

РОБАСТНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ С ПОВЫШЕННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ**Рустамов Газанфар Арастун оглы,**д-р техн. наук, проф. кафедры «Автоматика и управление»
Азербайджанского Технического Университета, Азербайджан,
Az1073, Баку, пр. Г. Джавида, 25. E-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Предлагается подход к управлению априорно неопределенными динамическими объектами на основе метода функции Ляпунова, в частности, «метода квадратичных форм». Возможность беспредельного увеличения коэффициента усиления PD-регулятора $n-1$ порядка позволяет подавлять генеральные составляющие неопределенной модели до сколь угодно малой величины. Этим обеспечивается высокая точность слежения эталонной траектории для широкого класса неопределенностей. В пределе система описывается линейным однородным уравнением гиперплоскости. Эта особенность позволяет определить параметры настройки регулятора на основе задаваемых показателей качества с использованием метода «модального управления». Предложенная методика позволяет обойти сложные математические трудности, возникающие при синтезе робастных систем, и управлять нелинейными нестационарными объектами в условиях существенной неопределенности с помощью простого физически понятного регулятора. К недостаткам предложенной методики следует отнести усиление высокочастотных помех, имеющих непосредственный доступ в регулятор, а также использование производных выхода для формирования PD-регулятора. Решение модельных задач на Matlab/Simulink позволило сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

Ключевые слова:

Неопределенность, следящая робастная система, функция Ляпунова, партитурная модель, большой коэффициент усиления, параметрический маятник.

Введение

Проблема неопределенности. В отличие от понятия «грубость» по А.А. Андранову [1] термин «робастность» используется в случае, когда реквизиты объекта изменяются в *широком* диапазоне. Поэтому «робастность» можно характеризовать как «глобальную грубость», или «грубость в большом».

Все системы управления в той или иной степени функционируют в условиях неопределенности. Неопределенность не относится к реальному объекту, а является особенностью математической модели, построенной в условиях неполноты наших знаний о реальном объекте. Стремление улучшить модель путем добавления все новых факторов является нерациональным подходом, ибо каждый добавленный фактор вносит свою неопределенность. Кроме того, попытка формализовать непонятные закономерности может привести к появлению источников паразитной динамики.

Для практики автоматического управления важное значение имеет разработка методов синтеза на основе простых, но более содержательных моделей. Для таких моделей достаточно добиться «структурного соответствия», что нетрудно сделать, если знать основные закономерности поведения реального процесса.

Модели, предназначенные для целей управления, достаточно представить на уровне «партитур» (здесь имеется в виду «партитура, состоящая из небольшой модели для импровизации...» [2]). Генеральные составляющие таких моделей кроме известных компонент могут содержать и неопределенности по структуре, параметрам, внешним возмущениям и др.

Проблема управления. Обычно регулятор настраивается на номинальную модель объекта. Од-

нако при реализации регулятор подключается не к модели, а, естественно, к реальному объекту. При функционировании расхождение объекта от своей первоначальной модели (номинальная модель) может привести к непредсказуемым последствиям. Стратегия управления в условиях неопределенности заключается в компенсации этой разницы, не зная её природу.

При построении робастных систем полный отказ от использования средств адаптации, в частности алгоритмов идентификации и наблюдения неопределенностей, не позволяет получить ожидаемого качества переходных процессов и запасов устойчивости. Тем не менее, «очистка» номинальной динамики от всевозможных неопределенностей с использованием адаптивных методов является обременительной и часто невыполнимой задачей из-за невозможности разделения движения, особенно в нелинейном случае. Поэтому в основном рассматриваются аддитивные и медленно изменяющиеся неопределенности.

Особый интерес представляют методы управления в условиях неопределенности, непосредственно не использующие алгоритмы адаптации, однако обладающие высокими робастными показателями.

Неадаптивные методы управления в условиях неопределенности

В качестве претендентов на неадаптивные выделим следующие методы:

1. *Методы, основанные на H_∞ -теории* (Doyle, 1989) [3–5]. Основная задача этой теории основывается на минимизации H_∞ -нормы, характеризующей энергию выхода. Метод несколько эвристичен. Предполагается, что подобная минимизация кроме робастности должна обеспе-

чивать и получение высоких динамических и статических показателей. Существуют упрощенные задачи до точности заданного уровня качества $\gamma > 0$.

2. *Метод, основанный на формировании фазовых ограничений* [6]. Идея этого метода заключается в «стеснении» системы в некоторую «трубку», где имеется свобода выбора решения в виде неравенств.
3. *Методы, основанные на преднамеренной организации скользящих режимов* (С.В. Емельянов, В.И. Уткин (1967–1981), А.В. Левантовский, С.К. Коровин (1986–1997)) [7–9]. Соответствующая система обладает робастным свойством только при движении по линии скольжения и не является робастной до попадания на эту линию. Скользящий режим является уязвимым по отношению к структурным неопределенностям. Изменение топологии корней отдельных структур может привести к нарушению условия существования и устойчивости скользящего режима.
4. *Методы на основе большого коэффициента усиления* (М.В. Мееров (1967–1986)) [10]. Эти методы обладают повышенной точностью и робастной устойчивостью по отношению к неопределенным параметрам и внешним низкочастотным возмущениям. Однако не обеспечивается робастность переходных процессов. Кроме того, не все объекты допускают реализацию чрезмерно большого коэффициента усиления.
5. *Вибрационные методы управления*. Преднамеренная организация автоколебательных и вибрационных режимов позволяет поддерживать допустимую точность в установившемся режиме [11, 12].
6. *Интервальные методы управления*. В этом направлении многие исследования делают акцент на известную работу В.Л. Харитонова [13, 14]. Указанные методы применимы только к линейным системам и гарантируют асимптотическую устойчивость, не гарантируя точность и показатели качества.

