



**Рис. 3 Визуализация решения параболического уравнения**

В результате решения конкретной задачи теплопроводности, ограниченной геометрией и теплофизическими свойствами тела, и условиями однозначности предположено получение графического решения данной задачи, как показано на рисунке 3.

Заключение. Для построения аналитических и численных решений дифференциальных уравнений в частных производных для задачи тепло – и массопереноса в нефтегазовой отрасли применяются основные методы [1-3]: метод преобразования Лапласа, метод функций Грина, метод разделения переменных (или метод Фурье) и другие методы интегральных преобразований. Поскольку на практике встречаются задачи гидродинамики и теплообмена с разными условиями, то для каждого случая необходимо выбрать правильный и эффективный метод его решения.

#### Литература

1. Boris Baeumer, Mihály Kovács, Harish Sankaranarayanan. Fractional Partial Differential Equations with Boundary Conditions. Journal of Differential Equations, 9 October 2017.
2. Головкин Е. А. Приведение к каноническому виду линейных уравнений в частных производных второго порядка: методическое указание. – Иркутск, 2008 г.
3. Огородник А. С. Уравнения математической физики: учебное пособие. – 2- изд. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 96 с.

## ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВАЛА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА

**В.В. Масальцев**

Научный руководитель – профессор А.К. Томилин

**Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия**

В нефтегазовом промысле, при заводнённых контурах нефтеносности через нагнетательные скважины, зачастую используются установки электроцентробежных насосов в качестве напорных агрегатов. Одной из важных причин выхода из строя подобного оборудования, работающего в условиях постоянного износа, являются вибрации. Вибрации – это резонансные колебания, достигаемые путем совпадения вынуждающих частот вращения вала насоса с частотой его собственных колебаний, которая зависит от материала, поперечного сечения, типа закрепления вала прочими условиями. С точки зрения сохранения работоспособности и исправности оборудования следует избегать резонансных участков, которые могут если и не разрушить, то частично изогнуть вал, вследствие чего изменятся характеристики насоса. В данной работе рассматривается физическая модель вала насоса с учетом нахождения его в центробежном поле, рассматривается математическая модель вала, закрепленного с обеих сторон подшипниковыми опорами, решается реальная задача о нахождении резонансных частот вала насоса ЦНС-180 с использованием составленной математической модели.

Цель работы: исследовать поперечные колебания вала в поле центробежных сил.

Задачи:

1. Рассмотреть физическую модель гидродинамической вибрации центробежных насосов.
2. Построить математическую модель поперечных колебаний вала ЦНС
3. Предложить оригинальную математическую модель и построить ее решение.

В процессе эксплуатации насосы часто испытывают особый гидродинамический режим с последующей вибрацией всей конструкции. Это момент значительно осложняет эксплуатацию данных машинных агрегатов, так как это ведет к сокращению межремонтного периода насосов и повышению аварийности таких систем, в которых они используются [1].

Гидродинамическая вибрация у центробежных насосов, работающих на расчетных режимах, не представляет собой что-то особенное. Она встречается практически всегда, все насосы подвергаются ее воздействию без исключения, и она не вызывает опасности, так как часто принимается во внимание при разработке данных машин. Так же существуют довольно естественные конструктивные ограничения, не позволяющие обеспечивать насосным агрегатам в той же мере подходящие гидродинамические режимы во всем действительном диапазоне их подач – от нулевых значений до весьма больших. Подобные режимы работы насосов, не позволяющие возникать значительным вибрациям, конструктивно могут обеспечиваться только для довольно-таки малого интервала, учитывающего и именуемого рабочей зоной насоса [2].

Значительный уровень вибрация представленного вида имеет лишь тогда, когда насосы работают вне рабочей зоны. Тогда отрицательные последствия от такой вибрации образуются даже при кратковременной работе насосов в подобных режимах. Если по каким-то причинам насосы используются в подобных режимах продолжительное время, то последствия от вибрации могут стать не только негативными, но и весьма опасными [7].

Согласно теории малых линейных колебаний, возможно рассмотрение колебаний механической системы относительно ее статического равновесия, а именно без учета статической деформации системы. Рассмотрение системы под действием постоянных нагрузок может быть выполнено дополнительно, независимо от колебаний. Малые плоские изгибные колебания свободной балки описываются линейным дифференциальным уравнением в частных производных четвертого порядка [1,2]:

$$EJ \frac{\partial^4 u(z, t)}{\partial z^4} + m_0 \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $t, x$  – время и пространственная координата,  $u=u(t, x)$  – отклонение точки оси стержня с координатой  $x$  в момент времени  $t$  от положения равновесия (функция смещения),

$EJ$  – жесткость материала балки при изгибе,

$m$  – погонная масса балки.

Решение этого уравнения ищется в виде [4]:

$$u(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(z) (A_i \cos p_i t + B_i \sin p_i t). \quad (2)$$

Задача сводится к определению собственных частот колебаний вала и вынужденных колебаний, создаваемых радиальными силами вращения секций насоса на оси вала.

С учетом (1) из уравнения (2) получается уравнение для амплитудных функций:

$$\frac{d^4 X_i(z)}{dz^4} - \alpha_i^4 X_i(z) = 0, \quad (3)$$

$$\text{Где } \alpha_i^4 = p_i^2 m_0 / EJ. \quad (4)$$

Частота собственных колебаний вала в отсутствие вращения, примет следующий вид:

$$p_k = \frac{k^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ}{m_0}}, \quad \text{где } k \in Z. \quad (5)$$

Таким образом, в зависимости от параметра  $k$  имеем различные собственные колебания системы, частота которых при воздействии возбуждающей силы будет создавать резонанс с угловой скоростью вынужденных колебаний.

