, перечисляются СКЗ и СИЗ;
  - приводятся допустимые нормы с необходимой размерностью (с ссылкой на соответствующий нормативно-технический документ);
  - предлагаемые средства защиты (сначала коллективной защиты, затем – индивидуальные защитные средства).

<p>2. Анализ выявленных опасных факторов проектируемой производённой среды в следующей последовательности</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• приводятся данные по значениям напряжения используемого оборудования, классификация помещения по электробезопасности, допустимые безопасные для человека значения напряжения, тока и заземления; перечисляются СКЗ и СИЗ; приводится расчёт освещения рабочего места;</li> <li>• приводится классификация пожароопасности помещений, указывается класс пожароопасности вашего помещения, перечисляются средства пожаробнаружения и принцип их работы, средства пожаротушения, принцип работы, назначение (какие пожары можно тушить, какие – нет), маркировка;</li> <li>• пожаровзрывобезопасность (причины, профилактические мероприятия).</li> </ul>
<p>3. Охрана окружающей среды:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• анализ воздействия при работе на ПЭВМ на окружающую среду;</li> <li>• наличие отходов (бумага, картриджи, компьютеры и т. д.);</li> <li>• методы утилизации отходов.</li> </ul>
<p>4. Защита в чрезвычайных ситуациях:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• выявление типичных аварийных ситуаций: сильных морозов, несанкционированного проникновения посторонних лиц;</li> <li>• разработка превентивных мер по предупреждению ЧС, мер по повышению устойчивости объекта к данной ЧС, а также действий в результате возникшей ЧС и мер по ликвидации её последствий.</li> </ul>
<p>5. Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• специальные (характерные для проектируемой рабочей зоны) правовые нормы трудового законодательства: ГОСТ 12.0.004-2015, ГОСТ 12.0.003-2015, ГОСТ 12.1.013-78, ГОСТ 12.1.038-82, СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03, ГОСТ 12.1.003-83, СанПиН 2.2.4/2.1.8.10-32-2002, СанПиН 2.2.4.548-96, СНиП 23-05-95, ГОСТ 12.1.004-91, ГОСТ 12.1.010-76.</li> </ul>
<p><b>Перечень графического материала:</b></p>
<p>1) План размещения светильников; 2) План эвакуации.</p>

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	26.02.18 г.
--	-------------

**Задание выдал консультант:**

Должность	ФИО	Учёная степень, звание	Подпись	Дата
профессор отделения общетехнических дисциплин	Федорчук Ю. М.	д. т. н.		26.02.18 г.

**Задание принял к исполнению студент:**

Группа	ФИО	Подпись	Дата
ОВМ61	Смагулов Даулет Серикбаевич		26.02.18 г.

## ЗАЛАНИРОВАННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ООП

Код результата	Результаты обучения (выпускник должен быть готов)
Профессиональные компетенции	
ПК-1	Самостоятельная работа
ПК-2	Использовать современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-3	Использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на ЭВМ, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение
ПК-4	Настраивать, тестировать и осуществлять проверку вычислительной техники и программных средств
ПК-5	Демонстрировать знание современных языков программирования, операционных систем, офисных приложений, Интернета, способов и механизмов управления данными; принципов организации, состава и схемы работы операционных систем
ПК-6	Решать проблемы, брать на себя ответственность
ПК-7	Проводить организационно-управленческие расчеты, осуществлять организацию и техническое оснащение рабочих мест
ПК-8	Организовывать работу малых групп исполнителей
ПК-9	Определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решений
ПК-10	Владеть основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий
ПК-11	Знать основные положения законы и методы естественных наук; выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат
ПК-12	Применять математический аппарат для решения поставленных задач, использовать соответствующую процессу математическую модель и проверять ее адекватность
ПК-13	Применять знания и навыки управления информацией
ПК-14	Самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук
Универсальные компетенции	
УК-1	Владеть культурой мышления, иметь способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения
УК-2	Логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь
УК-3	Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные различия; понимать движущие силы и закономерности исторического процесса, место человека в историческом процессе, политической организации общества
УК-4	Понимать и анализировать мировоззренческие, социально и личносно значимые философские проблемы
УК-5	Владеть одним из иностранных языков на уровне бытового общения, а также переводить профессиональные тексты с иностранного языка
УК-6	К кооперации с коллегами, работе в коллективе
УК-7	Находить организационно-управленческие решения в нестандартных ситуациях и готов нести за них ответственность
УК-8	Использовать нормативно-правовые документы в своей деятельности
УК-9	Стремиться к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства

УК-10	Осознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности
УК-11	Использовать основные положения и методы социальных, гуманитарных и экономических наук при решении социальных и профессиональных задач
УК-12	Анализировать социально значимые проблемы и процессы
УК-13	Использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
УК-14	Понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, осознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны
УК-15	Оформлять, представлять и докладывать результаты выполненной работы
УК-16	Создавать и редактировать тексты профессионального назначения
УК-17	Использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии
УК-18	Владеть средствами самостоятельного, методически правильного использования методов физического воспитания и укрепления здоровья, быть способным к достижению должного уровня физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности

## Реферат

Выпускная квалификационная работа содержит 99 страниц, 7 рисунков, 37 таблиц, 72 источника литературы и 3 приложения.

**Ключевые слова:** копула, мера риска, моделирование.

**Объект исследования:** копулярные модели.

**Цель работы:** построение системы оценивания риска инвестиций с использованием копулярных моделей.

В работе использованы копула-функции для моделирования многомерной зависимости на примере финансовых временных рядах. Предложен алгоритм вычисления точечных и интервальных оценок мер риска *Value-at-Risk*, *VaR* и *Conditional-Value-at-Risk*, *CVaR* с использованием копула-функций. Сформулирована и решена задача поиска *CVaR*-оптимального портфеля. Проведено моделирование рядов *VaR* и *CVaR* с использованием трёх копула-функций: Гауссовой,  $t$ -Стюдента и иерархической копулы. Для оценки параметров копулярных моделей и проведения расчетов использован язык программирования R.

**Степень внедрения:** средняя; требуется оформление программного кода в виде пакета программ.

**Область применения:** мультидисциплинарная, в том числе финансовый риск-менеджмент, актуарная математика, эконометрика, система безопасности, обработка сигналов.

## Оглавление

<b>Введение</b>	<b>10</b>
<b>1 Обзор литературы</b>	<b>13</b>
<b>2 Объект и методы исследования</b>	<b>15</b>
<b>3 Методология</b>	<b>16</b>
3.1 Сбор и подготовка исходных данных . . . . .	16
3.2 Оценка параметров маргинальных распределений . . . . .	17
3.3 Оценка параметров копулярных моделей . . . . .	19
3.4 Построение инвестиционного портфеля . . . . .	25
3.5 Алгоритм вычисления точечных оценок риск-метрик с использованием копул . . . . .	26
3.6 Алгоритм вычисления усреднённых и интервальных характеристик риск-метрик . . . . .	29
<b>4 Численное исследование копулярных моделей</b>	<b>30</b>
4.1 Калибровка математической модели . . . . .	30
4.1.1 Исходные данные . . . . .	30
4.1.2 Результаты оценки параметров распределений . . . . .	30
4.1.3 Результаты оценки параметров копул . . . . .	32
4.1.4 Результаты решения задачи поиска оптимального инвестиционного портфеля . . . . .	36
4.2 Вычисление риск-метрик с использованием копул . . . . .	38
4.2.1 Точечные оценки значений риск-метрик VaR и CVaR . . . . .	38
4.2.2 Интервальные оценки риск-метрик VaR и CVaR . . . . .	39
4.2.3 Моделирование кривых VaR и CVaR с использованием копул . . . . .	40
<b>5 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение</b>	<b>43</b>
5.1 Предпроектный анализ . . . . .	43
5.1.1 Потенциальные потребители результатов исследования	43
5.1.2 Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения . . . . .	44



5.1.3	SWOT-анализ . . . . .	45
5.1.4	Оценка готовности проекта к коммерциализации . . . . .	45
5.2	Планирование управления научно-техническим проектом . . . . .	48
5.2.1	Цели и результат проекта . . . . .	48
5.2.2	Организационная структура проекта . . . . .	49
5.2.3	План проекта . . . . .	49
5.2.4	Бюджет научного исследования . . . . .	50
5.2.5	Реестр рисков проекта . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Социальная ответственность</b>	<b>56</b>
6.1	Описание рабочего места . . . . .	56
6.2	Требования к ПЭВМ и организация работы . . . . .	57
6.2.1	Организационные мероприятия . . . . .	57
6.2.2	Технические мероприятия . . . . .	57
6.3	Анализ опасных и вредных производственных факторов . . . . .	60
6.3.1	Электромагнитное поле . . . . .	60
6.3.2	Электростатическое поле . . . . .	62
6.3.3	Производственный шум . . . . .	62
6.3.4	Микроклимат . . . . .	63
6.3.5	Освещённость рабочей зоны . . . . .	64
6.3.6	Психофизиологические факторы . . . . .	68
6.4	Электробезопасность . . . . .	69
6.5	Пожарная безопасность . . . . .	70
6.6	Охрана окружающей среды . . . . .	72
6.7	Защита в чрезвычайных ситуациях . . . . .	72
6.8	Перечень научно-технической документации . . . . .	73
	Заключение по разделу . . . . .	74
	<b>Заключение</b>	<b>75</b>
	<b>Список использованных источников</b>	<b>77</b>
	<b>Приложение А</b>	<b>84</b>
	<b>Приложение В</b>	<b>85</b>
	<b>Приложение С</b>	<b>86</b>

## Введение

При построении системы измерения риска инвестиций существует определенная свобода выбора методологии для определения фактического и потенциального риска. В данной работе рассчитываются меры риска, широко используемые в риск-менеджменте: стоимостная мера риска *Value-at-Risk* (VaR) и условная стоимостная мера риска *Conditional-Value-at-Risk* (CVaR), которые можно определить для разных уровней значимости  $\alpha$ . В статье О. Крицкого и М. Ульяновой [12] показано, что при наличии корреляции в динамике активов портфеля оценка одномерных величин VaR и CVaR оказывается неадекватной по отношению к риску портфеля. Поэтому для оценки риска портфеля целесообразно использовать  $d$ -мерные случайные величины, определяемые с помощью многомерных функций совместного распределений.

Зависимость между случайными величинами  $X_1, X_2, \dots, X_d$  может быть полностью определена через совместную функцию распределения  $F(X_1, X_2, \dots, X_d)$ . Идея представления этой функции через две составляющие части, одна из которых определяет структуру зависимости, а другая — частные (в англоязычной литературе — маргинальные) распределения для каждой из рассматриваемых случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_d$  по отдельности, приводит к понятию *копула-функции*, или просто *копулы*.

Сегодня существует множество способов описания финансовых временных данных с использованием нормального (Гауссова) распределения. Хорошо известно, что *Гауссова копула*, т. е. копула, для которой в качестве частного (маргинального) распределения выбрано нормальное распределение, используется в качестве одного из способов описания портфеля в теории Марковица. С другой стороны, многие эмпирические исследования показали, что распределение Гаусса имеет множество недостатков в описании зависимости финансовых временных рядов [52, 61, 71]. Заметим, что стандарт ЕВА [36] не рекомендует использовать Гауссовы копулы для моделирования финансового риска, а в большинстве случаев более подходящей оказывается двухпараметрическая копула *t-Стьюдента*, для которой степень свободы  $\nu$  (параметр модели) обычно выбирается равным трем или четырем.

Общая проблема использования копулярных моделей, как и любых других моделей в реальной практике, — требование нахождения оценок неизвестных параметров с наилучшими статистическими свойствами. При этом качество оценок может определяться по-разному: несмещенная оценка, оценка с минимальной дисперсией; состоятельная оценка; оценка с хорошим асимптотическим поведением; удобная для вычислительной работы оценка и прочее.

В настоящее время предложено множество подходов для оценки параметров и построения копулярных моделей: полный параметрический [58], полупараметрический [27, 53] и непараметрический метод [37, 47].

Полный параметрический метод реализуется посредством двухэтапной оценки максимального правдоподобия (Maximum Likelihood Estimation, MLE), предложенный Гарри Джо [43, 44]. Параметры копулы оцениваются с использованием двухступенчатого параметрического подхода MLE, также называемого методом оценки частных распределений (Inference Functions for Margins, IFM). Данный метод включает два этапа: (1) оценка параметров маргинальных распределений и затем (2) оценка параметров копулы. Полу-параметрический метод предполагает эти же два этапа, в первом из которых вместо маргинальных рассчитываются эмпирические распределения. Непараметрический метод на обоих этапах предполагает оценку эмпирических функций распределения: в первом — для маргиналов, во втором — для копулы.

Для двумерного случая среди основных семейств копул выделяют: эллиптические (Гауссова,  $t$ –Стюдента), архимедовы (Клейтона, Франка, Джо) и экстремальные (Гумбея, Коши). В диссертационном исследовании [72] для оценки параметров и тестирования был использован двухэтапный параметрический MLE-метод, в ходе которого автор использует все возможные комбинации различных маргинальных распределений (нормальное, Стюдента с асимметрией и без нее), а также различные архимедовы копулы. Решение о выборе маргинального распределение определяется после второго этапа MLE. Для этой цели в работе [39] была предложена модификация теста Хансена, данный тест позволяет определить наиболее адекватную копулу.

Многомерные копулы, основанные на одном распределении (например, Гауссова или  $t$ –Стюдента) или созданные из так называемых

функций-генераторов, не обладают необходимой гибкостью для проведения моделирования зависимости между большим числом переменных [26]. Эти недостатки предопределили направление дальнейших исследований, в результате которых Гарри Джо [42] предложил концепцию *регулярных иерархических копул* (regular vine copula, R-vine), дальнейшее развитие этой концепции представлено в работах [26, 31]. R-vine копула представляют собой достаточно гибкую математическую модель для описания многомерных законов распределения с использованием каскада двумерных копул (двумерных функций распределения). В настоящее время активно развиваются различные подходы для работы с R-vine копулой, такие копулы легче интерпретировать и визуализировать (например, в виде древовидной структуры или матриц). Отметим работы [31, 32, 34], в которых авторы уделяют большое внимание разработке новых алгоритмов для оценки параметров копулярных моделей, а также приложениям R-vine копул для моделирования временных рядов из разных предметных областей. Авторы используют древовидную и матричные структуры для визуализации процесса выбора и объединения двумерных функций распределений в R-vine копуле, при этом они используют алгоритм построения максимального покрывающего дерева (Maximum Spanning Tree, MST), в котором вес ребер отражает степень корреляционной зависимости исходных временных рядов данных.

Цель данной работы — построить систему оценивания риска с использованием копулярных моделей.

Для достижения поставленной цели необходимо последовательно решить следующие задачи:

- 1) проанализировать существующие подходы и выбрать метод для оценки параметров копулярных моделей.
- 2) с использованием копулярных моделей вычислить и сравнить поведение различных мер риска (VaR, CVaR) для инвестиционного портфеля.

## 1 Обзор литературы

Существует много различных подходов, которые активно применяются для представления многомерной зависимости случайных величин, например, метод главных компонент, байесовские сети, нечёткая логика, факторный анализ [41, 50]. В 1959 году Абе Шкляр [66] сформулировал и впервые доказал теорему о том, что набор частных (маргинальных) распределений можно записать через одно многомерное распределение посредством копулы.

Несмотря на то что теория копула-моделей исследована относительно полно, проблема оценивания и статистические выводы для копула-моделей, в определенном контексте, все еще требуют дальнейших исследований [20].

В настоящее время копулы активно используются при решении задач из различных предметных областей: эконометрика, финансовая и актуарная математика [1, 2, 11, 14, 19, 59, 65], задачах построения систем безопасности [68], биостатистике, гидрологии, климатологии (см. ссылки в работе [20]). В статье [59] автор представил концептуальные подходы применения копулярных моделей для решения задач управления финансами, включая риск-менеджмент. Детальному описанию копула-функций и их свойств посвящены монографии [44, 55].

За последние годы предложены различные методы оценивания параметров копула-функций, среди которых выделяют параметрические [58], полупараметрические [27, 53], а также непараметрическими методами [37, 47]. Более того, в работе [28] авторы предлагают использовать «смеси» методов [20], которые позволили бы сэкономить время на вычислениях.

Исследования [21, 50, 53, 72] рыночного риска в рамках управления портфелем во многом сходны друг с другом и отличаются зачастую только используемыми данными и незначительными деталями в оценке параметров копулярных моделей. Среди комплексных исследований выделим статью Тьерри Ане и Сесиль Харуби [21] — одну из первых, в которой авторы использовали копулу Клейтона в качестве инструмента для определения структуры зависимости между акциями международного фондового индекса. Александр Лурме и др. [53] фокусируются на тестировании возможностей использования Гауссовой и  $t$ -копул для решения задач риск-менеджмента. Они предлагают

$d$ -мерную компактную Гауссову и  $t$  – Стьюдента доверительную область, внутри которой вектор из выборки многомерной случайной величины, равномерно распределённой на отрезке  $[0, 1]$ , попадает с вероятностью  $\alpha$ . Результаты исследований показали, что копула  $t$  – Стьюдента, использованная для построения VaR-модели, является более консервативной и адекватной по сравнению с Гауссовой.

Важность выбора правильной копулы для риск-менеджмента была показана в работе [50], в которой рассчитывался портфель акций, облигаций и сделок на недвижимость. Были протестированы копулы Гауссовы, Стьюдента и Гумбеля для моделирования зависимости дневных доходностей, которые аппроксимируют данные для указанных выше активов. Затем по расчетам VaR было установлено, что гауссова копула слишком оптимистична в отношении преимуществ диверсификации активов, тогда как копула Гумбеля слишком пессимистична.

Аналитическое решение для нахождения меры чувствительности риска — CVaR — было представлено в статье [67], где авторы приводят формулы для вычислений в предположении, что многомерная случайная величина подчиняется одному из следующих распределений – нормального, устойчивого и Стьюдента.

В данном обзоре отметим группу ученых под руководством профессора С. Czado [32, 34, 48], которые активно развивают как математический аппарат копула-функций, так и расширяют функционал пакетов программ для работы с ними.

В русскоязычной периодической литературе существенное развитие аппарата и приложений копула-функций получило после цикла публикаций Д. Фантаццини [20]. Кратко укажем направления использования копула-моделей: моделирование инвестиционного портфеля [59, 14, 19], моделирование совместного распределения биржевых индексов [11], оптимизации инвестиционного портфеля [2], прогнозирование курсов валют [1].

## 2 Объект и методы исследования

В данной работе исследуется модель оценивания инвестиционного риска посредством применения копулярных моделей. В качестве исходных данных были использованы временные ряды дневных цен на фьючерсные контракты. При моделировании в данной работе были использованы следующие копула-функции:

- Гауссова (нормальная) копула;
- копула Стьюдента;
- R-иерархическая копула (R-vine).

Для описания логарифмических доходностей финансовых временных рядов в качестве кандидатов были рассмотрены следующие четырехпараметрические распределения:

- гиперболическое;
- устойчивое;
- Мейкснера.

Параметры этих частных (маргинальные) распределений, а также копула-функций будем оценивать с использованием двухступенчатого параметрического подхода. Для представления копулярных функций будем использовать матричный способ, а также графовые модели. При моделировании иерархических копул мы допускаем использование в качестве степени свободы вещественное число.

Меры риска — VaR и CVaR — будем рассчитывать применительно к оптимальному портфелю из выбранных фьючерсных контрактов. Для определения долей оптимального портфеля сформулируем и решим оптимизационную задачу линейного программирования. В качестве оптимального портфеля будем использовать портфель, который имеет минимальное значение CVaR при заданных ограничениях.

Для вычисления точечных и интервальных оценок и характеристик мер риска VaR и CVaR будем использовать метод Монте-Карло, примененный к оптимальному портфелю.

### 3 Методология

#### 3.1 Сбор и подготовка исходных данных

В первую очередь, имеющиеся исходные данные, представляющие собой временные ряды, необходимо преобразовать в логарифмические доходности. Таким образом мы получим набор данных, который будем использовать для оценки параметров частных (маргинальных) распределений и параметров копул. Уравнение (3.1) преобразует ряд дневных цен закрытия активов  $p_i$  в ряд дневных лог-доходностей  $r_i$  для каждого актива  $i$ :

$$r_{t,i} = \log \frac{p_{t,i}}{p_{t-1,i}}, \quad (3.1)$$

где  $i \in \overline{1, d}$ ,  $d$  — количество активов в портфеле,  
 $t \in \overline{1, T}$  — время в днях.

Финансовые временные ряды, как правило, имеют нелинейную зависимость друг с другом. Как известно, обычная линейная корреляция Пирсона не отражает нелинейную зависимость между величинами. Поэтому для оценки параметров копул необходимо использовать коэффициенты ранговой корреляции, например,  $\tau$  Кендалла [46] или  $\rho$  Спирмена [54].

Пусть  $X$  и  $Y$  — две случайные величины, определённые на одном и том же вероятностном пространстве, тогда коэффициент ранговой корреляции Спирмена определяется из следующего уравнения [54]:

$$\rho = r(\text{rg}_X, \text{rg}_Y) = \frac{\text{cov}(\text{rg}_X, \text{rg}_Y)}{\sigma_{\text{rg}_X} \sigma_{\text{rg}_Y}}, \quad (3.2)$$

где  $r(\cdot)$  — линейный коэффициент корреляции Пирсона,  
 $\text{rg}_X, \text{rg}_Y$  — ранги случайных величин  $X$  и  $Y$ ,  
 $\text{cov}(\text{rg}_X, \text{rg}_Y)$  — ковариация рангов,  
 $\sigma$  — стандартное отклонение.

Для двух независимых пар  $(X_a, X_b)$  и  $(Y_a, Y_b)$  некоторых случайных величин  $X$  и  $Y$  можно также вычислить коэффициент ранговой корреляции



Кендалла [46]:

$$\begin{aligned}\tau &= P[(X_a - X_b)(Y_a - Y_b) > 0] - P[(X_a - X_b)(Y_a - Y_b) < 0] = \quad (3.3) \\ &= r(\operatorname{sgn}(X_a - X_b), \operatorname{sgn}(Y_a - Y_b)),\end{aligned}$$

где  $r(x, y)$  — линейный коэффициент корреляции Пирсона,

$\operatorname{sgn}(\cdot)$  — функция взятия знака вещественного числа.

Оба приведенных выше коэффициента ранговой корреляции, в отличие от линейной корреляции Пирсона, менее чувствительны к сильным отклонениям, постоянно возникающим в динамике финансовых рядов. Это происходит потому, что отклонения и выбросы ограничиваются коэффициентами  $\rho$  Спирмена и  $\tau$  Кендалла до значения их ранга [21]. Согласно статье [34], в дальнейших вычислениях будем использовать  $\tau$  Кендалла.

### 3.2 Оценка параметров маргинальных распределений

Разработано множество различных методов применения Гауссового распределения для описания финансовых данных [45]. С другой стороны, в эмпирических исследованиях показано [52, 61, 71], что использование нормального распределения при описании финансовых временных рядов влечет возникновение различных проблем, например, тяжелые хвосты и асимметрия функций распределений. Для моделирования экстремальных событий предложены различные распределения, отражающие свойства финансовых рядов, которые невозможно описать нормальным распределением. В данной работе мы использовали в качестве кандидатов следующие маргинальные распределения: гиперболическое [22], устойчивое [57, 61, 67] и Мейкснера [64]. Перечисленные распределения имеют параметры, позволяющие учитывать особенности финансовых временных рядов, которые не описываются нормальным распределением, а именно: тяжёлые хвосты и асимметрия [67].

