

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
 федеральное государственное автономное
 образовательное учреждение высшего образования
 «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» (ТПУ)

Школа Инженерная школа информационных технологий и робототехники
 Направление подготовки 27.04.04 Управление в технических системах
 Отделение школы (НОЦ) Отделение автоматизации и робототехники

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема работы
Синтез регулятора максимального быстродействия системы управления с интервальными параметрами

УДК 681.515.033

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8AM81	Соболь Александр Васильевич		

Руководитель ВКР

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОАР ИШИТР	Гайворонский Сергей Анатольевич	к.т.н.		

КОНСУЛЬТАНТЫ ПО РАЗДЕЛАМ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОСГН ШБИП	Конотопский Владимир Юрьевич	к.э.н.		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ООД ШБИП	Горбенко Михаил Владимирович	к.т.н.		

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Руководитель ООП	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОАР ИШИТР	Пушкарев Максим Иванович	к.т.н.		

Томск – 2020 г.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (КОМПЕТЕНЦИИ ВЫПУСКНИКОВ)

по направлению 27.04.04 Управление в технических системах

Код результатов	Результат обучения (выпускник должен быть готов)
Профессиональные и общепрофессиональные компетенции	
P1	Применять глубокие естественнонаучные и математические знания для решения научных и инженерных задач в области анализа, синтеза, проектирования, производства и эксплуатации средств автоматизации и систем управления техническими объектами.
P2	Уметь обрабатывать, анализировать и обобщать научно-техническую информацию, передовой отечественный и зарубежный опыт в области теории, проектирования, производства и эксплуатации средств автоматизации и систем управления техническими объектами
P3	Ставить и решать инновационные задачи инженерного анализа, связанные с разработкой технических систем управления с использованием аналитических методов и сложных моделей.
P4	Выполнять инновационные инженерные проекты по разработке программно-аппаратных средств автоматизированных систем различного назначения с использованием современных методов проектирования, систем автоматизированного проектирования, передового опыта разработки конкурентно способных изделий.
P5	Планировать и проводить теоретические и экспериментальные исследования в области проектирования аппаратных и программных средств автоматизированных систем с использованием новейших достижений науки и техники, передового отечественного и зарубежного опыта. Критически оценивать полученные данные и делать выводы.
P6	Осуществлять авторское сопровождение процессов проектирования, внедрения и эксплуатации программно-аппаратных средств автоматизированных систем различного назначения.
P7	Владеть иностранным языком на уровне, позволяющем работать в интернациональной профессиональной среде с пониманием культурных, языковых и социально-экономических различий партнеров
P8	Осуществлять коммуникации в профессиональной среде и в обществе в целом, активно владеть иностранным языком, разрабатывать документацию, презентовать и защищать результаты инновационной инженерной деятельности, в том числе на иностранном языке.
P9	Эффективно работать индивидуально и в качестве члена и руководителя группы, в том числе междисциплинарной и международной, при решении инновационных инженерных задач.
P10	Демонстрировать личную ответственность и ответственность за работу возглавляемого коллектива, приверженность и готовность следовать профессиональной этике и нормам ведения инновационной инженерной деятельности. Демонстрировать глубокие знания правовых, социальных, экологических и культурных аспектов инновационной инженерной деятельности
P11	Демонстрировать способность к самостоятельному обучению, непрерывному самосовершенствованию в инженерной деятельности, способность к педагогической деятельности.

<p>Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов</p> <p><i>(аналитический обзор по литературным источникам с целью выяснения достижений мировой науки техники в рассматриваемой области; постановка задачи исследования, проектирования, конструирования; содержание процедуры исследования, проектирования, конструирования; обсуждение результатов выполненной работы; наименование дополнительных разделов, подлежащих разработке; заключение по работе).</i></p>	<p>Изменение степени устойчивости системы внутри параметрического многогранника.</p> <p>Применение математического программирования для решения задачи максимизации степени устойчивости САУ.</p> <p>Обеспечение максимального быстродействия системы.</p> <p>Финансовый менеджмент ресурсоэффективность и ресурсосбережение.</p> <p>Социальная ответственность.</p>
<p>Перечень графического материала</p> <p><i>(с точным указанием обязательных чертежей)</i></p>	<p>Презентация в формате *.pptx на 16 слайдах</p>
<p>Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы</p> <p><i>(с указанием разделов)</i></p>	
<p>Раздел</p>	<p>Консультант</p>
<p>Основная часть</p>	<p>Доцент ОАР ИШИТР, к.т.н. Гайворонский Сергей Анатольевич</p>
<p>Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение</p>	<p>Доцент ОСГН ШБИП, к.э.н. Конотопский Владимир Юрьевич</p>
<p>Социальная ответственность</p>	<p>Доцент ООД ШБИП, к.т.н. Горбенко Михаил Владимирович</p>
<p>Английский язык</p>	<p>Доцент ОИЯ ШБИП, к.п.н. Сидоренко Татьяна Валерьевна</p>
<p>Названия разделов, которые должны быть написаны на русском и иностранном языках:</p>	
<p>Оценка степени устойчивости в САУ с интервально-неопределенными параметрами</p>	
<p>Максимизация степени устойчивости в стационарной САУ</p>	

<p>Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику</p>	<p>24.02.2020</p>
--	-------------------

Задание выдал руководитель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
<p>Доцент ОАР ИШИТР</p>	<p>Гайворонский Сергей Анатольевич</p>	<p>к.т.н.</p>		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
<p>8AM81</p>	<p>Соболь Александр Васильевич</p>		

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
 федеральное государственное автономное
 образовательное учреждение высшего образования
 «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» (ТПУ)

Школа Инженерная школа информационных технологий и робототехники

Направление подготовки 27.04.04 Управление в технических системах

Уровень образования магистратура

Отделение школы (НОЦ) Отделение автоматизации и робототехники

Период выполнения осенний / весенний семестр 2019/2020 учебного года

Форма представления работы:

магистерская диссертация

(бакалаврская работа, дипломный проект/работа, магистерская диссертация)

КАЛЕНДАРНЫЙ РЕЙТИНГ-ПЛАН выполнения выпускной квалификационной работы

Срок сдачи студентом выполненной работы:	31.05.2020
--	------------

Дата контроля	Название раздела (модуля) / вид работы (исследования)	Максимальный балл раздела (модуля)
29.05.2020	Основная часть	75
15.05.2020	Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	15
22.05.2020	Социальная ответственность	10

СОСТАВИЛ:

Руководитель ВКР

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОАР ИШИТР	Гайворонский Сергей Анатольевич	к.т.н.		

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ООП

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОАР ИШИТР	Пушкарев Максим Иванович	к.т.н.		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ»

Студенту:

Группа	ФИО
8AM81	Соболь Александр Васильевич

Школа	ИШИТР	Отделение школы (НОЦ)	ОАР
Уровень образования	Магистратура	Направление/специальность	27.04.04 Управление в технических системах

Исходные данные к разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»:

1. Стоимость ресурсов научного исследования (НИ): материально-технических, энергетических, финансовых, информационных и человеческих	Использовать действующие ценники и договорные цены на потребленные материальные и информационные ресурсы, а также указанную в МУ величину тарифа на эл. энергию
2. Нормы и нормативы расходования ресурсов	—
3. Используемая система налогообложения, ставки налогов, отчислений, дисконтирования и кредитования	Действующие ставки единого социального налога и НДС (см. МУ)

Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:

1. Планирование процесса управления НТИ: структура и график проведения, бюджет, риски и организация закупок	Построение плана-графика выполнения ВКР, составление соответствующей сметы затрат, расчет величины НДС и цены результата ВКР
---	--

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):

1. График проведения и бюджет НТИ
2. Оценка ресурсной, финансовой и экономической эффективности НТИ

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	24.02.2020
--	------------

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОСГН ШБИП	Конотопский Владимир Юрьевич	к.э.н.		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8AM81	Соболь Александр Васильевич		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ»

Студенту:

Группа	ФИО
8AM81	Соболь Александр Васильевич

Школа	ИШИТР	Отделение школы (НОЦ)	ОАР
Уровень образования	Магистратура	Направление/специальность	27.04.04 Управление в технических системах

Тема ВКР:

Синтез регулятора максимального быстродействия системы управления с интервальными параметрами	
Исходные данные к разделу «Социальная ответственность»:	
1. Характеристика объекта исследования (вещество, материал, прибор, алгоритм, методика, рабочая зона) и области его применения	Синтезированные настройки регулятора позволяют обеспечить максимально возможное быстродействие системы в наихудшем режиме работы
Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:	
1. Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности: <ul style="list-style-type: none"> – специальные (характерные при эксплуатации объекта исследования, проектируемой рабочей зоны) правовые нормы трудового законодательства; – организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны. 	Организация рабочего места осуществляется в соответствии с СанПиНом 2.2.2/2.4.1340–03, а также ГОСТом 12.2.032-78.
2. Производственная безопасность: 2.1. Анализ выявленных вредных и опасных факторов 2.2. Обоснование мероприятий по снижению воздействия	Анализ выявленных вредных факторов: – повышенный или пониженный уровень влажности воздуха, температуры регламентирован СанПиНом 2.2.2/2.4.1340-03, СанПиНом 2.2.4.548–96; – предельно допустимые уровни шума регламентированы ГОСТом 12.1.003-2014 и СНом 2.2.4/2.1.8.562–96; – недостаточная освещенность рабочей зоны регулируется ГОСТом Р 55710-2013; – нормы электромагнитного излучения регламентируются СанПиНом 2.2.2/2.4.1340-03. Анализ выявленных опасных факторов: – электрический ток (источником является ЭВМ).
3. Экологическая безопасность:	– загрязнение почвы или выбросы в атмосферу загрязняющих веществ, углекислого газа, образование тепла в случае пожара, при утилизации ПК и индукционного преобразователя.
4. Безопасность в чрезвычайных ситуациях:	– в рабочем помещении возможно ЧС

	техногенного характера – пожар (возгорание) регламентировано ГОСТом 12.1.004-91 ССБТ, СНИПом 21-01-97* и НПБом 105-03.
--	--

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	24.02.2020
--	------------

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ООД ШБИП	Горбенко Михаил Владимирович	к.т.н.		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8АМ81	Соболь Александр Васильевич		

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа содержит 137 страниц текста, 26 рисунков, 43 таблицы, 26 литературных источников, 1 приложение.

Ключевые слова: интервальная параметрическая неопределенность, максимальное быстродействие системы, характеристический полином.

Цель работы – определение настроек регулятора, которые позволяют обеспечить максимально возможное быстродействие системы в наихудшем режиме работы.

В процессе исследования проводился анализ изменения степени устойчивости системы внутри параметрического многогранника. Были рассмотрено применение средств решения задачи математического программирования к задаче по максимизации степени устойчивости САУ. Была разработана методика максимизации степени устойчивости в САУ с интервально-неопределенными параметрами. Были построены переходные процессы с использованием Matlab.

Рассмотрены вопросы финансового менеджмента, эффективности использования и защиты ресурсов. Был использован опыт в области управления проектами и финансами, включая управление рисками, управление изменениями в области обучения в смежных областях.

Выполнено задание по разделу «Социальная ответственность». Проанализированы проектируемая технология, рабочие места на предмет наличия основных техносферных опасностей и вреда, оценена степень их воздействия на человека, окружающую среду.

Оглавление

Обозначения и сокращения.....	13
Введение.....	14
1 Оценка степени устойчивости в САУ с интервально-неопределенными параметрами.....	16
1.1 Постановка задачи синтеза САУ с интервально-неопределенными параметрами.....	17
1.2 Математическое описание САУ с интервально-неопределенными параметрами.....	18
1.3 Проверочные вершины для определения минимальной степени устойчивости системы с интервальными коэффициентами полинома.....	22
2 Максимизация степени устойчивости в стационарной САУ	24
2.1 Формализация задачи оптимизации.....	24
2.2 Задача о предельной степени устойчивости линейной стационарной динамической системы	28
2.3 Пример решения задачи максимизации степени устойчивости в стационарной САУ	29
3 Максимизация степени устойчивости в САУ с интервально-неопределенными параметрами.....	37
3.1 Синтез робастного регулятора с одним настроечным параметром	37
3.2 Алгоритм получения наихудшего режима работы регулятора...	40
3.2.1 Примеры	42
3.3 Синтез робастного регулятора с двумя настроечными параметрами.....	57
3.3.1 Примеры	60
3.4 Синтез робастного регулятора с тремя настроечными параметрами.....	76
3.4.1 Примеры	80

3.5	Анализ полученных результатов.....	87
4	Финансовый менеджмент ресурсоэффективность и ресурсосбережение	89
4.1	Организация и планирование работ.....	90
4.2	Продолжительность этапов работ.....	91
4.3	Расчет сметы затрат на выполнение проекта.....	96
4.4	Расчет затрат на материалы.....	96
4.5	Расчет заработной платы.....	97
4.6	Расчет затрат на социальный налог.....	98
4.7	Расчет затрат на электроэнергию.....	98
4.8	Расчет амортизационных расходов.....	99
4.9	Расчет прочих расходов.....	100
4.10	Расчет общей себестоимости разработки.....	100
4.11	Расчет прибыли.....	101
4.12	Расчет НДС.....	101
4.13	Цена разработки НИР.....	101
4.14	Оценка экономической эффективности проекта.....	102
5	Социальная ответственность.....	103
5.1	Аннотация.....	103
5.2	Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности.....	103
5.3	Профессиональная социальная безопасность.....	105
5.3.1	Анализ вредных и опасных факторов, которые может создать объект исследования.....	105
5.3.2	Микроклимат.....	106
5.3.3	Шум.....	108
5.3.4	Недостаточная освещенность.....	109
5.3.5	Электромагнитные излучения.....	111
5.3.6	Электробезопасность.....	112

5.3.7 Психофизиологические факторы	113
5.3.8 Обоснование мероприятий по защите персонала предприятия от действия опасных и вредных факторов (техника безопасности и производственная санитария)	114
5.4 Экологическая безопасность	115
5.5 Безопасность в чрезвычайных ситуациях	116
5.6 Вывод по разделу	119
Заключение	120
Список литературы	121
Приложение А	125
1 Assessment of the degree of stability in ACS with interval-indefinite parameters	126
1.1 Statement of the problem of synthesis of a ACS with interval- indefinite parameters	126
1.2 Mathematical description of a ACS with interval-indefinite parameters	128
1.3 Verification vertices for determining the minimum degree of stability of the system with interval coefficients of the polynomial	131
2 Maximization of the degree of stability in stationary ACS	132
2.1 Formalization of the optimization problem	133
2.2 The problem of the limiting degree of stability of a linear stationary dynamic system	136

Обозначения и сокращения

САУ – система автоматического управления;

ИСУ – интервальная система управления;

Метод D-разбиения – способ построения области устойчивости линейной системы автоматического управления по некоторому параметру;

ИХП – интервальный характеристический полином;

СУ – система управления;

ХП – характеристический полином.

Введение

Задачи создания систем управления, свойства которых мало изменялись бы при небольших отклонениях их параметров от расчетных возникали уже в начале развития теории автоматического управления. В настоящее время теория робастного управления является одной из интенсивно развивающихся ветвей теории управления, возникшей из проблемы синтеза многорежимных линейных систем управления, функционирующих в условиях различного рода возмущений и изменений параметров.

Существует большое количество методов синтеза систем автоматического управления, позволяющих осуществить обоснованный выбор структуры и параметров системы, которая бы удовлетворяла условиям, заданным заранее. Но большинство имеющихся методов синтеза предназначены для стационарных систем с постоянными параметрами. Однако в реальных условиях работы системы, параметры объекта управления в процессе эксплуатации изменяются в широких пределах. Для таких систем автоматического управления (САУ) актуальна задача параметрического синтеза линейных регуляторов, обеспечивающих работоспособность системы при любых возможных изменениях интервально-неопределенных параметров объектов управления. Вследствие этого сейчас имеют перспективу развития методы синтеза систем, не являющихся адаптивными, но обеспечивающих приемлемое качество работы при изменении статических характеристик воздействий в широком диапазоне, а также при нестабильности параметров объекта управления. Такие системы называют робастными. Синтез робастных систем допускает использование различных методов и различных подходов, и может проводиться на основе различных критериев, например: на основе критерия максимальной степени устойчивости на основе критерия минимизации или ограничения колебательности, также может быть просто найдена область устойчивости системы или максимизирована эта область.

Среди подходов можно выделить метод D-разбиения, параметрический синтез на основе методов оптимизации. В данной же работе рассматривается попытка применить к синтезу робастных регуляторов методику, использующую методы математического программирования предложенную, для синтеза стационарных САУ в [1] и основанную на критерии максимизации степени устойчивости. Проблема заключается в применении данного подхода для САУ с интервально-неопределенными параметрами, которые на основе гипотезы «формального замораживания коэффициентов» можно рассматривать как многорежимные. За счет применения этой методики должна значительно повыситься точность синтеза. Методика в своей основе использует связь между степенью устойчивости и параметрами настройки динамического регулятора, осуществляемую с помощью характеристического полинома.

1 Оценка степени устойчивости в САУ с интервально-неопределенными параметрами

Практически все реальные системы автоматического управления содержат интервально-неопределенные параметры. Их неопределенность обусловлена неточным знанием параметров или их изменением в процессе эксплуатации систем по заранее неизвестным законам. Если при этом известны диапазоны возможных значений постоянных параметров или пределы изменяющихся параметров, то в таких случаях говорят о параметрической интервальной неопределенности [2-4]. Системы с подобными параметрами получили название интервальных систем автоматического управления [5].

Первоначальной задачей исследования интервальных систем была проверка их робастной устойчивости, отвечающей на вопрос: устойчива или нет интервальная система при любых значениях интервально-неопределенных параметров. Интервальные параметры могут входить в коэффициенты интервального характеристического полинома (ИХП) различными способами, определяющими тип неопределенности полинома.

Интервальная неопределенность коэффициентов является наиболее хорошо изученной и для неё разработано большое количество методов синтеза ИСУ. Данная неопределенность позволяет получить интервальные значения в коэффициентах числителя и знаменателя передаточной функции при составлении математической модели системы. Поэтому в дальнейшем в работе предлагается рассматривать системы автоматического управления только с интервальными неопределённостями их характеристических полиномов. При этом в случаях, когда ИХП интервальной системы имеет полиномиальную или полилинейную неопределенность, предлагается переходить от них к интервальной неопределенности на основе правил интервальной арифметики, как это делается в [5]. Заметим, что параметрический многогранников случае интервальной неопределенности полинома образуется его интервальными коэффициентами.

1.1 Постановка задачи синтеза САУ с интервально-неопределенными параметрами

В ряде промышленных САУ некоторые параметры объекта управления в процессе его работы могут изменяться в известных и достаточно широких интервалах по априори неизвестным законам. В условиях такой интервальной неопределенности параметров объекта представляет интерес задача обеспечения максимального быстродействия САУ. Если рассматривать подобные системы как многорежимные, то каждому возможному набору значений интервальных параметров может быть поставлен в соответствие определенный режим работы системы. В этом случае указанная выше задача сводится к получению минимального времени переходных процессов в системе при наихудшем с точки зрения быстродействия сочетании интервальных параметров объекта. Известно, что время переходного процесса в системе определяется таким ее корневым показателем, как степень устойчивости. Поэтому, согласно [6, 7], для синтеза системы целесообразно применить корневой подход на основе критерия максимальной степени устойчивости. В [1] разработана методика определения параметров регулятора, обеспечивающих максимальную степень устойчивости стационарной системы с заданным характеристическим полиномом.

Заметим, что решаемая в [1] задача относится к задаче нелинейного программирования. Представляет интерес ее решение применительно к интервальным системам. У таких систем характеристические полиномы имеют интервальные коэффициенты, пределы которых определяются входящими в коэффициенты заданными интервальными параметрами объекта и фиксированными настройками робастного регулятора. Подобные полиномы получили название интервальных характеристических полиномов.

Очевидно, что при изменении коэффициентов ИХП изменяется и степень устойчивости системы. При этом существует набор значений коэффициентов, при которых система имеет минимальную (робастную) степень

устойчивости. Для ее определения воспользуемся следующими двумя положениями. Во-первых, минимальная степень устойчивости системы с ИХП имеет место в одной из вершин многогранника интервальных коэффициентов [8]. Во-вторых, для нахождения этой вершины нет необходимости проверять все 2^m вершин (m – число интервальных коэффициентов), а достаточно рассмотреть только некоторые проверочные вершины [9]. Таким образом, поставленную выше задачу предлагается решать как максиминную: определение на основе метода нелинейного программирования оптимальных робастных настроек линейного регулятора, при которых достигается максимум минимальной степени устойчивости системы в проверочных вершинах многогранника коэффициентов ИХП.

1.2 Математическое описание САУ с интервально-неопределенными параметрами

При математическом описании системы управления (СУ) с интервально заданными параметрами коэффициенты характеристического полинома могут определяться либо этими интервальными параметрами, либо их функциями. Различают четыре типа неопределенности коэффициентов ИХП: интервальная, аффинная, полилинейная и полиномиальная.

При интервальной неопределенности коэффициенты полинома являются интервальными и ИХП имеет вид:

$$D(s) = \sum_{i=0}^n [d_i] s^i, \quad (1.1)$$

где $[d_i] = [\underline{d}_i; \overline{d}_i]$ (например, $[d_3]s^3 + [d_2]s^2 + [d_1]s + [d_0]$).

При аффинной неопределенности коэффициенты полинома образованы суммой или разностью интервальных параметров СУ и ИХП имеет вид:

$$D(s) = \sum_{i=1}^m [T_i] A_i(s) + B(s), \quad (1.2)$$

где $[T_i] = [\underline{T}_i; \overline{T}_i]$, (например, $([T_1] + 3[T_3])s^2 + ([T_2] + 5[T_3])s + 7[T_3]$).

