

- А.Г. Рахштадта. — 4-е изд., перераб. и доп. — Т. 1. Методы испытаний и исследования. — М.: Металлургия, 1991. — 462 с.
8. Рентгенография в физическом металловедении / Под ред. Ю.А. Багаряцкого. — М.: Гос. научно-техн. изд-во лит. по черной и цветной металлургии, 1961. — 368 с.
9. Миллер К.Ж. Усталость металлов — прошлое, настоящее и будущее // Заводская лаборатория. — 1994. — № 3. — С. 31–44.
10. Гофман Ю.М. Оценка работоспособности металла энергооборудования ТЭС. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 136 с.

УДК 536.2:532/533; 532.516

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СОПРЯЖЁННОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА И ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

А.В. Крайнов

Томский политехнический университет
E-mail: Lux_veritatis@mail.ru

Проведено численное моделирование движения вязкой несжимаемой неизоэнтальпической жидкости в открытой полости прямоугольного типа в условиях вынужденной конвекции и сопряжённого теплообмена. Получена гидродинамическая картина течения вязкой жидкости в открытой полости в сопряжённой и несопряжённой постановках. Получены температурные профили для двух фаз — твёрдой и жидкой. Изучено влияние параметров модели на характер движения. Показано влияние параметров модели на характер распределения температуры в обеих фазах.

Устойчивый интерес к исследованиям конвективных течений в полостях различных форм и типов наблюдается на протяжении последних сорока лет. Интерес этот объясняется широким прикладным значением проблемы: полости в качестве теплопередающих, теплоизолирующих и технологических элементов встречаются в энергетических и технологических установках различного назначения, радиоэлектронных устройствах и теплообменной аппаратуре [1, 2].

Исследование лобового взаимодействия струи вязкой несжимаемой неизоэнтальпической жидкости (ВННЖ) с ограниченным объёмом различной формы имеет важное научно-практическое значение в связи с тем, что подобные течения широко распространены в технологических процессах различного уровня сложности таких отраслей промышленности как энергетическая, нефтехимическая, атомная, металлургическая, аэрокосмическая и многих других [2–5].

Моделирование теплообмена при движении вязкой жидкости в полости прямоугольного типа сопряжено с решением достаточно сложных задач вынужденной конвекции несжимаемой жидкости. Поскольку создание надёжных аналитических методов расчёта параметров течения ВННЖ в ограниченных объёмах различного типа исключено из-за сложности таких течений, то возникает необходимость численного моделирования.

В данной работе рассматривается нестационарное взаимодействие ламинарной струи ВННЖ с открытой полостью прямоугольного типа (рис. 1). Цель данной работы — исследовать гидродинамику и сопряжённый теплообмен при движении ВННЖ

в открытой полости прямоугольного типа в условиях вынужденной конвекции.

Изучение описанного процесса проводилось с использованием математической модели на основе системы уравнений Навье-Стокса в переменных вихрь — функция тока при умеренных числах Рейнольдса $100 \leq Re \leq 800$, уравнения энергии, а также уравнения теплопроводности для материала прямоугольной полости с соответствующими начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right);$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right);$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} = \frac{\partial \theta_1}{\partial Fo}. \quad (2)$$

Численное решение гидродинамической задачи осуществлялось в области — 3, ограниченной участком затекания — 1, линией симметрии — 4, боковой стенкой — 6 и дном полости — 5, а также участком выхода — 2 из прямоугольной полости (рис. 1).

На дне полости ($y=S, D < x < L$) выставляется условие непротекания, прилипания, а также граничное условие четвёртого рода для уравнения энергии:

$$\psi = 0; \quad \omega = 2 \cdot \psi(x, y + \Delta y) / (\Delta y)^2;$$

$$\theta_1 = \theta, \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial y}. \quad (3)$$

Условия, аналогичные описанным выше – условие непротекания, прилипания, а также граничное условие четвёртого рода для уравнения энергии, выставляются на боковой стенке полости ($x = D, S < y < H$):

$$\psi = 0; \quad \omega = 2 \cdot \psi(x + \Delta x, y) / (\Delta x)^2;$$

$$\theta_1 = \theta, \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}. \quad (4)$$

Условия неразрывности тепловых потоков и непротекания заданы на оси симметрии струи ($x = L, S < y < H$):

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad \omega = 0; \quad \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