Приведем краткое описание указанных распределений. Гиперболическое распределение определяется четырьмя параметрами:  $\pi$  показывает крутизну,  $\zeta$  — асимметрию,  $\mu$  определяет сдвиг и  $\delta$  — масштаб. Распределение симметрично относительно параметра сдвига  $\mu$  при параметре асимметрии  $\zeta = 0$ . Уравнение (3.4) описывает плотность гиперболического распределения:

$$f_H(x|\pi, \zeta, \delta, \mu) = \frac{1}{2\sqrt{1+\pi^2}K_1(\zeta)} e^{-\zeta \left[ \sqrt{1+\pi^2} \sqrt{1+\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2} - \pi \frac{x-\mu}{\delta} \right]}, \quad (3.4)$$

где  $K_1(x)$  — модифицированная функция Бесселя третьего рода 1-го порядка [25],

$$\pi \in \mathbb{R}, \zeta > 0, \delta > 0, \mu \in \mathbb{R}.$$

Устойчивое распределение также описывается четырьмя параметрами:  $\alpha$  определяет тяжесть хвостов и эксцесс,  $\beta$  — асимметрию,  $\gamma$  является параметром масштаба, а  $\mu$  — сдвига. Так как для данного распределения в аналитической форме не существует ни кумулятивной функции, ни функции плотности распределения вероятности, принято использовать характеристическую функцию:

$$\varphi_S(x|\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \exp \left[ ix\delta - |\gamma x|^\alpha (1 - i\beta \operatorname{sgn}(x)\Phi(x)) \right], \quad (3.5)$$

$$\Phi(x) = \begin{cases} (|\gamma x|^{1-\alpha} - 1) \tan \frac{\pi\alpha}{2}, & \alpha \neq 1, \\ -\frac{2}{\pi} \log |\gamma x|, & \alpha = 1, \end{cases}$$

где  $\alpha \in (0; 2]$ ,  $\beta \in [-1; 1]$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\delta \in \mathbb{R}$ ,

$i$  — мнимая единица.

Распределение Мейкснера задаётся следующими четырьмя параметрами:  $\alpha$  — параметр масштаба,  $\beta$  — асимметрии,  $\delta$  — формы,  $\mu$  — сдвига. Плотность распределения Мейкснера описывается следующим уравнением:

$$f_M(x|\alpha, \beta, \delta, \mu) = \frac{\left(2 \cos \frac{\beta}{2}\right)^{2\delta}}{2\alpha\pi\Gamma(2\delta)} \exp \frac{\beta(x-\mu)}{\alpha} \left| \Gamma \left( \delta + i \frac{x-\mu}{\alpha} \right) \right|^2, \quad (3.6)$$

где  $\Gamma(z)$  — гамма-функция с комплексным аргументом  $z \in \mathbb{C}$ ,

$$\alpha > 0, |\beta| < \pi, \delta > 0, \mu \in \mathbb{R}.$$

Для оценки параметров гиперболического распределения можно воспользоваться методом Нелдера–Мида, устойчивого и распределения Мейкснера — критерием омега-квадрат, он же метод дистанции Крамера–

фон Мизеса. Для оценки качества полученных параметров будем использовать тесты Колмогорова–Смирнова, а также Андерсона–Дарлинга и Крамера–фон Мизеса. В этих тестах будем сравнивать эмпирические наблюдения, т. е. непосредственно реальные логарифмические доходности, со значениями модельных данных полученных с использованием указанных распределений.

### 3.3 Оценка параметров копулярных моделей

Для построения копулярных моделей будем использовать два вида функций:  $d$ -мерная копула и регулярная (R) иерархическая копула. Приведем необходимые определения и обозначения.

В свою очередь,  $d$ -мерные копулярные функции, используемые в данной работе, можно разделить на два вида:

- (1) Будем называть  $d$ -мерную копулу  $C$  *эллиптической*, если функция её распределения удовлетворяет уравнению:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_d | \theta) = F(F^{-1}(u_1 | \theta), F^{-1}(u_2 | \theta), \dots, F^{-1}(u_d | \theta) | \theta), \quad (3.7)$$

где  $F(x)$  — кумулятивная функция маргинального распределения,

$F^{-1}(p)$  — обратная функция распределения,

$F(x_1, x_2, \dots, x_d)$  — кумулятивная функция  $d$ -мерного совместного распределения,

$\theta$  — вектор параметров.

- (2)  $d$ -мерная копула  $C$  называется *архимедовой*, если функция её распределения удовлетворяет уравнению:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_d | \theta) = \psi^{[-1]}(\psi(u_1 | \theta) + \psi(u_2 | \theta) + \dots + \psi(u_d | \theta) | \theta), \quad (3.8)$$

где  $\psi: [0,1] \rightarrow [0, \infty]$  — непрерывная строго убывающая выпуклая функция такая, что  $\psi(1) = 0$ , также называемая *функцией-генератором*;

$\psi^{[-1]}(p)$  — псевдо-обратная функция, определяемая из уравнения:

$$\psi^{[-1]}(p) = \begin{cases} \psi^{-1}(p), & 0 \leq p \leq \psi(0), \\ 0, & \psi(0) \leq p \leq \infty. \end{cases}$$

Для эллиптической копулы (3.7) будем использовать совместное многомерное распределение Гаусса и Стьюдента соответственно, т. к. они наиболее часто используются применительно к финансовым данным [53].

В общем случае  $d$ -мерная Гауссова копула с корреляционным параметром  $\rho$  описывается как [35]

$$C_{Gauss}(u_1, u_2, \dots, u_d | \rho) = \Phi(\Phi_1^{-1}(u_1), \Phi_2^{-1}(u_2), \dots, \Phi_d^{-1}(u_d) | \rho), \quad (3.9)$$

где  $\Phi(x_1, x_2, \dots, x_d)$  — кумулятивная функция  $d$ -мерного совместного Гауссового распределения,

$\Phi_i^{-1}(p)$  — обратная функция одномерного Гауссового распределения,

$\rho$  — корреляционный параметр.

Для многомерной Гауссовой копулы корреляционным параметром  $\rho$  является корреляционная матрица  $\Sigma$ , описывающая зависимость между входными переменными.

В общем случае  $d$ -мерная  $t$ -копула с корреляционным параметром  $\rho$  и числом степеней свободы  $\nu$  описывается как [35]

$$C_t(u_1, u_2, \dots, u_d | \rho, \nu) = t(t_1^{-1}(u_1 | \nu), t_2^{-1}(u_2 | \nu), \dots, t_d^{-1}(u_d | \nu) | \rho, \nu), \quad (3.10)$$

где  $t(x_1, x_2, \dots, x_d)$  — кумулятивная функция  $d$ -мерного совместного  $t$ -распределения,

$t^{-1}(p)$  — обратная функция одномерного  $t$ -распределения,

$\rho$  — корреляционный параметр,

$\nu \geq 2$  — число степеней свободы.

Корреляционным параметром  $\rho$  в многомерной копуле Стьюдента также является корреляционная матрица  $\Sigma$ .

Альтернативный способ построения многомерной зависимости — использование R-иерархических копул.

Будем называть  $d$ -мерной иерархической копулой функцию, построенную из  $d(d - 1)/2$  двумерных (парных) копул [23]. Структура этой функции определяется набором связанных деревьев  $\mathcal{V} = \{T_1, T_2, \dots, T_{d-1}\}$  по следующим правилам:

- (1)  $T_1 = (V_1, E_1)$  — дерево с узлами  $V_1 = \{1, 2, \dots, d\}$  и ребрами  $E_1$ . Это дерево является графом, в котором любые два узла связаны уникальной ветвью [33].
- (2) Для  $m = 2, 3, \dots, d - 1$  дерево  $T_m$  состоит из узлов  $V_m = E_{m-1}$  и ребер  $E_m$ .
- (3) Для  $m = 2, 3, \dots, d - 1$  два узла дерева  $T_m$  могут быть связаны ребром только в случае, если соответствующие ребра дерева  $T_{m-1}$  имеют общий узел.

Пусть  $c_{j_e, k_e; D_e}$  — двумерная (парная) копула для каждого ребра  $e$  в некотором из  $(d - 1)$  деревьев иерархической копулы [32]. Обозначим через  $j_e$  и  $k_e$  индексы условных переменных  $U_{j_e}$  и  $U_{k_e}$ . Также обозначим через  $D_e$  условную выборку, соответствующую ребру  $e$ . Таким образом,  $c_{j_e, k_e; D_e}$  — копул-функция плотности распределения для двух случайных величин  $U_{j_e|D_e}$  и  $U_{k_e|D_e}$ , где  $U_{i|D} = C_{i|D}(U_i|U_D)$ . Окончательно, приведем функцию плотности для R-иерархической копулы в виде:

$$c(u_1, \dots, u_d) = \prod_{m=1}^{d-1} \prod_{e \in E_m} c_{j_e, k_e; D_e} \left( C_{j_e|D_e}(u_{j_e} | \mathbf{u}_{D_e}), C_{k_e|D_e}(u_{k_e} | \mathbf{u}_{D_e}); \mathbf{u}_{D_e} \right). \quad (3.11)$$

Структура иерархической копулы, в которой все узлы соединены последовательно, называется *D-vine*, тогда как деревья с звездо-образной структурой называются *C-vine* [34]. В дальнейшей работе мы будем использовать *R-vine* структуру, представляющую собой комбинацию двух вышеописанных типов. Такая структура является наиболее общим примером максимально покрывающего дерева. Главное преимущество иерархических копул в том, что каждая её компонента представляет собой парную копулу с независимым от других компонент распределением. Такие копулы легче интерпретировать и визуализировать, сегодня существует множество различных подходов для работы с ними [31, 32, 34]. К тому же за счёт возможности выбора разных распределений для каждой парной копулы существенно увеличивается гибкость рассматриваемой копулярной модели.

Основываясь на результатах исследования [34], мы будем использовать абсолютное эмпирическое значение  $\tau$  Кендалла в качестве меры зависимости, т. к. эта мера не зависит от предполагаемого распределения и, следовательно, особенно полезна на шаге (3) (страница 21). Заметим, что для иерархических

копул в качестве параметра допустимо использовать вещественное значение степеней свободы, а также различные семейства распределений для каждой двумерной (парной) копулы [24].

Рассмотрим наиболее распространённые семейства двумерных (парных) копул. Запишем уравнение (3.8) для двумерного случая:

$$C(u, v|\theta, \delta) = \varphi(\varphi^{-1}(u|\theta, \delta) + \varphi^{-1}(v|\theta, \delta)|\theta, \delta). \quad (3.12)$$

Приведем формулы для семейств двумерных копул [43], которые будем использовать в дальнейшей работе.

### 1. Копула Клейтона.

Рассмотрим уравнение (3.12) при  $0 \leq u, v, t \leq 1$  и  $\delta \geq 0$ , где

$$\varphi(s) = \varphi(s|\delta) = (1 + s\delta)^{-1/\delta}, \quad \varphi^{-1}(t|\delta) = \frac{1}{\delta}(t^{-\delta} - 1)^\delta,$$

тогда

$$C(u, v|\delta) = (u^{-\delta} + v^{-\delta} - 1)^{-1/\delta}.$$

### 2. Копула Гумбеля.

Рассмотрим уравнение (3.12) при  $0 \leq u, v, t \leq 1$  и  $\delta \geq 1$ , где

$$\varphi(s) = \varphi(s|\delta) = \exp\{-s^{1/\delta}\}, \quad \varphi^{-1}(t|\delta) = (-\log t)^\delta,$$

тогда

$$C(u, v|\delta) = \exp\{-([\log u]^\delta + [\log v]^\delta)^{1/\delta}\}.$$

### 3. Копула Клейтона-Гумбеля (ВВ1).

Рассмотрим уравнение (3.12) при  $0 \leq u, v, t \leq 1$ ,  $\theta > 0$  и  $\delta \geq 1$ , где

$$\varphi(s) = \varphi(s|\theta, \delta) = (1 + s^{1/\delta})^{-1/\theta}, \quad \varphi^{-1}(t|\theta, \delta) = (t^{-\theta} - 1)^\delta,$$

тогда

$$C(u, v|\theta, \delta) = \left\{1 + [(u^{-\theta} - 1)^\delta + (v^{-\theta} - 1)^\delta]^{1/\delta}\right\}^{-1/\theta}.$$

#### 4. Копула Франка.

Рассмотрим уравнение (3.12) при  $0 \leq u, v, t \leq 1, \theta \geq 1$  и  $-\infty < \delta < \infty$ , где

$$\begin{aligned}\varphi(s) &= \varphi(s|\delta) = -\delta^{-1} \log [1 - (1 - e^{-\delta})e^{-s}], \\ \varphi^{-1}(t|\delta) &= -\log [(1 - e^{-\delta t})/(1 - e^{-\delta})],\end{aligned}$$

тогда

$$C(u, v|\delta) = -\delta^{-1} \log \left( \frac{1 - e^{-\delta} - (1 - e^{-\delta u})(1 - e^{-\delta v})}{1 - e^{-\delta}} \right).$$

5. Также стоит отметить *независимую копулу*, описанную впервые в монографии [55]. Эта копула соответствует случаю, когда входные величины  $u$  и  $v$  независимы:

$$C(u, v) = uv.$$

В статье [26] приведены общие формулы для приведения функции двумерной копулы (3.12) к её «повёрнутой» (в англоязычной литературе «survival») версии:

$$\begin{aligned}C_{90}(u, v) &= v - C(1 - u, v), \\ C_{180}(u, v) &= u + v - 1 + C(1 - u, 1 - v), \\ C_{270}(u, v) &= u - C(u, 1 - v),\end{aligned}\tag{3.13}$$

Число в индексе {90, 180, 270} обозначает угол поворота в градусах (против часовой стрелки). Этот угол может быть определен на основании знака коэффициента корреляции.

Детальную информацию по другим семействам можно найти в монографиях [44, 55]. Выбор наиболее подходящего семейства мы будем осуществлять с использованием статистических тестов Вуонга [69] и Кларка [30].

Для оценки параметров копулярных моделей необходимо исходные данные (например, в случае финансовых временных рядов это логарифмические доходности активов инвестиционного портфеля перевести) отобразить в про-

странство области определения копулы, то есть в единичный гиперкуб:

$$\mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1]^d.$$

Таким образом мы построим эмпирическую копулу по *псевдо-наблюдениям*. Пусть из уравнения (3.1) мы имеем ряд логарифмических доходностей  $\mathbf{r}_i = (r_{1,i}, \dots, r_{T,i})^T$  для всех исторических наблюдений каждого актива  $i \in \overline{1,d}$ , тогда псевдо-наблюдения будут определяться по следующему правилу [40]:

$$u_{t,i} = \frac{\text{rg}(r_{t,i})}{T+1}, \forall t \in \overline{1,T}, i \in \overline{1,d}, \quad (3.14)$$

где  $\text{rg}(r_{t,i})$  — ранг  $r_{t,i}$  (от наименьшего к наибольшему) по отношению к наблюдаемым значениям,

$r_{\tau,i}, \tau \in \overline{1,T}$  — наблюдения.

Каждое псевдо-наблюдение  $u_{t,i}$  находится в интервале  $[0, 1]$ .

За не очень долгую историю изучения копулярных моделей было предложено большое количество самых разных методов для оценки параметров модели. Прикладное значение тех или иных методов определяется их вычислительным удобством, вероятностными и асимптотическими характеристиками полученных оценок.

Для оценки параметров копулы будем использовать метод «инверсии  $\tau$  Кендалла» [49], который применим к псевдо-наблюдениям, вычисленным по формуле (3.14).

Для проверки адекватности полученных копулярных моделей будем выполнять параметрический загрузочный тест оценки качества (*goodness-of-fit test*, GoF-тест) найденных параметров копулярных моделей [38]. В данной работе будем использовать следующие GoF-тесты:

- 1) применительно к эллиптическим копулам — функционал Крамера — фон Мизеса  $S_n$  [38];
- 2) для регулярных иерархических копул — матричное уравнение информационного критерия Уайта,  $W$  [70].



### 3.4 Построение инвестиционного портфеля

Для проведения численного моделирования будем использовать модельные портфели: а) равновесный портфель, а также б) оптимальный (в некотором смысле) портфель. В равновесный портфель будем включать активы в равных долях:  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_d)$ , где  $w_i = 1/d$  — это доля  $i$ -го актива в портфеле  $i = 1, 2, \dots, d$ . Ожидаемая доходность такого портфеля будет выражена как

$$\mu_p = \sum_{i=1}^d \mu_i w_i.$$

Для построения оптимального портфеля сформулируем задачу оптимизации. В качестве целевой функции используем минимизацию величины ожидаемых потерь  $CVaR_\alpha$ , которую реальные потери не превысят с вероятностью  $\alpha$ :

$$\min_{\mathbf{w}} CVaR_\alpha = \min_{\mathbf{w}} \mathbb{E} \{ -\mu_p \mid -\mu_p \geq VaR_\alpha \}, \quad (3.15)$$

Согласно работе [62] мера риска  $VaR_\alpha$  для портфеля с ожидаемой доходностью  $\mu_p$  определяется из формулы

$$VaR_\alpha = \min \{ \zeta \in \mathbb{R} \mid P(-\mu_p \leq \zeta) \geq \alpha \},$$

где  $\zeta$  — некоторое значение случайной величины  $\xi$ , поставленной в соответствие с убытками портфеля  $-\mu_p$ .

Ограничения в задаче оптимизации портфеля сформулируем в виде:

$$\sum_{i=1}^d \mu_i w_i \geq \bar{\mu}_p, \quad (3.16a)$$

$$\sum_{i=1}^d w_i = 1, \quad (3.16b)$$

$$w_i \geq 0, \quad \forall i. \quad (3.16c)$$

В данной формулировке ограничение (3.16a) определяет условие на минимальную доходность оптимального портфеля, обозначенную  $\bar{\mu}_p$ , ограничение (3.16b) — доступные денежные средства должны быть инвестированы полностью, ограничение (3.16c) накладывает запрет на позиции без покрытия (короткие позиции).

Таким образом, решением задачи (3.15) – (3.16) будет структура портфеля  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_d)$  с минимальным значением ожидаемых потерь  $CVaR_\alpha$  и доходностью не меньше, чем значение  $\bar{\mu}_p$ . Задача (3.15)-(3.16) представляет собой задачу линейного программирования [62], следовательно, далее можно найти портфель с минимальным  $VaR_\alpha$  для заданного уровня  $\alpha$ .

### 3.5 Алгоритм вычисления точечных оценок риск-метрик с использованием копул

Приведем правило для нахождения риск-метрик методом исторического моделирования для эмпирических данных. Имея вектор  $\mathbf{w}$  долей портфеля и массив логарифмических доходностей, можно найти ежедневные прибыль-убытки (profit and loss) портфеля:

$$P\&L(t) = \sum_{i=1}^d w_i r_i(t) \quad (3.17)$$

Согласно историческому методу моделирования VaR и CVaR могут быть вычислены по правилам [13]:

$$VaR_\alpha = \mathbb{Q}_{-P\&L}(\alpha), \quad (3.18)$$

$$CVaR_\alpha = \mathbb{E}(-P\&L | -P\&L > VaR_\alpha). \quad (3.19)$$

Для проверки адекватности полученной оценки (3.18) будем использовать тест Купича [51, 19] на уровне 95%, в котором в качестве основной выдвигается гипотеза  $H_0$ : оценка  $VaR$  адекватная. Данный тест предполагает некоторую случайную величину  $\xi$ , имеющую биномиальное распределение с числом испытаний  $m$  и вероятностью успеха  $p$  в качестве параметров.

---

**Алгоритм 1** Расчёт риск-метрик с использованием копул

---

**Вход:** Лог-доходности  $\{r_{i,t}\}$ ,  $i \in \overline{1,d}$ , весовые коэффициенты  $w_i$  оптимального портфеля, маргинальные распределения и параметры для каждого актива,  $d$ -мерная копула с известными параметрами, уровень  $\alpha$  для вычисления  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$ .

- 1: Сгенерировать массив псевдо-наблюдений  $\{\hat{u}_{i,s}\} \in [0, 1]^d$ ,  $i \in \overline{1,d}$ ,  $s \in \overline{1,S}$  в соответствии с выбранной копулой.
- 2: Преобразовать сгенерированные псевдо-наблюдения в массив квантилей:
- 3: **for**  $i \in \overline{1,d}$  **do**
- 4:     **for**  $s \in \overline{1,S}$  **do**
- 5:         Вычислить  $\hat{r}_{i,s}$  из ур. (3.20).
- 6:     **end for**
- 7: **end for**
- 8: Вычислить ряд прибылей и потерь (P&L) портфеля:
- 9: **for**  $s \in \overline{1,S}$  **do**
- 10:     Присвоить  $P\&L(s) = \sum_{i=1}^d \hat{r}_{i,s} \cdot w_i$ .
- 11: **end for**
- 12: Вычислить  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$  из ур. (3.18) и (3.19) соответственно.

**Выход:**  $VaR$  и  $CVaR$  для сгенерированных P&L портфеля.

---

Алгоритм 1 описывает метод, который мы используем для вычисления VaR и CVaR с использованием копулярных моделей. Метод основан на Монте-Карло генерации псевдо-наблюдений с использованием построенных копулярных моделей копул. Данный алгоритм используется для каждого используемого в данной работе вида копул: Гауссовой, Стьюдента и Р-иерархической.

Для генерации массива случайных псевдо-наблюдений размерности  $S \times d$  (строка 1) используются оценки параметров соответствующих копул. Параметры эллиптических копул указаны в уравнениях (4.1) и (4.2), а структура иерархической копулы — в уравнении (4.3). Затем полученные псевдо-наблюдения преобразуются в массив квантилей:  $[0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  (строки 2-7). Здесь необходимо использовать маргинальные распределения, полученные для каждого из активов (см. раздел 4.1.2, табл. 4.2). Для данного преобразования

---

**Алгоритм 2** Процедура для вычисления оценок и характеристик риск-метрик

---

**Вход:** Число выборок  $N$ , входные данные Алгоритма 1.

- 1: Создать пустые векторы  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$ .
- 2: **for**  $i \in \overline{1, N}$  **do**
- 3:     Запустить Алгоритм 1.
- 4:     Добавить полученные значения  $VaR_{\alpha, i}$  и  $CVaR_{\alpha, i}$  к векторам  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$  соответственно.
- 5: **end for**
- 6: Вычислить характеристики для  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$  по формулам (3.6).
- 7: Вычислить доверительный интервал векторов  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$  по ур. (3.22).

**Выход:** Средние значения, доверительный интервал, характеристики ошибок оценок  $VaR$  и  $CVaR$ .

---

используется формула:

$$\hat{r}_{i,s} = F_i^{-1}(\hat{u}_{i,s}), \quad \forall i, s, \quad (3.20)$$

где  $F_i^{-1}(p)$  — обратная квантильная функция вероятности маргинального распределения  $i$ -го актива,  $i \in \overline{1, d}$ ,

$S$  — количество смоделированных сценариев,  $s \in \overline{1, S}$ .

В данном преобразовании сохраняется порядок переменных в каждой выборке сценариев. Таким образом, в конечной выборке квантилей между величинами сохраняется исходная зависимость.

Используя весовые коэффициенты найденного CVaR-оптимального портфеля, вычисляется ряд P&L портфеля (строка 10). Далее по формулам (3.4) и (3.15) оцениваются риск-метрики (строка 12).

Алгоритм 1 позволяет получить точечную оценку риска модельного портфеля с помощью копула-моделей. Для получения несмещённых оценок риск-метрик мы предлагаем использовать Алгоритм 2.