Вообще говоря, квалификация методов 3–5, как робастных, является нестрогой. Некоторые достоинства и недостатки указанных методов изложены в [15–17].

Средствами борьбы с широким классом неопределенностей, наиболее универсальными и технически просто реализуемыми, могут являться системы, допускающие беспредельное увеличение коэффициента усиления разомкнутой цепи без потери устойчивости. Тем не менее, классические методы в указанном направлении не нашли должного развития. По видимому, основными причинами этого являются:

- сложность структур, обеспечивающих беспредельное увеличение коэффициента усиления без нарушения устойчивости;
- применимость только к линейным системам, что гарантирует робастность статического ре-

жима (установившегося или статической ошибки), не гарантируя робастность динамических показателей качества;

- низкая репутация «большого коэффициента», в контексте классической элементной базы.

Во всех неадаптивных робастности системах в той или иной форме наблюдаются высокие коэффициенты усиления, обусловленные свойствами робастности. Можно показать множество примеров, где коэффициент усиления регулятора при настройке принимает неожиданно высокое значение. Так, в [18] оптимальный H_∞ -контроллер имеет коэффициент усиления $K_c=505249$. В [19] установившееся значение коэффициента усиления периодической части регулятора $k=380$, а в [20] оптимальный коэффициент усиления равен 100, и его дальнейшее увеличение приводит к нарушению устойчивости. Характерным для этих систем является незащищенность от беспредельного увеличения коэффициента усиления. Важно отметить, что, подобно системам с высоким коэффициентом усиления, также происходит усиление высокочастотных помех, налагаемых на координаты состояния.

Обобщая выявленную закономерность, для синтеза простых робастных регуляторов, востребованных в практических приложениях, можно предложить ряд рекомендаций:

- возможность беспредельного увеличения коэффициента усиления можно предусмотреть при постановке задачи, не дожидаясь результатов решения различных робастных задач, приводящих к появлению большого коэффициента усиления;
- для синтеза подобных систем следует использовать такие принципы, которые приводят к простым, реализуемым и работоспособным структурам. Основу таких принципов может составить метод функции Ляпунова;
- с целью обеспечения робастности переходных процессов (динамического режима) следует организовать движение системы по фиксированному многообразию, например по гиперплоскости. Системы, основанные на большом коэффициенте усиления, будем называть K_∞ -робастными системами.

В [15] рассмотрены K_∞ -системы, где в качестве регулятора использован PI-регулятор с большим коэффициентом усиления, представленный как гипернаблюдатель неопределенностей. В данной статье исследуется задача синтеза K_∞ -робастных систем на основе метода функции Ляпунова с использованием P-регулятора.

Постановка задачи

Рассмотрим одномерный по входу и выходу управляемый объект n -го порядка, задаваемый дифференциальным уравнением в виде «партитурной» модели:

$$\mathbf{y}^{(n)} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{y}, t)u, \quad t \in [0, \infty), \quad (1)$$

где $\mathbf{y} = (y, \dot{y}, y^{(n-1)})^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ – доступный измерению или оценке вектор состояния; $y \in R$ –

управляемый выход; $u \in R$ – управляющее воздействие; $f(y, t), b(y, t) > 0$ – нелинейные неизвестные ограниченные функции.

Генеральные составляющие $f(\cdot)$ и $b(\cdot)$ являются источниками неопределенностей, однако могут содержать и известные компоненты. В любом случае $f(\cdot)$ и $b(\cdot)$ принимаются как потенциальные источники паразитной динамики и подавляются (математически происходит деление на большое число). Взамен приведенная система наделяется желаемой динамикой.

Функции $f_i(\cdot)$ и $b_i(\cdot)$ могут содержать негладкие и разрывные нелинейности.

Рассматривается общая задача стабилизации, состоящая в таком выборе управления u , которое после завершения переходной составляющей обеспечивает движение выхода $y(t)$ объекта (1) по эталонной траектории $y_d(t)$. При этом состояние системы отслеживает эталонную траекторию $y_d = (y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)})^T$. Вектор ошибок слежения определяется выражением

$$e = y_d - y = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T.$$

Решение задачи

В соответствии с принципом обратной связи стратегию управления будем строить на основе ошибки $e(t)$. В методе функции Ляпунова стратегия управления строится на основе фундаментального соотношения

$$dV(e) / dt < 0. \quad (2)$$

В качестве претендента на функцию Ляпунова примем распадающуюся на линейные множители квадратичную форму [21]:

$$V = (a_1 e + a_2 \dot{e} + \dots + a_n e^{(n-1)})(b_1 e + b_2 \dot{e} + \dots + b_n e^{(n-1)}).$$