При полилинейной неопределенности коэффициенты полинома линейно зависят от каждого параметра, если остальные параметры фиксированы (например, $([T_1][T_3] + [T_2])s^2 + ([T_2][T_3] + [T_1])s + [T_1][T_2] + [T_3]$).

При полиномиальной неопределенности коэффициенты полинома зависят полиномиально хотя бы от одного параметра (например, $([T_2] + 3[T_3][T_1]^2)s^3 + (9[T_2]^2 + [T_1])s^2 + ([T_1] + [T_2]^3[T_3])s + 5[T_2]$).

Заметим, что реальные параметры СУ, могут входить в коэффициенты характеристического полинома аффинно, полилинейно или полиномиально. Чаще всего системы управления описываются характеристическими полиномами с полилинейной неопределенностью. Одним из способов исследования систем со сложными типами неопределенности (полилинейной и полиномиальной) является их приведение к интервальной или аффинной неопределенностям на основе метода замены переменных. Хотя переограничение неопределенности при использовании данного подхода и приводит к повышению консерватизма синтеза СУ, однако в условиях неточности их математических моделей это позволяет с запасом гарантировать робастное качество управления.

Рассмотрим на примерах применение метода замены переменных. Пусть задан полином с полиномиальной неопределенностью коэффициентов:

$$p(s, \overset{\text{ш}}{q}) = (6[q_1][q_2] + 17) + (4[q_1]^2 + [q_2]^2 + 15)s + (3[q_1]^3 + [q_1]^2[q_2] + [q_1][q_2] + 3[q_1] + 10)s^2 + s^3, \quad (1.3)$$

где $|q_1| \leq 1$ и $|q_2| \leq 2$.

Введем новые переменные g_i такие, что $q_1^3 = g_1 g_2 g_3$ и $q_2^2 = g_4 g_5$. С учетом такой замены переменных полином (1.3) можно записать в виде:

$$p(s, \overset{\text{ш}}{g}) = (6[g_1][g_4] + 17) + (4[g_1][g_2] + [g_4][g_5] + 15)s + (3[g_1][g_2][g_3] + [g_1][g_2][g_4] + [g_1][g_4] + 3[g_1] + 10)s^2 + s^3. \quad (1.4)$$

Видно, что переограниченный полином (1.4) имеет полилинейную неопределенность с многогранником $|g_1 = g_2 = g_3| \leq 1, |g_4 + g_5| \leq 2$.

Приведем также пример перехода от полилинейной неопределенности к аффинной. Для этого рассмотрим полином:

$$p(s, \overset{\text{uu}}{[q]}) = (6[q_1] + 2[q_2] + [q_3] + 4) + (3[q_1][q_2] + [q_3] + 2)s + ([q_1][q_3] + 8[q_2] + 10)s^2 + s^3, \quad (1.5)$$

где $|q_i| \leq 1$.

Полином (1.5) имеет нелинейную конструкцию неопределенности. Введем новые переменные $g_1 = q_1$, $g_2 = q_2$, $g_3 = q_3$, $g_4 = q_1 q_2$, $g_5 = q_1 q_3$. Тогда в результате переограничения получаем новый полином:

$$p(s, \overset{\text{uu}}{[g]}) = (6[g_1] + 2[g_2] + [g_3] + 4) + (3[g_4] + [g_5] + 2)s + ([g_5] + 8[g_2] + 10)s^2 + s^3. \quad (1.6)$$

К полиному (1.6) с аффинным типом неопределенности могут быть применены разработанные на основе реберной теоремы методики синтеза ИСУ.

Аналогичным образом через замену переменных и переограничение можно перейти от аффинной неопределенности к интервальной. Пусть имеется характеристический полином с аффинным типом вхождения интервальных параметров системы в коэффициенты полинома

$$p(s, \overset{\text{uu}}{[q]}) = (3 + [q_0]) + (6 + 2[q_1] + 5[q_4])s + (5 + [q_2] + 2[q_3])s^2 + s^3, \quad (1.7)$$

где $|q_i| \leq 5$.

С новыми переменными $g_0 = 3 + q_0$, $g_1 = 6 + 2q_1 + 5q_4$, $g_2 = 5 + q_2 + 2q_3$ ИХП (1.7) примет вид полинома с интервальной неопределенностью

$$p(s, \overset{\text{uu}}{[g]}) = [g_0] + [g_1]s + [g_2]s^2 + s^3. \quad (1.8)$$

Основным математическим описанием системы является ее передаточная функция, но в силу того, что в данном исследовании интерес представляет нахождение степени устойчивости, ограничимся лишь характеристическим полиномом системы.

Примем, что характеристический полином САУ с интервально-неопределенными параметрами объекта и линейным регулятором, после применения метода замены переменных имеет вид:

$$D(s, \vec{k}) = [a_n(\vec{k})] \cdot s^n + [a_{n-1}(\vec{k})] \cdot s^{n-1} + \dots + [a_1(\vec{k})] \cdot s + [a_0(\vec{k})] \quad (1.9)$$

где $a_i \in [\underline{a_i}; \overline{a_i}]$ интервально-неопределенные коэффициенты ХП;

\vec{k} – вектор настраиваемых параметров регулятора.

Так как интервально-неопределенные коэффициенты характеристического полинома (ХП) заданы граничными значениями, то область P_a , внутри которой коэффициенты могут изменяться произвольным образом, представляет собой параметрический многогранник $P_a = \{a_j | a_{jmin} \leq a_j \leq a_{jmax}, j=1 \div m\}$, содержащий 2^m вершин. Например, для системы с двумя интервально-неопределенными коэффициенты параметрический многогранник будет иметь вид прямоугольной области (рисунок 1).

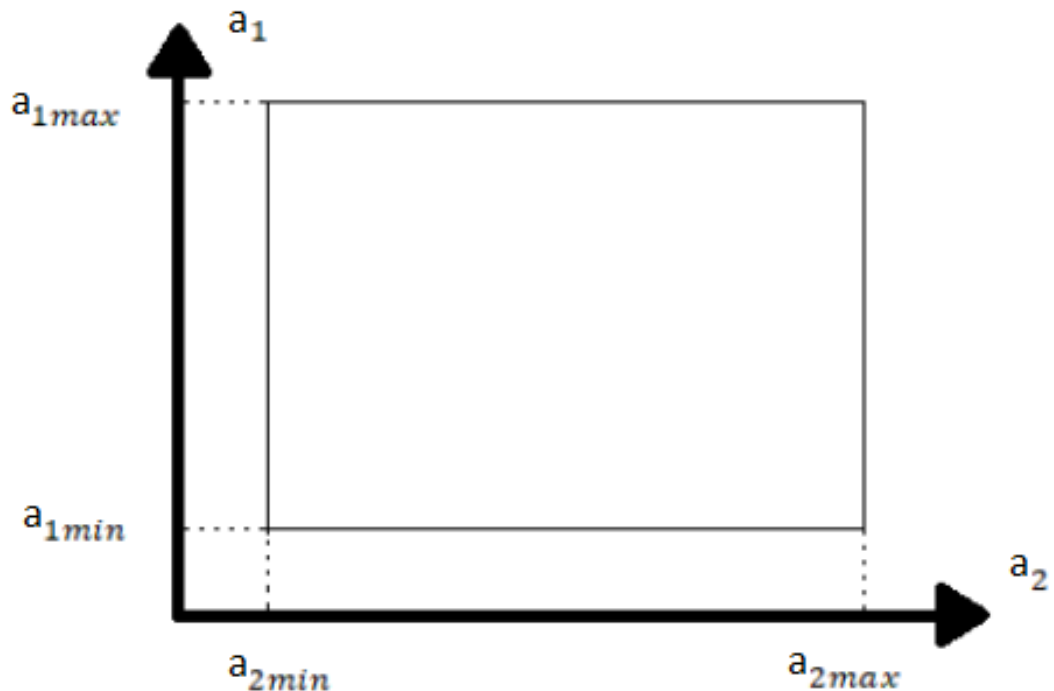


Рисунок 1 – Параметрический многогранник

1.3 Проверочные вершины для определения минимальной степени устойчивости системы с интервальными коэффициентами полинома

Как уже говорилось ранее, работа предполагает рассмотрение методики оценки устойчивости системы с интервально-неопределенными коэффициентами характеристического полинома, основанной на максимизации минимальной степени устойчивости системы в вершинах параметрического многогранника, образованного граничными значениями коэффициентов полинома.

Задача определения степени робастной устойчивости системы во всех 2^m вершинах (m – количество интервальных коэффициентов ИХП) достаточно трудоемкая. Поэтому существуют работы [10, 11], посвященные сокращению числа проверочных вершин. Однако анализ показал, что предложенные в указанных работах подходы дают избыточное число этих вершин. В связи с этим представляет интерес задача определения минимального количества проверочных вершин и соответствующих им вершинных полиномов для анализа степени робастной устойчивости интервальных систем.

Исходя из [9], для полинома третьей степени с целью определения колебательной степени робастной устойчивости достаточно проверить следующие вершины: $V_1 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3}$, $V_2 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3}$, $V_3 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3}$. Они соответствуют трем вершинным полиномам:

$$\begin{aligned} A_1(s) &= \underline{a_3} s^3 + \overline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_2(s) &= \overline{a_3} s^3 + \underline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_3(s) &= \overline{a_3} s^3 + \overline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}. \end{aligned} \tag{1.10}$$

Для полинома четвертой степени с целью определения колебательной степени робастной устойчивости необходимо проверить следующие вершины:

$$V_1 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{a_4}; \quad V_2 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3} \underline{a_4}; \quad V_3 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}; \quad V_4 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \underline{a_4};$$

$$V_5 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \underline{a_3} \underline{a_4}; \quad V_6 = \overline{a_0} \overline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \overline{a_4}; \quad V_7 = \overline{a_0} \overline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3} \underline{a_4}; \quad V_8 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \underline{a_3} \overline{a_4}. \quad \text{Этим}$$

вершинам соответствуют восемь вершинных полиномов:

$$\begin{aligned} A_1(s) &= \underline{a_4}s^4 + \underline{a_3}s^3 + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}; \\ A_2(s) &= \overline{a_4}s^4 + \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \overline{a_0}; \\ A_3(s) &= \underline{a_4}s^4 + \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}; \\ A_4(s) &= \overline{a_4}s^4 + \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}; \\ A_5(s) &= \underline{a_4}s^4 + \overline{a_3}s^3 + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}; \\ A_6(s) &= \overline{a_4}s^4 + \underline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \overline{a_0}; \\ A_7(s) &= \underline{a_4}s^4 + \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \overline{a_0}; \\ A_8(s) &= \overline{a_4}s^4 + \underline{a_3}s^3 + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}. \end{aligned} \tag{1.11}$$

Степень робастной апериодической устойчивости системы любого порядка определяется в вершине $\underline{a_0}, \overline{a_1}, \underline{a_2}, \overline{a_3}, \underline{a_4}, \dots$. Что соответствует вершинному полиному: $A(s) = \underline{a_4}s^4 + \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \underline{a_0}$.

Данные утверждения будут использованы в последующей работе.

2 Максимизация степени устойчивости в стационарной САУ

В [1] рассматривается семейство задач математического программирования, условия связи в которых являются комплексными функциями, аналитическими относительно переменной s . И для таких задач находятся необходимые условия оптимальности с учетом сведений из теории функции комплексной переменной. Кроме того, показывается, что задача о достижении в линейной динамической системе предельной степени устойчивости может быть формализована аналогичным образом, что позволяет в ряде простейших практически важных случаев получить аналитические выражения, которые могут быть использованы при параметрическом синтезе робастных и адаптивных систем управления.

Методы математического, в частности линейного программирования, широко используются при решении ряда важных прикладных задач [12]. Одна из таких задач-параметрический синтез динамических систем при ограничениях, налагаемых на расположение корней характеристического уравнения. Вопрос о выборе оптимальных параметров динамической системы, исходя из заданных критериев, привлекает значительное внимание исследователей [13, 14]. Ниже покажем, что постановка задачи нелинейного программирования с условиями-связями, включающими функции комплексного переменного, позволяет получить необходимые условия оптимальности, которые могут быть использованы при решении задач параметрического синтеза динамических систем по критерию предельной (максимальной) степени устойчивости и ряда других задач.

2.1 Формализация задачи оптимизации

Рассмотрим класс задач математического программирования, в которых ограничения включают в себя функцию комплексной переменной: $s=\eta+j\omega$. Постановка задачи:

$$f_0(k) \rightarrow \max \quad (2.1)$$

При условиях: 1) $F(k, s) = 0$, 2) $k \in V_k \subset R^n$, 3) $s \notin V_k$, $j^2 = -1$.

В постановке (2.1) $f_0(k)$ – вещественная функция, зависящая от вещественного вектора k , функция $F(\cdot)$, вошедшая в уравнение связи 1), является комплексной. Будем считать, что обе эти функции непрерывны и непрерывно-дифференцируемы по k , и $F(\cdot)$ при каждом k – аналитическая функция относительно s .

Отметим, что постановка задачи (2.1) в общем случае может включать связи вида $f_i(k)=0$, однако их наличие никак не сказывается на особенностях задачи, поэтому для простоты выкладок такие условия, рассматривать не будем. Задача (2.1) относится к задачам нелинейного программирования [7], однако имеет специфический характер, обусловленный наличием комплексной переменной и функциями от нее. Ниже показано, что к подобному виду приводит формализация некоторых важных прикладных задач из области синтеза систем управления.

Специфический характер задачи состоит в том, что при записи уравнения связи в форме равенства нулю вещественной и мнимой составляющих функции F , эти два равенства независимы и их левые части связаны друг с другом уравнениями Коши-Риммана.

Приведем необходимые условия оптимальности и расчетные соотношения, необходимые для формализации задачи. Для этого представим комплексную функцию $F(k, s)$ в традиционной форме в виде суммы вещественной $R(k, \eta, \omega)$ и мнимой $I(k, \eta, \omega)$ составляющих.

$$F(k, s) = R(k, \eta, \omega) + jI(k, \eta, \omega) \quad (2.2)$$

Условие 1) в таком случае распадается на два:

$$R(k, \eta, \omega) = 0, \quad (2.3)$$

$$I(k, \eta, \omega) = 0. \quad (2.4)$$

Отметим, что условия (2.3), (2.4) не являются независимыми. Кроме того, $R(\cdot)$ – четная, а $I(\cdot)$ – нечетная функция относительно аргумента ω .

Для решения задачи (2.1) с условиями в форме (2.3), (2.4), следует составить функцию Лагранжа [7]:

$$L = \lambda_0 \cdot f_0(k) + \lambda_1 \cdot R(k, \eta, \omega) + \lambda_2 \cdot I(k, \eta, \omega) \quad (2.5)$$

где λ_0 , λ_1 и λ_2 – множители Лагранжа. Применение теорем Куна-Таккера позволяет записать необходимые условия оптимальности рассматриваемой задачи:

$$\frac{\partial L}{\partial k} = 0 \Rightarrow \lambda_0 \cdot \frac{\partial f_0(k)}{\partial k} + \lambda_1 \cdot \frac{\partial R(\cdot)}{\partial k} + \lambda_2 \cdot \frac{\partial I(\cdot)}{\partial k}; \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = 0 \Rightarrow \lambda_1 \cdot \frac{\partial R(\cdot)}{\partial \eta} = -\lambda_2 \cdot \frac{\partial I(\cdot)}{\partial \eta}; \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \Rightarrow \lambda_1 \cdot \frac{\partial R(\cdot)}{\partial \omega} = -\lambda_2 \cdot \frac{\partial I(\cdot)}{\partial \omega}. \quad (2.8)$$

Специфичность поставленной задачи позволяет отказаться от традиционной схемы решения. Вместо этого целесообразно получить дополнительные условия, не содержащие λ -множителей, и затем добавить эти условия в исходную постановку.

С этой целью рассмотрим условия (2.3), (2.4). Вид вошедших в (2.3), (2.4) уравнений дает основания для вывода об инвариантности оптимального решения к знаку ω . Другими словами, если (2.3), (2.4) выполняются при $\omega^* = \omega^0$, то они должны выполняться и при $\omega^* = -\omega^0$. Действительно, выражение (2.3) при изменении знака ω не изменяется, а в (2.4) меняется только знак, что не нарушает этого равенства.

Рассмотрим выражение (2.8). Сразу можно отметить, что $(\partial R(\cdot)/\partial \omega)$ – нечетная, а $(\partial I(\cdot)/\partial \omega)$ – четная функции от ω . Условие (2.8) позволяет сделать следующий вывод:

Утверждение 1: На оптимальном решении выполнены условия вида:

$$\frac{\partial R(\cdot)}{\partial \omega} = 0; \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial I(\cdot)}{\partial \omega} = 0. \quad (2.10)$$

Теперь воспользуемся теоремой Коши-Римана [15] связывающей между собой частные производные от аналитической функций комплексной переменной по вещественному и мнимому аргументам:

$$\frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = - \frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \omega} = - \frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \omega} \quad (2.13)$$

Объединяя (2.9) и (2.13) получаем:

$$\frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0; \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0. \quad (2.15)$$

Выражения (2.14), (2.15) представляют собой дополнительные условия, которые следует добавить в исходную постановку задачи (2.1). В зависимости от размерности x может оказаться, что полученная система уравнений (2.3), (2.4), (2.14), (2.15) позволит сразу определить решение задачи, то есть значения η^* , ω^* , k^* . В противном случае для вновь получившейся задачи с добавленными ограничениями:

$$f_0(x) \rightarrow \max_{k, \eta, \omega} \quad (2.16)$$

При условиях (2.3), (2.4), (2.12), (2.13) следует вновь выписать необходимые условия оптимальности. При этом полезно учесть, что производные $\partial R(\cdot)/\partial \eta$, $\partial I(\cdot)/\partial \eta$, $\partial R(\cdot)/\partial \omega$, $\partial I(\cdot)/\partial \omega$ также связаны уравнениями Коши-Римана. После несложных математических выкладок получаем:

$$\frac{\partial^2 R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0; \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0. \quad (2.18)$$

Условия (2.17), (2.18) следует также добавить в постановку задачи. Подобная процедура должна быть продолжена до тех пор, пока полученная система уравнений вида

$$\begin{cases} R(k, \eta, \omega) = 0; I(k, \eta, \omega) = 0; \\ \frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0; \frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0; \\ \frac{\partial^2 R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0; \frac{\partial^2 I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0. \\ \dots \dots \end{cases} \quad (2.19)$$

не позволит определить η^* , ω^* , k^* . Для решения системы потребуется $(n+2)$ уравнения из (2.19) возможно лишь для некоторых простейших случаев. Вообще же решение следует получать численными методами, при этом полезно использовать особенности уравнений, входящих в (2.19), для конкретных задач.

2.2 Задача о предельной степени устойчивости линейной стационарной динамической системы

Как пример практического применения полученных в разделе 2.1 рассмотрим задачу о достижении максимально возможной (предельной) степени устойчивости η^* в линейной динамической системе с передаточной функцией:

$$W(x, p) = \frac{A(k, p)}{B(k, p)} \quad (2.20)$$

где p – комплексная переменная Лапласа, k – вектор параметров (коэффициентов) системы, доступных для изменения, $A(k, p)$ и $B(k, p)$ – некоторые функции от p и k .

Известно, что устойчивость системы (2.20) (как и другие собственные свойства) полностью определяется видом корней ее характеристического уравнения:

$$B(k, \eta, \omega) = 0 \quad (2.21)$$

после подстановки $s = \eta + j\omega$. Геометрически и можно интерпретировать как мнимую и вещественную координаты ближайшего к мнимой оси корня (2.21) на комплексной плоскости корней.

Для рассматриваемой системы важной задачей является выбор таких значений, составляющих k , при которых $\eta = \eta^*$. Кроме того, определение

представляет самостоятельный интерес, так как дает возможность получить оценки скорости затухания переходных процессов в системе [1].

Задача о расчете системы (2.20) из условия достижения в ней η^* может быть представлена в форме:

$$\xi \rightarrow \max_{k, \eta, \omega}; \quad (2.22)$$

$$\eta - \xi \geq 0; \quad (2.23)$$

$$R(k, \eta, \omega) = 0 \quad (2.24)$$

$$I(k, \eta, \omega) = 0 \quad (2.25)$$

то есть как задача о максимизации скаляра ξ , не превосходящего η , при заданных ограничениях на расположение корней характеристического уравнения (2.20).

Постановка задачи в форме (2.22)-(2.25) позволяет использовать для решения результаты, полученные в разделе 2.1, в частности – систему уравнений (2.19).

2.3 Пример решения задачи максимизации степени устойчивости в стационарной САУ

Рассмотрим систему третьего порядка, включающую в себя однопараметрический регулятор, с характеристическим полиномом (ХП) следующего вида:

$$a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0 + k = 0, \quad (2.26)$$

где $a_3 = 0,01$, $a_2 = 0,2$, $a_1 = 1$, $a_0 = 1$;

k – коэффициент регулятора.

Проведем предварительный анализ системы. Рассчитаем корни ХП в пакете Mathcad, приняв $k = 0,1$, при помощи функции *polyroots* (таблица 1).

Таблица 1 – Корни ХП стационарной системы третьего порядка

Значения корней		
s_1	s_2	s_3
-12,918	-5,547	-1,535

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 1,535. Данное расстояние мы будем пытаться увеличить при помощи регулятора.