### 3.6 Алгоритм вычисления усреднённых и интервальных характеристик риск-метрики

Суть алгоритма 2 заключается в генерировании множества из  $N$  выборок с последующим вычислением усреднённых и интервальных характеристик риск-метрики. Пусть  $\hat{x}$  — значение риск-метрики, полученное историческим методом по эмпирическим наблюдениям из уравнений (3.18) и (3.19). Полученные значения оценок риск-метрики сравниваются со значениями  $\hat{x}$ . Среднее значение  $\bar{x}$ , смещение  $\Delta$ , стандартное отклонение (standard deviation, SD) и средне-квадратичная ошибка (root-mean-square error, RMSE) соответственно запишем как:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \mathbb{E}(\mathbf{x}) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \\ \Delta &= \bar{x} - \hat{x}, \\ \text{SD} &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2}, \\ \text{RMSE} &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{x} - x_i)^2}.\end{aligned}\tag{3.21}$$

Для проведения численных экспериментов мы выбрали интервал между вероятностями 2,5 и 97,5%:

$$q^- = \mathbb{Q}_{\mathbf{x}}(0.025), \quad q^+ = \mathbb{Q}_{\mathbf{x}}(0.975),\tag{3.22}$$

где  $\mathbb{Q}_{\mathbf{x}}(p)$  — эмпирический квантиль вектора  $\mathbf{x}$  на вероятности  $p$ ,  
 $\mathbf{x}$  — вектор соответствующей риск-метрики (алгоритм 2).

Результатом такой процедуры будет набор из  $N$  оценок, с помощью которого можно получить несмещённую оценку необходимой риск-метрики и найти для неё доверительный интервал.

## 4 Численное исследование копулярных моделей

### 4.1 Калибровка математической модели

#### 4.1.1 Исходные данные

В данной работе используется портфель из следующих активов: фьючерсы на акции (1) ГМК «Норильский Никель» (GMKR), (2) «Газпром» (GAZR) и (3) «Сбербанк» (SBRF) и (4) индекс РТС (RTS). В качестве исходных данных используются дневные цены закрытия вышеперечисленных контрактов с 16 декабря 2015 по 16 декабря 2017 (504 наблюдения). Особенность данных временных рядов заключается в том, что в качестве соответствующих контрактов используются «склеенные» фьючерсы [63].

В первую очередь, полученные котировки активов были преобразованы в логарифмические доходности через уравнение (3.1). На рис. 4.1 изображены гистограммы полученных временных рядов, а в таблице 4.1 указаны их основные характеристики: средняя дневная доходность и стандартное отклонение. Согласно методологии (раздел 3.1), в данной работе мы использовали коэффициент нелинейной ранговой корреляции  $\tau$  Кендалла (3.3).

Таблица 4.1 – Описательные характеристики логарифмических доходностей

Активы	Моменты		$\rho$ Спирмена				$\tau$ Кендалла			
	$\mu$	$\sigma$	RTS	SBRF	GAZR	GMKR	RTS	SBRF	GAZR	GMKR
RTS	0.00075	0.016	1	0.702	0.621	0.323	1	0.515	0.444	0.218
SBRF	0.00154	0.016	0.702	1	0.519	0.308	0.515	1	0.364	0.208
GAZR	-0.00001	0.013	0.621	0.519	1	0.375	0.444	0.364	1	0.256
GMKR	0.00033	0.015	0.323	0.308	0.375	1	0.218	0.208	0.256	1

#### 4.1.2 Результаты оценки параметров распределений

Параметры маргинальных распределений оцениваются согласно методологии, описанной в разделе 3.2. Полученные результаты приведены в таблице 4.2. Результаты тестов для оценки качества полученных результатов — Колмогорова–Смирнова, Андерсона–Дарлинга и Крамера–фон Мизеса, — приведены в таблице 4.3.

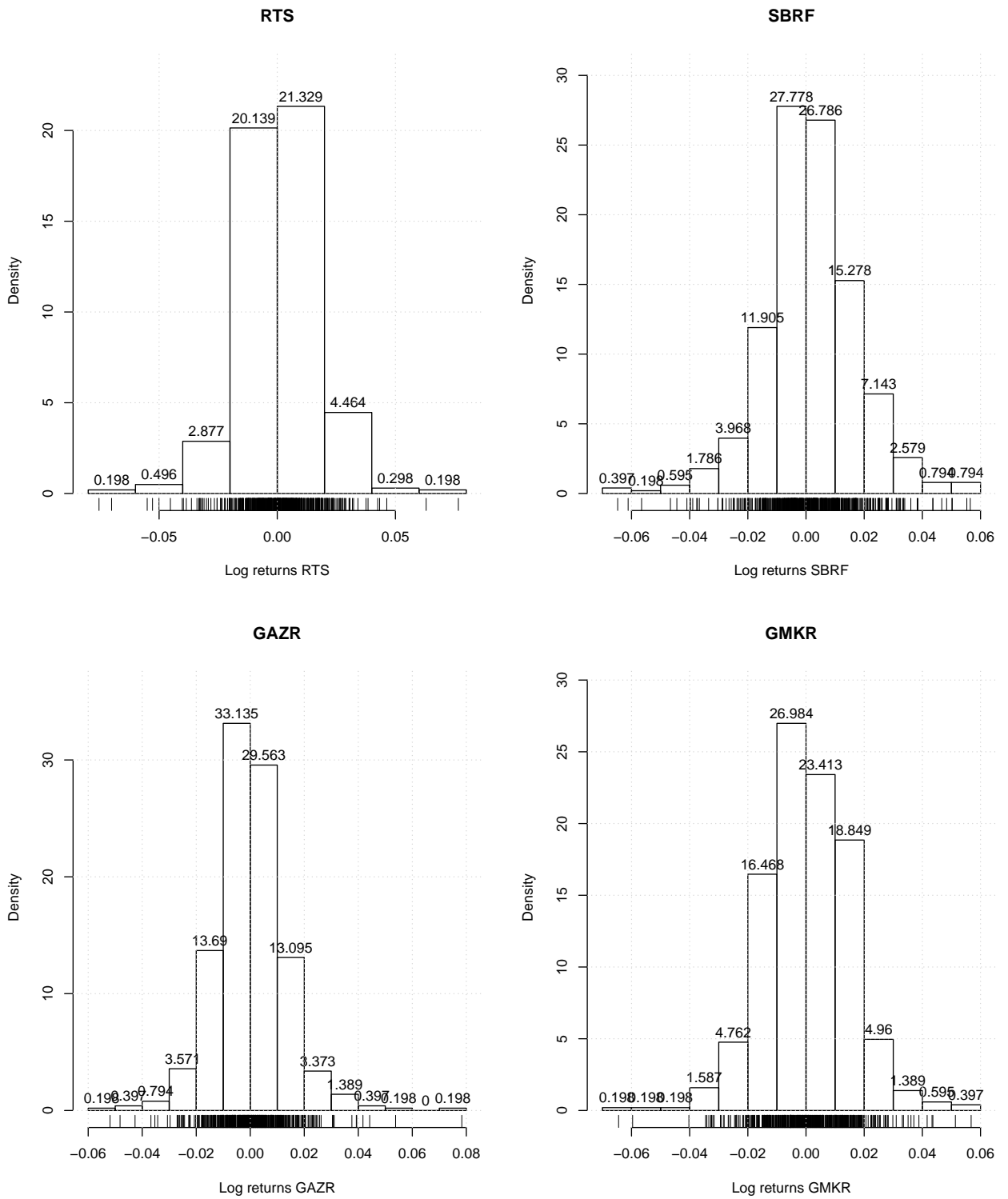


Рисунок 4.1 – Гистограммы логарифмических доходностей контрактов

Для выбора одного распределения будем использовать значения  $p$ -value, полученные в результате теста Крамера – фон Мизеса, который является самым мощным статистическим критерием из рассматриваемых в данной работе. По его результатам мы выбрали распределение Мейкснера в качестве маргинального, которое будем использовать в дальнейших расчетах. На рис. 4.2 приведены графические результаты оценивания параметров распределений. Слева на рисунке изображены гистограммы лог-доходностей и наложенные на них графики плотности выбранного маргинального распределения Мейкснера. Справа показаны квантиль-квантильные графики для наблюдаемых и модельных данных, полученных с использованием выбранного распределения Мейкснера. Вертикальные пунктирные линии соответствуют квантилям уровня 0.05 и 0.95.

#### 4.1.3 Результаты оценки параметров копул

На рис. 4.3 приведено графическое представление для исходных (слева) и псевдо-наблюдений (справа): выше главной диагонали приведены значения коэффициента ранговой корреляции  $\tau$  Кендалла между значениями рангов значений временных рядов, ниже главной диагонали — точечные графики парных совместных распределений исходных наблюдений (слева) и

Таблица 4.2 – Оценка параметров маргинальных распределений

Распределения и параметры		RTS	SBRF	GAZR	GMKR
Гиперболическое распределение	$\pi$	0.00336	0.06100	0.06751	0.03301
	$\zeta$	0.68417	0.80977	0.73310	3.31449
	$\delta$	0.00694	0.00823	0.00609	0.02232
	$\mu$	0.00067	-0.00003	-0.00139	-0.00076
Устойчивое распределение	$\alpha$	1.53561	1.56414	1.86326	1.92994
	$\beta$	0.21114	0.22262	0.85066	0.66465
	$\gamma$	0.00884	0.00926	0.00770	0.00999
	$\delta$	0.00020	0.00063	-0.00099	-0.00016
Распределение Мейкснера	$\alpha$	0.03306	0.03064	0.02642	0.00428
	$\beta$	0.30800	0.45599	0.22236	0.87412
	$\delta$	0.44168	0.51881	0.47397	18.31193
	$\mu$	-0.00099	-0.00173	-0.00143	-0.03615



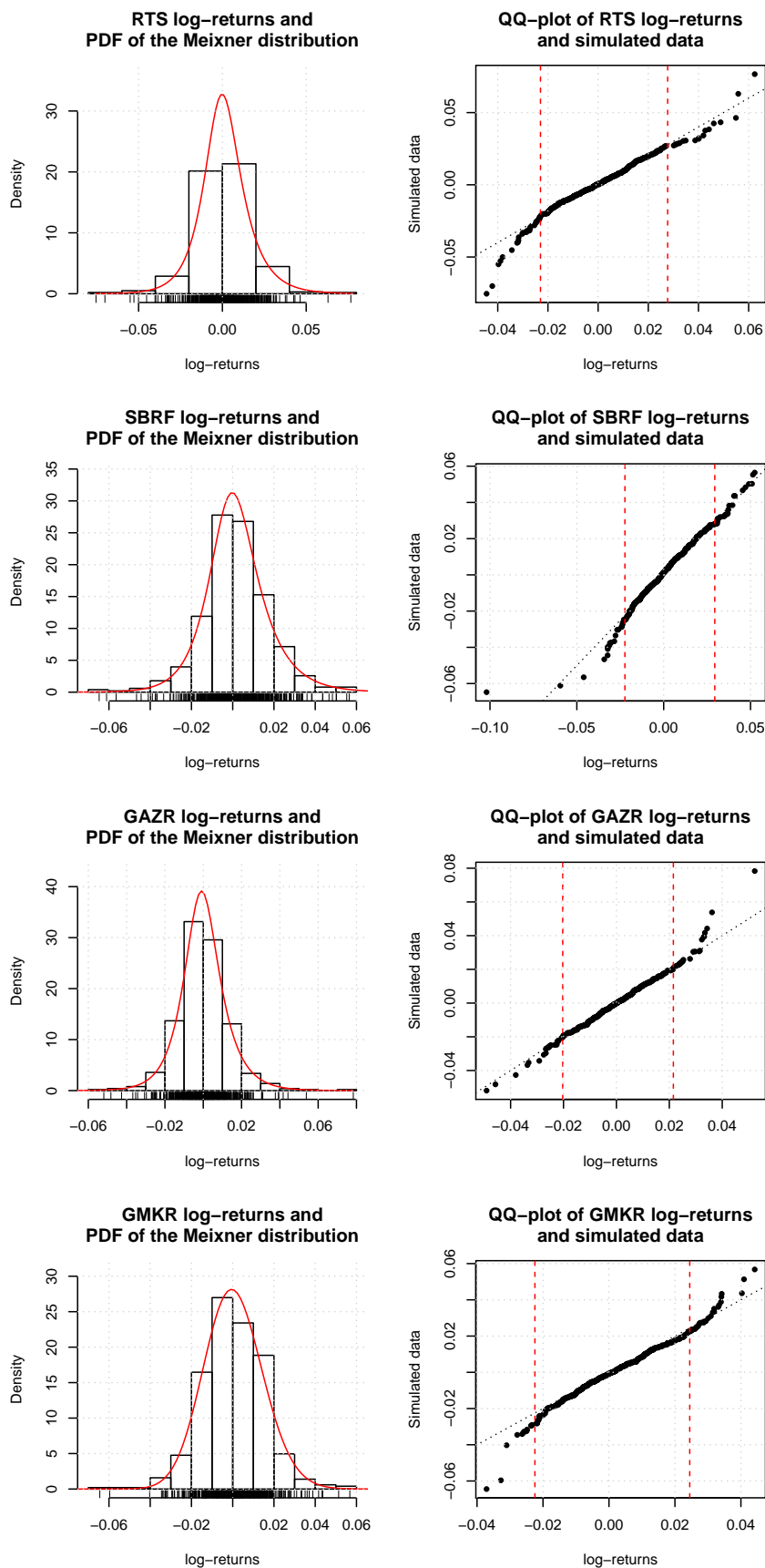


Рисунок 4.2 – Результаты оценки параметров распределений: гистограммы и модельные кривые (слева) и квантиль-квантильные графики (справа)

Таблица 4.3 – Значения  $p$ -value статистических тестов для распределений-кандидатов

Тест	Распределение	RTS	SBRF	GAZR	GMKR
Колмогорова – Смирнова	Гиперболическое	0.91	0.88	1.00	0.79
	Устойчивое	0.89	0.94	0.87	0.94
	Мейкснера	0.99	0.95	1.00	0.96
Андерсона – Дарлингга	Гиперболическое	0.88	0.94	1.00	0.93
	Устойчивое	0.73	0.87	0.47	0.97
	Мейкснера	0.87	0.92	1.00	0.90
Крамера – фон Мизеса	Гиперболическое	0.94	0.89	1.00	0.90
	Устойчивое	0.97	0.92	0.94	0.98
	Мейкснера	0.99	0.95	1.00	0.98

полученных псевдо-наблюдений (справа), на главной диагонали — гистограммы частных распределений. Из рис. 4.3 видно, что максимальный коэффициент ранговой корреляции  $\tau$  Кендалла наблюдается между логарифмическими доходностями RTS и SBRF ( $\tau = 0,51$ ), эта величина сохраняется после отображения доходностей в область определения копулы по правилу (3.14).

Полученные псевдо-наблюдения далее будем использовать для построения оценок параметров копулярных моделей согласно методологии, описанной в разделе 3.3. Итогом данного шага для модели Гауссовой копулы является корреляционная матрица  $\Sigma_{Gauss}$ , копулы Стьюдента — корреляционная матрица  $\Sigma_t$  и число степеней свободы  $\nu$ . Их значения

$$\Sigma_{Gauss} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0.723 & 1 & & \\ 0.642 & 0.540 & 1 & \\ 0.335 & 0.320 & 0.391 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

$$\Sigma_t = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0.723 & 1 & & \\ 0.642 & 0.540 & 1 & \\ 0.335 & 0.320 & 0.391 & 1 \end{pmatrix}, \quad \nu = 4. \quad (4.2)$$

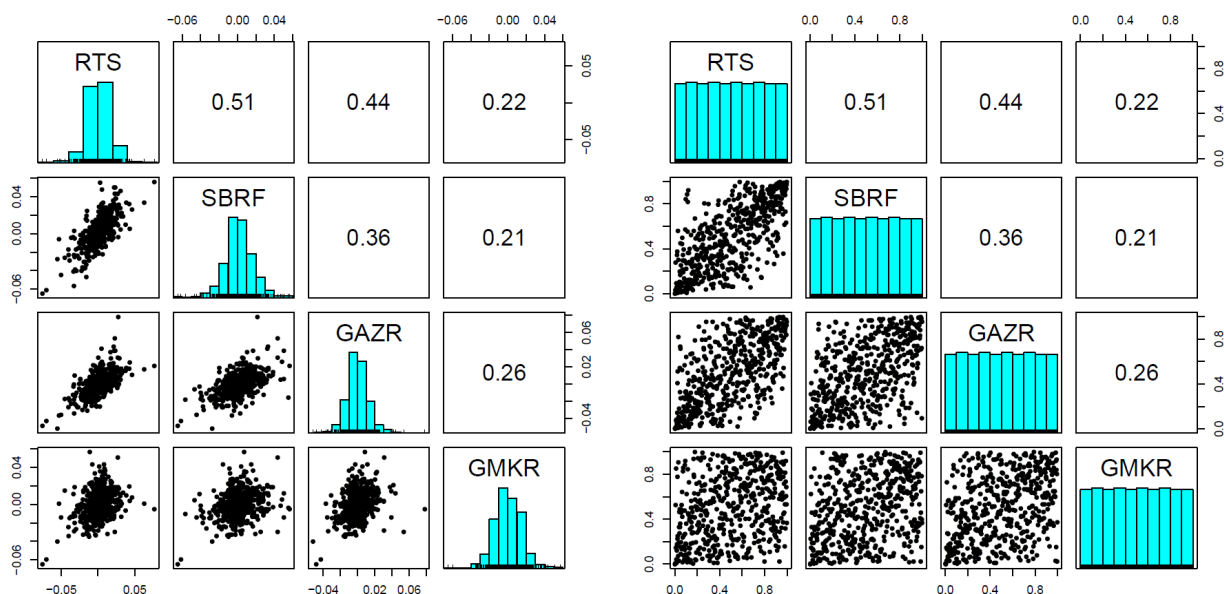


Рисунок 4.3 – Парные графики наблюдений (слева) и псевдо-наблюдений (справа): на главной диагонали — гистограммы частных распределений логарифмических доходностей, выше диагонали — коэффициент ранговой корреляции  $\tau$  Кендалла, ниже диагонали — точечные графики парных совместных распределений

Как можно заметить, корреляционные матрицы для обеих копул идентичны. Это происходит потому, что оценка первого параметра многомерной копулы определяется только зависимостью между переменными.

Пусть каждому из активов  $\{RTS, SBRF, GAZR, GMKR\}$  портфеля соответствует ряд псевдо-наблюдений  $u_i$ , где  $i$  — порядковый номер актива,  $i \in \overline{1, d}$ . Тогда оценку параметров для иерархической копулы можно описать следующей структурой:

(i) Дерево 1:

$c_{u_1; u_2}$  — копула Стьюдента с параметрами  $\rho = 0.72$ ,  $\nu = 7.57$ ,  $\tau = 0.51$ ;

$c_{u_3; u_1}$  — копула Survival BB1 (повёрнутая на  $180^\circ$  копула Клейтона-Гумбеля) с параметрами  $\theta = 0.12$ ,  $\delta = 1.68$ ,  $\tau = 0.44$ ;

$c_{u_4; u_3}$  — копула Survival Gumbel (повёрнутая на  $180^\circ$  копула Гумбеля) с параметрами  $\delta = 1.33$ ,  $\tau = 0.25$ ;

(ii) Дерево 2:

$c_{u_3; u_2; u_1}$  — копула Гумбеля с параметрами  $\delta = 1.1$ ,  $\tau = 0.09$ ;

$c_{u_4; u_1; u_3}$  — копула Клейтона с параметрами  $\delta = 0.16$ ,  $\tau = 0.07$ ;

(iii) Дерево 3:

$c_{u_4, u_2; u_3, u_1}$  — копула Франка с параметрами  $\delta = 0.54$ ,  $\tau = 0.06$ .

Эта же структура может быть представлена в виде набора матриц  $M$ ,  $F$ ,  $P_1$  и  $P_2$ , приведенных в уравнении (4.3). Матрица  $M$  определяет структуру дерева, остальные матрицы —  $F$ ,  $P_1$  и  $P_2$  — указывают для каждого узла (парной копулы) набор семейств, первый и второй параметры соответственно. Если копула имеет только один параметр, то таковым является  $\delta$ , если же копула двух-параметрическая, то первым и вторым параметрами являются  $\theta$  и  $\delta$  соответственно. В матрице  $F$  введены сокращения для обозначения семейств:  $t$  — Стьюдента,  $Gu$  — Гумбеля,  $Cl$  — Клейтона,  $Fr$  — Франка,  $SBB1$  — Survival BB1,  $SG$  — Survival Gumbel.

$$M = \begin{pmatrix} 2 & & & & \\ 4 & 1 & & & \\ 3 & 4 & 3 & & \\ 1 & 3 & 4 & 4 & \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} Fr & & & & \\ Gu & Cl & & & \\ St & SBB1 & SG & & \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0.544 & & & & \\ 1.098 & 0.158 & & & \\ 0.722 & 0.124 & 1.327 & & \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 7.566 & 1.682 & 0 & & \end{pmatrix}.$$

Результаты статистических тестов полученных моделей приведены в таблице 4.4. Для многомерных Гауссовой и Стьюдента копул был рассчитан функционал Крамера – фон Мизеса, а для иерархической копулы — статистика Уайта. Основываясь на значении  $p$ -value GoF-тестов оценки параметров, у нас нет оснований отвергать нулевую гипотезу о принадлежности копул одному из распределений на 5% уровне значимости. Однако по их значениям для R-vine копулы можно заключить, что эта модель является наиболее адекватной из всех по отношению к реальным данным.

#### 4.1.4 Результаты решения задачи поиска оптимального инвестиционного портфеля

В результате решения оптимизационной задачи (3.15 – 3.16) мы получили портфель, при минимальной доходности портфеля  $\bar{\mu}_p = 0,05$ , со следующей

Таблица 4.4 – Значения статистических критериев для различных копулярных моделей

Копула	Статистика	$p$ -value
Гауссова	$S_n = 0,034$	0,19
Стьюдента	$S_n = 0,391$	0,05
R-vine	$W = 15,15$	0,95

структурой:

$$\mathbf{w} = \{0,05; 0,114; 0,384; 0,452\},$$

где каждый элемент вектора — это доля вложения активов RTS, SBRF, GAZR, GMKR соответственно. Для того, чтобы убедиться в целесообразности выполнения оптимизации, мы сравнили риск-метрики полученного портфеля со значениями, полученными для равновесного портфеля. Для данного сравнения можно обойтись обычным историческим методом расчёта VaR и CVaR. В качестве уровней риск-метрик выберем следующие значения вероятностей

$$\boldsymbol{\alpha} = \{90; 95; 99; 99.5; 99.9\}.$$

Таблица 4.5 – Сравнение риск-метрик равновесного и оптимального портфеля для различных вероятностей

$\alpha, \%$	$VaR_\alpha / CVaR_\alpha, \times 10^{-2}$		
	Оптимальный	Равновесный	Смещение, $\times 10^{-2}$
90.0	1.31 / 2.01	1.32 / 2.14	0.01 / 0.13
95.0	1.69 / 2.48	1.82 / 2.74	0.13 / 0.25
99.0	2.59 / 3.96	2.79 / 4.36	0.21 / 0.41
99.5	3.63 / 5.22	4.05 / 5.50	0.43 / 0.28
99.9	5.62 / 5.86	6.05 / 6.29	0.44 / 0.43

В таблице 4.5 приведены значения риск-метрик для двух портфелей (оптимальный и равновесный) и пяти уровней. Четвёртая колонка в таблице показывает разницу между результатами, равную абсолютной разности риск-метрик, полученных для равновесного и оптимального портфелей. Из таблицы видно 4.5, что при расчёте как VaR, так и CVaR для всех заданных уровней

оптимальный портфель показал более консервативную оценку. Это говорит о целесообразности выполнения оптимизации портфеля.

## 4.2 Вычисление риск-метрик с использованием копул

### 4.2.1 Точечные оценки значений риск-метрик VaR и CVaR

Для расчета риск-метрик на данном этапе будем использовать массив логарифмических доходностей с оцененными для каждой переменной параметрами маргинального распределения Мейснера, весовые коэффициенты найденного CVaR-оптимального портфеля, три копулярных модели с найденными параметрами. Для заданного в разделе 4.1.4 вектора уровней вероятностей  $\alpha$  вычислим значения  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$  согласно алгоритму 1.