Принимая $a_i = b_i = c_i, i = \overline{1, n}, c_n = 1$, после ввода нормирующего множителя, будем иметь:

$$V = \frac{1}{2} s^2, \quad (3)$$

где

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)}. \quad (4)$$

Производная по времени функции (3):

$$dV / dt = \dot{V} = s \dot{s}, \quad (5)$$

где

$$\dot{s} = c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + e^{(n)}. \quad (6)$$

Из (5) следует, что для выполнения соотношения (2) достаточно поддерживать противоположность знаков s и \dot{s} . С этой целью запишем:

$$\dot{s} = u_s(s).$$

Функция u_s отвечает следующим требованиям:

$$\text{if } s > 0 \text{ then } u_s < 0; \text{ if } s < 0 \text{ then } u_s > 0. \quad (7)$$

В зависимости от вида u_s можно получить различные режимы движения. Например, при релейном $u_s = -k \cdot \text{sign}(s)$ и релейно-линейном $u_s = -k \cdot \text{sat}(s, \Delta)$ управлениях, соответственно, скользящее и квази-

скользящее движение, где Δ – ширина диапазона линейности при гладких Р-, ПИ-управлениях асимптотическое.

Для определения управления u , обеспечивающего достаточное условие асимптотической устойчивости $\dot{V} < 0$, необходимо связать \dot{V} с u . С этой целью в (6) выполним замену старшей производной $e^{(n)}$ выражением, получаемым в силу уравнения объекта (1):

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(y, t) - b(y, t)u.$$

Тогда можно записать

$$\dot{s} = x(t) - b(y, t)u, \quad b > 0. \quad (8)$$

Здесь

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + y_d^{(n)} - f(y, t).$$

Из (9) нетрудно увидеть, что при $x(t)=0$ управление, обеспечивающее условие асимптотической устойчивости $dV(e)/dt = s\dot{s} < 0$, с учетом (7) можно записать в виде простого Р-закона управления:

$$u = u_s = k \cdot s(t). \quad (9)$$

По аналогии с [8] управление (10) будем называть «робастным эквивалентным управлением».

Влияние $x(t)$ на динамику системы можно ослабить путем увеличения коэффициента усиления регулятора k . Учитывая (9) в (8), представим последнее в виде:

$$s(t) = b^{-1}[x(t) - \dot{s}(t)] / k.$$

При устремлении k в бесконечность в пределе будем иметь:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s(t) = 0.$$

Отсюда следует, что система в пределе описывается уравнением гиперплоскости (4):

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)} = 0, \quad s(0) = s_0.$$

При движении в малой окрестности вырожденной траекторий $s=0$ порядок системы уменьшается на единицу. Поэтому для устойчивости движения угловые коэффициенты c_i гиперплоскости $s=0$ должны являться коэффициентами Гурвицевого полинома пониженного порядка:

$$H(p) = p^{n-1} + c_{n-1} p^{n-2} + \dots + c_1. \quad (10)$$

Вещественные части корней такого полинома $Re(p_i) < 0$.

Передаточные функции

Согласно (9) передаточная функция регулятора имеет вид:

$$W_c(p) = \frac{U_c(p)}{E(p)} = k(p^{n-1} + c_{n-1} p^{n-2} + \dots + c_3 p^2 + c_2 p + c_1). \quad (11)$$

Регулятор имеет пониженный $n-1$ порядок.

Согласно (10) характеристический полином системы:

$$D_{SYS}(p) = H(p) = p^{n-1} + c_{n-1}p^{n-2} + \dots + c_3p^2 + c_2p + c_1. \quad (12)$$

Особенности реализации. Реализовать регулятор на основе выражения (10) невозможно, поскольку оно содержит операторы идеального дифференцирования. При реализации оператора дифференцирования p обычно используется реальное дифференцирующее звено с передаточной функцией:

$$W_d(p) = \frac{p}{T_d p + 1}. \quad (13)$$

Постоянная времени дифференциатора $T_d \approx 0,0001 - 0,02$ с.

В этом случае передаточную функцию регулятора (11) можно представить в виде:

$$W_C(p) = k(c_1 + c_2 W_d + c_3 W_d^2 + \dots + c_{n-1} W_d^{n-2} + c_n W_d^{n-1}). \quad (14)$$

Учитывая (13) в (14) и приравнявая в числителе $T_d=0$, получим приближенную передаточную функцию, имеющую реализуемую форму в виде рациональной дроби:

$$W_C(p) \approx k \frac{p^{n-1} + c_{n-1}p^{n-2} + \dots + c_3p^2 + c_2p + c_1}{(T_d p + 1)^{n-1}}. \quad (15)$$

При $n=2$ имеем:

$$W_C(p) \approx k \frac{p + c_1}{T_d p + 1}.$$

Для $n=2$ при моделировании в качестве уравнения регулятора целесообразно использовать точное выражение

$$u = ks(t), \quad s = c_1 e + \dot{e}.$$

Определение параметров настройки

При движении из произвольной точки $s(0)=s_0$ система при достаточно большом коэффициенте усиления k почти мгновенно попадает на гиперплоскость $s(t)=0$ и в дальнейшем двигается по этой плоскости в начало координат (рис. 3, б). Поэтому движение системы может быть описано уравнением гиперплоскости $s(t)=0$.