На участке выхода из полости прямоугольного типа для составляющих скорости использовалось условие "сноса":

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \quad (6)$$

для температуры "мягкое" граничное условие – вторая производная температуры по координате у равна 0 [6–8]. Условия теплоизоляции задаются на внешних границах полости

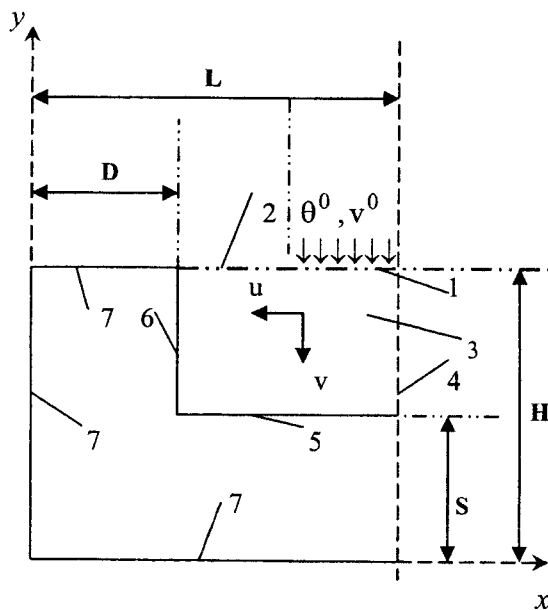


Рис. 1. Общая схема течения в прямоугольной полости и геометрия расчётной области: 1) участок входа в полость; 2) участок выхода из полости; 3) гидродинамическая область; 4) ось симметрии; 5) дно полости; 6) боковая стенка полости; 7) внешняя стенка полости

$$y = H, 0 < x < D: \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0;$$

$$y = 0, 0 < x < L: \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0; \quad (7)$$

$$x = 0, 0 < y < H: \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0;$$

$$x = L, 0 < y < S: \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

При затекании жидкости в полость, как уже упоминалось, выделяются два участка – участок входа в полость – 1 и участок выхода из полости – 2 (рис. 1). При исследовании данного процесса необходимо выполнение интегрального соотношения, определяющего расход жидкости:

$$\int_{x_2}^{x_0} v_+(x, y) dx = \int_{x_0}^{x_1} v_-(x, y) dx$$

где x_1 – фиксированная крайняя точка входного участка, лежащая на оси симметрии; x_0 – координата точки раздела между участками с разным направлением движения жидкости в полости ($x_2 < x_0 < x_1$); x_2 – координата фиксированной крайней точки выходного участка, лежащей на боковой стенке полости; $v_-(x, y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от входного участка до дна полости; $v_+(x, y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от дна полости до участка выхода.

Начальные условия заданы в виде:

$$\psi(x, y, 0) = \psi^0(x, y);$$

$$\theta(x, y, 0) = \theta^0(x, y). \quad (12)$$

Методом конечных разностей решены система уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока – вихрь, уравнение энергии и уравнение теплопроводности для (1–12). Разностные аналоги уравнений переноса и теплопроводности решены методом прогонки [7–9]. Уравнение Пуассона на каждом временном слое решалось методом последовательной верхней релаксации. Использовалась разностная схема второго порядка точности. Расчёты выполнялись на равномерной разностной сетке.

При постановке задачи для системы уравнений Навье-Стокса в переменных вихрь – функция тока главной особенностью являются граничные условия, которые в случае твёрдой неподвижной поверхности имеют следующий вид [7, 8]:

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0. \quad (13)$$

Здесь n – нормаль к твёрдой поверхности.

При численном решении разностного уравнения для вихря возникает проблема определения граничных условий для него, поскольку представленные граничные условия (13), относящиеся к системе уравнений Навье-Стокса, заданы только для функции тока и не заданы для вихря. В данной работе использовался способ, заключающийся в том, что функция тока вблизи границы представляется в виде ряда Тейлора. Выражение для вихря на границе получаем после проведения необходимых операций с разложением функции тока [6].

Для проверки аппроксимации и сходимости численного решения в качестве тестовой была взята задача о плоском течении в прямоугольной камере с верхней стенкой, движущейся в своей плоскости с постоянной скоростью [6–9]. Сравнение результатов по профилям продольной $u(y)$ и поперечной $v(y)$ составляющих скорости с данными других авторов [6–8], показало хорошее, в пределах $\pm 7\%$, согласование, а также по значениям функции тока при различных числах Рейнольдса $300 \leq Re \leq 1000$ и различном количестве узлов разностной сетки $20 \leq k \leq 60$, $17 \leq j \leq 60$, где k, j – количество узлов сетки по координатам x, y соответственно.