Найдем максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры регулятора. Для этого составим систему уравнений (2.19) (здесь и далее $h=\eta$).

$$\begin{cases} R1(h, w_1, k) = 0, \\ I1(h, w_1, k) = 0, \\ \frac{\partial R1(h, w_1, k)}{\partial h} = 0. \end{cases} \quad (2.27)$$

Где $R1(h, w_1, k) = 0,01 \cdot h^3 + 0,2 \cdot h^2 - 0,03 \cdot h \cdot w_1^2 + h - 0,2 \cdot w_1^2 + k + 1$,
 $I1(h, w_1, k) = w_1 \cdot (0,03 \cdot h^2 + 0,4 \cdot h - 0,01 \cdot w_1^2 + 1)$.

Решение данной системы уравнений выполнено в Mathcad ($h = -3,333$, $k = 0,482$, $w_1 = 0$).

Подставив данный коэффициент в ХП (2.26), получили следующие значения корней (таблица 2).

Таблица 2 – Корни ХП стационарной системы третьего порядка с однопараметрическим регулятором

Значения корней		
s_1	s_2	s_3
-13,334	$-3,333 - j0,072$	$-3,333 + j0,072$

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 3,333. Если сравнить полученное расстояние с исходным, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Проверим при помощи простого перебора коэффициентов, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования массива коэффициентов приведен на рисунке 2.

```

prog2 := | z ← 0
          | for j ∈ -10, -10 + 0.001.. 10
          |   | z ← z + 1
          |   | k1_z ← j
          | k1

```

Рисунок 2 – Листинг программы формирования массива коэффициентов для однопараметрического регулятора

Результат выполнения программы проверки представлен в таблице 3.

Таблица 3 – Результат проверки стационарной системы третьего порядка с однопараметрическим регулятором

Значения корней		
s_1	s_2	s_3
-13,334	$-3,333 - j0,072$	$-3,333 + j0,072$

Как видно из таблицы, коэффициенты совпали, расстояние от оси до ближайшего корня осталось неизменным – 3,333, следовательно, коэффициент, полученный данным методом удовлетворяет условию предельной устойчивости.

Проверим, можно ли улучшить данную систему добавив дополнительный настроечный параметр в регулятор. Добавим регулятор с двумя настроечными коэффициентами в данную систему. ХП примет следующий вид:

$$a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + (a_1 + k_p) \cdot s + a_0 + k_i = 0, \quad (2.28)$$

$$0,01 \cdot s^3 + 0,2 \cdot s^2 + (1 + k_p) \cdot s + 1 + k_i = 0, \quad (2.29)$$

Найдем максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры регулятора. Для этого составим систему уравнений (2.19).

$$\begin{cases} R1(h, w_1, k_{\text{п}}, k_{\text{и}}) = 0, \\ I1(h, w_1, k_{\text{п}}, k_{\text{и}}) = 0, \\ \frac{\partial^2 R1(h, w_1, k_{\text{п}}, k_{\text{и}})}{\partial h^2} = 0. \end{cases} \quad (2.30)$$

Где $R1(h, w_1, k_{\text{п}}, k_{\text{и}}) = 0,01 \cdot h^3 + 0,2 \cdot h^2 + (-0,03 \cdot w_1^2 + k_{\text{п}} + +1) \cdot h - 0,2 \cdot w_1^2 + k_{\text{и}} + 1$, $I1(h, w_1, k_{\text{п}}, k_{\text{и}}) = w_1 \cdot (0,03 \cdot h^2 + 0,4 \cdot h - -0,01 \cdot w_1^2 + k_{\text{п}} + 1$.

В данном случае было решено отойти от «каноничной» формы системы, в связи с тем, что при решении полной системы мы получаем лишь два значения параметров настроек, которые при полном двухпараметрическом переборе могут быть не лучшими, поэтому было решено один из параметров (в данном случае $k_{\text{и}}$) определять заранее.

Решение данной системы уравнений выполнено в Mathcad ($h = -6,6667$, $k_{\text{п}} = 0,15k_{\text{и}} + 0,0389$, $w_1 = \pm 50 \sqrt{\frac{3 \cdot k_{\text{и}}}{500} - \frac{53}{4500}}$).

Подставив данные коэффициенты в ХП (2.29) и приняв $k_{\text{и}} = 5$, получили следующие значения корней (таблица 4).

Таблица 4 – Корни ХП стационарной системы третьего порядка с двухпараметрическим регулятором

Значения корней		
s_1	s_2	s_3
-6,6665	-6,6667 – j6,7496	-6,6667 + j6,7496
Коэффициенты: $k_{\text{п}} = 0,7889$, $k_{\text{и}} = 5$		

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 6,6665. Если сравнить полученное расстояние со значением, полученным при помощи однопараметрического регулятора, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Проверим при помощи простого перебора коэффициентов, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования массива коэффициентов ничем не отличается от однопараметрического случая и приведен на рисунке 2. Результат выполнения программы проверки представлен в таблице 5.

Таблица 5 – Результат проверки стационарной системы третьего порядка с двухпараметрическим регулятором

Значения корней		
s_1	s_2	s_3
-6,6665	$-6,6667 - j6,7496$	$-6,6667 + j6,7496$
Коэффициенты: $k_{\Pi} = 0,7889$, $k_{\text{и}} = 5$		

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 6,6665, следовательно, коэффициент, полученный данным методом, удовлетворяет условию предельной устойчивости.

Проверим, можно ли улучшить данную систему добавив дополнительный настроечный параметр в регулятор. Добавим регулятор с тремя настроечными коэффициентами в данную систему. ХП примет следующий вид:

$$a_3 \cdot s^3 + (a_2 + k_d) \cdot s^2 + (a_1 + k_{\Pi}) \cdot s + a_0 + k_{\text{и}} = 0, \quad (2.31)$$

$$0,01 \cdot s^3 + (0,2 + k_d) \cdot s^2 + (1 + k_{\Pi}) \cdot s + 1 + k_{\text{и}} = 0, \quad (2.32)$$

Найдем максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры регулятора. Для этого составим систему уравнений (2.19).

$$\begin{cases} R1(h, w1, k_{\Pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0, \\ I1(h, w1, k_{\Pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0, \\ \frac{\partial R1(h, w1, k_{\Pi}, k_{\text{и}}, k_d)}{\partial h} = 0, \\ \frac{\partial I1(h, w1, k_{\Pi}, k_{\text{и}}, k_d)}{\partial h} = 0. \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\text{Где } R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{\kappa}, k_d) = 0,01 \cdot h^3 + (0,2 + k_d) \cdot h^2 + (-0,03 \cdot w_1^2 + k_{\pi} + 1 \cdot h - 0,2 + k_d \cdot w_1^2 + k_{\kappa} + 1, \\ = (0,4h + k_{\pi} + 0,03h^2 - 0,01w_1^2 + 2 \cdot h \cdot k_d + 1) \cdot w_1.$$

Решение данной системы уравнений выполнено в Mathcad ($h = -\frac{100 \cdot k_d}{3} - 6,6667, k_{\kappa} = 370,37k_d^3 + 222,222k_d^2 + 44,444k_d + 1,963, k_{\pi} = 0,333 + 13,333 \cdot k_d + 33,333 \cdot k_d^2$).

Подставив данные коэффициенты в ХП (2.32) и приняв $k_d = 2,206$, получили следующие значения корней (таблица 6).

Таблица 6 – Корни ХП стационарной системы третьего порядка с трехпараметрическим регулятором

Значения корней		
s_1	s_2	s_3
$-80,2 - j0,0005$	$-80,2 + j0,0005$	$-80,2$
Коэффициенты: $k_{\pi} = 191,961, k_{\kappa} = 5157,496, k_d = 2,206$		

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 80,2. Если сравнить полученное расстояние с тем, которое получили при помощи двухпараметрического регулятора, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Проверим при помощи простого перебора коэффициентов, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования матрицы коэффициентов приведен на рисунке 3.

```

prog3 := | k ← 0
          | for i ∈ -1, -1 + 1..1000
          |   for j ∈ -1, -1 + 10..10000
          |     | k1_k ← j
          |     | k2_k ← i
          |     | k ← k + 1
          |   augment(k1, k2)

```

Рисунок 3 – Листинг программы формирования матрицы коэффициентов для однопараметрического регулятора

Результат выполнения программы проверки представлен в таблице 7.

Таблица 7 – Результат проверки стационарной системы третьего порядка с трехпараметрическим регулятором

Значения корней		
s_1	s_2	s_3
$-80,2 - j64,837$	$-80,2 - j64,837$	$-80,2$
Коэффициенты: $k_{\pi} = 234$, $k_{и} = 8592$, $k_{д} = 2,206$		

Как видно из таблицы, мы получили другие коэффициенты регулятора, но расстояние от оси до ближайшего корня осталось неизменным – 80,2, следовательно, коэффициенты, полученные данным методом, удовлетворяют условию предельной устойчивости.

Построим графики переходного систем регуляторами (рис.4).

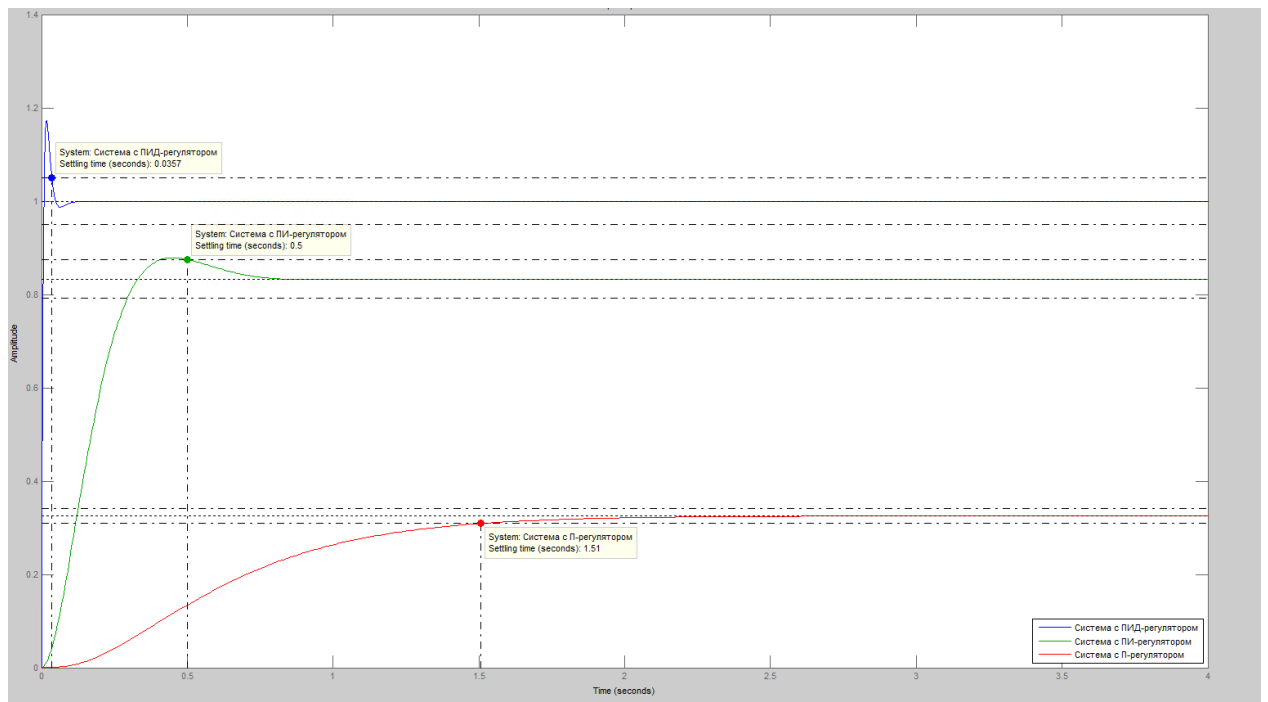


Рисунок 4 – Графики переходного процесса для стационарной системы третьего порядка

Как видно из графиков, система с наименьшим временем переходного процесса (0,0357с) имеет в своем составе ПИД-регулятор, а также из графиков видно, что при увеличении числа настроечных параметров регулятора время переходного процесса уменьшается.

3 Максимизация степени устойчивости в САУ с интервально-неопределенными параметрами

Приведенную в главе 2 методику максимизации степени устойчивости стационарных САУ, можно применить и к системам с интервально-неопределенными параметрами. Как уже говорилось выше, синтез параметров регуляторов в этом случае предполагает нахождение таких его настроек, которые гарантируют заданные показатели качества в наихудшем режиме. Под наихудшим режимом САУ понимается такой набор значений интервально-неопределенных параметров объекта, при которых степень устойчивости η системы минимальна. При определенных условиях для нахождения наихудшего режима нет необходимости сканировать всю область внутри многогранника P_a , а достаточно лишь проверить его вершины a^B . Поэтому для систем с интервально-неопределенными параметрами встает необходимость проведения процедуры максимизации степени устойчивости в каждой из вершин параметрического многогранника. В дальнейшем необходима процедура поиска наихудшего из всех существующих режимов (система рассматривается как многорежимная). Настройки регулятора должны обеспечить большую, чем в наихудшем режиме, степень устойчивости во всех остальных режимах функционирования системы. То есть необходимость решения максиминной задачи:

$$\eta_{min} = \min_{a^B} \eta(a^B, k) \rightarrow \max_k. \quad (3.1)$$

3.1 Синтез робастного регулятора с одним настроечным параметром

Исходя из всех приведенных в предыдущих разделах фактов, процедуру синтеза робастного регулятора с одним настроечным параметром можно формализовать следующим образом:

1) Если в качестве исходных данных, имеется структура исследуемой системы, необходимо получить для нее характеристический полином замкнутой системы. Именно характеристический полином замкнутой системы,

включающей регулятор и объект управления, является исходным материалом для проведения процедуры синтеза. Кроме того, необходимо выявить возможные интервалы варьирования интервально-неопределенных параметров и возможно даже несколько расширить их, чтобы иметь полную уверенность в справедливости расчетов, и в дальнейшем не прийти к необходимости повторения процедуры поиска оптимального режима функционирования системы.

2) Имея в качестве исходных данных характеристический полином замкнутой системы и, зная вид его коэффициентов, включающих в себя, определенным образом, известные, интервально-неопределенные и настроечные параметры, если возможно, исследовать графически, чтобы определить место локализации решения (данное исследование позволяет пропустить пункты 3-5).

3) Составить необходимые условия оптимальности для каждой из вершин параметрического многогранника. Эти условия оптимальности будут представлять собой 2^m (по числу вершин параметрического многогранника) систем уравнений. Из (2.18) характеристический полином представим в виде суммы вещественной $R(k, \eta, \omega)$ и мнимой $I(k, \eta, \omega)$ составляющих. Составляем систему уравнений, содержащую равенства нулю вещественной и мнимой составляющих, равенство нулю хотя бы одной из производных от вещественной или мнимой составляющей, дополненную, в соответствии с числом переменных, необходимым для разрешения системы. Для регулятора с одним настроечным параметром условия оптимальности будут выглядеть следующим образом:

$$i = 1 \div 2^m \begin{cases} R(k_i, \eta_i, \omega_i) = 0; \\ I(k_i, \eta_i, \omega_i) = 0; \\ \frac{\partial R(k_i, \eta_i, \omega_i)}{\partial \eta_i} = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

где k_i – настроечный параметр регулятора в i -том режиме функционирования системы;

η_i – степень устойчивости системы в i -режиме;

ω_i – частотная составляющая;

i – количество режимов (или соответственно количество вершин параметрического многогранника, так как система рассматривается как многорежимная).

4) Разрешив эту систему i -раз, в соответствии с числом режимов функционирования системы, получаем i -настроек регулятора, обеспечивающих максимальную степень устойчивости системы в каждом из режимов. Далее необходимо выбрать режим с наименьшей степенью устойчивости, то есть наихудший режим функционирования САУ.

5) Получив наихудший режим, проверим, какова степень устойчивости системы в остальных режимах функционирования при настройках наихудшего режима. Если во всех других режимах степень устойчивости, при настройках наихудшего режима, выше чем в наихудшем режиме, то процесс синтеза можно считать оконченным, и полученная для наихудшего режима настройка, обеспечит в заданном интервале варьирования интервально-неопределенных параметров, степень устойчивости системы во всех остальных возможных режимах не меньшую, чем в наихудшем режиме.

6) Если же, хотя бы в одном из режимов функционирования системы, степень устойчивости при настройках, обеспечивающих наихудший режим, получается меньшей, чем в наихудшем режиме, то полученный режим нельзя считать наихудшим. В этом случае, наихудший режим будет находиться в точке пересечения двух кривых отражающих изменение степени устойчивости системы с изменением параметра настройки регулятора в двух различных режимах. Встает проблема определения тех двух кривых, которые дадут, в точке пересечения настройку регулятора, обеспечивающую во возможных режимах функционирования системы более высокую степень устойчивости, чем в этой точке пересечения. Решить эту проблему можно либо построив эти кривые и получив точку пересечения графически, либо найдя точки

пересечения всех пар кривых степени устойчивости решением системы уравнений вида:

$$\begin{cases} R(k, \eta, \omega_1) = 0; \\ I(k, \eta, \omega_1) = 0; \\ R(k, \eta, \omega_2) = 0; \\ I(k, \eta, \omega_2) = 0. \end{cases} \quad (3.3)$$

где $R(k, \eta, \omega_1)$, $I(k, \eta, \omega_1)$ – вещественная и мнимая составляющие характеристического полинома, описывающего один режим;

$R(k, \eta, \omega_2)$, $I(k, \eta, \omega_2)$ – вещественная и мнимая составляющие характеристического полинома, описывающего второй режим.

Из всех полученных точек пересечения необходимо выбрать ту, настройки в которой дадут наибольшую степень устойчивости при условии обеспечения более высокой степени устойчивости во всех остальных режимах. Получив такую точку, процесс синтеза регулятора можно считать окончанным, так как настройка регулятора, полученная в этой точке, даст во всех возможных режимах функционирования системы степень устойчивости не меньшую, чем в этой точке, предполагающей наихудший режим.

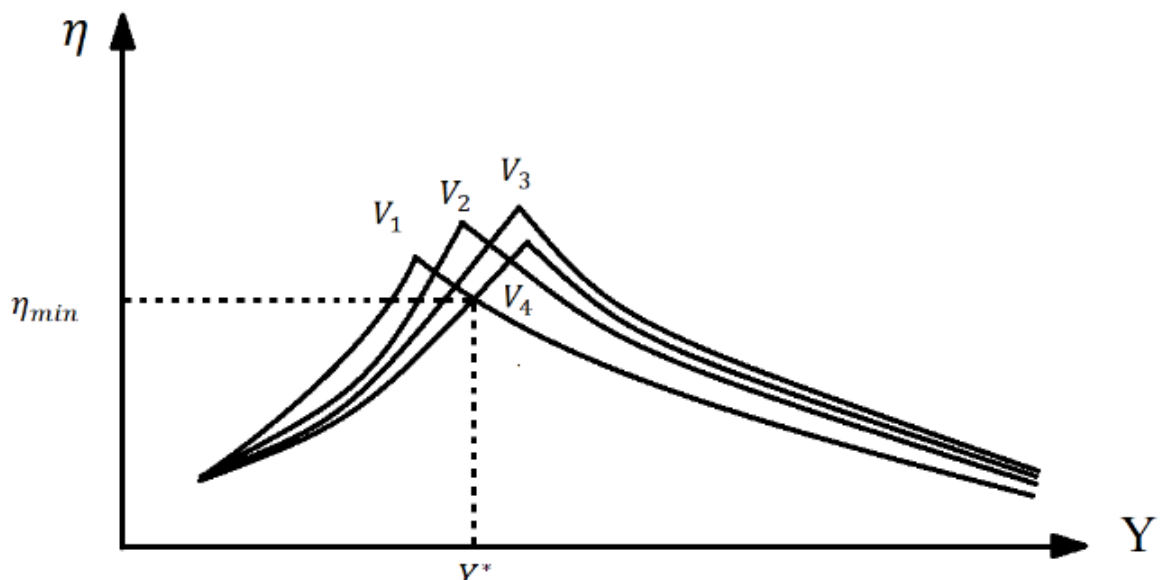
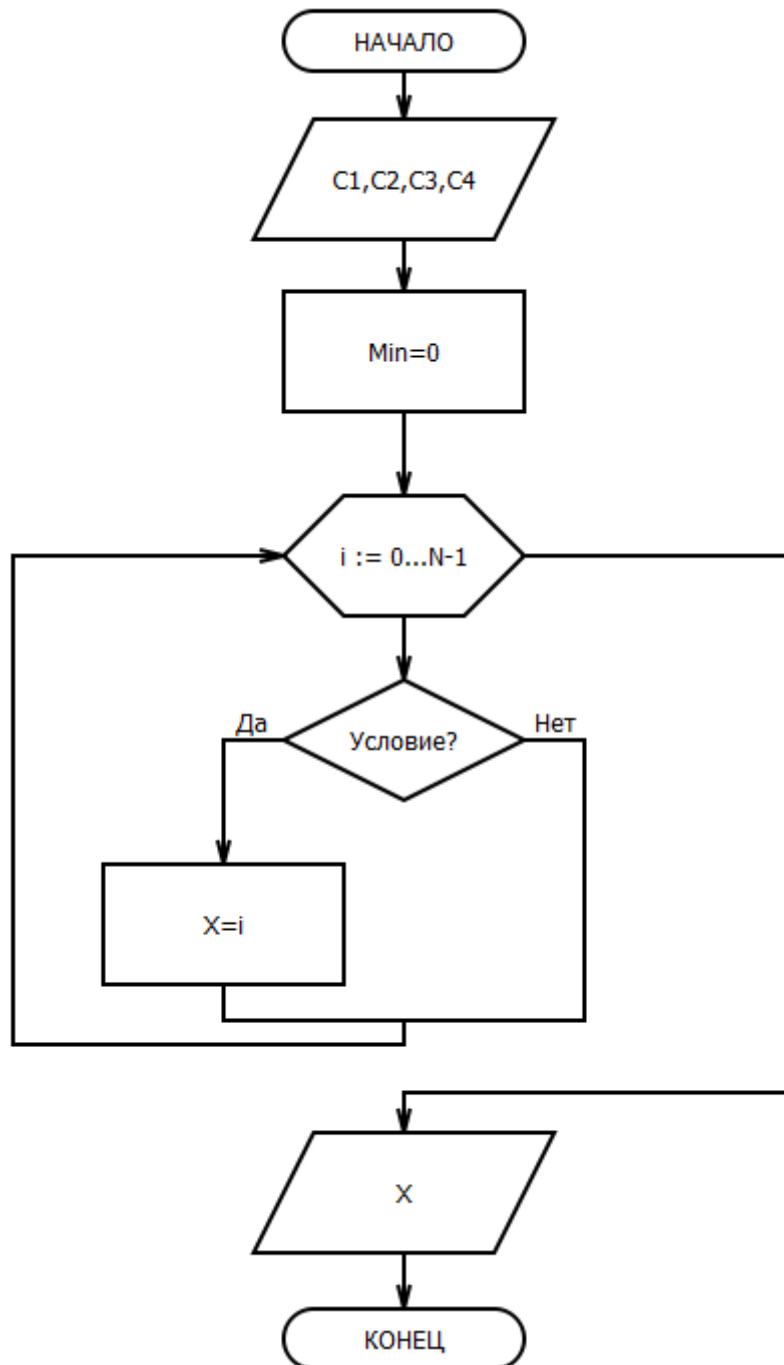


Рисунок 3 – Нахождение оптимальной настройки регулятора

3.2 Алгоритм получения наихудшего режима работы регулятора

Процесс проверки наихудшего режима можно автоматизировать, что было сделано в ПО Mathcad.