Настройка регулятора. Качественные показатели (время установления t_s , перерегулирование $\sigma\%$ и др.) переходной характеристики по ошибке $e(t)$ зависят от параметров настройки $c_i, i=1, \dots, n-1$ регулятора (11). Поскольку порядки регулятора (11) и характеристического уравнения замкнутой системы (12) одинаковы, то путем изменения параметров $c_i, i=1, \dots, n-1$, можно разместить все полюса системы по желаемой схеме.

Монотонная переходная характеристика, $\sigma=0\%$. Потребуем, чтобы переходная характеристика по ошибке слежения $e(t)$ не имела перерегулирования, т. е. являлась монотонной. С этой целью для корней (полюсы системы) p , характеристического полинома $D_{SYS}(p)$ (12) выберем биномиальное распределение. При таком распределении $p_1=p_2=\dots=p_{n-1}$. Кратность корней позволяет опреде-

лить их на основе требуемого времени установления t_s переходной характеристики.

При кратных корнях выражение (12) можно представить в виде:

$$D_{SYS}(p) = (p + p_1)^{n-1}.$$

Определим p_1 . При кратных корнях решение имеет вид:

$$e(t) = (C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + \dots + C_n t^{n-2}) e^{-p_1 t}.$$

Представим решение в векторном виде:

$$e(t) = C^T \theta e^{-p_1 t}, \quad C = P e(0), \quad (16)$$

где P -квадратная матрица размера $(n-1) \times (n-1)$.

Для системы пятого порядка ($n=5$) включительно

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} p_1^2 & p_1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} p_1^3 & \frac{1}{2} p_1^2 & \frac{1}{2} p_1 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}, \quad e(0) = \begin{bmatrix} e(0) \\ \dot{e}(0) \\ \ddot{e}(0) \\ \ddot{\ddot{e}}(0) \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{bmatrix}.$$

Пусть время установления для $\delta_s = \pm(2-5)\%$ -й допустимой ошибки задана $t=t_s$. Тогда, согласно (16), для определения p_1 получаем следующее выражение:

$$e(t_s) = \pm \delta_s / 100 = C^T |_{e=e(0)} \cdot \theta |_{t=t_s} e^{-p_1 t_s}.$$

Если $e(0) > 0$, то и $\delta_s > 0$ (приближение сверху), иначе $\delta_s < 0$.

Соответствующее трансцендентное уравнение:

$$f(p_1) = C^T |_{e=e(0)} \cdot \theta |_{t=t_s} e^{-p_1 t_s} \mp \delta_s / 100 = 0. \quad (17)$$

Уравнение (18) можно решить с помощью функций Matlab: `solve('f(p1)=0')` или `fzero('f(p1)', [a,b], 0.01)`.

После определения p_1 для описания уравнения регулятора во временной области (9) следуют определить параметры настройки $c_i, i=1, \dots, n-1$.

Эти параметры определяются как коэффициенты полинома

$$D_{SYS}(p) = (p + p_1)^{n-1} = p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + \dots + a_2 p + a_1. \quad (18)$$

Отсюда параметры настройки регулятора:

$$c_1 = a_1, c_2 = a_2, \dots, c_{n-1} = a_{n-1}.$$

При реализации уравнения регулятора в виде передаточной функции значения $c_i, i=1, \dots, n-1$, можно не вычислять, а передаточную функцию регулятора (15) реализовать на основе выражения:

$$W_C(p) \approx k \frac{(p + p_1)^{n-1}}{(T_d p + 1)^{n-1}}.$$

Определение коэффициента усиления k . Этот параметр связан с доминирующей неопределенностью и определяется экспериментально при компьютерном моделировании или на реальном объекте.

Если доминирующая неопределенность известна, то ее нужно реализовать, вызывая наихудший режим. Увеличивая k , следует контролировать ошибку слежения $e(t)$ в точке $t=t_s$ и добиться вхождения траектории $e(t)$ в коридор допустимой ошибки, т. е. выполнения условия $e(t) \leq |\delta_s|/100$ для всех $t \leq t_s$.

После некоторого значения k в системе устанавливаются заданные $\sigma\%$ и t_s . Однако не следует злоупотреблять значением k , поскольку это может привести к перерасходу энергии. Если энергия управления строго регламентирована, например, в подвижных или летательных аппаратах, то целесообразно использовать самонастройку k в зависимости от ошибки $e(t)$, поддерживая k на минимальном уровне.

Значения c_i также могут определяться с помощью *Optimization Toolbox/Signal Constraint* по девяти вводимым качественным показателям [22, 23].

Результаты моделирования

Рассматриваемая в статье робастная система относится к классу интервальных систем ввиду того, что источником неопределенности являются параметры модели, задаваемые своими предельными значениями.

Пример. Параметрический маятник. Решим задачу управления параметрическим маятником с периодически изменяющимися коэффициентами [24]:

$$\ddot{y} = -a \frac{\dot{R}}{R} \dot{y} - g \frac{1}{R} \sin(y) + \frac{1}{mR^2} u + n(t),$$

где $m=1\text{kg}$, $g=9,81\text{m/s}^2$, $a=2$; $0 < R_m \leq R \leq R_M$, $y(0)=(0,0)^T$.