В качестве второй тестовой была решена задача о сдвиговом течении с циркуляцией при малых числах Рейнольдса $10 \leq Re \leq 50$ [10]. Решалось бигармоническое уравнение для функции тока, так как известные подстановки исключают функцию вихря и непосредственно определяются поля неизвестной функции тока [10–12]. Сравнение результатов по профилям функции тока в различных сечениях с данными, полученными в монографии [10], показало хорошее, в пределах $\pm 5\%$, согласование.

В ходе проведения научно-исследовательской работы рассматривались жидкости разных типов (вода, расплавленный свинец, жидкая сталь) с широким диапазоном изменения динамического параметра Re и параметров модели. В данной статье представлены результаты, полученные при исследовании гидродинамики и сопряжённого теплообмена при движении жидкой стали в полости, которые имеют большое научно-практическое значение как из-за возможности возникновения аварийных ситуаций, так и в связи с внедрением новых современных технологий и усовершенствованием уже существующих в таких отраслях промышленности как металлургическая, энергетическая и многих других. Температура натекающей жидкости (жидкой стали) составляет 1500°C . На рис. 2–8 приведены типичные результаты численных исследований для жидкой стали.

Как следует из анализа установившегося поля течения, которое изучалось для различных вариантов геометрических характеристик полости (в частности, для $L/H=1/2, 2/3, 1$) при достаточно широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса $100 \leq Re \leq 500$, жидкость доходит до дна выемки, разворачивается и вытекает на всём участке 2

(рис. 1). Исходя из этого при исследовании процесса движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в полости можно выделить два этапа. К *первому* этапу можно отнести прохождение жидкости от входного участка до дна полости с учётом взаимодействия с ним. Течение при взаимодействии струи с дном выемки сопровождается торможением жидкости и возникновением области с повышенным давлением, что приводит к растеканию жидкости вдоль дна полости. *Второй* этап движения жидкости проходит от дна полости до выходного участка, образуя область возвратного течения. На данном этапе продолжается торможение жидкости, в результате чего возникает также область с повышенным давлением. Области прямого и возвратного течения, соответствующие описанным этапам движения жидкости в полости, хорошо видны на рис. 4.

Распределение функции тока $\psi(x, y)$ для момента времени, соответствующего установившемуся полю течения (данный момент времени будет использоваться в дальнейшем и для простоты он будет обозначаться в тексте как фиксированный момент времени), при числе $Re=200$ и геометрическом отношении сторон полости $L/H=1/2$ представлено на рис. 2. Максимум функции тока соответствует зоне $0,86 < y < 0,95$, в которой наблюдается наиболее интенсивное формирование вихревых структур. Необходимо заметить, что проведённый анализ позволил выявить достаточно значительное влияние геометрических характеристик на формирование поля функции тока. Изменение входного параметра α в сторону его уменьшения позволяет сделать вывод о незначительном изменении характера распределения изолиний функции тока.

На рис. 3 показано распределение продольной составляющей скорости $u(x, y)$ в фиксированный момент времени при числе $Re=200$. Максимум скорости соответствует зоне $0,40 < x < 0,44$ около дна полости. При увеличении числа Рейнольдса характер поведения продольной составляющей скорости в различных сечениях полости качественно сохраняется.

На рис. 4 показано распределение поперечной составляющей скорости $v(x, y)$ в фиксированный момент времени при числе $Re=200$. Анализируя распределения поперечной составляющей скорости, нужно отметить, что с увеличением числа Рейнольдса профиль $v(x, y)$ в начальных сечениях полости становится более заполненным и близким к постоянному значению, в то время как при числах Рейнольдса $Re=100, 200$ профили поперечной составляющей имеют почти параболическое распределение в тех же сечениях. Анализ распределения поперечной составляющей скорости показывает, что в поле течения формируются два максимума, соответствующих прямому и возвратному течению. На рис. 3, 4 можно заметить, что на первом этапе по мере продвижения струи несжимаемой жидкости к основанию выемки поперечная составляющая ско-

рости падает при возрастании продольной составляющей, что отчётливо наблюдается в области $0,41 < y < 0,55$. На втором этапе по мере продвижения струи к выходному участку продольная составляющая скорости падает – это хорошо видно на участке $0,32 < x < 0,41$, $0,41 < y < 0,55$, а поперечная составляющая скорости начинает расти – наиболее явно это проявляется в области $0,59 < y < 0,75$, $0,30 < x < 0,40$. В соответствии с представленным рис. 4 максимальное значение скорости вытекания $v_{\max} = 0,24$.