Для нахождения критических участков вращения вала положим, что  $\omega = p$ . Где  $\omega$  – скорость вращения вала,  $p$  – частота собственных колебаний вала.

В результате, частота колебаний вала тем выше, чем больше значение параметра  $k$ . В общей сложности таких частот может быть бесконечное множество, соответственно существует бесконечное множество резонансных участков, повторяющихся с одинаковой периодичностью.

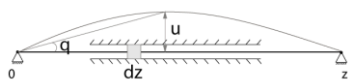


Рис. 1 Резонансные колебания при  $K=1$

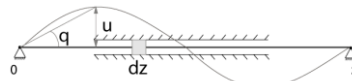


Рис. 2 Резонансные колебания при  $K=2$

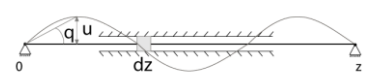


Рис. 3 Резонансные колебания при  $K=3$

В представленной работе рассматривалась физическая модель гидродинамической вибрации центробежных насосов, на основе которой была построена математическая модель гармонических колебаний вала на базе центробежного насоса ЦНС-180. Математическая модель сводится к определению резонансных частот (собственных колебаний) вала с использованием краевых условий. Данные частоты характеризуют вибрация гидродинамического происхождения у центробежных насосов, эксплуатирующийся на нерасчетных режимах, в следствие чего возникают гидравлические потери энергии в насосе. Установлено, что негативные последствия возникают даже при недолговременной работе насосов в таких режимах. Если по каким-либо обстоятельствам насосы эксплуатируются в подобных режимах длительное время, то последствия от вибрации могут стать не просто негативными, но и опасными.

#### Литература

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман. – М.: Высшая школа, 1980. – 148-158 с.
2. Бабаков И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. – М.: Дрофа, 2004. – с. 255-265.

**СЕКЦИЯ 17. СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ ТРАНСПОРТИРОВКИ  
И ХРАНЕНИЯ НЕФТИ И ГАЗА. ПОДСЕКЦИЯ 1. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ТРАНСПОРТА И ХРАНЕНИЯ  
УГЛЕВОДОРОДНОГО СЫРЬЯ**

3. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1966. – 724 с.
4. Томилин А.К. Методические указания по теории колебаний упругих стержней / Томилин А.К., Курильская Н.Ф. – Алма-Ата, изд. КазГУ, 1989. – 9-15 с.
5. Светлицкий В.А., Стасенко И.В. Сборник задачи по теории колебаний. М., «Высшая школа», 1979.
6. Питолин В.Е. Построение математической модели процесса возбуждения динамических составляющих поперечных сил в рабочем колесе центробежного насоса / Питолин В.Е. - Полоцкий государственный университет, 2011 – 5с.
7. Перевозчиков С. И. Гидродинамика центробежных насосов. - Тюмень: Изд-во Тюменск. нефтегаз. ун-та, 2002. – 160 с.

**ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАСЧЕТА АКУСТИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЭФФЕКТИВНУЮ  
ВЯЗКОСТЬ НЕФТИ В КАНАЛАХ ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ СКВАЖИНЫ**

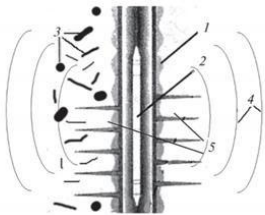
**М.О. Плотников**

Научный руководитель – профессор С.Н. Харламов

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия*

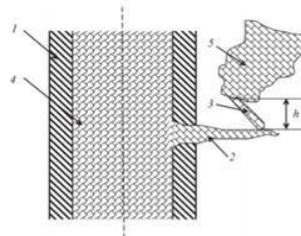
**Введение.** Метод повышения нефтеотдачи пласта с помощью акустического воздействия является одним из основных методов интенсификации добычи нефти. Акустические методы интенсификации добычи нефти основаны на разных физических процессах, протекающих или создаваемых в призабойной зоне под воздействием ультразвука. Исследование этих процессов позволяет выявить основные физические механизмы акустического воздействия, одним из которых является нелинейное взаимодействие ультразвуковой волны с жидкостью, заполняющей пористую структуру коллектора.

Пористая структура нефтяного пласта состоит из множества каналов, трещин, капилляров, соединяющих полости и обеспечивающих перетекание их жидкого содержимого. Задачей ультразвукового воздействия является стимуляция различными способами этого течения с целью увеличения выхода конечного продукта из ствола скважины. В общем случае акустическая волна имеет сферический (в случае точечного источника) или цилиндрический (для протяженной нитевидной генерации) фронт (рис.1).



**Рис. 1** *Схема взаимодействия ультразвука с пористой структурой нефтяного пласта при акустической стимуляции скважин*  
1 – цементный камень; 2 – погружное устройство; 3 – пористая структура пласта (каналы, трещины, капилляры, поры); 4 – фронт перемещающейся акустической волны; 5 – перфорационный каналы.

5 жидкость перетекает в перфорационный канал по капилляру 3 под действием перепада давления  $\Delta p$  на концах капилляра.



**Рис. 2** *Схема структуры призабойной скважины, в которой возможна УЗ интенсификация течения жидкости*  
1 – стенка обсадной трубы; 2 – перфорационный канал; 3 – соединительный капилляр; 4 – флюид в