Уравнение движения груза:

$$R = 0,8 + 0,1 \sin(8t) + 0,3 \cos(4t).$$

На объект в точке приложения управления действует Гауссовская помеха $n(t)$, представленная на рис. 1.

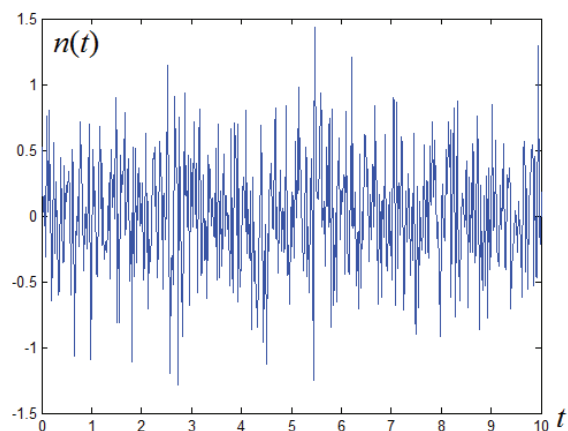


Рис. 1. Гауссовская помеха

Пусть эталонная траектория задана в виде:

$$y_d = 0,5 \sin(0,5t) + 0,5 \cos(t).$$

Начальное значение $y_d(0)=0,5$. Генеральные составляющие модели:

$$f(y,t) = -2 \frac{\dot{R}}{R} \dot{y} - g \frac{1}{R} \sin(y) + n(t), \quad b(y,t) = \frac{1}{mR^2}.$$

На рис. 2, а, б показаны кинематическая схема маятника и характер изменения коэффициентов модели.

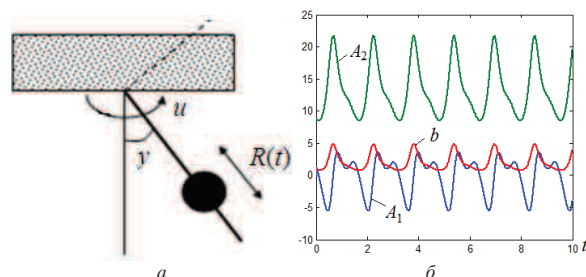


Рис. 2. а) кинематическая схема маятника; б) характер изменения коэффициентов модели

На рис. 2 $A_1=2\dot{R}/R$, $A_2=g/R$, $b=1/mR^2$. Требуемые показатели качества: перерегулирование $\sigma=0\%$; время установления $t_s \approx 1$ с для $\delta_s = \pm 2\%$ допустимой ошибки регулирования.

Определим параметр настройки c_1 . При $n=2$ начальное условие $e(0)=y_d(0)-y(0)=(0,5;0,25)^T$. Уравнение (17) имеет вид:

$$f(p_1) = e(0)e^{-p_1 t_s} - 0,02 = 0,5e^{-p_1} - 0,02 = 0.$$

Используя функцию *solve()* находим $p_1=3,23$. Выражение (18) $D_{SYS}=p+3,23 \Rightarrow c_1=3,23$. В результате, уравнение регулятора: $u=k(3,23e+\dot{e})$.

На рис. 3, а, б при $a=2$, $m=1$ показаны графики изменения ошибки регулирования $e(t)$ в зависимости от коэффициента усиления k и фазовый портрет системы.

При $k=120$ уже выполняются заданные показатели качества $\sigma=0\%$, $t_s=1$ с. Дальнейшее увеличение k не оказывает ощутимого влияния на показатели качества, однако приводит к увеличению энергии управления.

На рис. 3, б показан фазовый портрет системы при начальных условиях $y(0)=[2,1,-1,-2]$, $\dot{y}(0)=[2,2,-2,-2]$. Как видно, при $k=120$ все траектории стягиваются к линии $s=\dot{e}+3,23e=0$.

В начальный момент времени управление принимает довольно высокое значение $u(0)=-370$. Поэтому сигнал управления с помощью блока *Saturation* (насыщение) был ограничен на интервале $-60 \leq u(t) \leq 60$.

Рассмотрим случай параметрической неопределенности. Пусть коэффициент a при $\dot{y}(t)$ и масса груза m меняются на $\approx \pm 50\%$: $a=[1;1,5;2;2,5]$; $m=[0,5;1;1,5;2]$.

На рис. 4 показаны пучки переходных характеристик по выходу $\{y(t)\}$, ошибке $\{e(t)\}$ и сигналу управления $\{u(t)\}$ при $k=120$ и начальном условии $y(0)=(2;0)^T$.