Рассматривалось влияние на характеристики течения длины входного участка α . На рис. 5 приведено распределение поперечной составляющей скорости для $\alpha = 0,28\alpha_*$ (сплошные линии) и для $\alpha = 0,16\alpha_*$ (пунктирные), α_* – обозначение длины проницаемого участка полости $y = H$, $D < x < L$. С уве-

личением длины входного участка максимальное значение поперечной составляющей скорости достаточно незначительно уменьшается на проницаемых участках полости (участки входа и выхода). Характер поведения поперечной составляющей скорости в различных сечениях полости качественно сохраняется с изменением длины входного участка.

На рис. 6 приведено распределение продольной составляющей скорости для длины участка затекания $\alpha = 0,28\alpha_*$. С уменьшением длины входного участка максимальное значение продольной скорости снижается, и меняется характер распределения функции u от x .

Исследование движения вязкой несжимаемой жидкости в полости прямоугольного типа проводилось в условиях сопряжённого теплообмена. Были получены температурные зависимости в твёрдой и жидкой фазах при различных динамических параметрах и варьировании параметра α .

На рис. 7 представлены изолинии температуры в фиксированный момент времени при $Re = 200$, $Pr = 0,979$. Следует отметить, что при возрастании входного параметра α и понижении геометрических параметров картина поведения температурных полей по высоте полости несколько меняется.

Распределения температуры в твёрдой и жидкой фазах в различных сечениях y : 0,36, 0,52, 0,624 в фиксированный момент времени при $Re = 300$, $Pr = 0,979$, $\alpha = 0,28\alpha_*$ приведены на рис. 8. Как видно из рисунка, температурный профиль до границы раздела фаз $x = 0,25$ убывает достаточно быстро, в то время как в твёрдой фазе температура изменяется гораздо медленнее.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что характер поведения температурных профилей в различных сечениях полости качественно сохраняется с изменением динамичес-

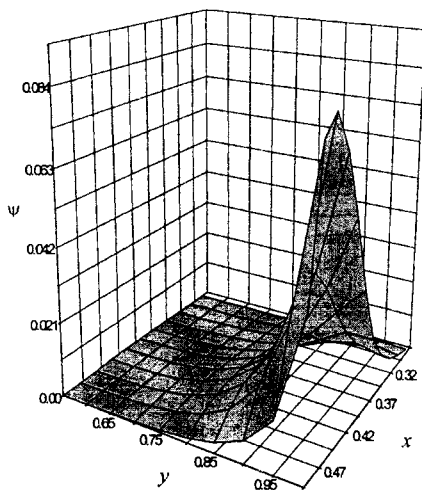


Рис. 2. Распределение функции тока на плоскости x, y в фиксированный момент времени при числе $Re = 200$ и геометрическом отношении сторон полости $L/H = 1/2$

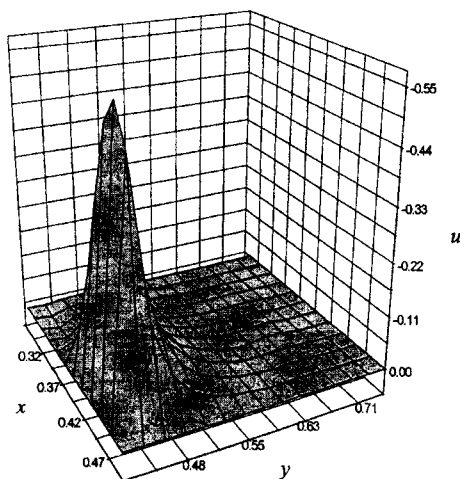


Рис. 3. Распределение продольной составляющей скорости на плоскости x, y в фиксированный момент времени при числе $Re = 200$