Таблица 4.6 – Значение эмпирической  $\widehat{VaR}$  и оценённой риск-метрики  $VaR^{est}$  с использованием Гауссовой / Стьюдента / R-vine копул

Уровень, %	$\widehat{VaR}, \times 10^{-2}$	$VaR^{est}, \times 10^{-2}$	$\Delta, \times 10^{-3}$
90.0	1.31	1.57 / 1.71 / 1.51	2.55 / 3.94 / 1.94
95.0	1.69	2.15 / 2.37 / 1.94	4.56 / 6.81 / 2.48
99.0	2.59	3.28 / 3.64 / 3.28	6.95 / 10.54 / 6.97
99.5	3.63	3.70 / 4.02 / 3.94	0.69 / 3.95 / 3.13
99.9	5.62	5.63 / 5.83 / 6.01	0.12 / 2.18 / 3.90

Таблица 4.7 – Значение эмпирической  $\widehat{CVaR}$  и оценённой риск-метрики  $CVaR^{est}$  с использованием Гауссовой / Стьюдента / R-vine копул

Уровень, %	$\widehat{CVaR}, \times 10^{-2}$	$CVaR^{est}, \times 10^{-2}$	$\Delta, \times 10^{-3}$
90.0	2.01	2.38 / 2.58 / 2.32	3.68 / 5.66 / 3.12
95.0	2.48	2.95 / 3.17 / 2.92	4.65 / 6.89 / 4.35
99.0	3.96	4.25 / 4.35 / 4.50	2.98 / 3.94 / 5.41
99.5	5.22	5.05 / 4.95 / 5.43	-1.76 / -2.72 / 2.06
99.9	5.86	5.81 / 6.00 / 6.01	-0.51 / 1.38 / 1.51

В таблицах 4.6 и 4.7 приведены результаты упрощённого расчёта VaR и CVaR соответственно. На рисунке 4.4 изображены графики риск-метрик: VaR (слева) и CVaR (справа). Из таблиц 4.6 и 4.7 и рисунка 4.4 видно, что все три модели остаются консервативными на небольших и средних уровнях вероятности.

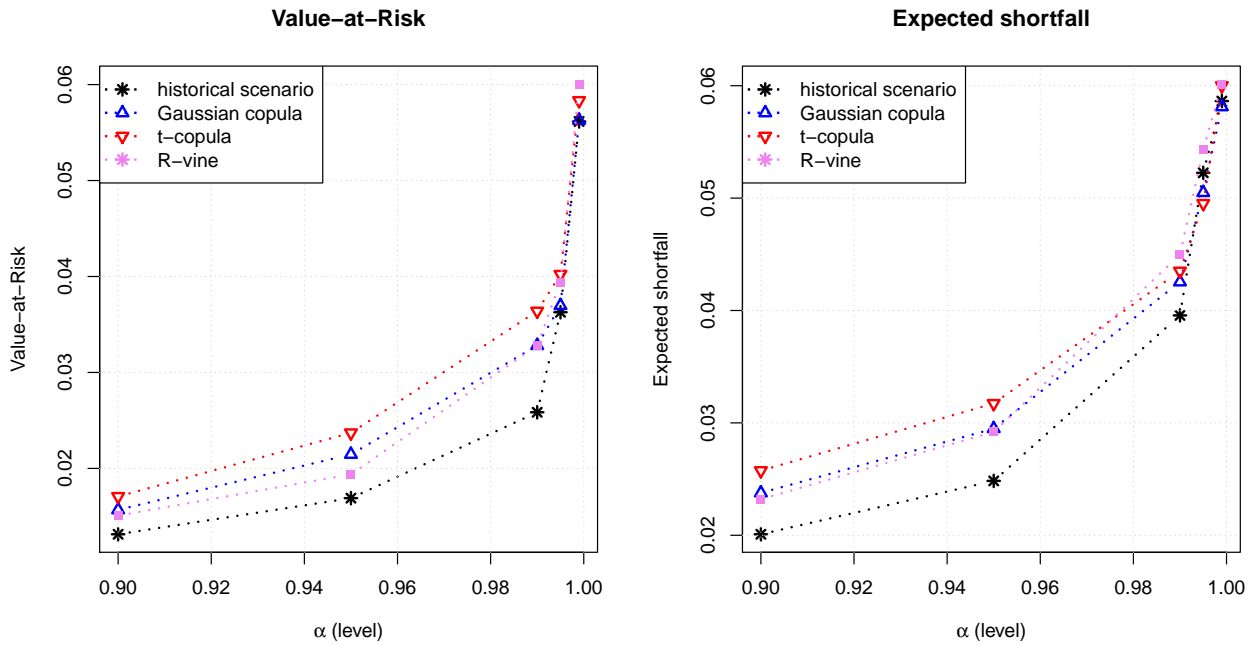


Рисунок 4.4 – Точечные оценки риск-метрик VaR (слева) и CVaR (справа) для различных копулярных моделей в сравнении с эмпирическими данными

Причём оценки, полученные с помощью Гауссовой и Стьюдента копул, консервативнее по сравнению с более точной моделью R-иерархической копулы. Далее, на уровнях 99.5 и 99.9% модели Гауссовой и Стьюдента копул начинают вести себя агрессивно (недооценивают риск), в то время как R-иерархическая остаётся консервативной. На данном этапе можно сделать выбор в пользу R-иерархической копулы, затем копулы Стьюдента и в последнюю очередь Гауссовой как наименее консервативной.

#### 4.2.2 Интервальные оценки риск-метрик VaR и CVaR

Обоснование для использования бутстрап-процедуры описано в разделе 3.6. Для расчётов мы использовали предложенный алгоритм 2. Результаты вычислений для  $N = 200$  итераций приведены в таблицах 4.8 и 4.9 и на рисунке 4.5.

Как видно, средние значения для всех трёх моделей очень близки друг к другу. Вертикальные линии на рисунке 4.5 показывают доверительный интервал от 2.5% до 97.5%-ной квантили на каждом уровне, вычисленные по правилу (3.22). Этот интервал увеличивается с ростом уровня  $\alpha$  для обеих риск-метрик, следовательно, для более точного вычисления меры риска на больших

значениях  $\alpha$  необходимо использовать большее количество наблюдений. Величина  $\Delta$  показывает смещение средних значений риск-метрик от эмпирических. Можно заметить, что все три модели теряют свою консервативность на уровне 99.5 и 99.9%. Следовательно, что исследуемая модель работает для уровней не больше 99%, что для финансовых моделей вполне достаточно.

Таблица 4.8 – Характеристики для риск-метрики VaR, полученные с использованием бутстрап-процедуры для Гауссовой / Стьюдента / R-vine копул

Уровень, %	$\overline{VaR}_\alpha, \times 10^{-2}$	$\Delta, \times 10^{-3}$	SD, $\times 10^{-2}$	RMSE, $\times 10^{-3}$
90.0	1.61 / 1.62 / 1.61	2.99 / 3.03 / 2.96	0.80 / 0.79 / 0.85	3.10 / 3.13 / 3.08
95.0	2.19 / 2.20 / 2.18	5.00 / 5.06 / 4.93	1.18 / 1.37 / 1.48	5.14 / 5.24 / 5.14
99.0	3.46 / 3.50 / 3.46	8.71 / 9.11 / 8.78	1.79 / 2.32 / 2.47	8.89 / 9.40 / 9.11
99.5	4.04 / 4.21 / 4.09	4.15 / 5.82 / 4.64	4.22 / 6.10 / 5.69	5.91 / 8.42 / 7.33
99.9	5.62 / 5.53 / 5.49	0.05 / -0.86 / -1.21	3.81 / 5.18 / 5.16	3.81 / 5.24 / 5.29

Таблица 4.9 – Характеристики для риск-метрики CVaR, полученные с использованием бутстрап-процедуры для Гауссовой / Стьюдента / R-vine копул

Уровень, %	$\overline{CVaR}_\alpha, \times 10^{-2}$	$\Delta, \times 10^{-3}$	SD, $\times 10^{-2}$	RMSE, $\times 10^{-3}$
90.0	2.46 / 2.47 / 2.45	4.53 / 4.62 / 4.43	1.08 / 1.32 / 1.35	4.66 / 4.80 / 4.63
95.0	3.06 / 3.08 / 3.05	5.78 / 5.92 / 5.62	1.49 / 1.90 / 1.91	5.97 / 6.21 / 5.93
99.0	4.36 / 4.40 / 4.34	4.08 / 4.46 / 3.86	3.05 / 4.31 / 4.21	5.09 / 6.19 / 5.71
99.5	5.00 / 4.99 / 4.94	-2.26 / -2.31 / -2.86	4.05 / 5.40 / 5.34	4.63 / 5.87 / 6.05
99.9	5.76 / 5.68 / 5.68	-1.03 / -1.79 / -1.88	2.45 / 3.86 / 3.52	2.65 / 4.25 / 3.98

### 4.2.3 Моделирование кривых VaR и CVaR с использованием копул

Выбрав для обучения копулярных моделей первые три месяца, мы построили кривые VaR и CVaR на уровне 95% и проверили их адекватность с использованием теста Купича. В качестве «эталонных» мы использовали кривые риск-метрик, полученные методом исторического моделирования, описанного уравнениями (3.18) и (3.19). По результатам на рис. 4.6 видно, что все три модели копул являются консервативными (все модельные кривые лежат ниже кривой P&L), причём R-иерархическая модель оценивает риск точнее остальных.

По результатам теста Купича для кривых VaR (таблица 4.10) модель  $t$ -копула является неадекватной и не может быть использована для оценки



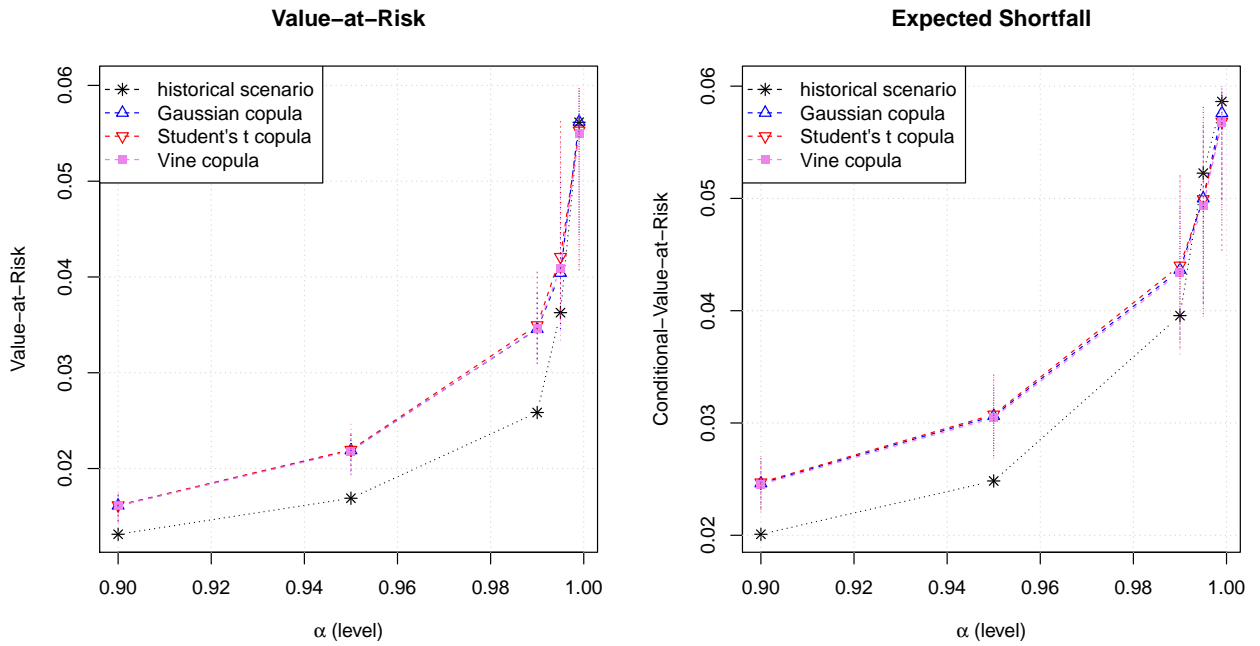


Рисунок 4.5 – Интервальные оценки риск-метрики VaR (слева) и CVaR (справа) в сравнении с эмпирическими данными. Вертикальные линии — доверительный интервал от 2.5% до 97.5%-ной квантили на каждом уровне  $\alpha$ ,  $N = 200$  итераций

риска в реальном времени. Данные результаты согласуются с результатами GoF-тестов (табл. 4.4), в которых было получено крайнее значение  $p$ -value для  $t$ -копулы.

Таблица 4.10 – Значение статистики  $LR$  и  $p$ -value теста Купича для кривых VaR на уровне 95%

Метод	LR-статистика	$p$ -value
эмпирический	0.00	0.98
Гауссова копула	3.02	0.08
$t$ -копула	10.29	0.00
R-vine	2.17	0.14

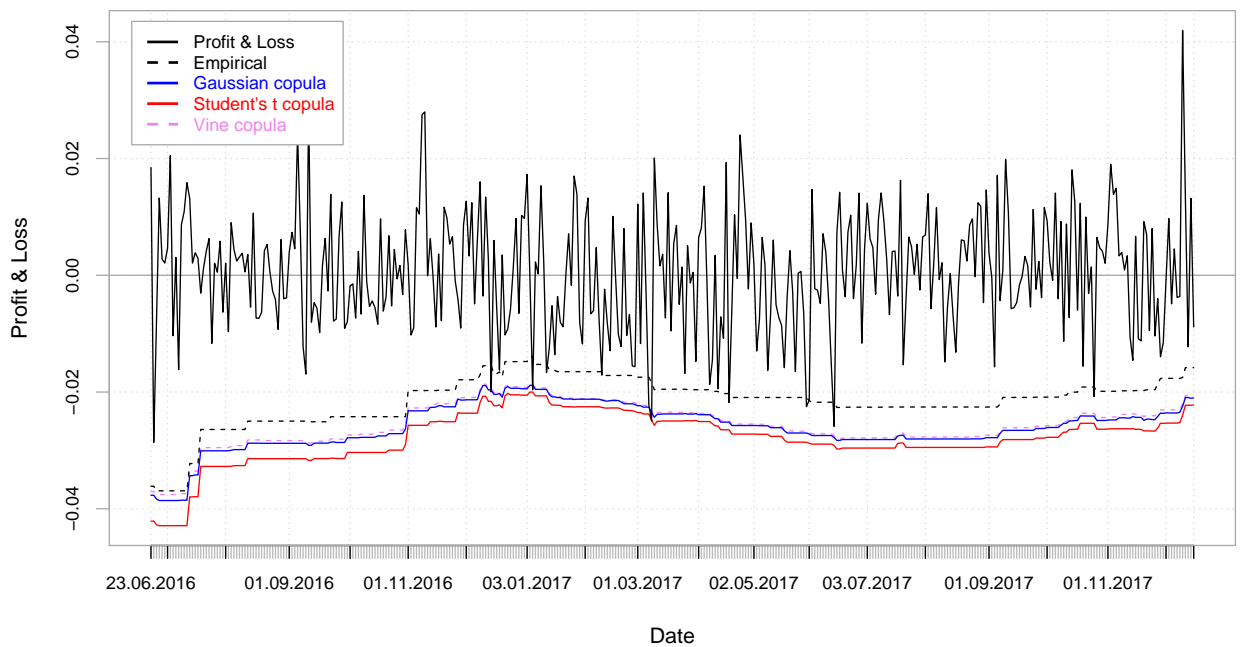
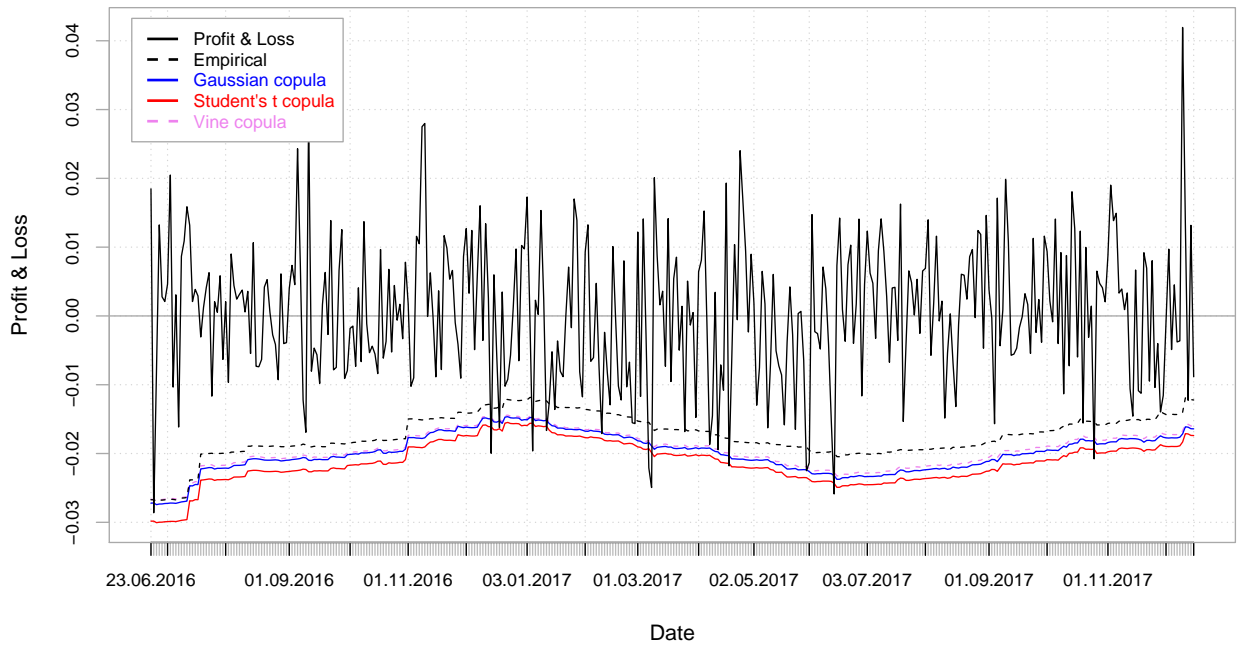


Рисунок 4.6 – Смоделированные ряды мер риска VaR (сверху) и CVaR (снизу) для различных копулярных моделей в сравнении с эмпирически наблюдаемыми значениями

## 5 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

### 5.1 Предпроектный анализ

#### 5.1.1 Потенциальные потребители результатов исследования

Исследование, проведённое в данной работе, имеет непосредственное отношение к риск-менеджменту и инвестициям. Потенциальными потребителями её результатов могут быть как инвесторы, владеющие портфелем, так и банки и банковские организации. Также данными исследованиями могут воспользоваться государственные учреждения, интернет-ресурсы и другие связанные с финансовыми рисками организации.

Подобные организации пользуются преимущественно методом исторического моделирования для оценивания портфельного риска. Также весьма распространён метод Монте-Карло, используемый для симуляции поведения ценных бумаг и дальнейшего расчёта VaR, CVaR, коэффициента Шарпа и других риск-метрик. Результаты данной работы будут наиболее привлекательны преимущественно для мелких компаний, частных инвесторов и акционеров.

Таблица 5.1 – Карта сегментирования рынка услуг по моделям оценивания портфельного риска

		Виды риск-метрик		
		VaR	CVaR	Коэффициент Шарпа
Размер компании	Крупные			
	Средние			
	Мелкие			

Исторический
  Монте-Карло
  Копула

Таблица 5.2 – Оценочная карта для сравнения конкурентных технических решений

Критерий оценки	Вес	Баллы				Конкурентоспособность			
		$B_h$	$B_{MC}$	$B_L$	$B_{cur}$	$C_h$	$C_{MC}$	$C_L$	$C_{cur}$
Технические критерии оценки ресурсоэффективности									
Консервативность оценки	0.25	3	4	4	5	0.75	1.00	1.00	1.25
Адекватность оценки	0.20	3	4	4	5	0.60	0.80	0.8	1.00
Простота методологии	0.15	5	4	4	3	0.75	0.60	0.60	0.45
Независимость от объёма данных	0.15	1	5	5	4	0.15	0.75	0.75	0.60
Экономические критерии оценки эффективности									
Распространённость на рынке	0.10	5	4	2	1	0.50	0.40	0.20	0.10
Затраты	0.15	5	3	3	5	0.75	0.45	0.45	0.75
Итого	1.00					3.50	4.00	3.80	4.15

### 5.1.2 Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения

Для оценки инвестиционного риска в широком смысле существует множество моделей, причём оцениваемые риск-метрики также могут быть самые разные. Исходя из результатов сегментирования, к таким моделям можно отнести историческое моделирование и метод Монте-Карло. Помимо них, существуют множество других подходов, использующих, как и данная методология, модели копула. Добавим для сравнения работу А. Lourme и F. Maurer [53], поскольку идея авторов взята за основу для текущего подхода.

Наиболее значимые для данной работы критерии сравнения и оценки ресурсоэффективности и ресурсосбережения приведены в таблице 5.2. Взятые для сравнения методы:  $h$  — исторический,  $MC$  — Монте-Карло,  $L$  — работа А. Lourme и F. Maurer [53],  $cur$  — данная работа. Итоговое значение конкурен-

тоспособности модели  $C$  получено по формуле

$$C = \sum_i C_i = \sum_i w_i \cdot B_i, \quad (5.1)$$

где  $C_i$  — конкурентоспособность модели по  $i$ -му критерию,

$w_i$  — вес  $i$ -го критерия,

$B_i$  — балл модели по  $i$ -му критерию.

По результатам расчётов видно, что модель исторического моделирования является наиболее простой и потому более распространённой, однако качество результатов хуже по сравнению с методом Монте-Карло или работой А. Lourme и F. Maurer [53]. В свою очередь оставшиеся две модели удовлетворяют желаемому качеству результатов в меньшей степени по сравнению с нашим методом. Отсюда можно сделать вывод, что для выбранных критериев исследуемая модель является наиболее удовлетворительной.

### 5.1.3 SWOT-анализ

SWOT — Strengths (сильные стороны), Weaknesses (слабые стороны), Opportunities (возможности) и Threats (угрозы) — это комплексный анализ научно-исследовательского проекта, применяемый для исследования его внешней и внутренней среды. Для проведения данного анализа необходимо выделить каждый из его компонентов применительно к исследуемой модели. Далее каждый компонент внешней среды комбинируется с каждым компонентом внутренней среды. Итоги отображены в игровой матрице SWOT-анализа (табл. 5.3).

### 5.1.4 Оценка готовности проекта к коммерциализации

Для данной работы проведён анализ степени проработанности проекта с позиции коммерциализации. Данный анализ приведён в таблице 5.4 с оценками степени готовности научного проекта в коммерческом отношении. Каждый показатель анализа был оценён по пятибалльной шкале. Оценки степени проработанности научного проекта трактуются следующим образом:

1 – не проработано;

Таблица 5.3 – SWOT-анализ

	<p><b>Сильные стороны:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Раздельное исследование маргиналов и зависимости активов.</li> <li>2. Слабая зависимость от объёма портфеля.</li> <li>3. Высокая адекватность и консервативность.</li> </ol>	<p><b>Слабые стороны:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сложность алгоритма.</li> <li>2. Длительность вычислений.</li> <li>3. Малая распространённость на рынке.</li> </ol>
<p><b>Возможности:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Высокий спрос на рисковые модели со стороны потребителей.</li> <li>2. Анализ портфелей со сложной взаимосвязью между активами.</li> <li>3. Анализ портфелей с большим числом активов.</li> </ol>	<p>Высокое качество получаемых результатов вкупе с высоким спросом на рисковые модели применительно к портфелям с большим количеством активов позволят быстро занять свою нишу на рынке.</p>	<p>Благодаря высокому спросу можно упростить алгоритм, используя его отдельно для каждой конкретной задачи.</p>
<p><b>Угрозы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Наличие множества альтернативных подходов.</li> <li>2. Развитие рынка, усложнение исходных данных.</li> </ol>	<p>Универсальность модели и высокое качество получаемых результатов позволит эффективнее бороться с конкурентами.</p>	<p>Малая распространённость на рынке подобных моделей позволит эффективнее бороться с конкурентами.</p>

2 – проработано слабо;

3 – выполнено, но качество под сомнением;

4 – выполнено качественно;

5 – имеется положительное заключение независимого эксперта.