Концентрация пучков $\{y(t)\}$ и $\{e(t)\}$ довольно высокая. Через $t_s \approx 1$ с выход объекта $\{y(t)\}$ начинает довольно точно отслеживать эталонную траек-

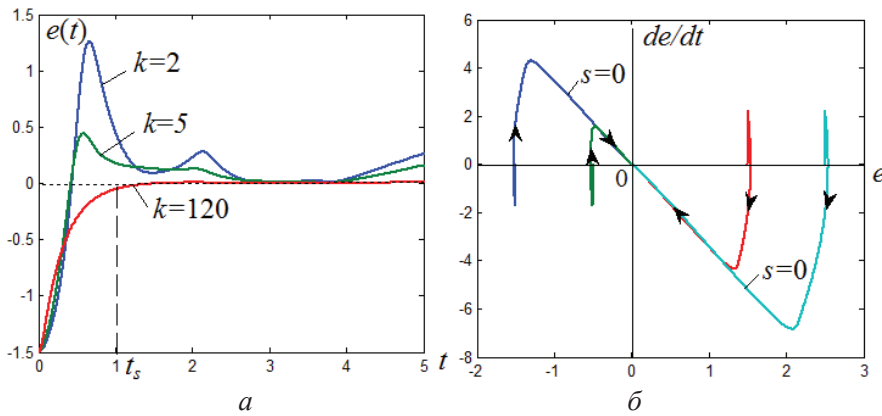


Рис. 3. а) графики изменения ошибки; б) фазовый портрет системы

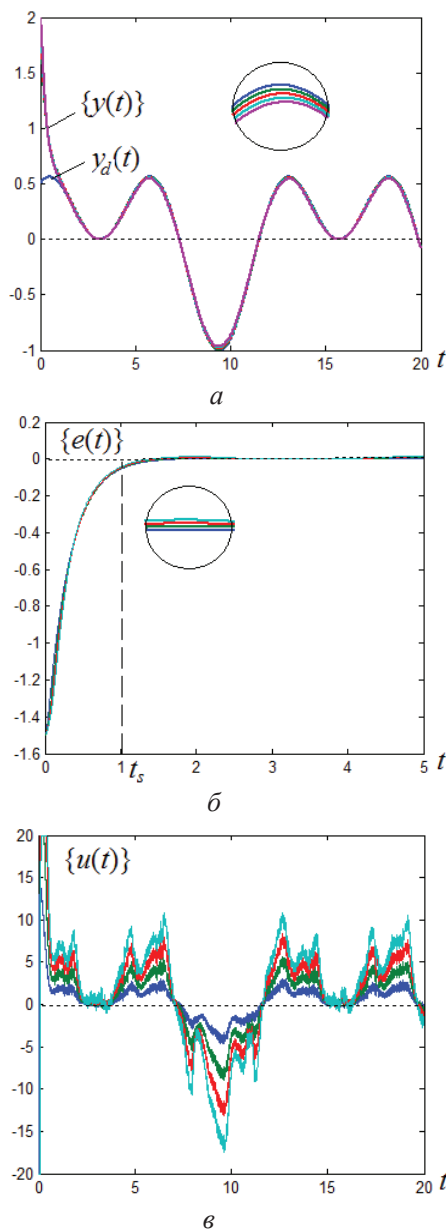


Рис. 4. Переходные характеристики (а), (б) и сигнал управления (в) при одновременном изменении параметров a и t

торию $y_d(t)$. В ослаблении действующих на вход объекта помех существенную роль играют фильтрующие свойства самого объекта.

Выводы

В работе рассмотрен один из возможных подходов к построению следящих робастных систем управления с высоким коэффициентом усиления. Основу синтеза составляет метод функции Ляпунова, в частности «метод квадратичных форм». Предложенная методика позволяет обойти сложные математические трудности, возникающие при синтезе робастных систем, и управлять нелинейными нестационарными объектами в условиях существенной неопределенности с помощью простого физически понятного регулятора.

К недостаткам предложенной методики следует отнести:

- отсутствие аналитической формулы для определения коэффициента усиления k ;
- робастный регулятор относительно ошибки регулирования получен в виде PD- (пропорционально-дифференциального) регулятора. При реализации таких регуляторов D-составляющие аппроксимируются реальным дифференцирующим звеном, что для систем высокого порядка может привести к ощутимым погрешностям. Если аппроксимацию не производить, то сигнал ошибки следует тщательно отфильтровать.
- происходит усиление высокочастотных помех, имеющих непосредственный доступ в регулятор. Этот недостаток является характерным для всех неадаптивных робастных систем;
- система настраивается на доминирующую неопределенность и должна «дежурить», ожидая появления наихудшего режима, оставаясь в напряжении. Этот недостаток можно исключить путем самонастройки коэффициента усиления регулятора, поддерживая его на минимальном уровне.
- не все объекты допускают реализацию чрезмерно высокого коэффициента усиления.

В результате литературного анализа можно прийти к следующему заключению общего характера:

- для обеспечения высоких робастных показателей коэффициент усиления регулятора должен принимать достаточно высокое значение. Это является диалектической закономерностью, поскольку связано с затрачиваемой энергией управления;
 - высокий коэффициент усиления в первую очередь вызывает чрезмерно высокое значение сигнала управления в начальный момент времени. Наложение же позиционного ограничения на управление снижает быстродействие и может привести к потере робастности;
- Преимущество неадаптивных систем заключается в следующем:
- используется незначительная информация об объекте – достаточно структурного представле-

ния модели. Исключение составляет H_∞ -теория, где используется номинальная модель объекта;