Блок схема программы представлена на рисунке 5.



Матрицы корней ХП формируются при помощи функции Mathcad polyroots().

Условием является проверка каждого корня каждого ХП на отрицательную действительную часть, а также наибольший корень сравнивается со значением Min, тем самым осуществляется итерационная процедура поиска минимума.

Рисунок 5 – Блок схема программы получения наихудшего режима

На вход программы получения наихудшего режима работы регулятора (далее просто Программы) подаются матрицы корней ХП, рассчитанные при каждом коэффициенте регулятора, полученном при решении систем (3.2)-(3.3) (данная программа также используется при синтезе регулятора с большим числом настроечных параметров). На выход Программы поступает индекс,

определяющий как коэффициент регулятора, так и корни ХП при этом коэффициенте.

Листинги Программы в ПО Mathcad для систем второго и третьего порядка представлены на рисунках 6-7.

```

prog(C1,C2,C3,C4) :=
  Min ← 0
  for i ∈ 0..length(C1) - 1
    if Re(C1i)1 < 0 ∧ Re(C1i)0 ∧ Re(C2i)1 < 0 ∧ Re(C2i)0 ∧ Re(C3i)1 < 0 ∧ Re(C3i)0 ∧ Re(C4i)1 < 0 ∧ Re(C4i)0
      Maxi ← max(C1i, C2i, C3i, C4i)
      if Re(Maxi) < Min
        Min ← Re(Maxi)
        x ← i
  x

```

Рисунок 6 – Листинг программы получения наихудшего режима работы для системы второго порядка

```

prog(B,C1,C2,C3,C4) :=
  Min ← 0
  for i ∈ 0..length(B) - 1
    if Re(C1i)2 < 0 ∧ Re(C1i)1 < 0 ∧ Re(C1i)0 ∧ Re(C2i)2 < 0 ∧ Re(C2i)1 < 0 ∧ Re(C2i)0 ∧ Re(C3i)2 < 0 ∧ Re(C3i)1 < 0 ∧ Re(C3i)0 ∧ Re(C4i)2 < 0 ∧ Re(C4i)1 < 0 ∧ Re(C4i)0
      C ← augment(C1, C2, C3, C4)
      Maxi ← max(augment(C1, C2, C3, C4))
      if Re(Maxi) < Min
        Min ← Re(Maxi)
        x ← i
  x

```

Рисунок 7 – Листинг программы получения наихудшего режима работы для системы третьего порядка

3.2.1 Примеры

Рассмотрим систему второго порядка с ИХП следующего вида:

$$a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0 + k = 0, \quad (3.4)$$

где $a_2 \in [0,01; 0,05]$, $a_1 \in [0,2; 0,6]$, $a_0 = 1$,

k – коэффициент регулятора.

Рассмотрим параметрический прямоугольник, образованный интервальными параметрами системы. Он имеет четыре вершины:

- 1) $[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$
- 2) $[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$
- 3) $[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$

4) $[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6]$.

Для каждой из этих вершин запишем характеристический полином:

$$0,01 \cdot s^2 + 0,2 \cdot s + 1 + k = 0, \quad (3.5)$$

$$0,01 \cdot s^2 + 0,6 \cdot s + 1 + k = 0, \quad (3.6)$$

$$0,05 \cdot s^2 + 0,2 \cdot s + 1 + k = 0, \quad (3.7)$$

$$0,05 \cdot s^2 + 0,6 \cdot s + 1 + k = 0. \quad (3.8)$$

Проведем предварительный анализ системы. Рассчитаем корни ИХП в пакете Mathcad, приняв $k = 0,1$, при помощи функции *polyroots* (таблица 8).

Таблица 8 – Корни ХП системы второго порядка

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	$-10 - j3,162$	$-10 + j3,162$
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	$-58,107$	$-1,893$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-2 - j4,243$	$-2 + j4,243$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	$-9,742$	$-2,258$

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 1,893. Данное расстояние мы будем пытаться увеличить при помощи регулятора.

Взяв в качестве примера систему второго порядка можно построить графики зависимости ближайшего корня ХП (квадратного уравнения) от коэффициента регулятора. Данная процедура позволяет оценить находится ли решение в пределах одной кривой, отражающей изменение степени устойчивости в отдельно взятом режиме, либо располагается в точке пересечения двух кривых отражающих изменение степени устойчивости в данных режимах. Как известно корни квадратного уравнения определяются следующими формулами:

$$ax^2 + bx + c + k = 0, \quad (3.9)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c+k)}}{2a}, \quad (3.10)$$

где a, b, c, k – коэффициенты квадратного уравнения;

x – корни квадратного уравнения.

Нас интересует ближайший к оси корень, следовательно, в формуле (3.10) выбираем знак «+». Построим графики зависимости действительной части ближайшего корня ХП от коэффициента регулятора k (рис. 8).

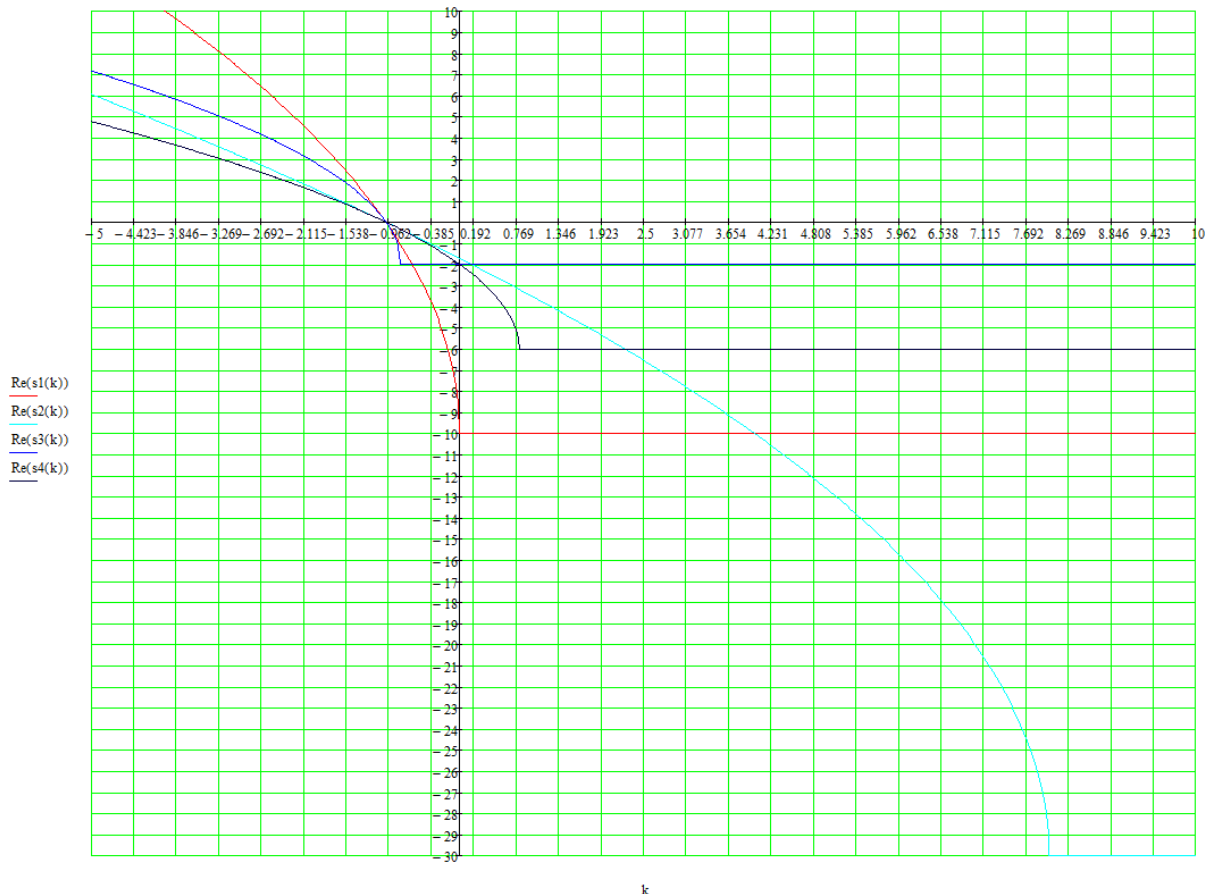


Рисунок 8 – Графики зависимости ближайшего корня ХП второго порядка от коэффициента регулятора

Сравним данные графики с графиками изменения степени устойчивости тех же ХП при численном переборе коэффициента k (рис. 9).

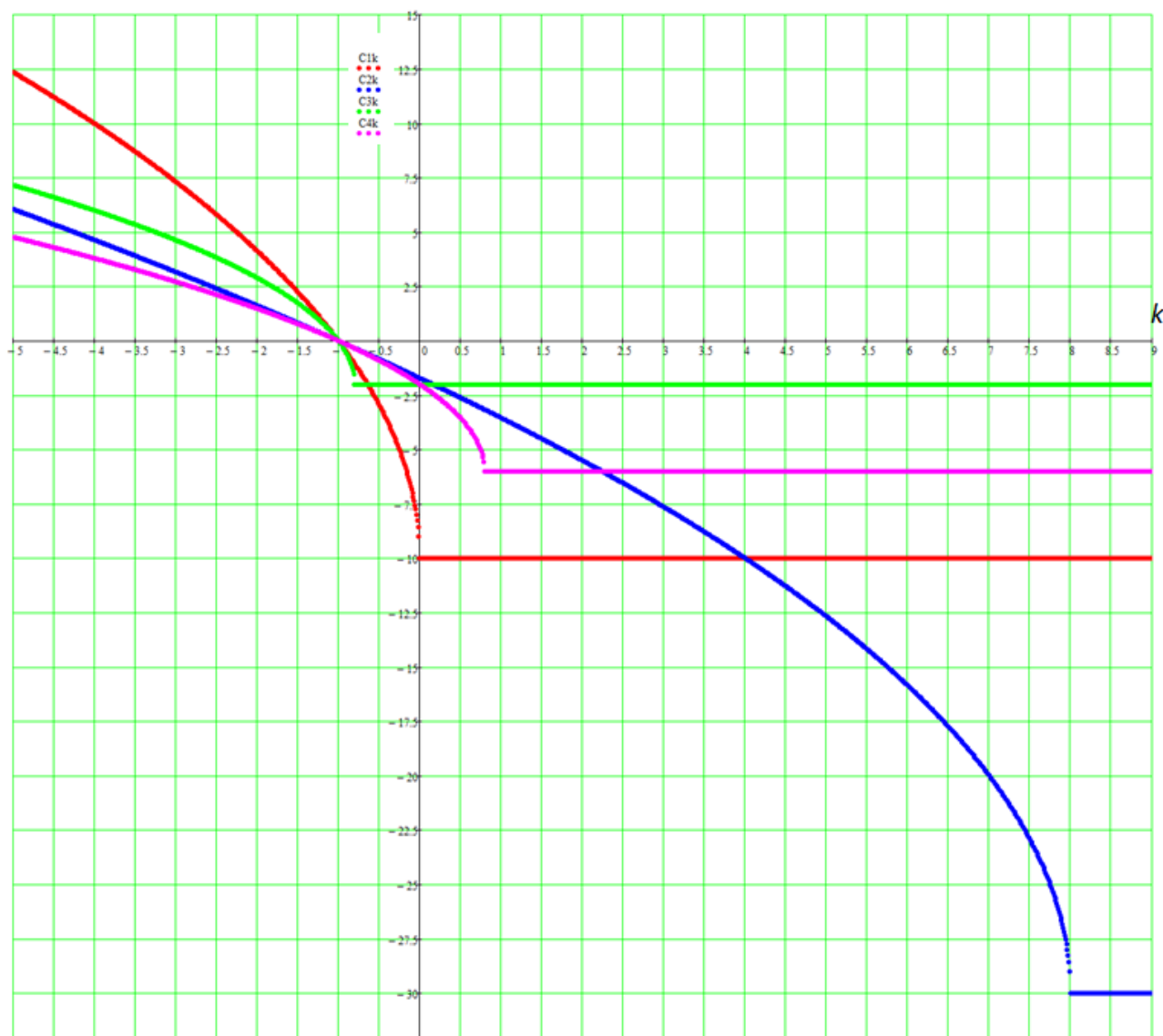


Рисунок 9 – Графики зависимости изменения степени устойчивости ХП второго порядка от коэффициента регулятора

Как видно из графиков, они совпадают. Также из графиков видно, что искомое решение находится в точке пересечения двух кривых отражающих изменение степени устойчивости в режимах 2 и 3, а не в точке максимума кривой отдельно взятого режима.

Найдем для каждого пересечения двух кривых максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры регулятора. Для этого составим для каждого полинома систему уравнений (3.3).

$$\begin{cases} R2(h, w_2, k) = 0, \\ I2(h, w_2, k) = 0, \\ R1(h, w_1, k) = 0, \\ I1(h, w_1, k) = 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\begin{cases} R3(h, w_3, k) = 0, \\ I3(h, w_3, k) = 0, \\ R1(h, w_1, k) = 0, \\ I1(h, w_1, k) = 0. \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\begin{cases} R4(h, w_4, k) = 0, \\ I4(h, w_4, k) = 0, \\ R1(h, w_1, k) = 0, \\ I1(h, w_1, k) = 0. \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} R3(h, w_3, k) = 0, \\ I3(h, w_3, k) = 0, \\ R2(h, w_2, k) = 0, \\ I2(h, w_2, k) = 0. \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} R4(h, w_4, k) = 0, \\ I4(h, w_4, k) = 0, \\ R2(h, w_2, k) = 0, \\ I2(h, w_2, k) = 0. \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\begin{cases} R4(h, w_4, k) = 0, \\ I4(h, w_4, k) = 0, \\ R3(h, w_3, k) = 0, \\ I3(h, w_3, k) = 0. \end{cases} \quad (3.16)$$

Где $R1(h, w_1, k) = 0,01 \cdot h^2 + 0,2 \cdot h - 0,01 \cdot w_1^2 + k + 1$, $I1(h, w_1, k) = 0,2 \cdot w_1 + 0,02 \cdot h \cdot w_1$, $R2(h, w_2, k) = 0,01 \cdot h^2 + 0,6 \cdot h - 0,01 \cdot w_2^2 + k + 1$, $I2(h, w_2, k) = 0,6 \cdot w_2 + 0,02 \cdot h \cdot w_2$, $R3(h, w_3, k) = 0,05 \cdot h^2 + 0,2 \cdot h - 0,05 \cdot w_3^2 + k + 1$, $I3(h, w_3, k) = 0,2 \cdot w_3 + 0,1 \cdot h \cdot w_3$, $R4(h, w_4, k) = 0,05 \cdot h^2 + 0,6 \cdot h - 0,05 \cdot w_4^2 + k + 1$, $I4(h, w_4, k) = 0,6 \cdot w_4 + 0,1 \cdot h \cdot w_4$.

Решения этих систем уравнений выполнены в Mathcad и приведены в таблице 9.

Таблица 9

Режим	h	k	w_1	w_2
1-2	-10	4	± 20	0
1-3	-2	-0,64	0	$\pm 1,79$
1-4	-10	0	0	0
2-3	-2	0,16	0	$\pm 4,38$
2-4	-6	2,24	0	$\pm 5,37$
3-4	-2	0	± 4	0

Подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.5)-(3.8), сформируем матрицы корней ХП при каждом коэффициенте в ПО Mathcad (рис.10).

$$\begin{aligned}
 C1_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 0.2 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) & C3_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 0.2 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right) \\
 C2_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 0.6 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) & C4_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 0.6 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right)
 \end{aligned}$$

Рисунок 10 – Листинг программы для формирования матрицы корней ХП системы второго порядка с однопараметрическим регулятором

При помощи Программы мы получаем при каком коэффициенте система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 10).

Таблица 10

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	$-10 - j4$	$-10 + j4$
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-58	-2
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-2 - j4,382$	$-2 + j4,382$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-9,578	-2,422
Коэффициент $k=0,16$		

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 2. Если сравнить полученное расстояние с исходным, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Данный коэффициент ($k=0,16$) получен при решении системы пересечения двух кривых отражающих изменение степени устойчивости в режимах 2 и 3, что и было определено графически.

Проверим при помощи простого перебора коэффициентов, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования массива коэффициентов ничем не отличается от стационарной системы и приведен на рисунке 2. Результат выполнения Программы представлен в таблице 11.

Таблица 11

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	$-10 - j69,929$	$-10 + j69,929$
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	$-30 + j63,953$	$-30 - j63,953$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-2 - j31,528$	$-2 + j31,528$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	$-6 - j31,016$	$-6 + j31,016$
Коэффициент $k=48,9$		

Как видно из таблицы, мы получили другой коэффициент регулятора (0,16 при решении систем; 48,9 при помощи перебора), но расстояние от оси до ближайшего корня осталось неизменным – 2, а корни других ХП сдвинулись дальше от оси. Данное обстоятельство объясняется функцией, отражающей изменение степени устойчивости в режимах (рис. 9). Данная функций монотонно возрастает, а достигнув максимума принимает вид функции насыщения, следовательно, метод дает предельную степень устойчивости для наихудшего режима, но в других режимах можно получить лучшее качество процесса при проведение дополнительных исследований.

Вернемся к формуле (3.10), определяющей корни квадратного уравнения. Из данной формулы можно выразить условие пересечения функций:

$$\frac{-b_0 + \sqrt{b_0^2 - 4a_0(c + k)}}{2a_0} = \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4a_1(c + k)}}{2a_1} \quad (3.17)$$

где b_0, a_0 – коэффициенты одного режима;

b_1, a_1 – коэффициенты другого режима;

c – коэффициент ХП;

k – коэффициент регулятора.

Составив и решив системы для всех случаев пересечения двух кривых, сравним полученные результаты (таблица 12) с результатами, полученными методом (таблица 10).

Таблица 12

Режим	h	k
1-2	-10	4
1-3	-2	-0,64
1-4	-10	0
2-3	-2	0,16
2-4	-6	2,24
3-4	-2	0

Исходя из таблиц, можно сделать вывод, что значения совпали, следовательно, данную формулу можно и дальше использовать для проверки решений.

Из-за того, что графическое решения для системы второго порядка получить проще, было решено взять ее в качестве первого примера. Но при рассмотрении данного примера было установлено, что система второго порядка имеет другой вид функции изменения степени устойчивости (присутствует элемент насыщения), что может сказаться на последующем синтезе регулятора.

Рассмотрим также систему третьего порядка с ИХП следующего вида:

$$a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0 + k = 0, \quad (3.18)$$

где $a_3 \in [0,01; 0,05]$, $a_2 \in [0,2; 0,6]$, $a_1 = 1$, $a_0 = 1$,

k – коэффициент регулятора.

Рассмотрим параметрический прямоугольник, образованный интервальными параметрами системы. Он имеет четыре вершины:

- 1) $[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$
- 2) $[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$
- 3) $[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$
- 4) $[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$

Для каждой из этих вершин запишем характеристический полином:

$$0,01 \cdot s^3 + 0,2 \cdot s^2 + s + 1 + k = 0, \quad (3.19)$$

$$0,01 \cdot s^3 + 0,6 \cdot s^2 + s + 1 + k = 0, \quad (3.20)$$

$$0,05 \cdot s^3 + 0,2 \cdot s^2 + s + 1 + k = 0, \quad (3.21)$$

$$0,05 \cdot s^3 + 0,6 \cdot s^2 + s + 1 + k = 0. \quad (3.22)$$

Проведем предварительный анализ системы. Рассчитаем корни ИХП в пакете Mathcad, приняв $k = 0,1$, при помощи функции *polyroots* (таблица 13).

Таблица 13 – Корни ХП системы третьего порядка

Режим	Значения корней		
	s_1	s_2	s_3
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-12,918	-5,547	-1,535
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-58,318	$-0,841 - j1,086$	$-0,841 + j1,086$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	-1,338	$-1,331 - j3,83$	$-1,331 + j3,83$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-10,26	$-0,87 - j1,178$	$-0,87 + j1,178$

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 0,841. Данное расстояние мы будем пытаться увеличить при помощи регулятора.