Оценка уровня имеющихся знаний у разработчика определяется в соответствии со следующей системой баллов:

1 – не знаком или знаком мало;

2 – знаком с теорией;

3 – знаком с теорией и практическими примерами применения;

4 – знаком с теорией и самостоятельно выполняет;

5 – знаком с теорию, выполняет, может консультировать.

Итоговая оценка  $B$  определяется как сумма всех оценок  $B_i$  по каждому  $i$ -му показателю:

$$B = \sum_i B_i. \quad (5.2)$$

Таблица 5.4 – Оценка готовности научного проекта к коммерциализации

Наименование	Степень проработанности научного проекта	Уровень знаний у разработчика
1	2	3
Определён имеющийся научно-технический задел	5	5
Определены перспективные направления коммерциализации научно-технического задела	5	5
Определены отрасли и технологии (товары, услуги) для предложения на рынке	5	5
Определена товарная форма научно-технического задела для представления на рынок	3	2
Определены авторы и осуществлена охрана их прав	5	4
Проведена оценка стоимости интеллектуальной собственности	1	1
Проведены маркетинговые исследования рынков сбыта	3	2
Разработан бизнесплан коммерциализации научной разработки	1	1
Определены пути продвижения научной разработки на рынок	1	1
Разработана стратегия (форма) реализации научной разработки	4	4

	1	2	3
Проработаны вопросы международного сотрудничества и выхода на зарубежный рынок		1	1
Проработаны вопросы использования услуг инфраструктуры поддержки, получения льгот		1	1
Проработаны вопросы финансирования коммерциализации научной разработки		1	1
Имеется команда для коммерциализации научной разработки		1	1
Проработан механизм реализации научного проекта		1	1
<b>Итого</b>		<b>38</b>	<b>35</b>

Полученные суммарные значения соответствуют средней перспективности проекта на коммерциализацию. Поэтому целесообразно в качестве метода коммерциализации выбрать передачу интеллектуальной собственности третьему лицу на коммерческих условиях.

## 5.2 Планирование управления научно-техническим проектом

### 5.2.1 Цели и результат проекта

Целями проекта с экономической точки зрения являются изучение существующих методов и их усовершенствование, а также последующее удовлетворение ожиданий заинтересованных сторон. Более подробная информация о заинтересованных сторонах отражена в табл. 5.5

**Цель проекта:** оценка VaR и CVaR портфеля с использованием копул.

**Ожидаемые результаты проекта:**

- оценить параметры маргинальных распределений активов и параметры копул;
- построить многомерное распределение для исследуемого портфеля;



Таблица 5.5 – Заинтересованные стороны проекта

Заинтересованные стороны	Ожидания заинтересованных сторон
Инвестиционные фонды Брокеры Частные инвесторы	Высокое качество результатов, большие объёмы данных, быстрое действие

- получить теоретические P&L портфеля;
- рассчитать VaR и CVaR и сравнить со значениями, полученными для разных моделей.

#### **Критерии приёмки результата проекта:**

- Характеристики модели оцениваются с помощью тестов. Критерием значимости было выбрано значение  $p\text{-value} = 0.05$ .
- Время для расчётов должно быть меньше, чем у моделей, конкурирующих по качеству характеристик.

#### **Требования к результатам проекта**

- консервативность и адекватность;
- возможность обработки больших портфелей;
- быстрое действие.

### **5.2.2 Организационная структура проекта**

Список участников и их функции отображены в табл. 5.6.

### **5.2.3 План проекта**

Календарный план проекта отображён в табл. 5.7, а также в виде временной диаграммы Ганта в табл. 5.8. В данной диаграмме этапы работы представлены в виде протяжённых временных отрезков.

Итого общая занятость в проекте руководителя составляет 99 дней, студента — 336 дней.

Таблица 5.6 – Рабочая группа проекта

ФИО, основное место работы, должность	Роль в проекте	Функции	Трудоза-траты, ч
Семёнов Михаил Евгеньевич, ТПУ, доцент	Руководитель	Составление и утверждение научного задания, календарное планирование работ по теме, оценка эффективности полученных результатов	594
Смагулов Даулет Серикбаевич, ТПУ, инженер	Исполнитель	Выполнение поставленной задачи, составление и оформление пояснительной записки к ВКР	2016

#### 5.2.4 Бюджет научного исследования

Бюджет данного исследования включает в себя основную и дополнительную заработную плату участников проекта, отчисления на социальные нужды и накладные расходы:

$$C = C_{зп} + C_{внеб} + C_{накл}, \quad (5.3)$$

где  $C_{зп} = Z_{осн} + Z_{доп}$  — отчисления на заработную плату;

$Z_{осн}$  и  $Z_{доп}$  — основная и дополнительная заработные платы соответственно;

$C_{внеб}$  — отчисления на социальные нужды (во внебюджетные фонды);

$C_{накл}$  — накладные расходы.

Основная заработная плата рассчитывается по следующей формуле:

$$Z_{осн} = Z_{дн} \cdot T_p, \quad (5.4)$$

где  $T_p$  – продолжительность выполненной работы в днях,

$Z_{дн}$  – среднедневная заработная плата работника, рассчитываемая по следующей формуле:

$$Z_{дн} = \frac{Z_M \cdot M}{F_d}, \quad (5.5)$$

Таблица 5.7 – Календарный план проекта

№	Этап	Длительность, раб. дни	Дата начала	Дата окончания	Состав участников
1	Составление и утверждение научного задания	4	01.03.17	05.03.17	Руководитель
2	Календарное планирование по теме	8	06.03.17	15.03.17	Руководитель
3	Подбор и изучение материалов по теме	4	16.03.17	20.03.17	Руководитель, исполнитель
4	Выбор исходных данных	5	21.03.17	26.03.17	Руководитель
5	Выбор направления исследований	12	27.03.17	10.04.17	Руководитель, исполнитель
6	Разработка методологии	66	11.04.17	30.06.18	Руководитель, исполнитель
7	Написание кода	62	01.07.17	13.09.18	Исполнитель
8	Тестирование	125	14.09.17	13.02.18	Исполнитель
9	Составление пояснительной записки к ВКР	67	14.02.18	06.05.18	Исполнитель
Итого		435			

где  $Z_M$  – месячный должностной оклад работника, руб.;

$M$  – количество месяцев работы без отпуска в течение года, при 6-дневной рабочей неделе  $M = 10.4$  мес.;

$F_d$  – действительный годовой фонд рабочего времени научно-технического персонала в рабочих днях. Последнее значение определяется из табл. 5.9.

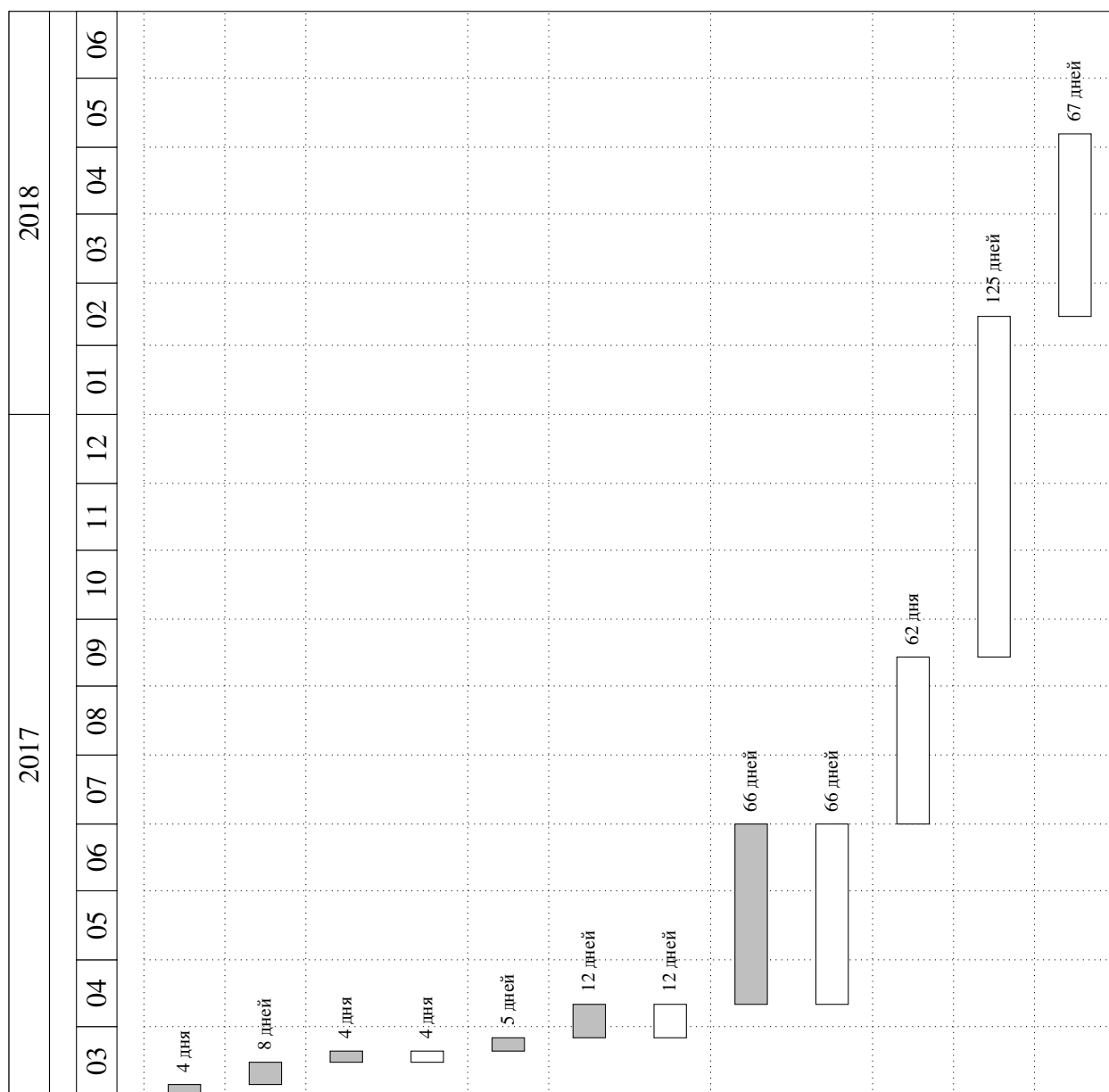
Месячный должностной оклад работника определяется как

$$Z_M = Z_6 \cdot k_p, \quad (5.6)$$

где  $Z_6$  – базовый оклад работника, руб.,

Таблица 5.8 – Диаграмма Ганта проведения проекта

■ Руководитель    □ Исполнитель



1. Составление и утверждение научного задания
2. Календарное планирование по теме
3. Подбор и изучение материалов по теме
4. Выбор исходных данных
5. Выбор направления исследований
6. Разработка методологии
7. Написание кода
8. Тестирование
9. Составление пояснительной записки к ВКР

Таблица 5.9 – Баланс рабочего времени

Показатели рабочего времени	Руководитель	Инженер
Календарное число дней	365	365
Количество нерабочих дней		
– выходные дни	52	52
– праздничные дни	14	14
Потери рабочего времени		
– отпуск	48	48
– невыходы по болезни	–	–
Действительный годовой фонд рабочего времени	251	251

Таблица 5.10 – Расчёт основной заработной платы

Исполнители	$Z_6$ , руб.	$k_p$	$Z_m$ , руб.	$Z_{дн}$ , руб.	$T_p$ , руб.	$Z_{осн}$ , руб.
Руководитель	33 664	1.3	43 763.20	1 813.30	99	179 516.30
Инженер	9 893	1.3	12 860.90	532.88	336	179 048.30

$k_p$  – районный коэффициент, равный для Томска 1.3. Расчёт основной заработной платы приведён в табл. 5.10.

Значения  $Z_{дн}$  используем в табл. 5.11 для расчёта заработной платы участников исследования за выполнение каждого этапа.

Дополнительную заработную плату примем равной 12% от основной:

$$Z_{доп} = 0.12 \cdot Z_{осн}. \quad (5.7)$$

Так как работа производилась только с использованием персонального компьютера, все накладные расходы составляет плата за электроэнергию и интернет. В расчётах будем учитывать, что мощность компьютера руководителя равна  $P_{рук} = 0.1$  кВт, мощность компьютера исполнителя —  $P_{исп} = 0.05$  кВт. Также учитываем одинаковую плату за интернет  $S_{и} = 350$  руб/мес. Тогда при 6-часовом рабочем дне накладные расходы составляют

$$C_{накл} = 6 \cdot (T_{рук} \cdot P_{рук} + T_{исп} \cdot P_{исп}) \cdot S_{эл} + \frac{T_p}{30} \cdot S_{и}, \quad (5.8)$$

Таблица 5.11 – Заработная плата на этапах исследования

№ Этап	Исполнители по категориям	Трудоёмкость, чел.·дн.	Удельная з/п, руб.	Общая з/п по тарифу, руб.
1 Составление и утверждение научного задания	Руководитель	4	1 813.30	7 253.18
2 Календарное планирование по теме	Руководитель	8	1 813.30	14 506.37
3 Подбор и изучение материалов по теме	Руководитель	4	1 813.30	7 253.18
	Исполнитель	4	532.88	2 131.53
4 Выбор исходных данных	Руководитель	5	1 813.30	9 066.48
5 Выбор направления исследований	Руководитель	12	1 813.30	21 759.55
	Исполнитель	12	532.88	6 394.58
6 Разработка методологии	Руководитель	66	1 813.30	119 677.54
	Исполнитель	66	532.88	35 170.21
7 Написание кода	Исполнитель	62	532.88	33 038.68
8 Тестирование	Исполнитель	125	532.88	66 610.24
9 Составление пояснительной записки к ВКР	Исполнитель	67	532.88	35 703.09
Итого				358 564.60

где  $S_{эл} = 5.8$  руб/кВт·ч — удельная плата за электроэнергию.

Также необходимо учесть отчисления на социальные нужды:

$$C_{внеб} = k_{внеб} \cdot C_{зп}, \quad (5.9)$$

где  $k_{внеб} = 0.271$  – коэффициент отчислений на уплату во внебюджетные фонды (пенсионный фонд, фонд обязательного медицинского страхования и пр.).

Теперь, используя формулы (5.3), (5.9) и (5.8), а также результаты, приведённые в табл. 5.10 и 5.11, рассчитываем бюджет данного исследования.

Таблица 5.12 – Итоговые значения расчёта бюджета исследования

Обозначение	Описание	Значение, руб.
$Z_{\text{осн}}$	Основная заработная плата	358 564,60
$Z_{\text{доп}}$	Дополнительная заработная плата	43 027,75
$C_{\text{накл}}$	Накладные расходы	6 004,16
$C_{\text{внеб}}$	Отчисления на социальные нужды	108 831,50
$C$	Бюджет исследования	516 428,03

Итоговые значения отображены в таблице 5.12. Таким образом, бюджет исследования составляет 516 428,03 руб.

### 5.2.5 Реестр рисков проекта

Во время проекта существует риск возникновения неопределённых событий, которые могут повлечь за собой нежелательные эффекты. Для таких событий составлен реестр рисков, содержащий в себе общую информацию о них и отображённый в таблице 5.13. Вероятность наступления и влияние определённого риска оцениваются по пятибалльной шкале. Уровень риска может быть высокий, средний или низкий в зависимости от вероятности наступления и степени влияния риска.

Таблица 5.13 – Реестр рисков

Риск	Потенциальное воздействие	Вероятность наступления	Влияние	Уровень	Способы смягчения	Условия наступления
Управление проектом	Некорректный сбор информации	3	5	Высокий	Распределение обязанностей	Несогласованность действий
Технический	Некорректные результаты	3	5	Высокий	Чёткое планирование	Несогласованность действий
Внешний	Несоответствие плану	2	2	Низкий	Резервное время	Отсутствие данных

## 6 Социальная ответственность

Охрана труда — это система законодательных, социально-экономических, организационных, технологических, гигиенических и лечебно-профилактических мероприятий и средств, обеспечивающих безопасность, сохранение здоровья и работоспособности человека в процессе труда [8]. Правила по охране труда и техники безопасности вводятся в целях предупреждения несчастных случаев, обеспечения безопасных условий труда работающих и являются обязательными для исполнения рабочими, руководителями, инженерно-техническими работниками.

Данная работа была проведена за компьютером, или персональной электронной вычислительной машиной (ПЭВМ). Поэтому в рамках текущего раздела будут рассмотрены соответствующие вопросы, связанные со следующими компонентами охраны труда:

- выявление и изучение вредных и опасных производственных факторов при работе с ПЭВМ;
- оценка охраны труда;
- определение способов снижения действия вредных факторов до безопасных пределов или по возможности до полного их исключения;
- техника производственной безопасности;
- охрана окружающей среды.

### 6.1 Описание рабочего места

Объектом исследования данного раздела является рабочее место (РМ) и помещение, в котором оно находится. Параметры помещения, в котором осуществлялась данная работа: длина  $a = 8$  м, ширина  $b = 4$  м, высота  $h = 3$  м. Площадь помещения составляет  $S = a \cdot b = 32$  м<sup>2</sup>, объём равен  $V = a \cdot b \cdot h = 96$  м<sup>3</sup>.

В помещении присутствует окно, через которое осуществляется вентиляция помещения, его ширина и высота составляют 1,5 и 2 м соответственно. В помещении используется комбинированное освещение — искусственное (люминесцентные лампы типа ЛБ) и естественное (свет из окна). В зимнее время



помещение отапливается. Электроснабжение сети переменного напряжения 220В. Согласно ГОСТ 12.1.013-78, данное помещение относится к типу без повышенной опасности в отношении поражения человека электрическим током [10].

Рабочая поверхность имеет высоту 0,75 м. Работа производилась на двух разных ПЭВМ: персональный компьютер (ПК) и ноутбук. ПК обладает следующими характеристиками: процессор Core i3, оперативная память 4 Гб, операционная система Microsoft Windows 7 Professional, частота процессора – 2,00 ГГц, монитор с диагональю 24", разрешением 1920 × 1080 и частотой 120 Гц. Ноутбук имеет следующие характеристики: процессор Core i5, оперативная память 8 Гб, операционная система Mac OS X 10.11 El Capitan, экран с диагональю 13,3" и разрешением 2560 × 1440.

## **6.2 Требования к ПЭВМ и организация работы**

### **6.2.1 Организационные мероприятия**

Весь персонал обязан знать и строго соблюдать правила техники безопасности. Обучение персонала технике безопасности и производственной санитарии состоит из вводного инструктажа и инструктажа на рабочем месте ответственным лицом.

Проверка знаний правил техники безопасности проводится квалификационной комиссией после обучения на рабочем месте. Проверяемому присваивается соответствующая его знаниям и опыту работы квалификационная группа по технике безопасности и выдается специальное удостоверение.

Лица, обслуживающие электроустановки, не должны иметь увечий и болезней, мешающих производственной работе. Состояние здоровья устанавливается медицинским освидетельствованием.

### **6.2.2 Технические мероприятия**

Рациональная планировка рабочего места предусматривает четкий порядок и постоянство размещения предметов, средств труда и документации. На рис. 6.1 изображены следующие зоны рабочего пространства:

- зона максимальной досягаемости рук;
- зона досягаемости пальцев при вытянутой руке;
- зона лёгкой досягаемости ладони;
- оптимальное пространство для грубой ручной работы;
- оптимальное пространство для тонкой ручной работы.

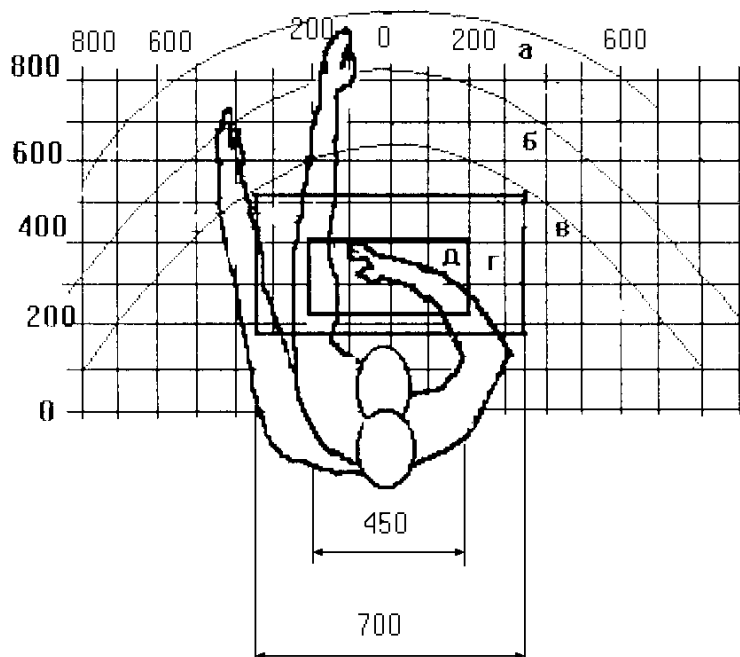


Рисунок 6.1 – Зоны досягаемости рук в горизонтальной плоскости

То, что требуется для выполнения работ, должно располагаться в легко достигаемой зоне рабочего пространства. Оптимальное размещение предметов труда и документации в зонах досягаемости рук: дисплей размещается в зоне *а* (в центре), клавиатура — в зоне *д/г*, системный блок — в зоне *б* (слева), принтер — в зоне *а* (справа), литература и документация, необходимая при работе, — в зоне легкой досягаемости ладони *в* (слева), а литература, не используемая постоянно, — в выдвижных ящиках стола.

При проектировании письменного стола должны быть учтены следующие требования, описанные в СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 [15]:

1. Рекомендованная высота рабочей поверхности стола в пределах 680–800 мм. Высота рабочей поверхности, на которую устанавливается клавиатура, должна быть 650 мм. Рабочий стол должен быть шириной не менее

700 мм и длиной не менее 1400 мм. Должно иметься пространство для ног высотой не менее 600 мм, шириной — не менее 500 мм, глубиной на уровне колен — не менее 450 мм и на уровне вытянутых ног — не менее 650 мм.

2. Рабочее кресло должно быть подъёмно-поворотным и регулируемым по высоте и углам наклона сиденья и спинки, а также расстоянию спинки до переднего края сиденья. Рекомендуемая высота сиденья над уровнем пола 420–550 мм. Конструкция рабочего кресла должна обеспечивать: ширину и глубину поверхности сиденья не менее 400 мм; поверхность сиденья с заглублённым передним краем.

3. Монитор должен быть расположен на уровне глаз оператора на расстоянии 500–600 мм. Согласно нормам угол наблюдения в горизонтальной плоскости должен быть не более 45° к нормали экрана. Лучше, если угол обзора будет составлять 30°. Кроме того, должна быть возможность выбирать уровень контрастности и яркости изображения на экране.

4. Должна предусматриваться возможность регулирования экрана:

- по высоте +3 см;
- по наклону от 10 до 20 градусов относительно вертикали;
- в левом и правом направлениях.

5. Клавиатуру следует располагать на поверхности стола на расстоянии 100–300 мм от края. Нормальным положением клавиатуры является её размещение на уровне локтя оператора с углом наклона к горизонтальной плоскости в 15°. Более удобно работать с клавишами, имеющими вогнутую поверхность, четырёхугольную форму с закруглёнными углами. Конструкция клавиши должна обеспечивать оператору ощущение щелчка. Цвет клавиш должен контрастировать с цветом панели.