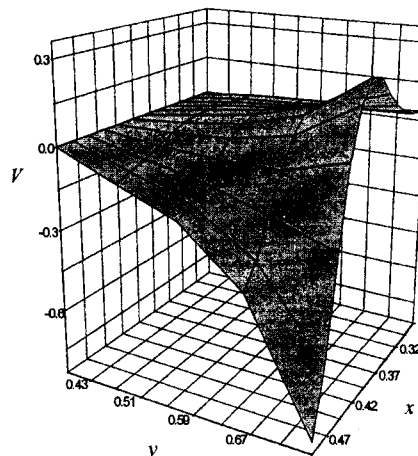


Рис. 4. Распределение поперечной составляющей скорости на плоскости x, y в фиксированный момент времени при числе $Re = 200$

кого параметра Re , в то время как входной параметр оказывает достаточно значительное влияние на характер распределения температурных полей и гидродинамическую картину течения.

В процессе исследования была также решена не сопряжённая задача. На стенках полости выставились условия теплоизоляции (отсутствие теплоотдачи в стенки полости).

Сравнение температурных профилей на стенках полости, полученных в сопряжённой и не сопряжённой задачах, показало отличие в пределах $\pm 23\%$ по значениям температуры, что говорит о целесообразности сопряжённой постановки.

Результаты численного анализа позволяют сделать вывод о возможности дальнейшего расширения области применения математического аппарата [7, 8] для решения задач о конвективных течениях в полостях открытого типа в условиях струйного затекания и сопряжённого теплообмена. Данная

работа является логическим продолжением трудов [8, 9], в которых была впервые показана возможность применения математического аппарата [7] для решения задач в сопряжённой постановке для областей с более сложной геометрией, чем канал или обтекаемое тело [13]. В дальнейшем получить устойчивые решения задач для областей со значительно более сложной геометрией, чем рассмотренные в [7–9] и в данной работе, позволит оптимизация сеточных параметров в связи с расширением возможностей современных ПЭВМ.

В ходе изучения рассматриваемого процесса специально исследовался вопрос об устойчивости численного решения рассматриваемой задачи при увеличении числа Re . Согласно проведённому анализу было установлено, что устойчивые решения рассматриваемой задачи реализуются в достаточно широком диапазоне изменения чисел Re ($100 \leq Re \leq 1000$).

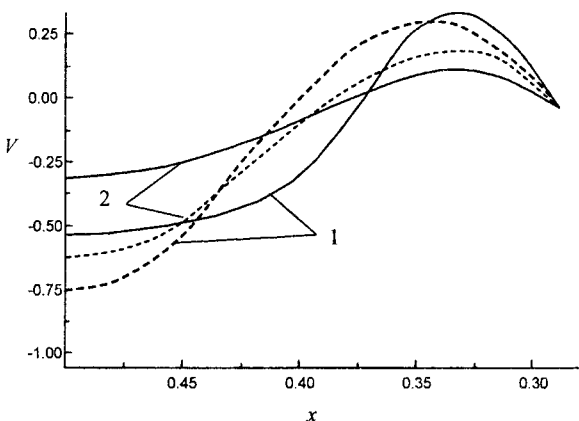


Рис. 5. Распределение поперечной составляющей скорости для $\alpha = 0,28\alpha_*$ (сплошные линии) и для $\alpha = 0,16\alpha_*$ (пунктирные) в сечениях: 1) $y = 0,675$; 2) $y = 0,567$

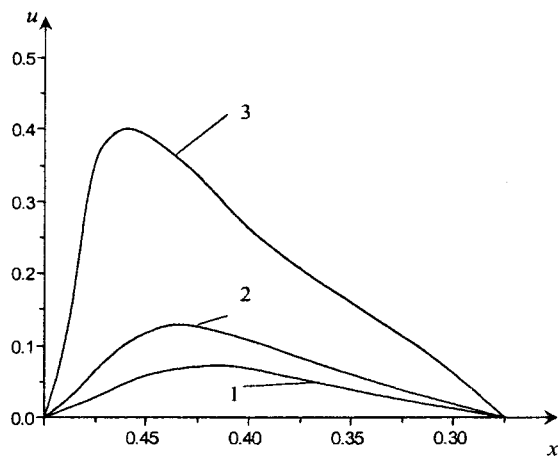


Рис. 6. Распределение продольной составляющей скорости для $\alpha = 0,28\alpha_*$ в сечениях: 1) $y = 0,324$; 2) $y = 0,216$; 3) $y = 0,135$