Построим графики зависимости корней ХП (кубического уравнения) от коэффициента регулятора.

Как известно корни кубического уравнения определяются следующими формулами Кордана:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d + k = 0, \quad (3.23)$$

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a^2}, \quad (3.24)$$

$$q = \frac{2b^3 - 9abc + 27a^2(d+k)}{27a^3}, \quad (3.25)$$

$$Q = \frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}, \quad (3.26)$$

$$\alpha = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}}, \quad (3.27)$$

$$\beta = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}}, \quad (3.28)$$

$$y_1 = \alpha + \beta, \quad (3.29)$$

$$y_{2,3} = -\frac{\alpha+\beta}{2} \pm i \frac{\alpha-\beta}{2} \sqrt{3}, \quad (3.30)$$

где a, b, c, d, k – коэффициенты кубического уравнения;

x – корни кубического уравнения;

y – корни кубического уравнения в канонической форме.

Ближайший к оси корень кубического уравнения f будем определять следующей формулой (Re – функция, выделяющая вещественную часть корня):

$$f(a, b, c, d + k) = \max (Re(y_1(a, b, c, d + k)), Re(y_2(a, b, c, d + k)), Re(y_3(a, b, c, d + k))) \quad (3.31)$$

Построим графики зависимости ближайшего корня ХП (3.31) от коэффициента регулятора k (рис.11).

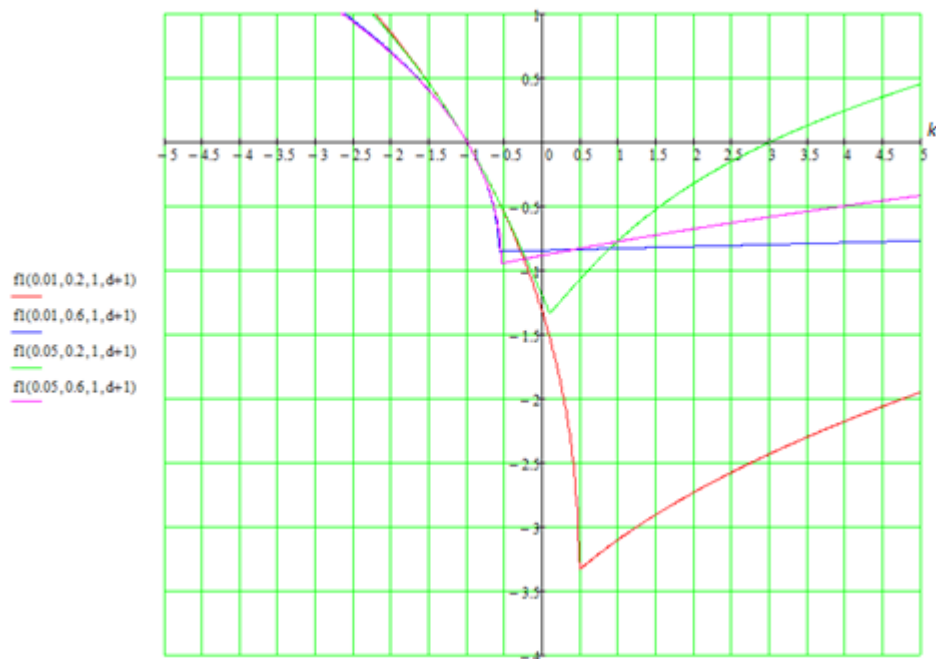


Рисунок 11 – График зависимости ближайшего корня ХП третьего порядка от коэффициента регулятора

Сравним данный графики с графиками степени устойчивости тех же ХП при численном переборе коэффициента k (рис.12).

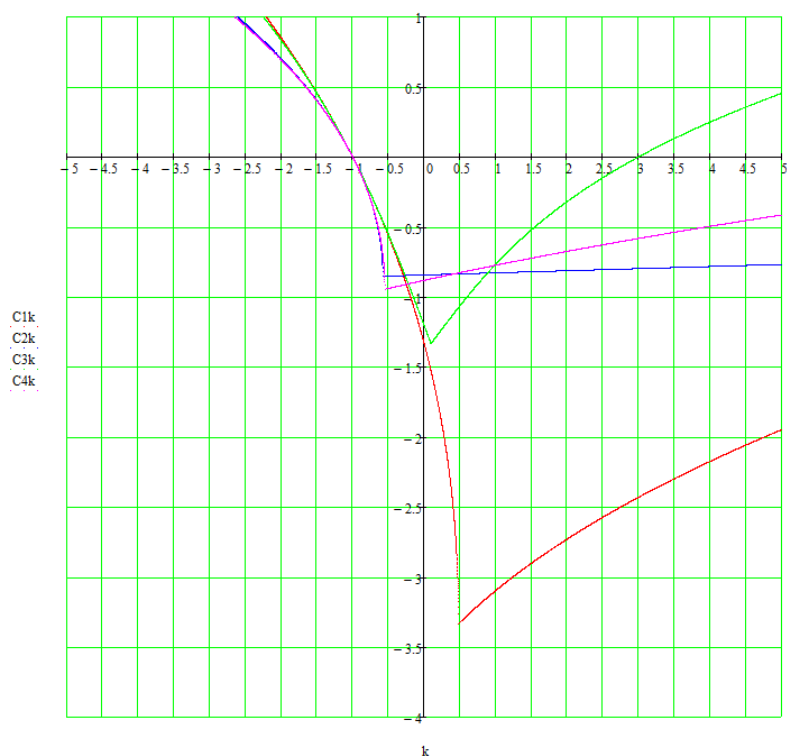


Рисунок 12 – График зависимости степени устойчивости ХП третьего порядка от коэффициента регулятора

Как видно из графиков, они совпадают. Также из графика видно, что искомое решение находится в точке пересечения двух кривых отражающих изменение степени устойчивости в режимах 2 и 3, а не в точке максимума кривой отдельно взятого режима.

Найдем для каждого пересечения двух кривых максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры регулятора. Для этого составим для каждого полинома систему уравнений (3.3).

$$\begin{cases} R2(h, w_2, k) = 0, \\ I2(h, w_2, k) = 0, \\ R1(h, w_1, k) = 0, \\ I1(h, w_1, k) = 0. \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\begin{cases} R3(h, w_3, k) = 0, \\ I3(h, w_3, k) = 0, \\ R1(h, w_1, k) = 0, \\ I1(h, w_1, k) = 0. \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\begin{cases} R4(h, w_4, k) = 0, \\ I4(h, w_4, k) = 0, \\ R1(h, w_1, k) = 0, \\ I1(h, w_1, k) = 0. \end{cases} \quad (3.34)$$

$$\begin{cases} R3(h, w_3, k) = 0, \\ I3(h, w_3, k) = 0, \\ R2(h, w_2, k) = 0, \\ I2(h, w_2, k) = 0. \end{cases} \quad (3.35)$$

$$\begin{cases} R4(h, w_4, k) = 0, \\ I4(h, w_4, k) = 0, \\ R2(h, w_2, k) = 0, \\ I2(h, w_2, k) = 0. \end{cases} \quad (3.36)$$

$$\begin{cases} R4(h, w_4, k) = 0, \\ I4(h, w_4, k) = 0, \\ R3(h, w_3, k) = 0, \\ I3(h, w_3, k) = 0. \end{cases} \quad (3.37)$$

Где $R1(h, w_1, k) = 0,01 \cdot h^3 + 0,2 \cdot h^2 - 0,03 \cdot h \cdot w_1^2 + h - 0,2 \cdot w_1^2 + k + 1$, $I1(h, w_1, k) = w_1 \cdot (0,03 \cdot h^2 + 0,4 \cdot h - 0,01 \cdot w_1^2 + 1)$,
 $R2(h, w_2, k) = 0,01 \cdot h^3 + 0,6 \cdot h^2 - 0,03 \cdot w_2^2 \cdot h + h - 0,6 \cdot w_2^2 + k + 1$,
 $I2(h, w_2, k) = w_2 \cdot (0,03 \cdot h^2 + 1,2 \cdot h - 0,01 \cdot w_2^2 + 1)$, $R3(h, w_3, k) = 0,05 \cdot h^3 + 0,2 \cdot h^2 - 0,15 \cdot h \cdot w_3^2 - 0,2 \cdot w_3^2 + h + k + 1$, $I3(h, w_3, k) = w_3 \cdot (0,15 \cdot h^2 + 0,4 \cdot h - 0,05 \cdot w_3^2 + 1)$, $R4(h, w_4, k) = 0,05 \cdot h^3 + 0,6 \cdot h^2 - 0,15 \cdot h \cdot w_4^2 + h - 0,6 \cdot w_4^2 + k + 1$, $I4(h, w_4, k) = w_4 \cdot (0,15 \cdot h^2 + 1,2 \cdot h - 0,05 \cdot w_4^2 + 1)$.

Решения этих систем уравнений выполнены в Mathcad и приведены в таблице 14.

Таблица 14

Режим	h	k	w_1	w_2
1-2	-0,847	-0,29	0	$\pm 0,71$
1-3	-1,381	0,026	0	$\pm 3,83$
1-4	-0,91	-0,248	0	$\pm 0,81$
2-3	-0,847	-0,266	$\pm 0,74$	0
2-4	-0,837	0,405	1,31	-1,42
3-4	-0,907	-0,221	0	$\pm 0,84$

Подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.19)-(3.22), сформируем матрицы корней ХП при каждом коэффициенте в ПО Mathcad (рис.13).

$$\begin{aligned}
 C1_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 1 \\ 0.2 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) & C3_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 1 \\ 0.2 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right) \\
 C2_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 1 \\ 0.6 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) & C4_i &:= \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ 1 \\ 0.6 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right)
 \end{aligned}$$

Рисунок 13 – Листинг программы для формирования матрицы корней ХП системы третьего порядка с однопараметрическим регулятором

При помощи Программы мы получаем при каком коэффициенте система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 15).

Таблица 15

Режим	Значения корней		
	s_1	s_2	s_3
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-12,43	-6,687	-0,883
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-58,307	$-0,847 - j0,736$	$-0,847 + j0,736$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	-0,847	$-1,576 - j3,853$	$-1,576 + j3,853$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-10,176	$-0,912 - j0,782$	$-0,912 + j0,782$
Коэффициент $k = -0,266$			

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 0,847. Если сравнить полученное расстояние с исходным, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Проверим при помощи простого перебора коэффициентов, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования массива коэффициентов ничем не отличается от стационарной системы и приведен на рисунке 2. Результат выполнения Программы представлен в таблице 16.

Таблица 16 – Результат проверки системы третьего порядка с
однопараметрическим регулятором

Режим	Значения корней		
	s_1	s_2	s_3
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-12,43	-6,687	-0,883
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-58,307	$-0,847 - j0,736$	$-0,847 + j0,736$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	-0,847	$-1,576 - j3,853$	$-1,576 + j3,853$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-10,176	$-0,912 - j0,782$	$-0,912 + j0,782$
Коэффициент $k=-0,266$			

Как видно из таблицы, коэффициенты совпали, расстояние от оси до ближайшего корня осталось неизменным – 0,847, следовательно, коэффициент, полученный данным методом удовлетворяет условию предельной устойчивости.

Вернемся к формуле (3.31), определяющей ближайший корень кубического уравнения. Из данной формулы можно выразить условие точки смены функции, являющейся точкой минимума функции:

$$f(a_0, b_0, c, d + k) = f(a_1, b_1, c, d + k) \quad (3.38)$$

где b_0, a_0 – коэффициенты одного режима;

b_1, a_1 – коэффициенты другого режима;

c, d – коэффициенты ХП;

k – коэффициент регулятора.

Составив и решив системы для всех случаев пересечения двух кривых, сравним полученные результаты (таблица 17) с результатами, полученными методом (таблица 14).

Таблица 17 – Результат проверки коэффициентов регулятора и расстояния до ближайшего корня от оси для системы третьего с однопараметрическим регулятором формулой

Режим	h	k
1-2	-0,847	-0,29
1-3	-1,381	0,026
1-4	-0,91	-0,248
2-3	-0,847	-0,266
2-4	-0,837	0,405
3-4	-0,907	-0,221

Исходя из таблиц, можно сделать вывод, что значения совпали, следовательно, данную формулу можно и дальше использовать для проверки решений.

3.3 Синтез робастного регулятора с двумя настроечными параметрами

Процедура синтеза робастного регулятора с двумя настроечными параметрами будет мало отличаться от предыдущей, и последовательность действий при ее реализации, будет следующей:

- 1) Аналогично, как и при синтезе регулятора с одним настроечным параметром необходимо получение характеристического полинома замкнутой системы, определяющего устойчивость системы и необходимого для ее исследования.
- 2) Графическое исследование, если возможно, чтобы определить место локализации решения (данное исследование позволяет пропустить пункт 3-5).
- 3) Получение условий оптимальности в виде:

$$i = 1 \div 2^m \left\{ \begin{array}{l} R(k1_i, k2_i, \eta_i, \omega_i) = 0; \\ I(k1_i, k2_i, \eta_i, \omega_i) = 0; \\ \frac{\partial R(k1_i, k2_i, \eta_i, \omega_i)}{\partial \eta_i} = 0; \\ \frac{\partial I(k1_i, k2_i, \eta_i, \omega_i)}{\partial \eta_i} = 0. \end{array} \right. \quad (3.39)$$

где $k1_i, k2_i$ – настроечные параметры регулятора в i -том режиме функционирования системы;

η_i – степень устойчивости системы в i -режиме;

ω_i – частотная составляющая;

i – количество режимов (или соответственно количество вершин параметрического многогранника, так как система рассматривается как многорежимная).

4) Разрешив эту систему i -раз относительно одной настройки регулятора (как правило, входящую в более высокую степень ХП), в соответствии с числом режимов функционирования системы, получаем i -уравнений кривых, являющихся в данном случае кривыми максимума одной поверхности (одного режима), обеспечивающих максимальную степень устойчивости системы в каждом отдельно взятом режиме. Для получения данных кривых лучше подходят производные более высоких порядков (таким образом, появляется возможность выразить одно уравнение из другого). Далее выбираем режим с наименьшей степенью устойчивости, то есть наихудший режим функционирования САУ, при фиксированном произвольном настроечном параметре.

5) Теперь, так же, как и при синтезе регулятора с одним настроечным параметром, получив наихудший режим, проверим, какова степень устойчивости системы в остальных режимах функционирования при настройках наихудшего режима. Если во всех других режимах степень устойчивости, при настройках наихудшего режима, выше чем в наихудшем режиме, то процесс синтеза можно считать окончанным, и полученная для наихудшего режима настройка, обеспечит в заданном

интервале варьирования интервально-неопределенных параметров, степень устойчивости системы во всех остальных возможных режимах не меньшую, чем в наихудшем режиме.

- б) Если же, хотя бы в одном из режимов функционирования системы, степень устойчивости при настройках наихудшего режима получается меньшей, чем в наихудшем режиме, то полученный режим не является наихудшим. В этом случае, наихудший режим будет находиться в точке максимума кривой пересечения двух поверхностей (теперь зависимость степени устойчивости от настроек регулятора отображается в трехмерном пространстве k_1, k_2, η), отражающих изменение степени устойчивости системы с изменением параметров настройки регулятора в двух различных режимах. Снова, как и в предыдущем случае, встает проблема определения тех двух поверхностей, которые дадут точку пересечения, настройки регулятора в которой обеспечат максимально возможную степень устойчивости в этих двух режимах, и кроме того, во всех возможных режимах функционирования системы обеспечат степень устойчивости не ниже, чем в точке максимума кривой пересечения этих двух поверхностей. Графический способ становится практически непригодным, так как процедура построения поверхностей и нахождения максимумов всех кривых пересечения оказывается непомерно сложной. Поэтому необходимо обращение к численным методам, как утверждалось при описании процедуры синтеза регулятора с одним настроечным параметром, найти точку пересечения двух поверхностей, можно найти решением совместной для двух поверхностей системой уравнений вида:

$$\begin{cases} R(k1, k2, \eta, \omega_1) = 0; \\ I(k1, k2, \eta, \omega_1) = 0; \\ R(k1, k2, \eta, \omega_2) = 0; \\ I(k1, k2, \eta, \omega_2) = 0; \\ \frac{\partial R(k1, k2, \eta, \omega_2)}{\partial \eta} = 0. \end{cases} \quad (3.40)$$

где $R(k1, k2, \eta, \omega_1)$, $I(k1, k2, \eta, \omega_1)$ – вещественная и мнимая составляющие характеристического полинома, описывающего один режим;

$R(k1, k2, \eta, \omega_2)$, $I(k1, k2, \eta, \omega_2)$ – вещественная и мнимая составляющие характеристического полинома, описывающего второй режим.

В данном случае если мы берем производную второго режима, то мы также должны будем взять, при рассмотрении этого же случая, производную первого режима. Таким образом, в случае с двумя настроечными параметрами, будет в 2 раза больше систем при пересечении, чем в случае с одним настроечным параметром, каждая из которых будет давать одно уравнение кривой пересечения поверхностей.

Таким образом, необходимо исследовать все пересечения, и из всех полученных уравнений кривых выбрать ту, настройки в которой дадут наибольшую степень устойчивости, при условии обеспечения более высокой степени устойчивости во всех остальных режимах. Получив такую кривую, процесс синтеза регулятора можно считать окончанным, так как настройки регулятора, полученные в этой точке, дадут во всех возможных режимах функционирования системы степень устойчивости не меньшую, чем в этой точке, предполагающей наихудший режим.

3.3.1 Примеры

Вернемся к системе второго порядка приведенной в пункте (3.1). Проверим, можно ли улучшить данную систему добавив дополнительный настроечный параметр в регулятор. ИХП примет следующий вид:

$$a_2 \cdot s^2 + (a_1 + k_{\Pi}) \cdot s + a_0 + k_{\Pi} = 0, \quad (3.41)$$

А четыре граничных полинома (3.5-3.8) примут следующий вид:

$$0,01 \cdot s^2 + (0,2 + k_{\Pi}) \cdot s + 1 + k_{\Pi} = 0, \quad (3.42)$$

$$0,01 \cdot s^2 + (0,6 + k_{\Pi}) \cdot s + 1 + k_{\Pi} = 0, \quad (3.43)$$

$$0,05 \cdot s^2 + (0,2 + k_{\Pi}) \cdot s + 1 + k_{\Pi} = 0, \quad (3.44)$$

$$0,05 \cdot s^2 + (0,6 + k_{\Pi}) \cdot s + 1 + k_{\Pi} = 0. \quad (3.45)$$

Построим графики зависимости ближайшего корня ХП от коэффициентов регулятора (рис.14).

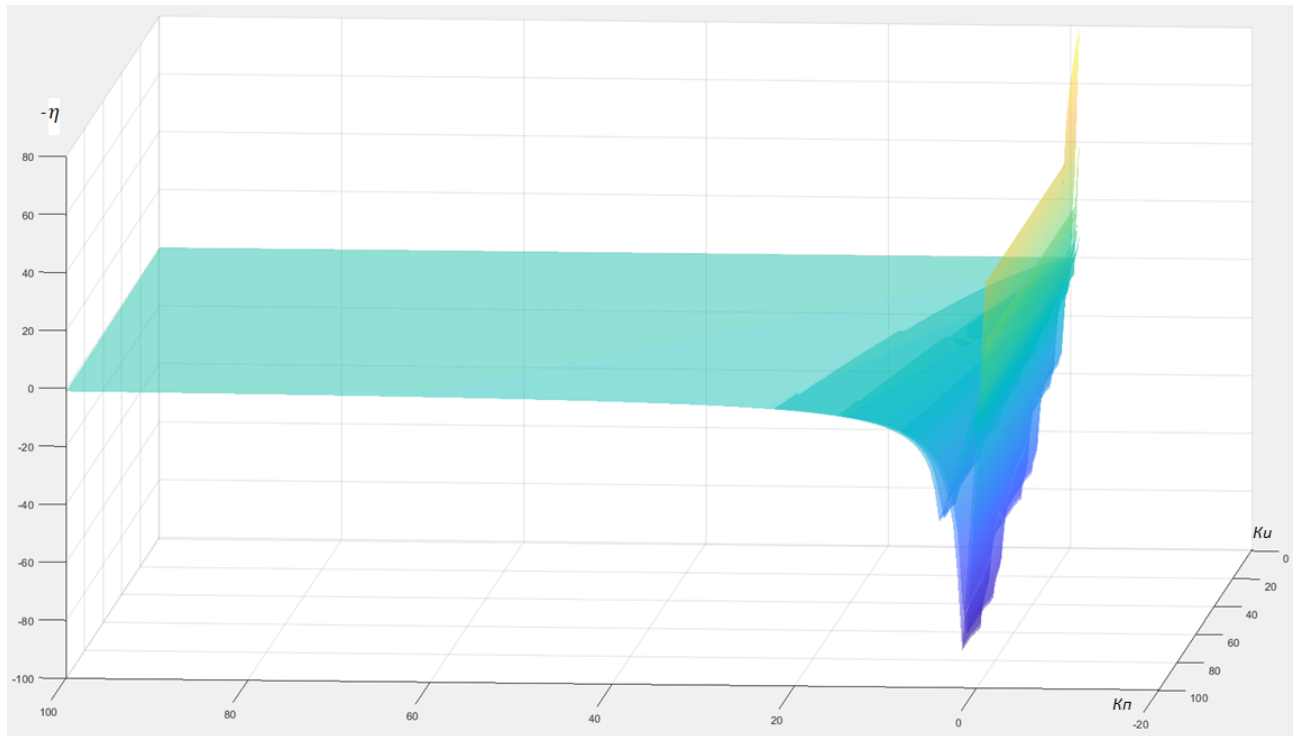


Рисунок 14 – График зависимости ближайшего корня ХП второго порядка от коэффициентов двухпараметрическим регулятора

Как видно из графиков, нельзя точно определить где находится искомое решение, поэтому необходимо составить решения как для случаев пересечения двух кривых, так и для случаев, когда решение принадлежит одной конкретной кривой-режиму.