6. При однообразной умственной работе, требующей значительного нервного напряжения и большого сосредоточения, рекомендуется выбирать неяркие, малоконтрастные цветочные оттенки, которые не рассеивают внимание (малонасыщенные оттенки холодного зеленого или голубого цветов). При работе, требующей интенсивной умственной или физической напряженности, рекомендуются оттенки тёплых тонов, которые возбуждают активность человека.

### **6.3 Анализ опасных и вредных производственных факторов**

Опасным производственным фактором, согласно [7], называется такой производственный фактор, воздействие которого в определённых условиях приводит к травме или резкому ухудшению здоровья. Вредным производственным фактором называется такой производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит к заболеванию или снижению трудоспособности.

На инженера, работа которого связана с моделированием на ПЭВМ, воздействуют следующие факторы:

- физические:
  - температура и влажность воздуха;
  - шум;
  - статическое электричество;
  - электромагнитное поле низкой частоты и ионизирующее излучение;
  - освещённость РМ.
- психофизиологические:
  - физические перегрузки (статические, динамические);
  - нервно-психологические перегрузки (умственное напряжение, монотонность труда, эмоциональные перегрузки).

Учитываем, что работа производилась на ПЭВМ с жидкокристаллическим экраном, которые не имеют ионизирующего излучения. Поэтому оценка параметров по данному фактору производиться не будет.

#### **6.3.1 Электромагнитное поле**

Известно, что ПЭВМ являются источником электромагнитного поля (ЭМП) радиочастотного диапазона. При его длительном постоянном воздействии на человека наблюдаются нарушения сердечнососудистой, дыхательной и нервной систем, появляется утомляемость, ухудшение самочувствия, гипотония, также характерна головная боль, изменение проводимости сердечной

мышцы. Переход ЭМП в тепловую энергию вызывает повышение температуры тела, локальный избирательный нагрев тканей, органов, клеток.

При работе с компьютером предельно допустимые уровни (ПДУ) электромагнитных полей (ЭМП) и максимальное время нахождения под его излучением нормируются СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 [15]:

- до  $10 \text{ мкВт/см}^2$  — не более 8 часов в сутки;
- $10 - 100 \text{ мкВт/см}^2$  — не более 2 часов в сутки;
- более  $100 \text{ мкВт/см}^2$  — не более 20 мин в сутки.

Напряженность ЭМП на расстоянии 50 см вокруг ПЭВМ по электрической составляющей должна быть:

- в диапазоне частот 5 Гц – 2 кГц — 25 В/м;
- в диапазоне частот 2 – 400кГц — 2,5 В/м.

Плотность магнитного потока должна быть не более:

- в диапазоне частот 5 Гц – 2 кГц — 250 нТл;
- в диапазоне частот 2 – 400кГц — 25 нТл.

Среди средств защиты от ЭМП выделяют следующие [3]:

1. Организационные мероприятия — выбор рациональных режимов работы оборудования, ограничение места и времени нахождения персонала в зоне воздействия ЭМП, т. е. защита расстоянием и временем;

2. Инженерно-технические мероприятия, включающие рациональное размещение оборудования, использование средств, ограничивающих поступление электромагнитной энергии (поглотители мощности, экранирование и т.п.);

3. Лечебно-профилактические мероприятия в целях предупреждения, ранней диагностики и лечения здоровья персонала;

4. Средства индивидуальной защиты, к которым относятся защитные очки, щитки, шлемы, защитная одежда, выполненная из металлизированной ткани (кольчуга). При этом следует отметить, что использование СИЗ возможно при кратковременных работах и является мерой аварийного характера.

### 6.3.2 Электростатическое поле

Опасность возникновения статического электричества проявляется в возможности образования электрической искры и вредном воздействии его на человеческий организм, причём не только в случае непосредственного контакта с зарядом, но и за счёт действий электрического поля, которое возникает при заряде. Статическое электричество также возникает на экране монитора при включённом питании компьютера.

Согласно СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 [15], при работе с ПЭВМ оптимальные значения параметров электростатического поля следующие: напряжённость — 15 кВ/м; электростатический потенциал экрана видеомонитора — 500 В.

Основные способы защиты от статического электричества следующие: заземление оборудования, увлажнение окружающего воздуха. Также целесообразно применение полов из непроводящего материала.

### 6.3.3 Производственный шум

Предельно допустимый уровень (ПДУ) шума - это уровень фактора, который при ежедневной (кроме выходных дней) работе, но не более 40 часов в неделю в течение всего рабочего стажа, не должен вызывать заболеваний или отклонений в состоянии здоровья, обнаруживаемых современными методами исследований в процессе работы или в отдаленные сроки жизни настоящего и последующих поколений. Соблюдение ПДУ шума не исключает нарушения здоровья у сверхчувствительных лиц.

Допустимый уровень шума регулируется ГОСТ 12.1.003-83 [9] и СанПиН 2.2.4/2.1.8.10-32-2002 [17]. Уровень шума на рабочем месте математиков-программистов и операторов видеоматериалов не должен превышать 50 дБА, а в залах обработки информации на вычислительных машинах — 65 дБА. При значениях шума выше допустимого уровня необходимо предусмотреть средства коллективной и индивидуальной защиты:

- в качестве средств коллективной защиты (СКЗ) выступают следующие мероприятия:

- устранение причин шума или существенное его ослабление в источнике образования;
- изоляция источников шума от окружающей среды средствами звукопоглощения;
- применение средств, снижающих шум и вибрацию на пути их распространения;
- средствами индивидуальной защиты (СИЗ) являются:
  - спецодежда, спецобувь;
  - защитные средства органов слуха: наушники, беруши, антифоны.

В целях защиты от шумов вентиляторы ЭВМ заключают в защитный кожух и устанавливают их внутри корпуса. Для снижения уровня шума стены и потолок помещений, где установлены компьютеры, могут быть облицованы звукопоглощающими материалами с максимальными коэффициентами звукопоглощения в области частот 63 – 8000 Гц. Кроме того, для снижения шума на рабочем месте можно предпринять следующие действия:

- установить пластиковые окна, для улучшения шумоизоляции;
- использовать звукопоглощающие материалы, такие как пенополистирол, поролоновые маты, пробковые полотна и плиты;
- устройство подвесного потолка, который служит звукопоглощающим экраном.

#### **6.3.4 Микроклимат**

Микроклимат производственных помещений — это климат внутренней среды помещений, который определяется действующими на организм сочетаниями температуры, влажности и скорости движения воздуха, а также температуры окружающих поверхностей [3].

Нормы оптимальных и допустимых условий микроклимата регулирует СанПиН 2.2.4.548–96 [16]. Эти нормы устанавливаются в зависимости от времени года, характера трудового процесса и производственного помещения. Все категории работ разграничиваются на основе интенсивности энергозатрат организма в ккал/ч (Вт). Работа математика-программиста, выполняемая сидя

Таблица 6.1 – Оптимальные и допустимые параметры микроклимата для категории Ia

Период года	Температура, °С	Относительная влажность, %	Скорость движения воздуха, м/с
Оптимальные значения			
Холодный и переходный	21 – 23	50 – 55	0,1
Тёплый	22 – 24	50 – 55	0,5
Допустимые значения			
Холодный и переходный	20 – 25	15 – 75	0,1
Тёплый	15 – 28	20 – 80	0,5

и сопровождающаяся незначительным физическим напряжением, относится к категории Ia — работа с интенсивностью энергозатрат до 120 ккал/ч (до 139 Вт). Для данной категории допустимые нормы микроклимата помещения представлены в таблице 6.1.

Анализируя данные таблицы 6.1 и состояние рабочей комнаты, микроклимат которой поддерживается на оптимальном уровне системой водяного центрального отопления и естественной вентиляцией, можно сделать вывод, что параметры микроклимата производственного помещения соответствуют нормам.

В производственных помещениях, где допустимые нормативные величины микроклимата поддерживать не представляется возможным, необходимо проводить мероприятия по защите работников от возможного перегревания и охлаждения.

### 6.3.5 Освещённость рабочей зоны

Освещение — важнейший фактор создания нормальных условий труда для работника. В случае недостатка освещённости рабочего места у человека не только уменьшается острота зрения, но и вызывается утомление организма в целом, что приводит к снижению производительности труда и увеличению опасности заболеваний.



Согласно санитарно-гигиеническим требованиям, рабочее место с ПЭВМ должно освещаться комбинированным освещением. Естественное освещение поступает в помещение через одно окно в светлое время суток. Искусственное освещение обеспечивается за счет люминесцентных ламп типа ЛБ только в темное время суток либо при недостаточном естественном освещении, т. к. отличается относительной сложностью восприятия его зрительным органом человека.

С целью обеспечения требуемых норм необходимо произвести расчёт искусственной освещенности. Расчёт общего равномерного искусственного освещения горизонтальной рабочей поверхности выполняется методом коэффициента светового потока, учитывающим световой поток, отражённый от потолка и стен. Длина помещения  $a = 8$  м, ширина  $b = 4$  м, высота потолка  $H = 3$  м. Высота рабочей поверхности над полом  $h_p = 0,75$  м. Интегральным критерием оптимальности расположения светильников является величина  $\lambda$ , которая для люминесцентных светильников с защитной решёткой лежит в диапазоне 1,1 – 1,3.

Выбираем светильники с люминесцентными лампами типа ОДОР-2-40. Этот светильник имеет две лампы мощностью 40 Вт каждая, длина светильника равна 1227 мм, ширина — 265 мм, высота подвеса — 300 мм.

На первом этапе определяется значение индекса освещённости  $i$  по следующей формуле

$$i = \frac{S}{(a + b) \cdot h}, \quad (6.1)$$

где  $S$  — площадь помещения, м<sup>2</sup>;

$h$  — расчётная высота подвеса светильника, м;

$a$  и  $b$  — длина и ширина помещения, м.

Высота светильника над рабочей поверхностью

$$h = H - h_p - h_c, \quad (6.2)$$

где  $H$  — высота помещения, м;

$h_p$  — высота рабочей поверхности, м;

$h_c$  — высота подвеса светильника, м.

Произведём расчёт и определим рекомендуемое число светильников в помещении:

$$h = 3 - 0,75 - 0,3 = 1,95 \text{ (м);}$$

$$i = \frac{32}{(8 + 4) \cdot 1,95} \approx 1,37;$$

Рассчитываем число рядов  $N_b$  и светильников  $N_a$  в каждом из них, а также общее число ламп  $N$ , учитывая, что число ламп в каждом светильнике равно двум:

$$N_a = \frac{a}{L} = \frac{8}{2,145} = 3,73 \approx 4;$$

$$N_b = \frac{b}{L} = \frac{4}{2,145} = 1,86 \approx 2;$$

$$N = 2 \cdot N_a \cdot N_b = 2 \cdot 4 \cdot 2 = 16.$$

Следовательно, светильники стоит разместить в два ряда по три в каждом. Пусть  $a_c = 0,265$  м,  $b_c = 1,227$  м — ширина и длина светильника соответственно. Расстояние от крайних светильников до стены должно быть в три раза меньше расстояния между ними. Произведём расчёт расстояния между светильниками и рядами ( $L_a$  и  $L_b$ ), а также от крайних светильников до каждой из стен ( $l_a$  и  $l_b$ ):

$$a = N_a \cdot a_c + (N_a - 1) \cdot L_a + \frac{2}{3} \cdot L_a;$$

$$8 = 4 \cdot 0,265 + (4 - 1) \cdot L_a + \frac{2}{3} \cdot L_a = 1,06 + \frac{11}{3} \cdot L_a;$$

$$L_a = \frac{3}{11} \cdot (8 - 1,06) \approx 1,89 \text{ (м)}, \quad l_a = \frac{1}{3} \cdot L_a = 0,63 \text{ (м)},$$

$$b = N_b \cdot b_c + (N_b - 1) \cdot L_b + \frac{2}{3} \cdot L_b$$

$$4 = 2 \cdot 1,227 + (2 - 1) \cdot L_b + \frac{2}{3} \cdot L_b = 2,454 + \frac{5}{3} \cdot L_b;$$

$$L_b = \frac{3}{5} \cdot (4 - 2,454) \approx 0,93 \text{ (м)}, \quad l_b = \frac{1}{3} \cdot L_b = 0,31 \text{ (м)},$$

План размещения светильников с люминесцентными лампами представлен в приложении А.

Световой поток лампы определяется по формуле

$$\Phi = \frac{E_{\text{н}} \cdot S \cdot K_3 \cdot Z}{N \cdot \eta}, \quad (6.3)$$

где  $E_{\text{н}}$  — нормируемая минимальная освещённость по СНиП 23-05-95, лк [18]; при использовании ЭВМ и одновременной работе с документами она должна быть равна 600 лк;

$S$  — площадь освещаемого помещения, м<sup>2</sup>;

$K_3$  — коэффициент запаса, учитывающий загрязнение источника света и отражающих поверхностей, наличие в атмосфере дыма, пыли;

$Z$  — коэффициент неравномерности освещения, отношение средней освещённости к минимальной ( $E_{\text{ср}}/E_{\text{мин}}$ ). Для люминесцентных ламп при расчётах берётся равным 1,1;

$N$  — число ламп в помещении;

$\eta$  — коэффициент использования светового потока.

Помещение, в котором осуществлялась работа, относится к типу со слабым выделением пыли, в связи с этим имеем:

- коэффициент запаса  $K_3 = 1,1$ ;
- состояние потолка — свежепобеленный, поэтому значение коэффициента отражения потолка  $\rho_{\text{п}} = 0,7$ ;
- состояние стен — побеленные бетонные стены, поэтому значение коэффициента отражения стен  $\rho_{\text{с}} = 0,5$ .

Коэффициент использования светового потока, показывающий какая часть светового потока ламп попадает на рабочую поверхность, для светильников типа ОДОР с люминесцентными лампами при текущих значениях коэффициентов отражения и индексе помещения  $i = 1,09$  равен  $\eta = 0,6$ . Тогда световой поток лампы

$$\Phi = \frac{600 \cdot 32 \cdot 1,1 \cdot 1,1}{16 \cdot 0,6} = 2420 \text{ (Лм)}.$$

Для люминесцентных ламп ЛД-40 с мощностью 40 Вт и напряжением сети 220 В, стандартный световой поток ЛД равен 2300 Лм. Определим, входит ли полученное значение в требуемый диапазон от –10 до 20%:

$$\Delta\Phi = \frac{\Phi_{\text{ЛД}} - \Phi}{\Phi_{\text{ЛД}}}. \quad (6.4)$$

$$\Delta\Phi = \frac{2300 - 2420}{2300} = -\frac{120}{2300} = -0,052.$$

$$-10\% \leq -5,2\% \leq 20\%.$$

Таким образом, необходимый световой поток светильника не выходит за пределы требуемого диапазона.

### **6.3.6 Психофизиологические факторы**

Значительное умственное напряжение и другие нагрузки приводят к переутомлению функционального состояния центральной нервной системы, нервно-мышечного аппарата рук. Нерациональное расположение элементов рабочего места вызывает необходимость поддержания вынужденной рабочей позы. Длительный дискомфорт вызывает повышенное напряжение позвоночных мышц и обуславливает развитие общего утомления и снижение работоспособности. При длительной работе за экраном дисплея появляется выраженное напряжение зрительного аппарата с появлением жалоб на неудовлетворительность работы, головные боли, усталость и болезненное ощущение в глазах, в пояснице, в области шеи, руках.

Режим труда и отдыха работника: при вводе данных, редактировании программ, чтении информации с экрана непрерывная продолжительность работы не должна превышать 4-х часов при 8-часовом рабочем дне. Через каждый час работы необходимо делать перерыв на 5–10 минут, а через два часа — на 15 минут.

С целью снижения или устранения нервно-психологического, зрительного и мышечного напряжения, предупреждения переутомления необходимо проводить комплекс физических упражнений и сеансы психофизической раз-

грузки и снятия усталости во время регламентируемых перерывов и после окончания рабочего дня.

## **6.4 Электробезопасность**

Электробезопасность представляет собой систему организационных и технических мероприятий и средств, обеспечивающих защиту людей от вредного и опасного воздействия электрического тока, дугового разряда, электромагнитного поля и статистического электричества.

В отношении опасности поражения людей электрическим током различают:

1. Помещения без повышенной опасности с номинальным напряжением не более 1 000 В, в которых отсутствуют условия, создающие повышенную или особую опасность.

2. Помещения с повышенной опасностью с номинальным напряжением не более 1 000 В, которые характеризуются наличием в них одного из следующих условий, создающих повышенную опасность: сырость, токопроводящая пыль, токопроводящие полы (металлические, земляные, железобетонные, кирпичные и т. п.), высокая температура, возможность одновременного прикосновения человека к имеющим соединение с землей металлоконструкциям, технологическим аппаратам, с одной стороны, и к металлическим корпусам электрооборудования — с другой;

3. Особо опасные помещения, которые характеризуются наличием оборудования свыше 1 000 В и одного из следующих условий, создающих особую опасность: особой сырости, химически активной или органической среды, одновременно двух или более условий повышенной опасности. Территории размещения наружных электроустановок в отношении опасности поражения людей электрическим током приравниваются к особо опасным помещениям.

К оборудованию предъявляются следующие требования:

- экран монитора должен находиться на расстоянии не менее 50 см от пользователя;
- необходимо применение приэкранных фильтров, специальных экранов.

К СКЗ от электрического тока относятся:

- защитное заземление;
- зануление;
- разделительные трансформаторы;
- защитное отключение;
- применение малых напряжений;
- изоляция;
- оградительные устройства;
- сигнализация, блокировка, знаки безопасности, плакаты.

К СИЗ от поражения электрическим током относятся диэлектрические перчатки, боты, резиновые коврики и дорожки, изолирующие подставки на фарфоровых изоляторах, переносные заземления и изолированные инструменты.

Перед началом работы следует убедиться в отсутствии свешивающихся со стола или висящих под столом проводов электропитания, в целостности вилки и провода электропитания, в отсутствии видимых повреждений аппаратуры и рабочей мебели, в отсутствии повреждений и наличии заземления приэкранного фильтра.

Помещение, в котором производилась данная работа, принадлежит к первой категории, т. е. к помещениям без повышенной опасности по степени вероятности поражения электрическим током с номинальным напряжением до 1 000 В. Значения тока, напряжения и сопротивления заземления в помещении не превышают предельно допустимые, определённые в ГОСТ 12.1.038-82 [6]: 0,1 мА, 36 В и 4 Ом соответственно.

## **6.5 Пожарная безопасность**

Для обеспечения безопасности людей и сохранения материальных ценностей существует пожарная безопасность, основными системами которой являются системы предотвращения пожара и противопожарной защиты, включая организационно-технические мероприятия. Основы противопожарной защиты предприятий определены в стандартах ГОСТ 12.1.004-91 [4] и ГОСТ 12.1.010-76 [5].

Возникновение пожара при работе с электронной аппаратурой может быть по причинам как электрического, так и неэлектрического характера. Причины возникновения пожара неэлектрического характера:

- халатное неосторожное обращение с огнем (курение, оставленные без присмотра нагревательные приборы, использование открытого огня);
- самовоспламенение и самовозгорание веществ.

Причины возникновения пожара электрического характера:

- короткое замыкание;
- перегрузки по току;
- повышение переходных сопротивлений в контактах;
- искрение и электрические дуги;
- статическое электричество и т. п.;

Меры пожарной профилактики:

1. Строительно-планировочные меры определяются огнестойкостью зданий и сооружений (выбор материалов конструкций по степени огнестойкости). В зависимости от степени огнестойкости определяются наибольшие дополнительные расстояния от выходов для эвакуации при пожарах.

2. Технические меры включают в себя соблюдение противопожарных норм для систем отопления, освещения, электрического обеспечения и т. д., использование разнообразных защитных систем и соблюдение параметров технологических процессов и режимов работы оборудования.

Помещение, в котором производилась данная работа, по степени пожаровзрывоопасности относится к категории В, т.е. к помещениям с твердыми сгораемыми веществами, такими как деревянные шкафы, столы, двери. В помещении для тушения возгораний предусмотрено использование углекислотного огнетушителя ОУ-3 для тушения возгораний классов А, В и электроустановок до 10 000 В при температуре воздуха от минус 40° С до 50° С. Таким образом, состояние помещения соответствует нормам пожаробезопасности. План эвакуации людей из помещения представлен в приложении В.

## **6.6 Охрана окружающей среды**

С точки зрения использования ресурсов компьютер потребляет сравнительно небольшое количество электроэнергии, что положительным образом сказывается на общей экономии потребления электроэнергии в целом. При написании данной работы вредных выбросов в атмосферу, почву и водные источники не производилось, радиационного заражения не произошло, чрезвычайные ситуации не наблюдались, поэтому ущерба окружающей среде не было нанесено.

Основными отходами являются черновики бумаги, отработавшие люминесцентные лампы и картриджи. Бумага сдавалась в пункт приёма макулатуры ООО «Чистый мир». Использованные лампы отправлялись в ООО НПП «Экотом», а отработавшие картриджи — в ООО «Томск Принт».

## **6.7 Защита в чрезвычайных ситуациях**

Чрезвычайная ситуация (ЧС) — обстановка на определенной территории, сложившаяся в результате аварии, опасного природного явления, катастрофы, стихийного или иного бедствия, которая может повлечь или повлекла за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей среде, значительные материальные потери и нарушение условий жизнедеятельности людей.

Наиболее типичные для нашего региона вида ЧС, возможных на предприятии: пожар, сильный мороз, несанкционированное проникновение посторонних лиц. Меры по предупреждению ЧС, возникших вследствие морозов:

1. Повышение устойчивости системы электроснабжения. В первую очередь целесообразно заменить воздушные линии электропередач на кабельные (подземные) сети, использовать резервные сети для потребителей, предусмотреть автономные резервные источники электропитания объекта (передвижные электрогенераторы).

2. Обеспечение устойчивости теплоснабжения за счет запасных автономных источников теплоснабжения, кольцевания системы, заглубления теплотрасс.



3. Обеспечение устойчивости систем водоснабжения (устройство дублирования вод питания, кольцевание системы, заглубление водопроводов, обустройство резервных емкостей и водохранилищ, очистка воды от вредных веществ и т.п.).

4. Обеспечение устойчивости системы водоотведения. Повышение устойчивости системы канализации достигается созданием резервной сети труб, по которым может отводиться загрязненная вода при аварии основной сети. Должна быть разработана схема аварийного выпуска сточных вод непосредственно в водоемы. Насосы, используемые для перекачки загрязненной воды, комплектуются надежными источниками электропитания.

Для предупреждения ЧС, связанных с несанкционированным проникновением посторонних лиц, необходимы следующие меры безопасности:

1. Организовать контрольно-пропускной пункт.
2. Установить системы видеонаблюдения во всех помещениях здания, а также на всех входах и выходах.
3. Установить оповещающие системы безопасности при несанкционированном проникновении на предприятие в нерабочее время.

Общие рекомендации при возникновении аварийной ситуации необходимо:

1. Сообщить руководству (дежурному).
2. Позвонить в соответствующую аварийную службу или МЧС — тел. 112.
3. Принять меры по ликвидации аварии в соответствии с инструкцией.

### **6.8 Перечень научно-технической документации**

1. ГОСТ 12.0.004-2015 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Организация обучения безопасности труда. Общие положения.
2. ГОСТ 12.0.003-2015 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Опасные и вредные производственные факторы. Классификация.
3. ГОСТ 12.1.013-78 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Строительство. Электробезопасность. Общие требования.

4. ГОСТ 12.1.038-82 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Электробезопасность. Предельно допустимые значения напряжений прикосновения и токов.
5. СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы.
6. ГОСТ 12.1.003-83 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Шум. Общие требования безопасности.
7. СанПиН 2.2.4/2.1.8.10-32-2002 Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой застройки.
8. СанПиН 2.2.4.548-96 Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений.
9. СНиП 23-05-95 Естественное и искусственное освещение.
10. ГОСТ 12.1.004-91 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Пожарная безопасность. Общие требования.
11. ГОСТ 12.1.010-76 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Взрывобезопасность. Общие требования.