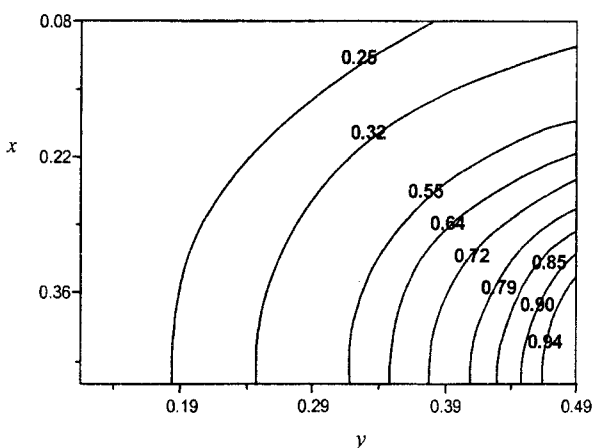


Рис. 7. Изолинии температуры в фиксированный момент времени при $Re = 200$, $Pr = 0,979$

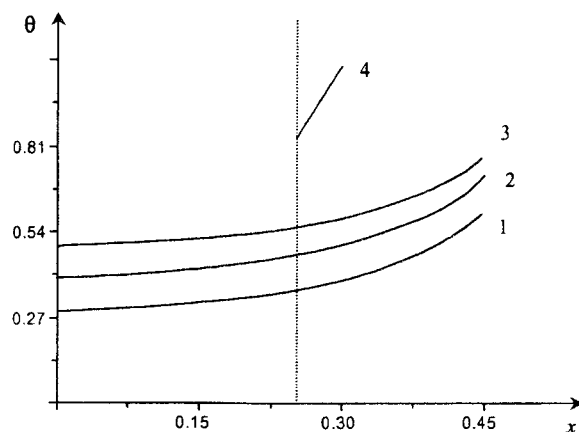


Рис. 8. Распределения температуры в твёрдой и жидкой фазах в различных сечениях y по координате x в фиксированный момент времени при числах $Re = 300$, $Pr = 0,979$, $\alpha = 0,28\alpha_*$: 1) $y = 0,36$; 2) $y = 0,52$; 3) $y = 0,624$; 4) граница раздела жидкой и твёрдой фаз

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Махнова Г.В., Рис В.В., Смирнов Е.М. Двумерная ламинарная свободная конвекция в полости, имеющей форму квадрата со скругленными углами // Свободная конвекция. Тепломассообмен при химических превращениях: Труды Второй Росс. нац. конф. по теплообмену. — М.: МЭИ, 1998. — Т. 3. — С. 100–103.
2. Флемингс М. Процессы затвердевания. — М.: Мир, 1977. — 423 с.
3. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Анищенко Л.М. Высокотемпературные технологические процессы. Теплофизические основы. — М.: Наука, 1985. — 172 с.
4. Нигматулин Б.И., Артёмов В.И., Яньков Г.Г., Еркимбаев А.О. Моделирование процессов течения и тепломассообмена в активной зоне реактора ВВЭР на начальных стадиях тяжёлой аварии // Дисперсные потоки и пористые среды: Труды Первой Росс. нац. конф. по теплообмену. — М.: Изд-во МЭИ, 1994. — Т. 7. — С. 138–145.
5. Крайнов А.В. Теплообмен и гидродинамика при движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в прямоугольной каверне // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Труды 12-й Школы-семинара молодых учёных и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева. — 25–28 мая 1999. — Москва, 1999. — С. 294–297.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987. — 840 с.
7. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984. — 288 с.
8. Полежаев В.И., Бунэ А.В., Дубовик К.Г. и др. Математическое моделирование конвективного тепломассообмена на основе уравнений Навье-Стокса. — М.: Наука, 1987. — 271 с.
9. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. — Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 1990. — 225 с.
10. Ши Д. Численные методы для решения задач теплообмена. — М.: Наука, 1988. — 544 с.
11. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980. — 616 с.
12. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. — М.: Мир, 1991. — Т. 2. — 552 с.
13. Гришин А.М., Зинченко В.И. Сопряжённый тепломассообмен между реакционноспособным телом и газом при наличии неравновесных химических реакций // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1974. — № 2. — С. 121–128.