Найдем для каждой вершины максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры ПИ-регулятора. Для этого составим для каждого полинома систему уравнений (3.39).

$$\begin{cases} I1(h, w_1, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0, \\ R1(h, w_1, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0, \\ \frac{\partial R1(h, w_1, k_{\Pi}, k_{\Pi})}{\partial h} = 0. \end{cases} \quad (3.46)$$

$$\begin{cases} I2(h, w_2, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0, \\ R2(h, w_2, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0, \\ \frac{\partial R2(h, w_2, k_{\Pi}, k_{\text{и}})}{\partial h} = 0. \end{cases} \quad (3.47)$$

$$\begin{cases} I3(h, w_3, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0, \\ R3(h, w_3, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0, \\ \frac{\partial R3(h, w_3, k_{\Pi}, k_{\text{и}})}{\partial h} = 0. \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\begin{cases} I4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0, \\ R4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0, \\ \frac{\partial R4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\text{и}})}{\partial h} = 0. \end{cases} \quad (3.49)$$

Где

$$R1(h, w_1, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) =$$

$$0,01 \cdot h^2 + (k_{\Pi} + 0,2) \cdot h - 0,01 \cdot w_1^2 + k_{\text{и}} + 1, \quad I1(h, w_1, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = w_1 \cdot$$

$$(0,02 \cdot h + k_{\Pi} + 0,2), \quad R2(h, w_2, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0,01 \cdot h^2 + (k_{\Pi} + 0,6) \cdot h - 0,01 \cdot$$

$$w_2^2 + k_{\text{и}} + 1, \quad I2(h, w_2, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = w_2 \cdot (0,02 \cdot h + k_{\Pi} + 0,6), \quad R3(h, w_3, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) =$$

$$0,05 \cdot h^2 + (0,2 + k_{\Pi}) \cdot h - 0,05 \cdot w_3^2 + k_{\text{и}} + 1, \quad I3(h, w_3, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = w_3 \cdot$$

$$(0,1 \cdot h + k_{\Pi} + 0,2), \quad R4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = 0,05 \cdot h^2 + (0,6 + k_{\Pi}) \cdot h - 0,05 \cdot w_4^2 +$$

$$k_{\text{и}} + 1, \quad R4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\text{и}}) = w_4 \cdot (0,1 \cdot h + k_{\Pi} + 0,6).$$

Решения этих систем уравнений выполнены в Mathcad и приведены в таблице 18.

Таблица 18 – Коэффициенты регулятора для системы второго порядка с двухпараметрическим регулятором в случае вершин

Режим	h	k_{Π}	w_i
1	$-50k_{\Pi} - 10$	$0,2 \cdot \sqrt{k_{\text{и}} + 1} - 0,2$	0
2	$-50k_{\Pi} - 30$	$0,2 \cdot \sqrt{k_{\text{и}} + 1} - 0,6$	0
3	$-10k_{\Pi} - 2$	$0,1 \cdot \sqrt{20k_{\text{и}} + 20} - 0,2$	0
4	$-10k_{\Pi} - 6$	$0,1 \cdot \sqrt{20k_{\text{и}} + 20} - 0,6$	0

Подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.42)-(3.45) и приняв $k_{и} = 5$, сформируем матрицы корней ХП при каждом коэффициенте в ПО Mathcad (рис.15).

$$C1_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.2 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) \quad C3_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.2 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right)$$

$$C2_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.6 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) \quad C4_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.6 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right)$$

Рисунок 15 – Листинг программы для формирования матрицы корней ХП системы второго порядка с двухпараметрическим регулятором

При помощи Программы мы получаем при каких коэффициентах система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 19).

Таблица 19 – Результат выполнения программы для системы второго порядка с двухпараметрическим регулятором

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-59,452	-10,092
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-103,762	-5,782
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-6,954 - j8,464$	$-6,954 + j8,464$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-10,954	-10,954
Коэффициенты: $k_{п}=0,495, k_{и} = 5$		

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 5,782. Если сравнить полученное расстояние с тем, которое получили при помощи

однопараметрического регулятора, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Найдем для каждого пересечения двух кривых максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры регулятора. Для этого составим для каждого полинома систему уравнений (3.40).

$$\begin{cases} R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}) = 0. \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\begin{cases} R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}) = 0. \end{cases} \quad (3.51)$$

$$\begin{cases} R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}) = 0. \end{cases} \quad (3.52)$$

$$\begin{cases} R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}) = 0. \end{cases} \quad (3.53)$$

$$\begin{cases} R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}) = 0. \end{cases} \quad (3.54)$$

$$\begin{cases} R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}) = 0, \\ I4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}) = 0. \end{cases} \quad (3.55)$$

Где $R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}) = 0,01 \cdot h^2 + (k_{\pi} + 0,2) \cdot h - 0,01 \cdot w_1^2 + k_{и} + 1$,
 $R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}) = 0,01 \cdot h^2 + (k_{\pi} + 0,6) \cdot h - 0,01 \cdot w_2^2 + k_{и} + 1$,
 $R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}) = 0,05 \cdot h^2 + (0,2 + k_{\pi}) \cdot h - 0,05 \cdot w_3^2 + k_{и} + 1$,
 $R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}) = 0,05 \cdot h^2 + (0,6 + k_{\pi}) \cdot h - 0,05 \cdot w_4^2 + k_{и} + 1$.

Решения этих систем уравнений выполнены в Mathcad.

Подставим данные коэффициенты в четыре ХП (3.42)-(3.45) и примем $k_{\text{и}} = 5$. При помощи Программы мы получаем при каких коэффициентах система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 20).

Таблица 20 – Результат выполнения программы для системы второго порядка с двухпараметрическим регулятором

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-50,525	-11,875
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-96,16	-6,24
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-6,24 - j9,003$	$-6,24 + j9,003$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	$-10,24 - j3,891$	$-10,24 + j3,891$
Коэффициенты: $k_{\text{п}}=0,424, k_{\text{и}} = 5$		

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 6,24. Если сравнить полученное расстояние с тем, которое получили в вершинах, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Проверим при помощи простого перебора коэффициента $k_{\text{п}}$, при фиксированном $k_{\text{и}}$, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования массива коэффициентов ничем не отличается от стационарной системы и приведен на рисунке 2. Результат выполнения программы проверки представлен в таблице 21.

Таблица 21 – Результат проверки системы второго порядка с двухпараметрическим регулятором

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-50,525	-11,875
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-96,16	-6,24
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-6,24 - j9,003$	$-6,24 + j9,003$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	$-10,24 - j3,891$	$-10,24 + j3,891$
Коэффициенты: $k_{\pi}=0,424, k_{и} = 5$		

Как видно из таблицы, коэффициенты совпали, расстояние от оси до ближайшего корня осталось неизменным – 6,24, следовательно, коэффициент, полученный данным методом удовлетворяет условию предельной устойчивости.

Модифицировав формулу (3.17) для двухпараметрического регулятора, выполним проверку нашего решения. Формула для двухпараметрического регулятора примет следующий вид:

$$\frac{-(b_0 + k_{\pi}) + \sqrt{(b_0 + k_{\pi})^2 - 4a_0(c + k_{и})}}{2a_0} = \frac{-(b_1 + k_{\pi}) - \sqrt{(b_1 + k_{\pi})^2 - 4a_1(c + k_{и})}}{2a_1} \quad (3.56)$$

где b_0, a_0 – коэффициенты одного режима;

b_1, a_1 – коэффициенты другого режима;

c – коэффициент ХП;

$k_{\pi}, k_{и}$ – коэффициенты регулятора.

Составив и решив системы для всех случаев пересечения двух кривых, сравним полученные результаты (примем $k_{и} = 5$, чтобы

системы возможно было разрешить) с результатами, полученными методом (таблица 22).

Таблица 22

Режим	k_{Π} полученные методом	k_{Π} полученные формулой
1-2	0,033	0,032
1-3	0,617	0,616
1-4	0,468	0,468
3-2	0,424	0,424
3-4	0,566	0,566
4-2	0,217	0,216

Исходя из таблиц, можно сделать вывод, что значения, полученные формулой близки к значениям, полученным методом, это может быть связано с погрешностью при расчетах в ПО Mathcad, так как системы решаются численно. Подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.42)-(3.45) при помощи Программы мы получаем при каких коэффициентах система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 23).

Таблица 23

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-50,525	-11,875
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-96,16	-6,24
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-6,24 - j9,003$	$-6,24 + j9,003$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	$-10,24 - j3,891$	$-10,24 + j3,891$
Коэффициенты: $k_{\pi}=0,424, k_{и} = 5$		

Исходя из таблиц, можно сделать вывод, что значения совпали, следовательно, коэффициент, полученный данным методом удовлетворяет условию предельной устойчивости.

Вернемся к системе третьего порядка приведенной в пункте (3.1). Проверим, можно ли улучшить данную систему добавив дополнительный настроечный параметр в регулятор. ИХП примет следующий вид:

$$a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + (a_1 + k_{\pi}) \cdot s + a_0 + k_{и} = 0, \quad (3.57)$$

А четыре граничных полинома (3.24-3.27) примут следующий вид:

$$0,01 \cdot s^3 + 0,2 \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{и} = 0, \quad (3.58)$$

$$0,01 \cdot s^3 + 0,6 \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{и} = 0, \quad (3.59)$$

$$0,05 \cdot s^3 + 0,2 \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{и} = 0, \quad (3.60)$$

$$0,05 \cdot s^3 + 0,6 \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{и} = 0. \quad (3.61)$$

Построим графики зависимости ближайшего корня ХП от коэффициентов регулятора (рис.16).

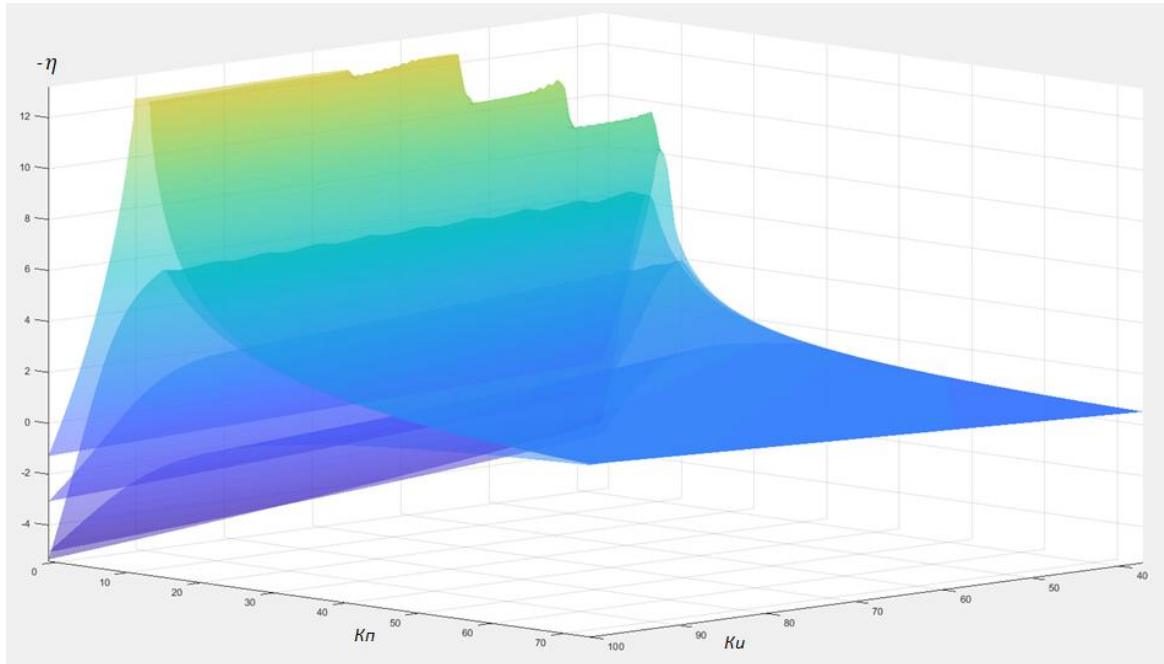


Рисунок 16 – График зависимости ближайшего корня ХП третьего порядка от коэффициента регулятора

Из графика видно, что искомым решением является линия, принадлежащая 3 режиму, то есть ХП (3.60), следовательно, необходимо искать уравнение линии данного ХП, определяющего максимум поверхности.

Построим проекции данных поверхностей и саму поверхность для проверки данного утверждения (рис.17-19).

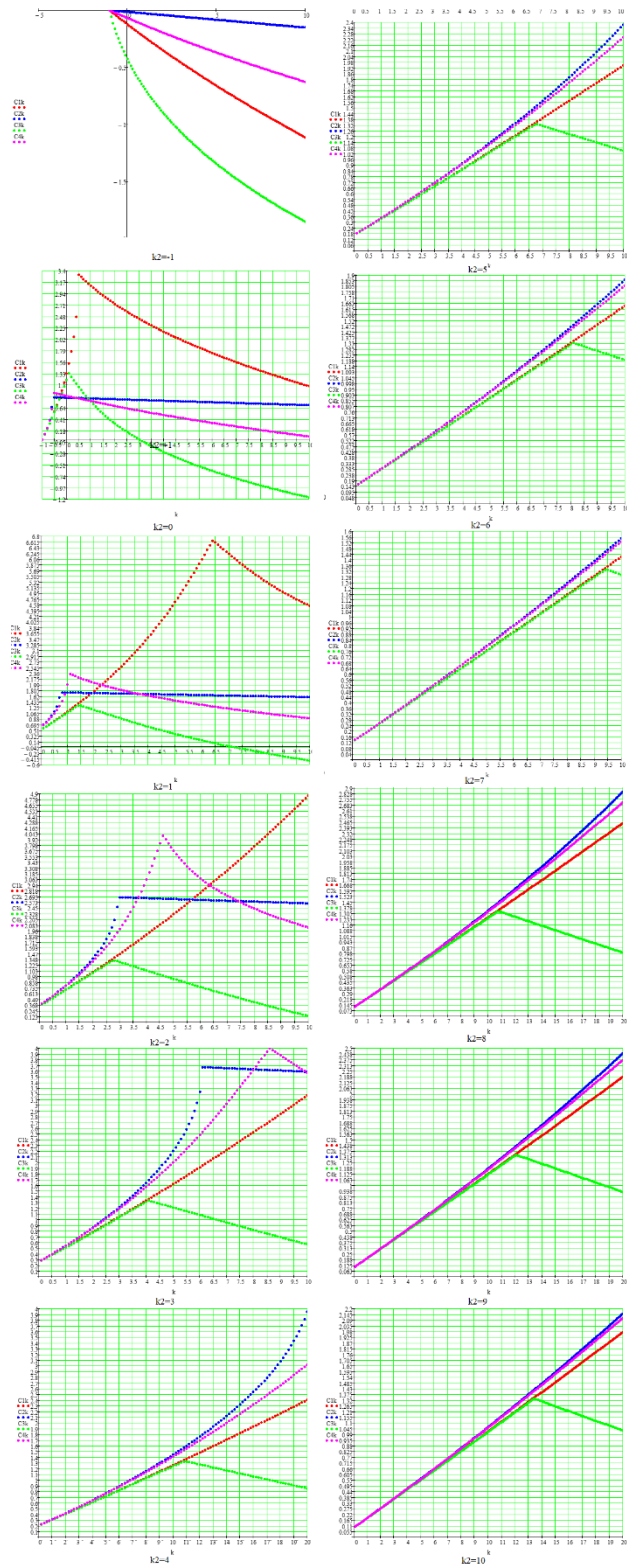


Рисунок 17 – Проекции поверхности при фиксированном k_2

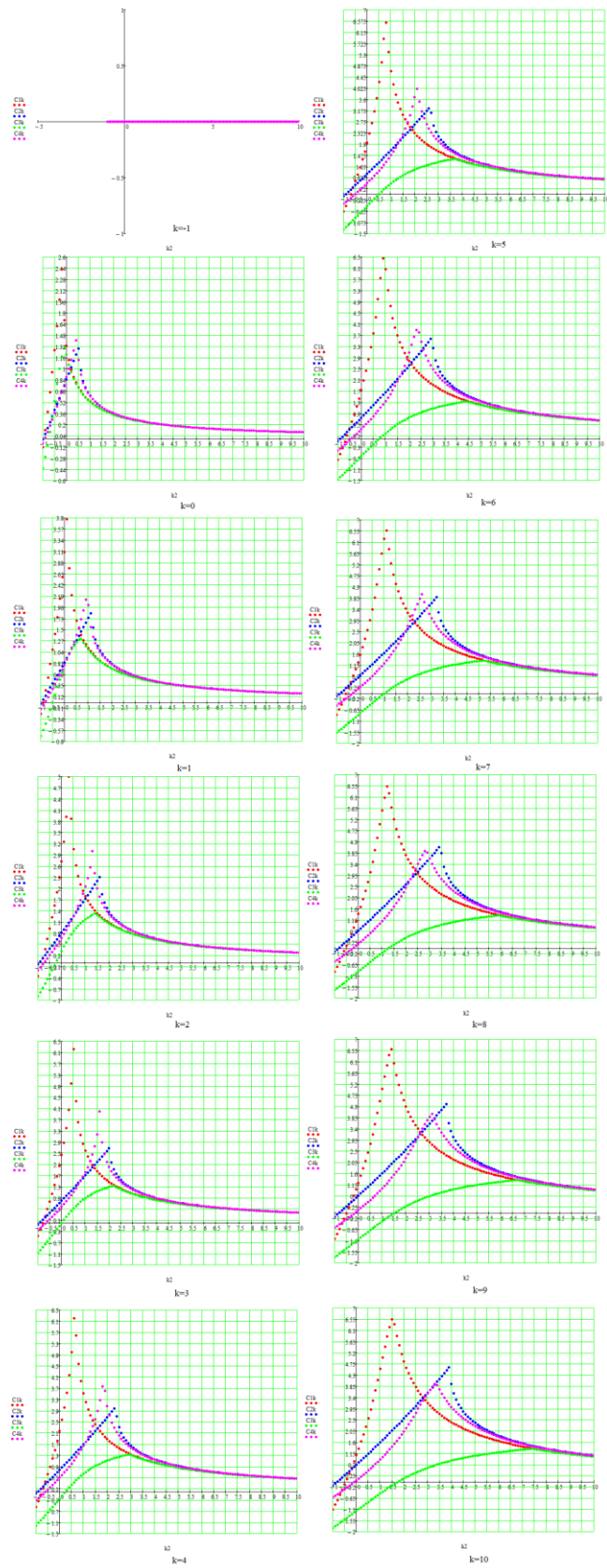


Рисунок 18 – Проекция поверхности при фиксированном k

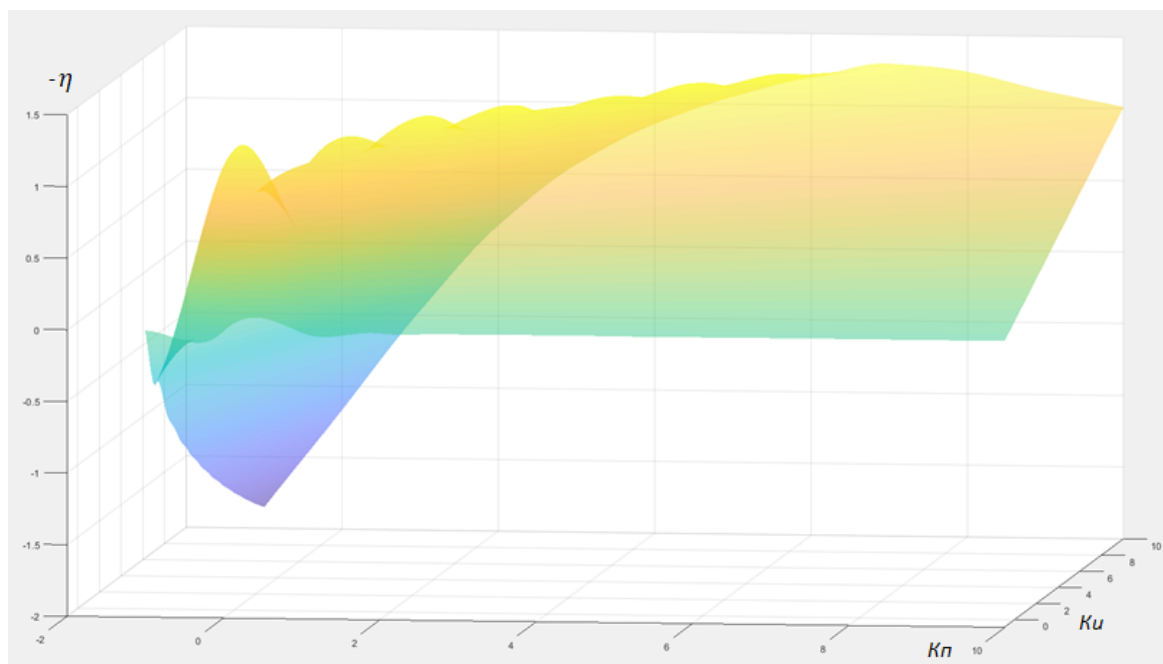


Рисунок 19 – Поверхность ХП 3.60

Как видно из рисунков, предположение о том, что искомое решение находится в ХП (3.60) оказалось верным. Теоретически, мы можем ограничиться только одной системой, но проверим каждую вершину

Найдем для каждой вершины максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры ПИ-регулятора. Для этого составим для каждого полинома систему уравнений (3.39).

$$\begin{cases} I1(h, w_1, k_{\pi}, k_{\kappa}) = 0, \\ R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{\kappa}) = 0, \\ \frac{\partial^2 R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{\kappa})}{\partial h^2} = 0. \end{cases} \quad (3.62)$$

$$\begin{cases} I2(h, w_2, k_{\pi}, k_{\kappa}) = 0, \\ R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{\kappa}) = 0, \\ \frac{\partial^2 R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{\kappa})}{\partial h^2} = 0. \end{cases} \quad (3.63)$$

$$\begin{cases} I3(h, w_3, k_{\pi}, k_{\kappa}) = 0, \\ R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{\kappa}) = 0, \\ \frac{\partial^2 R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{\kappa})}{\partial h^2} = 0. \end{cases} \quad (3.64)$$

$$\begin{cases} I4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0, \\ R4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0, \\ \frac{\partial^2 R4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\Pi})}{\partial h^2} = 0. \end{cases} \quad (3.65)$$

Где $R1(h, w_1, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0,01 \cdot h^3 + 0,2 \cdot h^2 + (-0,03 \cdot w_1^2 + k_{\Pi} + 1) \cdot h - 0,2 \cdot w_1^2 + k_{\Pi} + 1$, $I1(h, w_1, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = w_1 \cdot (0,03 \cdot h^2 + 0,4 \cdot h - 0,01 \cdot w_1^2 + k_{\Pi} + 1)$, $R2(h, w_2, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0,01 \cdot h^3 + 0,6 \cdot h^2 + (-0,03 \cdot w_2^2 + k_{\Pi} + 1) \cdot h - 0,6 \cdot w_2^2 + k_{\Pi} + 1$, $I2(h, w_2, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = w_2 \cdot (0,03 \cdot h^2 + 1,2 \cdot h - 0,01 \cdot w_2^2 + k_{\Pi} + 1)$, $R3(h, w_3, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0,05 \cdot h^3 + 0,2 \cdot h^2 + (-0,15 \cdot w_3^2 + k_{\Pi} + 1) \cdot h - 0,2 \cdot w_3^2 + k_{\Pi} + 1$, $I3(h, w_3, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = w_3 \cdot (0,15 \cdot h^2 + 0,4 \cdot h - 0,05 \cdot w_3^2 + k_{\Pi} + 1)$, $R4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = 0,05 \cdot h^3 + 0,6 \cdot h^2 + (-0,15 \cdot w_4^2 + k_{\Pi} + 1) \cdot h - 0,6 \cdot w_4^2 + k_{\Pi} + 1$, $I4(h, w_4, k_{\Pi}, k_{\Pi}) = w_4 \cdot (0,15 \cdot h^2 + 1,2 \cdot h - 0,05 \cdot w_4^2 + k_{\Pi} + 1)$.