### **Заключение по разделу**

В ходе рассмотрения безопасности и охраны труда при осуществлении работ на ПЭВМ, были выявлены вредные и опасные факторы рабочей зоны, причины и средства защиты, рассмотрены чрезвычайные ситуации и поведение в них. Также были рассмотрены оптимальные условия для работы в данных условиях.

## Заключение

В данной работе мы использовали математический аппарат копула-функций для исследования многомерной зависимости между финансовыми временными рядами и сравнения риск-метрик VaR и CVaR для управления портфелем.

В качестве исходных данных мы использовали четыре временных ряда из дневных цен закрытия фьючерсов на индекс РТС (RTS) и обыкновенные акции ПАО «НорНикеля» (GMKR), ПАО «Сбербанка» (SBRF) и ПАО «Газпрома» (GAZR). В работе использовались наблюдения за два года: с 16 декабря 2015 по 16 декабря 2017 (504 наблюдения).

Для оценки параметров копулярных моделей применён двухэтапный полный параметрический метод. Для каждого временного ряда была выполнена оценка параметров следующих четырехпараметрических распределений-кандидатов: гиперболического, устойчивого и Мейкснера. Статистическое тестирование оценок распределений показало удовлетворительные результаты качества полученных значений параметров для всех распределений. Распределение Мейкснера выбрано в качестве частного (маргинального) для всех активов на основе результатов статистического критерия Крамера – фон Мизеса.

Далее в работе была осуществлена оценка параметров для трех копулярных моделей: Гауссовой,  $t$ -Стьюдента и R-иерархической. Оценка параметров для трех выбранных копула-моделей была произведена методом «инверсии  $\tau$  Кендалла». Выбор семейств для иерархической копулы выполнялся на основе тестов Вуонга и Кларка.

Для выбранных активов RTS, SBRF, GAZR, GMKR был найден оптимальный mean-CVaR-портфель с долями  $w = \{0,050; 0,114; 0,384; 0,452\}$ .

Предложен алгоритм для расчёта точечных и интервальных оценок риск-метрик VaR и CVaR с использованием копулярных моделей, основанный на Монте-Карло моделировании. Данный алгоритм был также усовершенствован за счёт проведения бутстрап-процедуры, благодаря которой были получены несмещённые оценки риск-метрик, а также доверительный интервал для них. В результате было установлено, что исследуемые копула-модели

для выбранных временных рядов перестают быть консервативными на уровне выше 99.0%.

Как показали результаты моделирования для кривых VaR и CVaR на уровне 95%, все используемые копула-модели являются консервативными, причём более точно оценивает риск иерархическая копула, в то время как  $t$  – Стьюдента копула его переоценивает. Такое поведение двухпараметрической  $t$  – Стьюдента копулы было ожидаемо, так как она более чувствительна к объёму выборки, чем другие рассматриваемые копулы.

Данная работа содержит три нововведения. Во-первых, мы показали, что Гауссовы, Стьюдента и иерархические копулы могут быть использованы для представления многомерной зависимости в коротких временных рядах (только 504 наблюдения), в то время как применение копул изучалось только по отношению к длительным наблюдениям [34, 50, 53]. Во-вторых, мы использовали маргинальные распределения, отличные от нормального: гиперболическое [22], устойчивое [61] и Мейкснера [64]. Стоянов и др. [67] рассматривают подобную задачу, используя только симметричные варианты распределений Стьюдента и устойчивого, а также обобщённое нормальное распределение. В-третьих, при моделировании иерархической копулы мы допускаем использование в качестве степени свободы вещественное число.

## Список использованных источников

- [1] И. Н. Антонов. «Прогнозирование курсов валют на основе копулярных моделей». В: *Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса* 34.1 (2016), с. 158—164.
- [2] И. А. Ацканов. «Применение GAS-копул для оптимизации инвестиционного портфеля акций российских компаний». В: *Финансы и кредит* 32. (2016), с. 25—37.
- [3] С. В. Белов, А. В. Ильницкая и А. Ф. Козьяков. *Безопасность жизнедеятельности: Учебник для вузов*. М.: Высш.шк., 2007.
- [4] *ГОСТ 12.1.004-91 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Пожарная безопасность. Общие требования*. М.: Стандартиформ, 1992.
- [5] *ГОСТ 12.1.010-76 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Взрывобезопасность. Общие требования*. М.: ИПК Издательство стандартов, 1976.
- [6] *ГОСТ 12.1.038-82 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Электробезопасность. Предельно допустимые значения напряжений прикосновения и токов*. М.: ИПК Издательство стандартов, 1983.
- [7] *ГОСТ 12.0.003-2015 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Опасные и вредные производственные факторы. Классификация*. М.: Стандартиформ, 2016.
- [8] *ГОСТ 12.0.004-2015 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Организация обучения безопасности труда. Общие положения*. М.: Стандартиформ, 2016.
- [9] *ГОСТ 12.1.003-83 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Шум. Общие требования безопасности*. М.: ИПК Издательство стандартов, 2002.
- [10] *ГОСТ 12.1.013-78 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Строительство. Электробезопасность. Общие требования*. М.: ИПК Издательство стандартов, 2001.

- [11] А. Г. Князев, О. А. Лепёхин и А. Е. Шемякин. «Совместное распределение биржевых индексов: методологические аспекты построения и выбора копулярных моделей». В: *Прикладная эконометрика* 42.2 (2016), с. 30—53.
- [12] О. Крицкий и М. Ульянова. «Определение многомерного финансового риска портфеля акций». В: *Прикладная эконометрика* 4.8 (2007), с. 3—17.
- [13] А. А. Лобанов и А. В. Чугунов. «Энциклопедия финансового риск-менеджмента». В: Альпина Бизнес Букс, 2009.
- [14] Г. Пеникас. «Иерархические копулы в моделировании рисков инвестиционного портфеля». В: *Прикладная эконометрика* 35.3 (2014), с. 18—38.
- [15] СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы. М.: Минздрав России, 2003.
- [16] СанПиН 2.2.4.548-96 Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений. М.: Минздрав России, 1997.
- [17] СанПиН 2.2.4/2.1.8.10-32-2002 Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой застройки. М.: Минздрав России, 2002.
- [18] СНиП 23-05-95 Естественное и искусственное освещение. М.: Госстрой России, ГУП ЦПП, 2003.
- [19] А. И. Травкин. «Конструкции из парных копул в задаче формирования портфеля акций». В: *Прикладная эконометрика* 32.4 (2013), с. 110—133.
- [20] Д. Фантаццини. «Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. I». В: *Прикладная эконометрика* 22.2 (2011), с. 98—134.
- [21] T. Ané and C. Kharoubi. “Dependence Structure and Risk Measure”. English. In: *Journal of Business* 76.3 (2003), pp. 411—438.

- [22] O. Barndorff-Nielsen and P. Blæsild. “Hyperbolic distributions”. English. In: *Encyclopedia of Statistical Sciences* 3 (1983), pp. 700—707.
- [23] T. Bedford and R. Cooke. “Vines – a new graphical model for dependent random variables”. English. In: *Annals of Statistics* 30.4 (2002), pp. 1031—1068.
- [24] N. Belgorodski. “Selecting pair-copula families for regular vines with application to the multivariate analysis of European stock market indices”. English. Diploma thesis. Technische Universitaet Muenchen, 2010. URL: <http://mediatum.ub.tum.de/?id=1079284>.
- [25] F. Bessel. *Untersuchung des Theils der planetarischen Störungen*. English. Berlin Abhandlungen, 1824.
- [26] E. C. Brechmann and U. Schepsmeier. “Modeling Dependence with C- and D-Vine Copulas: The R Package CDVine”. English. In: *Journal of Statistical Software* 52.3 (2013), pp. 527—556.
- [27] X. Chen and Y. Fan. “Estimation of copula-based semiparametric time series models”. English. In: *Journal of Econometrics* 130 (2006), pp. 307—335.
- [28] U. Cherubini, W. Vecchiato, and E. Luciano. “Copula methods in finance”. English. In: Wiley, 2004.
- [29] W. N. Cho. *Robust Portfolio Optimization Using Conditional Value At Risk*. English. Final Report. Imperial College London, 2008.
- [30] K. Clarke. “A Simple Distribution-Free Test for Nonnested Model Selection”. English. In: *Political Analysis* 15 (2007), pp. 347—363.
- [31] R. Cooke, D. Kurowicka, and K. Wilson. “Sampling, conditionalizing, counting, merging, searching regular vines”. English. In: *Journal of Multivariate Analysis* 138 (2015), pp. 4—18.
- [32] C. Czado. “Pair-copula constructions of multivariate copulas”. English. In: *Copula theory and its applications*. Springer, 2010, pp. 93—109.
- [33] R. Diestel. *Graph Theory (Graduate Texts in Mathematics)*. English. Springer, 2005.

- [34] J. Dißmann et al. “Selecting and estimating regular vine copulae and application to financial returns”. English. In: *Computational Statistics & Data Analysis* 59.1 (2013), pp. 52—69.
- [35] P. Embrechts, F. Lindskog, and A. McNeil. *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*. English. Tech. rep. Zürich, Switzerland, 2001.
- [36] European Banking Authority. *Final Draft RTS on AMA Assessment for Operational Risk*. English. Tech. rep. European Banking Authority, June 2015, pp. 1—98. URL: <https://www.eba.europa.eu/documents/10180/1100516/EBA-RTS-2015-02+RTS+on+AMA+assessment.pdf>.
- [37] J. Fermanian and O. Scaillet. “Nonparametric estimation of copulas for time series”. English. In: *Journal of Risk* 5.4 (2003), pp. 25—54.
- [38] C. Genest, B. Rémillard, and D. Beaudoin. “Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study”. English. In: *Insurance: Mathematics and Economics* 44 (2009), pp. 199—214.
- [39] P. Hansen. “A test for superior predictive ability”. English. In: *Journal of Business and Economic Statistics* 23 (2005), pp. 365—380.
- [40] M. Hofert et al. *Copula: Multivariate Dependence with Copulas*. English. 2017. URL: <https://cran.r-project.org/package=copula>.
- [41] V.-N. Huynh, V. Kreinovich, and S. Sriboonchitta. *Modeling Dependence in Econometrics: Selected Papers of the Seventh International Conference of the Thailand Econometric Society, Faculty of Economics, Chiang Mai University, Thailand, January 8-10, 2014*. English. 1st ed. Advances in Intelligent Systems and Computing 251. Springer International Publishing, 2014.
- [42] H. Joe. “Families of m-Variate Distributions with Given Margins and  $m(m-1)/2$  Bivariate Dependence Parameters, Distributions with Fixed Marginals and Related Topics”. English. In: Hayward: Institute of Mathematical Statistics, 1996, pp. 212—248.
- [43] H. Joe. *Multivariate Models and Dependence Concepts*. English. Chapman & Hall, London, 1997.



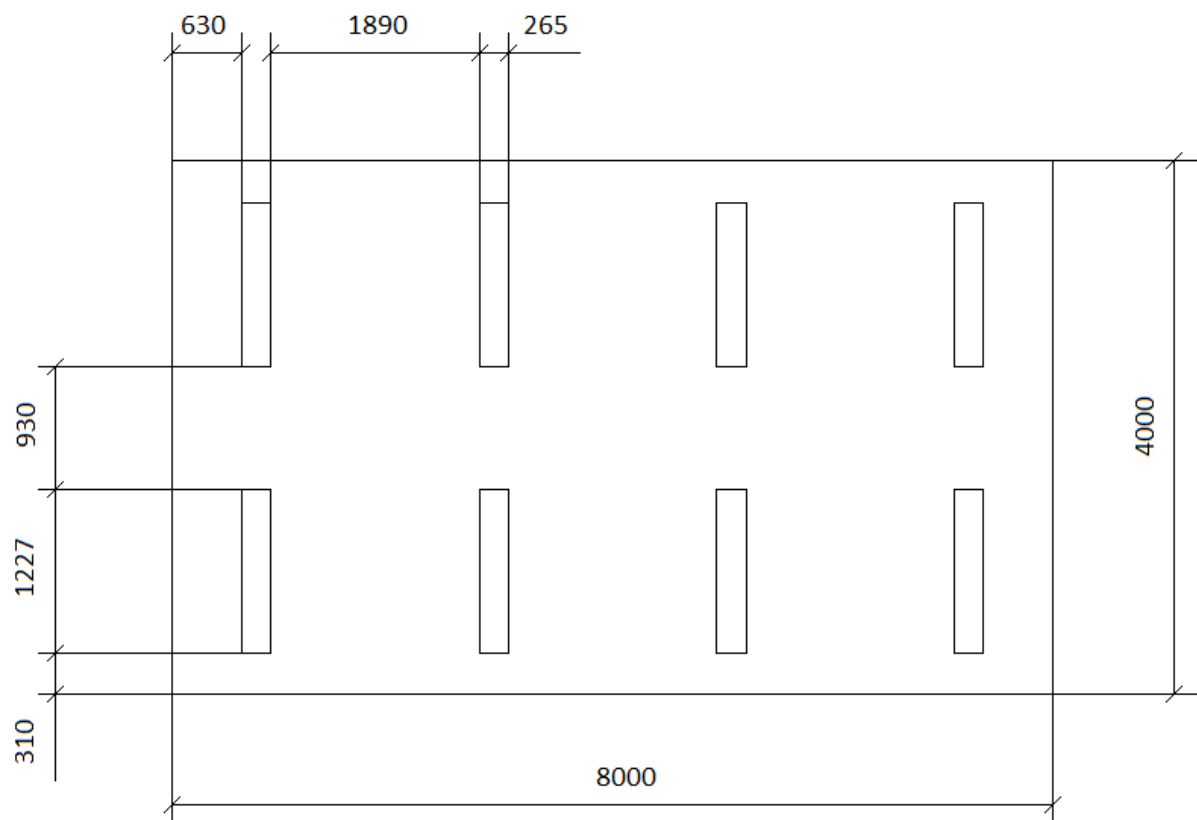
- [44] H. Joe. *Dependence modeling with copulas*. English. Taylor & Francis Group, 2014, p. 458.
- [45] N. L. Johnson. “Systems of frequency curves generated by methods of translation”. English. In: *Biometrika* 36 (1949), pp. 149—176.
- [46] M. G. Kendall. *Rank Correlation Methods*. English. London: Griffin, 1970.
- [47] G. Kim, M. Silvapulle, and P. Silvapulle. “Comparison of Semiparametric and Parametric Methods for Estimating Copulas”. English. In: *Computational Statistics & Data Analysis* 51 (2007), pp. 2836—2850.
- [48] C. Klüppelberg and C. Czado. *Vine Copula Models*. English. 2017. URL: <http://www.statistics.ma.tum.de/en/research/vine-copula-models>.
- [49] I. Kojadinovic and J. Yan. “Comparison of three semiparametric methods for estimating dependence parameters in copula models”. English. In: *Insurance: Mathematics and Economics* 47 (2010), pp. 52—63.
- [50] E. Kole, K. Koedijk, and M. Verbeek. “Selecting copulas for risk management”. English. In: *Journal of Banking & Finance* 31.8 (2007), pp. 2405—2423.
- [51] P. H. Kupiec. “Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models”. English. In: *Journal of Derivatives* 3.2 (1995), pp. 73—84.
- [52] E. Limpert and W. A. Stahel. “Problems with Using the Normal Distribution – and Ways to Improve Quality and Efficiency of Data Analysis”. English. In: *PLoS ONE* 6.7 (2011), pp. 1—8.
- [53] A. Lourme and F. Maurer. “Testing the Gaussian and Student’s t copulas in a risk management framework”. English. In: *Economic Modelling* (2016). URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.econmod.2016.12.014>.
- [54] J. L. Myers and A. D. Well. *Research Design and Statistical Analysis (2nd ed.)*. English. Lawrence Erlbaum, 2003, p. 508.
- [55] R. Nelsen. *An Introduction to Copulas. Lecture Notes in Statistics*. English. New York: Springer, 1999.

- [56] A. K. Nikoloulopoulos, H. Joe, and H. Li. “Vine copulas with asymmetric tail dependence and applications to financial return data”. English. In: *Computational Statistics & Data Analysis* 56.11 (2012), pp. 3659–3673.
- [57] J. P. Nolan. *Stable Distributions – Models for Heavy Tailed Data*. English. Boston: Birkhauser, 2009.
- [58] A. Patton. “Modeling asymmetric exchange rate dependence”. English. In: *International Econometric Review* 47 (2006), pp. 527–556.
- [59] H. Penikas. “Financial Applications of Copula-Models”. English. In: *Journal of the New Economic Association* 7 (2010), pp. 24–44.
- [60] A. Pourkhanali et al. “Measuring systemic risk using vine-copula”. English. In: *Economic Modelling* 53 (2016). DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.econmod.2015.11.010>.
- [61] S. T. Rachev, C. Menn, and F. J. Fabozzi. *Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distributions: Implications for Risk Management, Portfolio Selection, and Option Pricing*. English. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005, p. 369.
- [62] R. T. Rockafellar and S. Uryasev. “Optimization of conditional value-at-risk”. English. In: *Journal of Risk* 2.3 (2000), pp. 21–41.
- [63] M. Saulius, A. V. Rutkauskas, and J. A. Alexander. “Continuous futures data series for back testing and technical analysis”. English. In: *International Conference on Economics, Business and Marketing Management, vol. 29*. IACSIT Press, Singapore, 2012, pp. 265–269.
- [64] W. Schoutens. *Meixner Processes: Theory and Applications in Finance*. English. Eurandom Report 2002-004. Eindhoven, Netherlands: Eindhoven, 2002.
- [65] A. Shemyakin and A. Kniazev. “Introduction to Bayesian Estimation and Copula Models of Dependence. Statistical Dependence Structures”. English. In: Wiley, 2017, pp. 159–194.
- [66] A. Sklar. “Fonctions de Repartion A N Dimension Et Leurs Marges”. English. In: *Universite de Paris* 8 (1959), pp. 229–231.

- [67] S. Stoyanov, S. Rachev, and F. Fabozzi. “CVaR sensitivity with respect to tail thickness”. English. In: *Journal of Banking & Finance* 37.3 (2013), pp. 977—988.
- [68] A. Sundaresan, P. K. Varshney, and S. V. R. Nageswara. “Copula-Based Fusion of Correlated Decisions”. English. In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 47.1 (2011), pp. 454—471.
- [69] Q. H. Vuong. “Ratio tests for model selection and non-nested hypotheses”. English. In: *Econometrica* 57.2 (1989), pp. 307—333.
- [70] H. White. “Maximum likelihood estimation of misspecified models”. English. In: *Econometrica* 50 (1982), pp. 1—26.
- [71] P. Wilmott. *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance*. English. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, pp. 201—205.
- [72] Q. Xu. “Estimating and Evaluating the Archimedean-Copula-Based Models in Financial Risk Management”. English. Dissertation Thesis. New Zealand, Auckland: Massey University, 2008.

## Приложение А

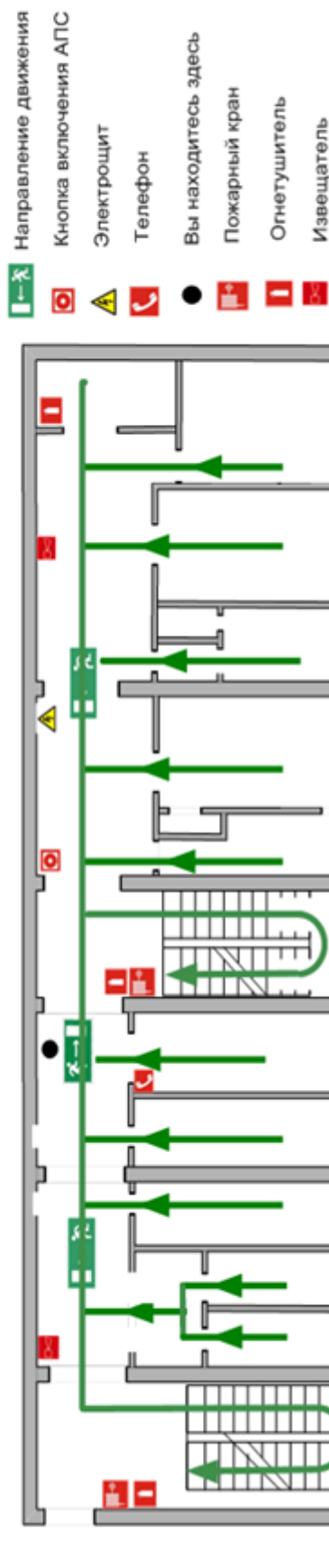
План помещения и размещения светильников с люминесцентными лампами



## Приложение В

План эвакуации в случае пожара

### ПЛАН ЭВАКУАЦИИ 2-го этажа



- Направление движения
- Кнопка включения АПС
- Электрощит
- Телефон
- Вы находитесь здесь
- Пожарный кран
- Огнетушитель
- Извещатель

Действия при пожаре Сохранять спокойствие		
1	Сообщить по телефону	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Адрес объекта</li> <li>• Место возникновения пожара</li> <li>• Свою фамилию</li> </ul>
2	Эвакуировать людей	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ориентироваться по знакам направления движения</li> <li>• Взять с собой пострадавших</li> </ul>
3	По возможности принять меры по тушению пожара	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Использовать средства противоожарной защиты</li> <li>• При необходимости обесточить помещение</li> </ul>

Ответственный за эвакуацию и включение системы оповещения

---

## Приложение С

### Portfolio risk assessment using copula models

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
ОВМ61	Смагулов Даулет Серикбаевич		

Консультант отделения экспериментальной физики ИЯТШ:

Должность	ФИО	Учёная степень, звание	Подпись	Дата
доцент отделения экспериментальной физики	Семёнов М. Е.	к. ф.-м. н., доцент		

Консультант-лингвист отделения иностранных языков ШБИП:

Должность	ФИО	Учёная степень, звание	Подпись	Дата
старший преподаватель отделения иностранных языков	Смирнова У. А.			

## Literature review

There are many different approaches that are actively used in applications to represent multivariate dependencies, for instance, principal component analysis, Bayesian networks, fuzzy techniques, factor analysis, and joint distribution function [41, 50].

In 1959, A. Sklar [66] first proved the theorem that a collection of marginal distributions can be coupled together via a *copula* to form a multivariate distribution. In the paper [59], the author introduced copula models concepts and its application to the different financial issues including the task of risk measurement.

Closed-form expressions to calculate the sensitivity of the risk measure, *CVaR*, were proposed in the paper by Stoyanov et al. [67].

Studies of price risks in framework of portfolio management [21, 50, 53, 72] in many respects are similar to each other and differ only in the used data and insignificant variations in the copula models estimation. Among the studies, we single out the paper by Ané et al. [21] that was one of the first where authors selected the dependence structure of international stock index returns through the Clayton copula. Lourme et al. [53] address the issue of testing the full Gaussian and Student's  $t$  copulas in a risk management framework. They proposed the  $d$ -dimensional compact Gaussian and Student's  $t$  confidence area inside of which a random vector with uniform margins on  $(0, 1)$  falls with probability  $\alpha$ . The results evidence that the Student's  $t$  copula *VaR* model is an attractive alternative to the Gaussian one. A portfolio of stocks, bonds and real estate was considered by Kole et al. [50] to determine the importance of selecting the right copula for risk management. The Gaussian, the Student's  $t$  and the Gumbel copulas have been used to model the dependence of the daily returns on indices that approximate these three asset classes were tested. Then according to Value-at-Risk computations it was established that the Gaussian copula is too optimistic on the diversification benefits of the assets, while the Gumbel copula is too pessimistic.