- не используются наблюдатели неопределенностей, которые уменьшают быстродействие системы и создают новые неудобства, связанные с известными проблемами сходимости в реальных условиях;
 - имеется возможность построения простых робастных регуляторов, востребованных в промышленных приложениях.
- Решение модельной задачи с использованием пакета *Matlab/Simulink* позволило сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А.А., Понягин Л.С. Грубые системы // Доклады АН СССР. – 1937. – Т. 14. – С. 247–249.
2. Наджаров А. Модель для сборки. URL: <http://alexnadzharov.ru> (дата обращения: 15.03.2014).
3. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems / J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, B.A. Francis. IEEE Trans. Automat. Control. – 1989. – V. 34. – № 8. – P. 831–847.
4. Zhou K., Doyle J.C., Glover K. Robust and Optimal Control. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996. – 586 p.
5. Позняк А.С. Основы робастного управления (H_∞ -теория). – М.: Изд-во МФТИ, 1991. – 128 с.
6. Пилюшкин В.Н. Алгоритмы робастного управления в интеллектуальных системах // Вестник МГТУ. Серия приборостроение. – 1998. – № 1. – С. 23–28.
7. Емельянов С.В. Системы автоматического управления с переменной структурой. – М.: Наука, 1967. – 336 с.
8. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. – М.: Наука, 1981. – 368 с.
9. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратных связей: Управление в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1997. – 352 с.
10. Мееров М.В. Синтез структур систем автоматического управления высокой точности. – М.: Наука, 1967. – 423 с.
11. Меерков С.М. Принципы вибрационного управления: теория и применение // Автоматика и телемеханика. – 1973. – № 2. – С. 34–43.
12. Бейнарочич В.А. Инвариантные системы автоматического управления с релейным усилителем // Доклады ТУСУРа. – 2010 (июнь). – № 1 (21). – Ч. 1. – С. 70–73.
13. Харитонов В.Л. Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. – 1978. – Т. 14. – № 11. – С. 2086–2088.
14. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. – Киев: Наукова думка, 2006. – 264 с.
15. Rustamov G.A. Absolutely robust control systems // Automatic Control and Computer Sciences. – 2013. – V. 47. – № 5. – P. 227–241.
16. Потапенко Е.М., Казурова А.Е., Савранская А.В. Обзор работ по динамике многомассовых неопределенных электромеханических систем, выполненных на кафедре электропривода ЗНТУ // Электротехника та електроенергетика. – 2011. – № 1. – С. 7–8.
17. Грязина Е.Н., Поляк Б.Т., Тремба А.А. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H_∞ : Параметрический подход // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 3. – С. 94–105.
18. Xue D., Chen Y.Q., Atherton D.P. Linear Feedback Control. Analysis and Design with MATLAB. – Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007. – 354 p.
19. Шеленок Е.А. Адаптивно-робастная система управления нелинейными объектами периодического действия // Информатика и системы управления. – 2012. – № 4 (34). – С. 128–137.
20. Robust Control Toolbox™ Getting Started Guide / G. Balas, R. Chiang, A. Packard, M. Safonov. – Natick, MA: Math Works, Inc., 2005–2010. – 135 p.
21. Шевцов Г.С. Линейная алгебра. – М.: Гардарики, 1999. – 360 с.
22. Mamedov G.A., Rustamov G.A., Rustamov R.G. Construction of a Logical Control by Means of Optimization of the Function When an Object Model is Indeterminate // Automatic Control and Computer Sciences. – 2010. – V. 44. – № 3. – P. 119–123.
23. Рустамов Г.А., Абдуллаева А.Т., Рустамов Р.Г. Оптимизация функции Ляпунова при релейном управлении динамическими объектами // Автоматизация и Современные Технологии. – 2013. – № 3. – С. 21–25.
24. Levant A. Principles of 2-sliding mod design // Automatica (Journal of IFAC). – 2007. – V. 43. – Iss. 4. – P. 576–586.

Поступила 23.03.2014 г.

ROBUST CONTROL SYSTEM WITH HIGH POTENTIAL

Gazanfar A. Rustamov,

Dr. Sc., Azerbaijan Technical University, 25, G. Javid avenue,
Baku, Az1073, Azerbaijan. E-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

The paper introduces the approach to control of a priori uncertain dynamic objects based on Lyapunov function method, in particular «the method of quadratic forms». Possibility of infinite raising the gain coefficient of PD-controller of $n-1$ order allows suppressing general components of uncertain model to an arbitrarily small value. This ensures high accuracy of tracking of the reference trajectory for a wide class of uncertainties. The system is described by a homogeneous linear equation of the hyper-plane in the limit. This feature allows defining the controller settings parameters based on quality indicators using the «modal control» method. The proposed technique allows avoiding the complex mathematical difficulties occurring in the synthesis of robust control systems and controlling nonlinear non-stationary objects under substantial uncertainty by a simple physically intuitive controller. The disadvantages of the proposed technique are the increased frequency interference with direct access to the controller, the usage of the output derivatives for forming PD-controller as well. Solving model problems on Matlab/Simulink allowed the author to make a number of positive findings of the important practical value.

Key words:

Uncertainty, robust tracking system, Lyapunov function, partitura model, high gain coefficient, parametric pendulum.