Решения этих систем уравнений выполнены в Mathcad и приведены в таблице 24.

Таблица 24 – Коэффициенты регулятора для системы третьего порядка с двухпараметрическим регулятором в случае вершин

Режим	h	k_{Π}	w_i
1	-6,6667	$0,15k_{\Pi} + 0,0389$	0
2	-20	$0,05k_{\Pi} + 7,05$	0
3	-1,3333	$0,75k_{\Pi} + 0,0722$	0
4	-4	$0,25k_{\Pi} + 0,85$	0

Подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.58)-(3.61) и приняв $k_{\Pi}=5$, сформируем матрицы корней ХП при каждом коэффициенте в ПО Mathcad (рис.20).

$$C1_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.2 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) \quad C2_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.6 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right)$$

$$C3_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.2 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right) \quad C4_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.6 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right)$$

Рисунок 20 – Листинг программы для формирования матрицы корней
ХП системы третьего порядка с двухпараметрическим регулятором

При помощи Программы мы получаем при каких коэффициентах система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 25).

Таблица 25 – Результат выполнения программы для системы третьего
порядка с двухпараметрическим регулятором

Режим	Значения корней		
	s_1	s_2	s_3
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-1,3559	$-9,322 - j18,8573$	$-9,322 + j18,8573$
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-1,60373	-7,32571	-51,07056
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	-1,3333	$-1,3333 - j9,3927$	$-1,3333 + j9,3927$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-1,5515	$-5,2243 - j7,0748$	$-5,2243 + j7,0748$
Коэффициенты: $k_{\Pi}=3,6778, k_{\Pi} = 5$			

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 1,3333. Если сравнить полученное расстояние со значением, полученным при помощи однопараметрического регулятора, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Проверим при помощи простого перебора коэффициентов, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования массива коэффициентов ничем не отличается от стационарной системы и приведен на рисунке 2. Результат выполнения программы проверки представлен в таблице 26.

Таблица 26 – Результат проверки системы третьего порядка с двухпараметрическим регулятором

Режим	Значения корней		
	s_1	s_2	s_3
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-1,3561	$-9,322 - j18,8366$	$-9,322 + j18,8366$
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-1,60462	-7,30688	-51,0885
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	-1,3334	$-1,3333 - j9,3844$	$-1,3333 + j9,3844$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-1,5521	$-5,2239 - j7,0636$	$-5,2243 + j7,0636$
Коэффициенты: $k_{\Pi}=3,678, k_{\Pi} = 5$			

Как видно из таблицы, мы получили другие коэффициенты регулятора, но расстояние от оси до ближайшего корня – 1,3333. Данное значение совпадает со значением полученным методом, так что различия в коэффициентах являются небольшой погрешностью в расчетах.

Вернемся к формулам (3.29)-(3.30), определяющие корни кубического уравнения. Из данных формул можно выразить условие пересечения функций:

$$Re(y_1(a_0, b_0, c + k_{\Pi}, d + k_{\Pi})) = Re(y_3(a_1, b_1, c + k_{\Pi}, d + k_{\Pi})) \quad (3.66)$$

где b_0, a_0 – коэффициенты одного режима;

b_1, a_1 – коэффициенты другого режима;

c, d – коэффициенты ХП;

k_{Π}, k_{Π} – коэффициенты регулятора.

Составив и решив системы для всех вершин, сравним полученные результаты (примем $k_{\Pi} = 5$, чтобы системы возможно было разрешить) с результатами, полученными методом (таблица 27).

Таблица 27

Режим	k_{Π} полученные методом	k_{Π} полученные формулой
1	0,789	0,789
2	7,3	2,689
3	3,6778	3,6778
4	2,1	2,1

Исходя из таблиц, можно сделать вывод, что значения совпали, следовательно, данную формулу можно и дальше использовать для проверки решений. Проверив новое решение на максимальность, было установлено, что решения полученное методом – максимальное.

3.4 Синтез робастного регулятора с тремя настроечными параметрами

Процедура синтеза робастного регулятора с тремя настроечными параметрами будет мало отличаться от предыдущей, и последовательность действий при ее реализации, будет следующей:

- 1) Аналогично, как и при синтезе регулятора с одним настроечным параметром необходимо получение характеристического

полинома замкнутой системы, определяющего устойчивость системы и необходимого для ее исследования.

2) Получение условий оптимальности в виде:

$$i = 1 \div 2^m \left\{ \begin{array}{l} R(X_i, Y_i, Z_i, \eta_i, \omega_i) = 0; \\ I(X_i, Y_i, Z_i, \eta_i, \omega_i) = 0; \\ \frac{\partial R(X_i, Y_i, Z_i, \eta_i, \omega_i)}{\partial \eta_i} = 0; \\ \frac{\partial I(X_i, Y_i, Z_i, \eta_i, \omega_i)}{\partial \eta_i} = 0; \\ \frac{\partial^2 I(X_i, Y_i, Z_i, \eta_i, \omega_i)}{\partial \eta_i^2} = 0. \end{array} \right. \quad (3.67)$$

где X_i, Y_i, Z_i – настроечные параметры регулятора в i -том режиме функционирования системы;

η_i – степень устойчивости системы в i -режиме,;

ω_i – частотная составляющая;

i – количество режимов (или соответственно количество вершин параметрического многогранника, так как система рассматривается как многорежимная).

3) Разрешив эту систему i -раз относительно двух настроек регулятора (как правило, входящих в более высокую степень в ХП), в соответствии с числом режимов функционирования системы, получаем $2i$ -уравнений поверхностей, являющихся в данном случае поверхностями максимума одного режима, обеспечивающих максимальную степень устойчивости системы в каждом из режимов. Для получения данных поверхностей лучше подходят производные более высоких порядков (таким образом, появляется возможность выразить одно уравнение из другого). Далее выбираем режим с наименьшей степенью устойчивости, то

есть наихудший режим функционирования САУ, при фиксированном произвольном настроечном параметре.

- 4) Теперь, так же, как и при синтезе регулятора с одним настроечным параметром, получив наихудший режим, проверим, какова степень устойчивости системы в остальных режимах функционирования при настройках наихудшего режима. Если во всех других режимах степень устойчивости, при настройках наихудшего режима, выше чем в наихудшем режиме, то процесс синтеза можно считать оконченным, и полученная для наихудшего режима настройка, обеспечит в заданном интервале варьирования интервально-неопределенных параметров, степень устойчивости системы во всех остальных возможных режимах не меньшую, чем в наихудшем режиме.
- 5) Если же, хотя бы в одном из режимов функционирования системы, степень устойчивости при настройках наихудшего режима получается меньшей, чем в наихудшем режиме, то полученный режим не является наихудшим. В этом случае, наихудший режим будет находиться в точке максимума поверхностей пересечения двух режимов (теперь зависимость степени устойчивости от настроек регулятора отображается в четырехмерном пространстве X, Y, Z, η), отражающих изменение степени устойчивости системы с изменением параметров настройки регулятора в двух различных режимах. Снова, как и в предыдущем случае, встает проблема определения тех двух режимов, которые дадут точку пересечения, настройки регулятора в которой, обеспечат максимально возможную степень устойчивости в этих двух режимах, и кроме того, во всех

возможных режимах функционирования системы обеспечат более высокую степень устойчивости, чем в точке максимума кривой пересечения этих двух режимов. Графический способ становится непригодным. Поэтому необходимо обращение к численным методам, как утверждалось при описании процедуры синтеза регулятора с одним настроечным параметром, найти точку пересечения двух режимов, можно найти решением совместной для двух режимов системой уравнений вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} R(X, Y, \eta, \omega_1) = 0; \\ I(X, Y, \eta, \omega_1) = 0; \\ R(X, Y, \eta, \omega_2) = 0; \\ I(X, Y, \eta, \omega_2) = 0; \\ \frac{\partial R(X, Y, \eta, \omega_2)}{\partial \eta} = 0\#; \\ \frac{\partial I(X, Y, \eta, \omega_2)}{\partial \eta} = 0. \end{array} \right. \quad (3.68)$$

где $R(X, Y, \eta, \omega_1)$, $I(X, Y, \eta, \omega_1)$ – вещественная и мнимая составляющие характеристического полинома, описывающего один режим;

$R(X, Y, \eta, \omega_2)$, $I(X, Y, \eta, \omega_2)$ – вещественная и мнимая составляющие характеристического полинома, описывающего второй режим.

В данном случае если мы берем производные второго режима, то мы также должны будем взять, при рассмотрении этого же случая, производные первого режима. Таким образом, в случае с тремя настроечными параметрами, будет в 2 раза больше систем при пересечениях, чем в случае с двумя настроечным параметром, каждая из которых будет давать два уравнения поверхности пересечения режимов (согласно числу зависимых настроек регулятора).

Таким образом, необходимо исследовать все пересечения, и из всех полученных уравнений поверхностей выбрать ту, настройки в которой дадут наибольшую степень устойчивости, при условии обеспечения более высокой степени устойчивости во всех остальных режимах. Получив такую поверхность, процесс синтеза регулятора можно считать окончанным, так как настройки регулятора, полученные в этой точке, дадут во всех возможных режимах функционирования системы степень устойчивости не меньшую, чем в этой точке, предполагающей наихудший режим.

3.4.1 Примеры

Вернемся к системе второго порядка приведенной в пункте (3.1). Проверим, можно ли улучшить данную систему добавив дополнительный настроечный параметр в регулятор. ИХП примет следующий вид:

$$(a_2 + k_d) \cdot s^2 + (a_1 + k_p) \cdot s + a_0 + k_i = 0, \quad (3.69)$$

А четыре граничных полинома (3.5-3.8) примут следующий вид:

$$(0,01 + k_d) \cdot s^2 + (0,2 + k_p) \cdot s + 1 + k_i = 0, \quad (3.70)$$

$$(0,01 + k_d) \cdot s^2 + (0,6 + k_p) \cdot s + 1 + k_i = 0, \quad (3.71)$$

$$(0,05 + k_d) \cdot s^2 + (0,2 + k_p) \cdot s + 1 + k_i = 0, \quad (3.72)$$

$$(0,05 + k_d) \cdot s^2 + (0,6 + k_p) \cdot s + 1 + k_i = 0. \quad (3.73)$$

Найдем для каждой вершины максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры ПИД-регулятора. Для этого составим для каждого полинома систему уравнений (3.67).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R1(h, w_1, k_p, k_i, k_d)}{\partial h^2} = 0, \\ \frac{\partial R1(h, w_1, k_p, k_i, k_d)}{\partial h} = 0, \\ R1(h, w_1, k_p, k_i, k_d) = 0. \end{cases} \quad (3.74)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}, k_{д})}{\partial h^2} = 0, \\ \frac{\partial R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}, k_{д})}{\partial h} = 0, \\ R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}, k_{д}) = 0. \end{cases} \quad (3.75)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}, k_{д})}{\partial h^2} = 0, \\ \frac{\partial R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}, k_{д})}{\partial h} = 0, \\ R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}, k_{д}) = 0. \end{cases} \quad (3.76)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}, k_{д})}{\partial h^2} = 0, \\ \frac{\partial R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}, k_{д})}{\partial h} = 0, \\ R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}, k_{д}) = 0. \end{cases} \quad (3.77)$$

Где $R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{и}, k_{д}) = (0,01 + k_{д}) \cdot h^2 + (k_{\pi} + 0,2) \cdot h - (0,01 + k_{д}) \cdot w_1^2 + k_{и} + 1$, $R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{и}, k_{д}) = (0,01 + k_{д}) \cdot h^2 + (k_{\pi} + 0,6) \cdot h - (0,01 + k_{д}) \cdot w_2^2 + k_{и} + 1$, $R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{и}, k_{д}) = (0,05 + k_{д}) \cdot h^2 + (0,2 + k_{\pi}) \cdot h - (0,05 + k_{д}) \cdot w_3^2 + k_{и} + 1$, $R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{и}, k_{д}) = (0,05 + k_{д}) \cdot h^2 + (0,6 + k_{\pi}) \cdot h - (0,05 + k_{д}) \cdot w_4^2 + k_{и} + 1$.

Решения этих систем уравнений выполнены в Mathcad и приведены в таблице 28.

Таблица 28 – Коэффициенты регулятора для системы второго порядка с трехпараметрическим регулятором в случае вершин

Режим	$k_{и}$	k_{π}	$k_{д}$
1	-1	-0,2	-0,01
2	-1	-0,6	-0,01
3	-1	-0,2	-0,05
4	-1	-0,6	-0,05

Как видно из таблицы, данные решения не имеют смысла (подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.70)-(3.73), получаем тождественное равенство нулю). Из этого можно сделать вывод, что

нельзя синтезировать ПИД-регулятор максимальной степени устойчивости для системы второго порядка данным методом.

Модифицировав формулу (3.56) для трехпараметрического регулятора, выполним проверку нашего решения. Формула для трехпараметрического регулятора примет следующий вид:

$$\frac{-(b_0 + k_n) + \sqrt{(b_0 + k_n)^2 - 4(a_0 + k_d)(c + k_n)}}{2(a_0 + k_d)} = \frac{-(b_1 + k_n) - \sqrt{(b_1 + k_n)^2 - 4(a_1 + k_d)(c + k_n)}}{2(a_1 + k_d)} \quad (3.78)$$

где b_0, a_0 – коэффициенты одного режима;

b_1, a_1 – коэффициенты другого режима;

c – коэффициент ХП;

$k_n, k_{и}, k_d$ – коэффициенты регулятора.

Составив и решив системы для всех случаев пересечения двух кривых получим коэффициент k_d регулятора, рассчитанные для трехпараметрического регулятора (таблица 29).

Таблица 29

Режим	k_d	k_n	$k_{и}$
1-3	0,021	0,616	5
3-2	$2,541 \cdot 10^{-6}$	0,424	
3-4	0,015	0,566	
4-2	0,223	0,216	

Подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.70)-(3.73), сформируем матрицы корней ХП при каждом коэффициенте в ПО Mathcad (рис.21).

$$C1_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.2 \\ 0.01 + k3_i \end{pmatrix} \right) \quad C3_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.2 \\ 0.05 + k3_i \end{pmatrix} \right)$$

$$C2_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.6 \\ 0.01 + k3_i \end{pmatrix} \right) \quad C4_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k + 1 \\ k2_i + 0.6 \\ 0.05 + k3_i \end{pmatrix} \right)$$

Рисунок 21 – Листинг программы для формирования матрицы корней
ХП системы второго порядка с трехпараметрическим регулятором

При помощи Программы мы получаем при каких коэффициентах система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 30).

Таблица 30

Режим	Значения корней	
	s_1	s_2
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-50,525	-11,875
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-96,16	-6,24
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	$-6,24 - j9,003$	$-6,24 + j9,003$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	$-10,24 - j3,891$	$-10,24 + j3,891$
Коэффициенты: $k_d = 2,541 \cdot 10^{-6}$, $k_{\Pi}=0,424$, $k_{\text{и}} = 5$		

Как видно из таблицы, систему не получилось улучшить.

Вернемся к системе третьего порядка приведенной в пункте (3.1). Проверим, можно ли улучшить данную систему добавив дополнительный настроечный параметр в регулятор. ИХП примет следующий вид:

$$a_3 \cdot s^3 + (a_2 + k_d) \cdot s^2 + (a_1 + k_{\pi}) \cdot s + a_0 + k_{\text{и}} = 0, \quad (3.79)$$

А четыре граничных полинома (3.24-3.27) примут следующий вид:

$$0,01 \cdot s^3 + (0,2 + k_d) \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{\text{и}} = 0, \quad (3.80)$$

$$0,01 \cdot s^3 + (0,6 + k_d) \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{\text{и}} = 0, \quad (3.81)$$

$$0,05 \cdot s^3 + (0,2 + k_d) \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{\text{и}} = 0, \quad (3.82)$$

$$0,05 \cdot s^3 + (0,6 + k_d) \cdot s^2 + (1 + k_{\pi}) \cdot s + 1 + k_{\text{и}} = 0. \quad (3.83)$$

Найдем для каждой вершины и для каждого пересечения двух поверхностей максимальную степень устойчивости и обеспечивающие ее параметры регулятора. Для этого составим для каждого полинома систему уравнений.

$$i = 1 \div 4, j = 1 \div 4, k = 1 \div 4, c = 1 \div 4 \left\{ \begin{array}{l} Rk(h, w_k, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0, \\ Ic(h, w_c, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0 \\ \frac{\partial Rj(h, w_j, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d)}{\partial h} = 0, \\ \frac{\partial^2 Ri(h, w_i, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d)}{\partial h^2} = 0. \end{array} \right. \quad (3.84)$$

Где $R1(h, w_1, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0,01 \cdot h^3 + (k_d + 0,2) \cdot h^2 + (k_{\pi} + 1 - 0,03 \cdot w_1^2) \cdot h - (k_d + 0,2) \cdot w_1^2 + k_{\text{и}} + 1$, $R2(h, w_2, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0,01 \cdot h^3 + (k_d + 0,6) \cdot h^2 + (2 \cdot k_{\pi} + 1 - 0,03 \cdot w_2^2) \cdot h - (k_d + 0,6) \cdot w_2^2 + k_{\text{и}} + 1$, $R3(h, w_3, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0,05 \cdot h^3 + (k_d + 0,2) \cdot h^2 + (k_{\pi} + 1 - 0,15 \cdot w_3^2) \cdot h - (k_d + 0,2) \cdot w_3^2 + k_{\text{и}} + 1$, $R4(h, w_4, k_{\pi}, k_{\text{и}}, k_d) = 0,05 \cdot h^3 + (k_d + 0,6) \cdot h^2 + (k_{\pi} + 1 - 0,15 \cdot w_4^2) \cdot h - (k_d + 0,6) \cdot w_4^2 + k_{\text{и}} + 1$.

Решения этих систем уравнений выполнены в Mathcad.

Подставив данные коэффициенты в четыре ХП (3.80)-(3.83) и приняв $k_d = 2,206$, сформируем матрицы корней ХП при каждом коэффициенте в ПО Mathcad (рис.22).

$$C1_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.2 + k_i^3 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) \quad C3_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.2 + k_i^3 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right)$$

$$C2_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.6 + k_i^3 \\ 0.01 \end{pmatrix} \right) \quad C4_i := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} k_i + 1 \\ k_i^2 + 1 \\ 0.6 + k_i^3 \\ 0.05 \end{pmatrix} \right)$$

Рисунок 22 – Листинг программы для формирования матрицы корней
ХП системы третьего порядка с трехпараметрическим регулятором

При помощи Программы мы получаем при каких коэффициентах система имеет наибольшую степень устойчивости и значения корней данных ХП при этом коэффициенте (таблица 31).

Таблица 31 – Результат выполнения программы для системы третьего
порядка с трехпараметрическим регулятором

Режим	Значения корней		
	s_1	s_2	s_3
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-192,57	$-24,02 - j5,37$	$-24,02 + j5,37$
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-241,84	$-19,38 - j10,33$	$-19,38 + j10,33$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	-16,01	$-16,06 - j34,63$	$-16,06 + j34,63$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-18,21	$-18,95 - j30,35$	$-18,95 + j30,35$
Коэффициенты: $k_{\pi}=97,5521, k_{и} = 1165,2, k_{д} = 2,206$			

Как видно из таблицы, расстояние от ближайшего корня до оси – 16,01. Если сравнить полученное расстояние с тем, которое получили при помощи двухпараметрического регулятора, то можно сделать вывод, что систему получилось улучшить.