Estimation of the unknown copula and marginal parameters is an important problem. Nowadays many algorithms for constructing and fitting copulas have been designed. For copula model estimation, there exist three methods: the full parametric method [58], the semi-parametric method [27, 53], and the non-parametric

method [37, 47]. The full parametric method is implemented via two-stage maximum likelihood estimation (MLE) proposed in the monographs [43, 44]. In the dissertation research [72], the two-stage MLE method was applied, while the author uses all possible combinations of different marginal distributions (Gaussian, the Student's  $t$ , and skewed  $t$  distribution) and different archimedean copulas in the estimation and testing process. The decision of choosing the marginal distribution is taken after the second step of MLE method. For this purpose, a modification of the superior predictive ability of the Hansen test was proposed [39]; it allows one to identify a copula that has superior forecasting ability.

Multivariate copulas based on the one distribution (for instance, normal or Student's  $t$ ) or on one the generator function lack the flexibility of accurately modelling the dependence among larger numbers of variables [26]. These lacks predetermined the direction of further research, as a result of which the regular vine copulas' (R-vine) concept was proposed by Joe [42] and developed in more detail in papers [26, 31]. There are a lot of methods to work with vine copulas [31, 32, 34, 56]. Nikoloulopoulos et al. [56] applied the vine copulas with asymmetric tail dependence for financial return data. A novel algorithms for evaluating a *regular vine copula* parameters and simulating from specified R-vines were proposed by Dißmann et al. [34]. The use of vine copula is proposed for measuring systemic risk in the paper [60]. The authors developed a metric that captures crucial features of the dependence relationship: tail-dependence and correlation asymmetry.



## Methodology

### Initial data

First, initial time series should be converted to logarithmic returns. In this way, we can obtain the data set we can further use in marginal distribution parameters estimation. Eq. (C.1) transforms a price series  $p$  into a log-returns  $r$  series for each asset:

$$r_{t,i} = \log \frac{p_{t,i}}{p_{t-1,i}}, \quad (\text{C.1})$$

where  $i \in \overline{1, d}$ ,  $d$  is the number of assets;

$t \in \overline{1, T}$  is a time point, in our case  $T = 253$ ;

Since financial time series have a nonlinear dependence which is not covered by usual Pearson's correlation coefficient, we use rank correlation coefficients: Kendall's  $\tau$  and Spearman's  $\rho$ . Following to [34], in further calculations, we used Kendall's  $\tau$ .

Let  $X$  and  $Y$  be two random variables defined in some probability space. Then Spearman's rank correlation  $\rho$  coefficient is defined as follows [54]

$$\rho = r(\text{rg}_X, \text{rg}_Y) = \frac{\text{cov}(\text{rg}_X, \text{rg}_Y)}{\sigma_{\text{rg}_X} \sigma_{\text{rg}_Y}}, \quad (\text{C.2})$$

where  $r(x, y)$  — Pearson's correlation;

$\text{rg}_X$  and  $\text{rg}_Y$  — random variables' rank;

$\text{cov}(\text{rg}_X, \text{rg}_Y)$  — covariance of random variables' rank;

$\sigma$  — standard deviation.

For two independent pairs  $(X_a, X_b)$  and  $(Y_a, Y_b)$  of the same random variables one can calculate Kendall's  $\tau$  [46]:

$$\begin{aligned} \tau &= P[(X_a - X_b)(Y_a - Y_b) > 0] - P[(X_a - X_b)(Y_a - Y_b) < 0] = \\ &= r(\text{sgn}(X_a - X_b), \text{sgn}(Y_a - Y_b)), \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

where  $r(x, y)$  — Pearson's correlation;

$\text{sgn}(\cdot)$  — real number's sign.

In contrast with Pearson’s correlation, both of these rank coefficients are less sensitive to strong outliers which are the features of financial time series. We will base our choice on article [34] and use Kendall’s  $\tau$  in further calculations.

In the research the portfolio with the following assets is used:

- 1) RTS index futures;
- 2) Sberbank PJSC stocks futures;
- 3) Gazprom PJSC stocks futures;
- 4) MMC Norilsk Nickel PJSC stocks futures.

Our sample has daily close values and covers the period of two years since December 16, 2015 to December 16, 2017 (504 observations). Denote them as RTS, SBRF, GAZP and GMKR respectively. All that data regarding the futures prices were collected from the Finam Holdings service.

The obtained time series main characteristics are shown on Table C.1.

Table C.1 – Main characteristics of log-returns

Assets	Moments		Spearman’s $\rho$				Kendall’s $\tau$			
	$\mu$	$\sigma$	RTS	SBRF	GAZR	GMKR	RTS	SBRF	GAZR	GMKR
RTS	0.00075	0.016	1	0.702	0.621	0.323	1	0.515	0.444	0.218
SBRF	0.00154	0.016	0.702	1	0.519	0.308	0.515	1	0.364	0.208
GAZR	-0.00001	0.013	0.621	0.519	1	0.375	0.444	0.364	1	0.256
GMKR	0.00033	0.015	0.323	0.308	0.375	1	0.218	0.208	0.256	1

### Marginal distributions parameters estimation

Many ways to describe financial data using Gaussian (normal) distribution exist today [45]. On the other hand, a lot of empirical studies have shown that Gaussian distribution has a lot of problems with description of financial data, for instance see [52, 61, 71]. Various non-normal distributions have been proposed for modelling extreme events, we choose the Hyperbolic [22], Stable [57, 61, 67] and Meixner [64] distributions as the three possible forms of marginal distributions. These types of distribution are able to handle financial data features, such as heavy tails and skewness [67].

A hyperbolic distribution  $H(\pi, \zeta, \delta, \mu)$  is four parameter distribution [22] determined by  $\pi$  as a steepness parameter,  $\zeta$  as a symmetry one,  $\mu$  as a location one, and

$\delta$  as a scale one. The distribution is symmetrical about  $\mu$  if  $\zeta = 0$ . Eq. (C.4) describes the probability density function (PDF) of the univariate hyperbolic distribution:

$$f_H(x|\pi,\zeta,\delta,\mu) = \frac{1}{2\sqrt{1+\pi^2}K_1(\zeta)} e^{-\zeta\left[\sqrt{1+\pi^2}\sqrt{1+\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2}-\pi\frac{x-\mu}{\delta}\right]}, \quad (\text{C.4})$$

where  $K_1$  is the 1st order modified Bessel function of the third kind [25];  
 $\pi \in \mathbb{R}$ ,  $\zeta > 0$ ,  $\delta > 0$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

A stable distribution  $S(\alpha, \beta, \gamma, \mu)$  is also described by four parameters [61, 57, 67]. The parameter  $\alpha$  determines the tail weight and the kurtosis,  $\beta$  determines the skewness,  $\gamma$  is a scale parameter, and  $\mu$  is a location parameter. Since the probability density function and cumulative distribution function (c.d.f.) of the stable distribution does not exist in a closed-form, we use its characteristic function:

$$\begin{aligned} \varphi_S(x|\alpha,\beta,\gamma,\delta) &= \exp\left[ix\delta - |\gamma x|^\alpha (1 - i\beta\text{sgn}(x)\Phi(x))\right], \\ \Phi(x) &= \begin{cases} (|\gamma x|^{1-\alpha} - 1) \tan \frac{\pi\alpha}{2}, & \alpha \neq 1, \\ -\frac{2}{\pi} \log |\gamma x|, & \alpha = 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

where  $\alpha \in (0; 2]$ ,  $\beta \in [-1; 1]$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\delta \in \mathbb{R}$ ;  
 $i$  is the imaginary unit.

A Meixner distribution  $M(\alpha, \beta, \delta, \mu)$  has four parameters:  $\mu$  is the location parameter,  $\alpha$  is the scale parameter,  $\beta$  is the skewness parameter, and  $\delta$  is the shape parameter [64]. Eq. (C.6) describes the density of the Meixner distribution:

$$f_M(x|\alpha,\beta,\delta,\mu) = \frac{\left(2 \cos \frac{\beta}{2}\right)^{2\delta}}{2\alpha\pi\Gamma(2\delta)} \exp \frac{\beta(x-\mu)}{\alpha} \left| \Gamma\left(\delta + i\frac{x-\mu}{\alpha}\right) \right|^2, \quad (\text{C.6})$$

where  $\Gamma(z)$  is the gamma function for complex arguments;  
 $\alpha > 0$ ,  $|\beta| < \pi$ ,  $\delta > 0$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

Parameters for hyperbolic distribution have been estimated by the Nelder-Mead method, for the stable and the Meixner distribution — by the Cramér-von Mises distance. The results obtained for the log-returns are shown in Table C.2.

Table C.2 – Marginal distribution estimation results

Parameters		RTS	SBRF	GAZR	GMKR
Hyperbolic distribution	$\pi$	0.00336	0.06100	0.06751	0.03301
	$\zeta$	0.68417	0.80977	0.73310	3.31449
	$\delta$	0.00694	0.00823	0.00609	0.02232
	$\mu$	0.00067	-0.00003	-0.00139	-0.00076
Stable distribution	$\alpha$	1.53561	1.56414	1.86326	1.92994
	$\beta$	0.21114	0.22262	0.85066	0.66465
	$\gamma$	0.00884	0.00926	0.00770	0.00999
	$\delta$	0.00020	0.00063	-0.00099	-0.00016
Meixner distribution	$\alpha$	0.03306	0.03064	0.02642	0.00428
	$\beta$	0.30800	0.45599	0.22236	0.87412
	$\delta$	0.44168	0.51881	0.47397	18.31193
	$\mu$	-0.00099	-0.00173	-0.00143	-0.03615

To assess the quality of estimated parameters we use Kolmogorov – Smirnov, Anderson – Darling and Cramér – von Mises goodness-of-fit tests. These tests compare empirical observations with data simulated using marginals with obtained parameters.

### Copula model parameters estimations

At this stage, we suggest the constructing of copula using two types of copula models: multivariate copula and regular vine (R-vine) copula.

First, we should generate points of the empirical copula also known as *pseudo-observations*. Considering Eq. (C.1)  $\mathbf{r}_i = (r_{1,i}, r_{2,i}, \dots, r_{T,i})^\top$  for all historical observations (log-returns)  $i \in \overline{1, d}$ , pseudo-observations are then defined as:

$$u_{t,i} = \frac{\text{rg}(r_{t,i})}{T + 1}, \forall t \in \overline{1, T}, i \in \overline{1, d}, \quad (\text{C.7})$$

where  $\text{rg}(r_{t,i})$  denotes the rank of  $r_{t,i}$  (from lowest to highest) of the observed values  $r_{\tau,i}, \tau \in \overline{1, T}$  [40] Each element  $u_{t,i}$  is between 0 and 1.

In this study we use elliptical copulas of two families: Gaussian (normal) and Student's  $t$  copulas.

Table C.3 – Statistical tests  $p$ -values

Test	Distribution	RTS	SBRF	GAZR	GMKR
Kolmogorov – Smirnov	Hyperbolic	0.91	0.88	1.00	0.79
	Stable	0.89	0.94	0.87	0.94
	Meixner	0.99	0.95	1.00	0.96
Anderson – Darling	Hyperbolic	0.88	0.94	1.00	0.93
	Stable	0.73	0.87	0.47	0.97
	Meixner	0.87	0.92	1.00	0.90
Cramér – von Mises	Hyperbolic	0.94	0.89	1.00	0.90
	Stable	0.97	0.92	0.94	0.98
	Meixner	0.99	0.95	1.00	0.98

To estimate the copula parameters we use pseudo-observations calculated by Eq. (C.7). The decision of choosing the copula parameters is taken by "Inversion of Kendall's tau" method [49]. Then we execute a parametric bootstrap-based goodness-of-fit (GoF) test of elliptical copulas to check their quality [38]. Estimated parameters are shown in Eq. (C.8) and (C.9). Test results are shown in Table C.4. As one can see the parameters of elliptical copulas and results of GoF test are very close to each other.

$$\Sigma_{Gauss} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0.723 & 1 & & \\ 0.642 & 0.540 & 1 & \\ 0.335 & 0.320 & 0.391 & 1 \end{pmatrix}, \quad (C.8)$$

$$\Sigma_t = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0.723 & 1 & & \\ 0.642 & 0.540 & 1 & \\ 0.335 & 0.320 & 0.391 & 1 \end{pmatrix}, \quad \nu = 4. \quad (C.9)$$

The negative side of using multivariate copula model is that we can not (a) check the quality, and (b) construct the cumulative distribution function of Student's  $t$  copula with non-integer degrees of freedom.

Alternative way to construct copula models is using R-vine copulas. As we know from [23], a  $d$ -dimensional vine is a copula constructed of  $d(d - 1)/2$  usual bivariate copulas. The main advantage of the vine model is that all of its component

copulas are represented by a pair-copula (two-dimensional function). This copula is easier to be interpreted and visualized, and we have a lot of methods to work with it today [31, 32, 34].

Following [34], we use absolute empirical Kendall's  $\tau$  as a measure of dependence, since it makes it independent of the assumed distribution. We use the same method [49] to estimate the parameters as we did it with multivariate copulas. Also, we can use non-integer degrees of freedom for copulas with two parameters. In addition, we choose different families for each pair [24, 30, 69]. Using abbreviations for copula types: *SG* — Survival Gumbel, *SC* — Survival Clayton, *SBB1* — Survival Clayton-Gumbel, *BB7* — Joe-Clayton, *Ind* — independence copula, the estimated R-vine copula is given by [32]:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & & & \\ 4 & 1 & & \\ 3 & 4 & 3 & \\ 1 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad (C.10)$$

$$F = \begin{pmatrix} Fr & & & \\ Gu & Cl & & \\ St & SBB1 & SG & \end{pmatrix},$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0.544 & & & \\ 1.098 & 0.158 & & \\ 0.722 & 0.124 & 1.327 & \end{pmatrix},$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ 0 & 0 & & \\ 7.566 & 1.682 & 0 & \end{pmatrix}.$$

where  $M$  is a matrix which defines the tree structure;

$F$  is a family matrix;

$P_1, P_2$  are matrices with first and second parameters respectively.

Matrix  $F$  contains the following families of distributions: *St* — Students's, *Gu* — Gumbel, *Cl* — Clayton, *Fr* — Frank, *SBB1* — Survival BB1, *SG* — Survival Gumbel.

Table C.4 – The parameters estimation test results for multivariate Gaussian, Student’s  $t$ , and R-vine copulas

Copula	Statistics	$p$ -value
Gaussian	$S_n = 0,034$	0,19
Student’s	$S_n = 0,391$	0,05
R-vine	$W = 15,15$	0,95

To check the estimated parameters, we use a goodness-of-fit test based on the Cramér-von Mises statistic,  $S_n$  [49] and the White’s information matrix equality,  $W$  [70]. The result of the test implementation is shown in Table C.4. As one can see the  $p$ -values of elliptical copulas are less than corresponding  $p$ -value of the R-vine copula.

## Portfolio Application

In this section, we present some simulation results to compare the performances of VaR and CVaR on an equally weighted portfolio composed of  $d = 4$  assets. Then we applied the above results to compute the optimal weights of each asset, which is one of the major concerns in the field of portfolio risk management.

### Mean-Conditional-Value-at-Risk Portfolio Optimization

The advantage of the CVaR portfolio optimization is that we can formulate the mean-CVaR portfolio optimization as a linear programming problem [62]. If we can find a portfolio with a low CVaR, then it will also have a low VaR [29]. We assume a "full investment" portfolio with only long positions, furthermore, to avoid a corner portfolio case, let the minimal weight be limited by 0.05. The mean-CVaR portfolio weights we obtained are 0.05, 0.114, 0.384, and 0.452 for RTS, SBRF, GAZP, and GMKR respectively.

Now let us compare VaR and CVaR values of equally weighted and mean-CVaR optimal portfolio obtaining for historical scenario by empirical methods [62]. Let us consider

$$\alpha = \{99.9\%, 99.5\%, 99\%, 95\%, 90\%\}$$

as a confidence level for VaR and CVaR computations. It can be seen from the simulation results (Table C.5) that values of risk measures for optimal portfolio are distinctively better, as expected. Further, we will consider the optimal portfolio only.

Table C.5 – Risk measures and associated bias for different portfolios and level,  $\alpha$

$\alpha, \%$	$VaR_\alpha / CVaR_\alpha, \times 10^{-2}$		
	Optimal	Equiweighted	Bias, $\times 10^{-2}$
90.0	1.31 / 2.01	1.32 / 2.14	0.01 / 0.13
95.0	1.69 / 2.48	1.82 / 2.74	0.13 / 0.25
99.0	2.59 / 3.96	2.79 / 4.36	0.21 / 0.41
99.5	3.63 / 5.22	4.05 / 5.50	0.43 / 0.28
99.9	5.62 / 5.86	6.05 / 6.29	0.44 / 0.43



Table C.6 – VaR obtained empirically and estimated by Gaussian / Student’s  $t$  / R-vine copulas

Level, %	$\widehat{VaR}, \times 10^{-2}$	$VaR^{est}, \times 10^{-2}$			$\Delta, \times 10^{-3}$		
90.0	1.31	1.57 /	1.71 /	1.51	2.55 /	3.94 /	1.94
95.0	1.69	2.15 /	2.37 /	1.94	4.56 /	6.81 /	2.48
99.0	2.59	3.28 /	3.64 /	3.28	6.95 /	10.54 /	6.97
99.5	3.63	3.70 /	4.02 /	3.94	0.69 /	3.95 /	3.13
99.9	5.62	5.63 /	5.83 /	6.01	0.12 /	2.18 /	3.90

### Efficient Algorithm of Risk Measure Computation using Copula Models

Now we propose the following algorithm based on Monte-Carlo simulation of pseudo-observations to compute the risk measures.

Algorithm 3 represents the method we used to compute VaR and CVaR. Method is based on Monte-Carlo simulation of pseudo-observations using proposed copula models with estimated parameters. In order to generate random samples (line 1) we used Gaussian and Student’s  $t$  copula parameters (Table C.4) and the R-vine array structure, Eq. (C.10). Then we transform each univariate pseudo-observation series to quantiles:  $[0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  (lines 2–7). In order to implement the transformation we take a quantile of each log-returns series using simulated pseudo-observations throw all dimensions of the copula as probabilities (line 5). Using optimal mean-CVaR portfolio weights we compute portfolio’s Profit & Loss series (line 10) and risk measures (line 12).

The obtained results for VaR and CVaR are shown in Table C.6 and C.7 respectively. As we can see, vine copula model is the most conservative one. It means that we will not loose more than we predict by the model, in other words, the model does not underestimate the risk. Thus, we can say that the R-vine copula model has superior forecasting ability than the Gaussian and the Student’s  $t$  one.

### Stability Study and Risk Measure Curve

Now let us make a stability research of proposed method. For this, we make bootstrap procedure replicating Algorithm 3. The obtained results are shown in Table C.8, C.9.

---

**Algorithm 3** Computation of Risk Measures by a Copula
 

---

**Input:** Log-returns  $\{r_{i,t}\}$ , weights  $w_i$  of optimal portfolio,  $i \in \overline{1,d}$ ,  $d$ -dimensional copula c.d.f. with parameters and the array structure for R-vine, level  $\alpha$  for  $VaR_\alpha$  and  $CVaR_\alpha$  calculation.

- 1: Generate a sample of pseudo-observations  $\{\hat{u}_{i,s}\} \in [0, 1]^d$ ,  $i \in \overline{1,d}$ ,  $s \in \overline{1,S}$  according to the given copula.
- 2: Transform simulated pseudo-observations to univariate quantiles:
- 3: **for**  $i \in \overline{1,d}$  **do**
- 4:     **for**  $s \in \overline{1,S}$  **do**
- 5:         Set  $\hat{r}_{i,s} \leftarrow F_i^{-1}(\hat{u}_{i,s})$ .
- 6:     **end for**
- 7: **end for**
- 8: Compute the portfolio Profit & Loss series:
- 9: **for**  $s \in \overline{1,S}$  **do**
- 10:      $P\&L_k \leftarrow \sum_{i=1}^d \hat{r}_{i,s} \cdot w_i$ .
- 11: **end for**
- 12: Calculate  $VaR_\alpha$ ,  $CVaR_\alpha$  of Profit & Loss series

**Output:**  $VaR_\alpha$  and  $CVaR_\alpha$  of simulated Profit & Loss series.

---

Table C.7 – CVaR obtained empirically and estimated by Gaussian / Student's  $t$  / R-vine copula

Level, %	$\widehat{CVaR}, \times 10^{-2}$	$CVaR^{est}, \times 10^{-2}$			$\Delta, \times 10^{-3}$		
90.0	2.01	2.38 /	2.58 /	2.32	3.68 /	5.66 /	3.12
95.0	2.48	2.95 /	3.17 /	2.92	4.65 /	6.89 /	4.35
99.0	3.96	4.25 /	4.35 /	4.50	2.98 /	3.94 /	5.41
99.5	5.22	5.05 /	4.95 /	5.43	-1.76 /	-2.72 /	2.06
99.9	5.86	5.81 /	6.00 /	6.01	-0.51 /	1.38 /	1.51

Table C.8 – VaR estimation by Gaussian / Student’s  $t$  / R-vine copula obtained by bootstrap procedure

Level, %	$\overline{VaR}_\alpha, \times 10^{-2}$	$\Delta, \times 10^{-3}$	SD, $\times 10^{-2}$	RMSE, $\times 10^{-3}$
90.0	1.61 / 1.62 / 1.61	2.99 / 3.03 / 2.96	0.80 / 0.79 / 0.85	3.10 / 3.13 / 3.08
95.0	2.19 / 2.20 / 2.18	5.00 / 5.06 / 4.93	1.18 / 1.37 / 1.48	5.14 / 5.24 / 5.14
99.0	3.46 / 3.50 / 3.46	8.71 / 9.11 / 8.78	1.79 / 2.32 / 2.47	8.89 / 9.40 / 9.11
99.5	4.04 / 4.21 / 4.09	4.15 / 5.82 / 4.64	4.22 / 6.10 / 5.69	5.91 / 8.42 / 7.33
99.9	5.62 / 5.53 / 5.49	0.05 / -0.86 / -1.21	3.81 / 5.18 / 5.16	3.81 / 5.24 / 5.29

Table C.9 – CVaR estimation by Gaussian / Student’s  $t$  / Vine copula obtained by bootstrap procedure

Level, %	$\overline{CVaR}_\alpha, \times 10^{-2}$	$\Delta, \times 10^{-3}$	SD, $\times 10^{-2}$	RMSE, $\times 10^{-3}$
90.0	2.46 / 2.47 / 2.45	4.53 / 4.62 / 4.43	1.08 / 1.32 / 1.35	4.66 / 4.80 / 4.63
95.0	3.06 / 3.08 / 3.05	5.78 / 5.92 / 5.62	1.49 / 1.90 / 1.91	5.97 / 6.21 / 5.93
99.0	4.36 / 4.40 / 4.34	4.08 / 4.46 / 3.86	3.05 / 4.31 / 4.21	5.09 / 6.19 / 5.71
99.5	5.00 / 4.99 / 4.94	-2.26 / -2.31 / -2.86	4.05 / 5.40 / 5.34	4.63 / 5.87 / 6.05
99.9	5.76 / 5.68 / 5.68	-1.03 / -1.79 / -1.88	2.45 / 3.86 / 3.52	2.65 / 4.25 / 3.98

We report the bias, the standard deviation (SD) and the mean square error (MSE) based on  $N = 200$  replications. The bias value is better at lower levels: 99%, 95%, 90% for VaR, and 95%, 90% for CVaR. The SD and the MSE metrics show the greater instability of vine copula related to Gaussian (the most stable one) and Student’s  $t$  model.

The  $p$ -values of the Kupiec’s VaR test [51] for all proposed copula models are greater than the critical level  $\alpha = 0.05$ . All three models have superior prediction ability than usual empirical method. Table C.10 shows the results of Kupiec’s VaR test [51].

Table C.10 – Kupiec’s test  $LR$ -statistics and  $p$ -value for VaR at 95% confidence level computation

Method	LR-statistics	$p$ -value
empirical	0.00	0.98
Gaussian copula	3.02	0.08
$t$ -copula	10.29	0.00
R-vine copula	2.17	0.14