REFERENCES

- Andronov A.A., Pontryagin L.S. Grubyie sistemy [Rude systems]. *Reports of AoS of USSR*, 1937, vol. 14, pp. 247–249.
- Nadzharov A. *Model dlya sborki* [Installation Model]. Available at: <http://alexnadzharov.ru> (accessed 15 March 2014).
- Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-space solutions to standard and H_∞ control problems. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1989, vol. 34, no. 8, pp. 831–847.
- Zhou K., Doyle J.C., Glover K. *Robust and Optimal Control*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 1996. 586 p.
- Poznyak A.S. *Osnovy robastnogo upravleniya (H_∞ -teoriya)* [Fundamentals of robust control]. Moscow, Publishing house of Moscow Physical-Technical University, 1991. 128 p.
- Pilishkin V.N. Algoritmy robastnogo upravleniya v intellektualnykh sistemakh [Robust control algorithms in intelligent systems]. *Vestnik MGTU. Seriya priborostroenie – Bulletin of MSTU. Instrumentation series*, 1998, no. 1, pp. 23–28.
- Emelyanov S.V. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s pere-mennoy strukturoy* [Automatic control system with variable structure]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 336 p.
- Utkin V.I. *Skolzyashchie rezhimy v zadachakh optimizatsii i upravleniya* [Sliding modes in Optimization and Control Problems]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 368 p.
- Emelyanov S.V., Korovin S.K. *Novye tipy obratnykh svyazey: Upravleniye v usloviyakh neopredelennosti* [New types of feedback: Control under uncertainty]. Moscow, Nauka Publ., 1997. 352 p.
- Meerov M.V. *Sintez struktur sistem avtomaticheskogo upravleniya vysokoy tochnosti* [Synthesis of structures of automatic control systems with high precision]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 423 p.
- Meerkov S.M. Printsipy vibratsionnogo upravleniya: teoriya i primeneniye [Principles of vibration control: theory and application]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and telemekhanics*, 1973, no. 2, pp. 34–43
- Beynarovich V.A. Invariantnye sistemy avtomaticheskogo upravleniya s reley-nym usilitel'm [Invariant automatic control system with switching amplifier]. *Doklady TUSURa – Reports of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*, 2010 (June), no. 1 (21), P. 1, pp. 70–73.
- Kharitonov V.L. Ob asimptoticheskoy ustoychivosti polozheniya ravnovesiya semeystva sistem lineynykh differentsialnykh uravneniy [On asymptotic stability of equilibrium of the family of linear differential equations systems]. *Differentsialnye uravneniya – Differential equations*, 1978, vol. 14, no. 11, pp. 2086–2088
- Kuntsevich V.M. *Upravlenie v usloviyakh neopredelennosti: garantirovannye rezultaty v zadachakh upravleniya i identifikatsii* [Control under uncertainty: guaranteed results in problems of control and identification]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 2006. 264 p.
- Rustamov G.A. Absolutely robust control systems. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2013, vol. 47, no. 5, pp. 227–241.
- Potapenko E.M., Kazurova A.E., Savranskaya A.B. Obzor rabot po dinamike mnogomassovykh neopredelennykh elektromekhanicheskikh sistem, vypolnennykh na kafedre elektroprivoda ZNTU [Studies on dynamics of multibody uncertain electro-mechanical systems performed at the Department of electric drive of ZNTU]. *Elektrotehnika i elektroenergetika – Electrical engineering and electricity*, 2011, no. 1, pp. 7–8.
- Gryazina E.N., Polyak B.T., Tremba A.A. Sintez regulatorov nizkogo poradka po kriteriyu H_∞ : Parametricheskii podkhod [Synthesis of low-order controller by H_∞ criteria: parametric approach]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Telemechanics*, 2007, no. 3, pp. 94–105.
- Xue D., Chen Y.Q., Atherton D.P. *Linear Feedback Control. Analysis and Design with MATLAB*. Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007. 354 p.
- Shelenok E.A. Adaptivno-robastnaya sistema upravleniya nelineynymi obektami periodicheskogo deystviya [Adaptive robust control system of nonlinear batch objects]. *Informatika i sistemy upravleniya – Computer Science and Control Systems*, 2012, no. 4 (34), pp. 128–137.
- Balas G., Chiang R., Packard A., Safonov M. *Robust Control Toolbox™ Getting Started Guide*. Natick, MA, Math Works, Inc., 2005–2010. 135 p.
- Shevtsov G.S. *Lineynaya algebra* [Linear algebra]. Moscow, Gardariki Publ., 1999. 360 p.
- Mamedov G.A., Rustamov G.A., Rustamov R.G. Construction of a Logical Control by Means of Optimization of the Function When an Object Model is Indeterminate. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2010, vol. 44, no. 3, pp. 119–123.
- Rustamov G.A., Abdullaeva A.T., Rustamov R.G. Optimizatsiya funktsii Lyapunova pri reley-nom upravlenii dinamichskimi obektami [Optimization of Lyapunov function by the relay control of dynamic objects]. *Asovremennyye tekhnologii – Automation and Modern Technology*, 2013, no. 3, pp. 21–25.
- Levant A. Principles of 2-sliding mode design. *Automatica (Journal of IFAC)*, 2007, vol. 43, Iss. 4, pp. 576–586.