Проверим при помощи простого перебора коэффициентов, является ли это решение искомым, то есть удовлетворяет условию предельной устойчивости. Листинг программы для формирования массива коэффициентов ничем не отличается от стационарной системы и приведен на рисунке 2. Результат выполнения программы проверки представлен в таблице 32.

Таблица 32 – Результат проверки системы третьего порядка с трехпараметрическим регулятором

Режим	Значения корней		
	s_1	s_2	s_3
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,2];$	-200,59	$-20,01 - j8,6$	$-20,01 + j8,6$
$[a_2 = 0,01; a_1 = 0,6];$	-247,85	$-16,37 - j10,75$	$-16,37 + j10,75$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,2];$	-16,05	$-16,04 - j30,47$	$-16,04 + j30,47$
$[a_2 = 0,05; a_1 = 0,6].$	-19,19	$-18,47 - j25,50$	$-18,47 + j25,50$
Коэффициенты: $k_{\Pi}=84, k_{\text{и}} = 950, k_{\text{д}} = 2,206$			

Как видно из таблицы, мы получили другие коэффициенты регулятора, но расстояние от оси до ближайшего корня – 16,05. Данное значение отличается от полученного методом на 0,04, что является небольшой методической погрешностью.

3.5 Анализ полученных результатов

Исходя из результатов, полученных в данной главе можно сделать вывод о корректности использования данного метода для синтеза регулятора максимального быстродействия.

Для начала рассмотрим переходные характеристики скорректированных систем. На рисунке 23 представлена система второго порядка, а на рисунке 24 – третьего.

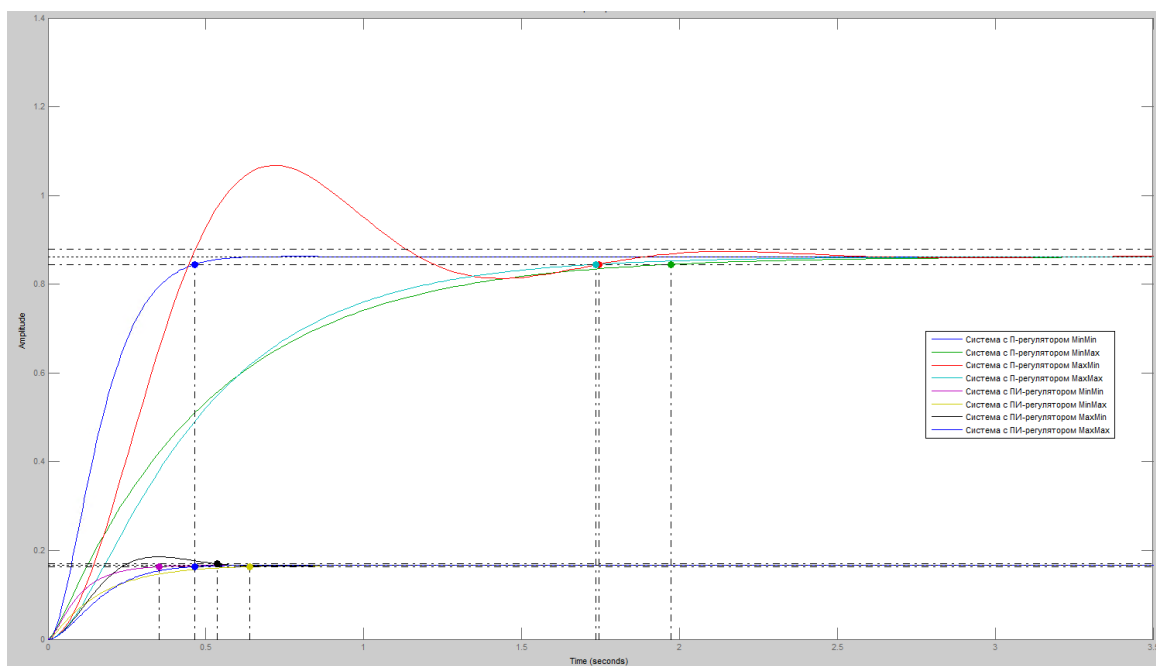


Рисунок 23 – Результат проверки системы второго порядка

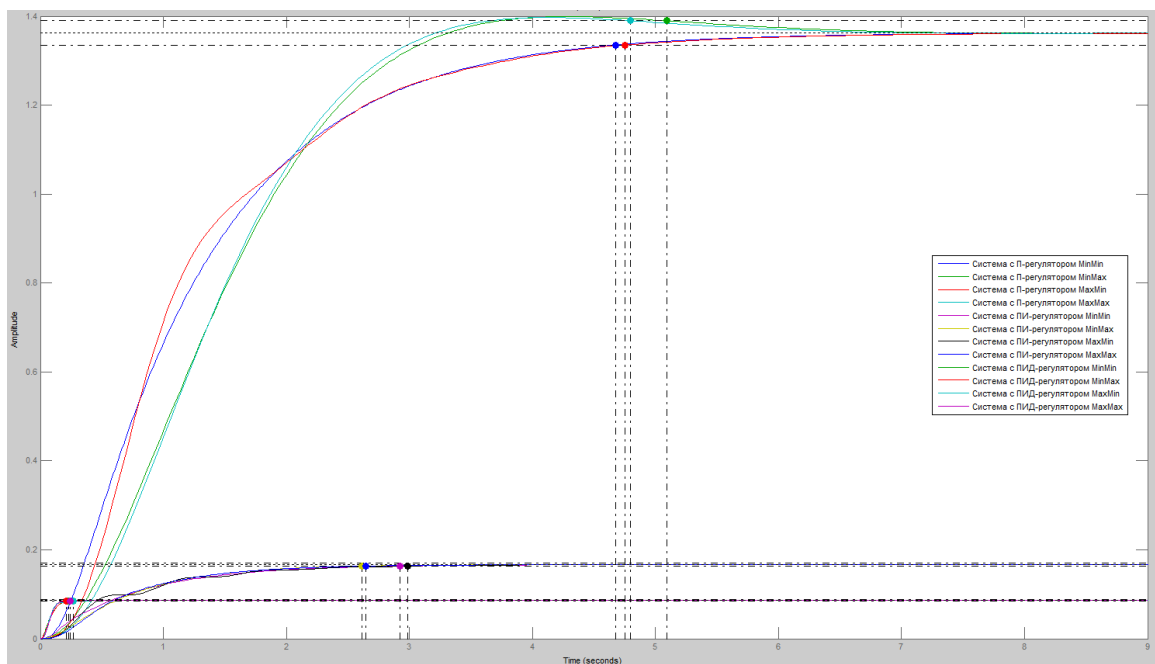


Рисунок 24 – Результат проверки системы третьего порядка

Как видно из графиков, система с наименьшим временем переходного процесса имеет в своем составе ПИД-регулятор (ПИ-регулятор в случае системы второго порядка), а также из графиков видно, что при увеличении числа настроечных параметров регулятора время переходного процесса уменьшается.

Таким образом было установлено, что максимальным быстродействием обладает регулятор наиболее высокого порядка, который можно реализовать в данной системе.

Коэффициенты, полученные при помощи метода, были проверены на соответствие критерия максимальности и было установлено, что они мало отличаются от проверочных (имеет место погрешность, не превышающая 5%).

4 Финансовый менеджмент ресурсоэффективность и ресурсосбережение

В настоящее время перспективность научного исследования определяется не столько масштабом открытия, оценить которое на первых этапах жизненного цикла высокотехнологического и ресурсоэффективного продукта бывает достаточно трудно, сколько коммерческой ценностью разработки. Оценка коммерческой ценности разработки является необходимым условием при поиске источников финансирования для проведения научного исследования и коммерциализации его результатов. Это важно для разработчиков, которые должны представлять состояние и перспективы проводимых научных исследований.

Необходимо понимать, что коммерческая привлекательность научного исследования определяется не только превышением технических параметров над предыдущими разработками, но и тем, насколько быстро разработчик сумеет найти ответы на такие вопросы – будет ли продукт востребован рынком, какова будет его цена, каков бюджет научного проекта, какой срок потребуется для выхода на рынок и т.д.

Таким образом, целью раздела «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение» является проектирование и создание конкурентоспособных разработок, технологий, отвечающих современным требованиям в области ресурсоэффективности и ресурсосбережения.

Технико-экономическое обоснование научно-исследовательских работ проводится с целью определения и анализа денежных затрат,

направленных на их реализацию, а также уровня их научно-технической результативности.

4.1 Организация и планирование работ

При организации процесса реализации конкретного проекта необходимо оптимально планировать занятость каждого из его участников и сроки проведения отдельных работ.

На данном этапе составляется полный перечень проводимых работ, и определяются их исполнители и оптимальная продолжительность. Результатом планирования работ является линейный график реализации проекта. Для его построения составим перечень работ, соответствие работ исполнителям и загрузку исполнителей (таблица 33).

Таблица 33 – Перечень работ и продолжительность их выполнения

Этапы работы	Исполнители	Загрузка исполнителей
Постановка целей и задач, получение исходных данных	НР	НР – 100%
Составление и утверждение ТЗ	НР, И	НР – 100% И – 10%
Подбор и изучение материалов по тематике	НР, И	НР – 30% И – 100%
Разработка календарного плана	НР, И	НР – 100% И – 10%
Обсуждение литературы	НР, И	НР – 30% И – 100%
Расчет модели, приведение полученных результатов	НР, И	НР – 100% И – 70%

Анализ перспективности разработки, оценка целесообразности разработки и затрат	И	И – 100%
Анализ выявленных вредных и опасных факторов производственной среды, защита в чрезвычайных ситуациях, правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности	И	И – 100%
Оформление полученных методик	И	И – 100%
Оформление расчетно-пояснительной записки	И	И – 100%
Оформление графического материала	И	И – 100%
Подведение итогов	НР, И	НР – 60% И – 100%

4.2 Продолжительность этапов работ

Расчет продолжительности этапов работ может осуществляться двумя методами:

- технико-экономическим;
- опытно-статистическим.

В данном случае используется опытно-статистический метод, который реализуется экспертным способом.

Для определения вероятных (ожидаемых) значений продолжительности работ $t_{ож}$ применяется следующая формула:

$$t_{ож} = \frac{3t_{min} + 2t_{max}}{5}, \quad (5.1)$$

где t_{min} – минимальная продолжительность работы, дн.;

t_{max} – максимальная продолжительность работы, дн.

Для выполнения перечисленных в таблице 33 работ требуются специалисты:

- инженер;
- научный руководитель.

Для построения линейного графика необходимо рассчитать длительность этапов в рабочих днях, а затем перевести в календарные дни.

Расчет продолжительности выполнения каждого этапа в рабочих днях ведется по формуле:

$$T_{РД} = \frac{t_{ож}}{K_{ВН}} \cdot K_{Д} T_{РД} = \frac{t_{ож}}{K_{ВН}} \cdot K_{Д} \quad (5.2)$$

где $t_{ож}$ – продолжительность работы, дн.;

$K_{ВН}$ – коэффициент выполнения работ, учитывающий влияние внешних факторов на соблюдение предварительно определенных длительностей, $K_{ВН} = 1$;

$K_{Д}$ – коэффициент, учитывающий дополнительное время на компенсацию непредвиденных задержек и согласование работ, $K_{Д} = 1,2$.

Расчет продолжительности этапа в календарных днях ведется по формуле:

$$T_{КД} = T_{РД} \cdot T_{К}, \quad (5.3)$$

где $T_{КД}$ – продолжительность выполнения этапа в календарных днях;

$T_{К}$ – коэффициент календарности, позволяющий перейти от длительности работ в рабочих днях к их аналогам в календарных днях, и рассчитываемый по формуле

$$T_{К} = \frac{T_{КАЛ}}{T_{КАЛ} - T_{ВД} - T_{ПД}} \quad (5.4)$$

где $T_{КАЛ}$ – календарные дни ($T_{КАЛ} = 365$);

$T_{ВД}$ – выходные дни ($T_{ВД} = 52$);

$T_{ПД}$ – праздничные дни ($T_{ПД} = 10$).














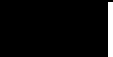


$$T_K = \frac{365}{365-52-10} = 1,205$$

В таблице 34 приведен пример определения продолжительности этапов работ и их трудоемкости по исполнителям, занятым на каждом этапе.

Таблица 34 – Трудозатраты на выполнение проекта

Этап	Исполнители	Продолжительность работ, дни			Трудоемкость работ по исполнителям чел.- дн.			
					$T_{РД}$		$T_{КД}$	
		t_{min}	t_{max}	$t_{ср}$	НР	И	НР	И
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Постановка задачи	НР	2	4	2,8	3,36	–	4,07	–
Разработка и утверждение технического задания (ТЗ)	НР, И	2	3	2,4	2,88	0,29	3,5	0,35
Подбор и изучение материалов по тематике	НР, И	12	15	13,2	4,75	15,84	5,75	19,16
Разработка календарного плана	НР, И	2	4	2,8	3,36	0,33	4,07	0,39
Обсуждение литературы	НР, И	3	6	4,2	1,51	5,04	1,83	6,1
Расчет модели, приведение полученных результатов	НР, И	7	14	9,8	11,76	8,23	14,25	9,9
Анализ перспективности разработки, оценка целесообразности разработки и затрат	НР, И	6	9	7,2	8,64	6,91	10,47	8,36
Анализ выявленных вредных и опасных факторов производственной среды, защита в чрезвычайных ситуациях, правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности	И	8	14	10,4	–	12,48	–	15,1
Оформление полученных методик	И	8	14	10,4	–	12,48	–	15,1
Оформление расчетно-пояснительной записки	И	6	9	7,2	–	8,64	–	10,45
Оформление графического материала	И	5	6	5,4	–	6,48	–	7,84
Подведение итогов	НР, И	5	8	6,2	4,46	7,44	5,4	9
Итого:				82	40,72	84,16	49,34	101,75

Таблица 35 – Линейный график работ

Этап	Н	И	Март			Апрель			Май			Июнь	
			10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
1	4,07	–											
2	3,5	0,35	 										
3	5,75	19,16											
4	4,07	0,39											
5	1,83	6,1											
6	14,25	9,9				 							
7	10,47	8,36					 						
8	–	15,1											
9	–	15,1											
10	–	10,45											
11	–	7,84											
12	5,4	9										 	

НР – ;

И – 

4.3 Расчет сметы затрат на выполнение проекта

В состав затрат на создание проекта включается величина всех расходов, необходимых для реализации комплекса работ, составляющих содержание данной разработки. Расчет сметной стоимости и ее выполнения производится по следующим статьям затрат:

- материалы и покупные изделия;
- заработная плата;
- социальный налог;
- расходы на электроэнергию (без освещения);
- амортизационные отчисления;
- прочие (накладные расходы) расходы.
-

4.4 Расчет затрат на материалы

К данной статье расходов относится стоимость материалов, покупных изделий, полуфабрикатов и других материальных ценностей, расходуемых непосредственно в процессе выполнения работ. Цена материальных ресурсов определяется по соответствующим ценникам или договорам поставки и приведена в таблице 36.

Таблица 36 – Расчет затрат на материалы

Наименование материалов	Цена за ед., руб.	Кол-во	Сумма, руб.
Фотобумага для принтера 170 гр 127*8*50,8	270	3 ролика	810
Бумага для принтера формата А4	190	1 уп.	150
Картридж для принтера	1 550	1 шт.	1 550
Покупка лицензии Matlab (10%)	98 981	1 шт.	9 898
Покупка лицензии Mathcad (10%)	43 560	1 шт.	4 356
Итого:			16 764

В связи с тем, что время пользования лицензией составляет 10% от общего срока действия (1 год), то и цены были взяты с тем же расчетом.

Допустим, что ТЗР составляют 5 % от отпускной цены материалов, тогда расходы на материалы с учетом ТЗР равны $C_{\text{мат}} = 16764 * 1,05 = 17602,2$ руб.

4.5 Расчет заработной платы

Данная статья расходов включает заработную плату научного руководителя и инженера, а также премии, входящие в фонд заработной платы. Расчет основной заработной платы выполняется на основе трудоемкости выполнения каждого этапа и величины месячного оклада исполнителя.

Среднедневная тарифная заработная плата ($ЗП_{\text{дн-т}}$) рассчитывается по формуле:

$$\text{ЗП}_{\text{дн-т}} = \frac{\text{Месячный оклад}}{25,17 \text{ дней}} \quad \text{Дневная} \quad (5.5)$$

Расчеты затрат на основную заработную плату приведены в таблице 37. При расчете учитывалось, что в году 298 рабочих дней и, следовательно, в месяце 24,83 рабочих дня. Затраты времени на выполнение работы по каждому исполнителю брались из таблицы 34. Также был принят во внимание учитывающий коэффициент дополнительной заработной платы ($K_{\text{ДЗП}} = 1,1$); $K_{\text{доп}}$ ($ЗП = 1,188$; $K_p = 1,3$). Таким образом, для перехода от тарифной (базовой) суммы заработка исполнителя, связанной с участием в проекте, к соответствующему полному заработку (зарплатной части сметы) необходимо первую умножить на интегральный коэффициент ($K_{\text{и}} = 1,1 * 1,188 * 1,3 = 1,699$).

Таблица 37 – Затраты на заработную плату

Исполнитель	Оклад, руб./мес.	Среднедневная ставка, руб./раб.день	Затраты времени, раб.дни	Коэффициент	Фонд з/платы, руб.
НР	33 664	1342,09	41	1,699	93 488,65
И	15 470	616,75	85	1,62	84 926,48
Итого:					178 415,125

4.6 Расчет затрат на социальный налог

Затраты на единый социальный налог (ЕСН), включающий в себя отчисления в пенсионный фонд, на социальное и медицинское страхование, составляют 30 % от полной заработной платы по проекту, то есть $C_{\text{соц.}} = C_{\text{зп}} \cdot 0,3$. Итак, в нашем случае $C_{\text{соц.}} = 178\,415,125 \cdot 0,3 = 53\,524,54$ руб.

4.7 Расчет затрат на электроэнергию

Данный вид расходов включает в себя затраты на электроэнергию, потраченную в ходе выполнения проекта на работу используемого оборудования, рассчитываемые по формуле:

$$C_{\text{эл.об.}} = P_{\text{об}} \cdot t_{\text{об}} \cdot Ц_{\text{э}} \quad (5.6)$$

где $P_{\text{об}}$ – мощность, потребляемая оборудованием, кВт;

$Ц_{\text{э}}$ – тариф на 1 кВт·час;

$t_{\text{об}}$ – время работы оборудования, час.

Для ТПУ $Ц_{\text{э}} = 5,748$ руб./кВт·час (с НДС).

Время работы оборудования вычисляется на основе итоговых данных таблицы 34 для инженера ($T_{\text{рд}}$) из расчета, что продолжительность рабочего дня равна 8 часов.

$$t_{\text{об}} = T_{\text{рд}} \cdot K_t \quad (5.7)$$

где $K_t = 0,6$ – коэффициент использования оборудования по времени, равный отношению времени его работы в процессе выполнения проекта к $T_{\text{рд}}$.

Мощность, потребляемая оборудованием, определяется по формуле:

$$P_{\text{ОБ}} = P_{\text{ном.}} * K_C \quad (5.8)$$

где $P_{\text{ном.}}$ – номинальная мощность оборудования, кВт;

$K_C \leq 1$ – коэффициент загрузки, зависящий от средней степени использования номинальной мощности. Для технологического оборудования малой мощности $K_C = 1$.

Расчет затрат на электроэнергию для технологических целей приведен в таблице 38.

Таблица 38 – Затраты на электроэнергию технологическую

Наименование оборудования	Время работы оборудования $t_{\text{ОБ}}$, час	Потребляемая мощность $P_{\text{ОБ}}$, кВт	Затраты $\text{Э}_{\text{ОБ}}$, руб.
Персональный компьютер	672*0,6	0,3	695,28
Струйный принтер	30	0,1	17,24
Итого:			712,52

4.8 Расчет амортизационных расходов

В статье «Амортизационные отчисления» рассчитывается амортизация используемого оборудования за время выполнения проекта.

Используется формула

$$C_{\text{АМ}} = \frac{N_A * C_{\text{ОБ}} * t_{\text{рф}} * n}{F_D}, \quad (5.9)$$

где N_A – годовая норма амортизации единицы оборудования;

$C_{\text{ОБ}}$ – балансовая стоимость единицы оборудования с учетом ТЗР;

F_D – действительный годовой фонд времени работы соответствующего оборудования, берется из специальных справочников или фактического режима его использования в текущем календарном году.

t_{pf} – фактическое время работы оборудования в ходе выполнения проекта, учитывается исполнителем проекта;

n – число задействованных однотипных единиц оборудования.

При использовании нескольких типов оборудования расчет по формуле делается соответствующее число раз, затем результаты суммируются.

Стоимость ПК 45000 руб, время использования 672 часа, тогда для него $C_{AM}(ПК) = (0,4 \cdot 45000 \cdot 672 \cdot 1) / 2408 = 5023,26$ руб. Стоимость принтера 12000 руб., его $F_d = 500$ час.; $N_A = 0,5$; $t_{pf} = 30$ час., тогда его $C_{AM}(Пр) = (0,5 \cdot 12000 \cdot 30 \cdot 1) / 500 = 360$ руб. Итого начислено амортизации 5383,26 руб.

4.9 Расчет прочих расходов

В статье «Прочие расходы» отражены расходы на выполнение проекта, которые не учтены в предыдущих статьях, их следует принять равными 10% от суммы всех предыдущих расходов, то есть

$$C_{\text{проч.}} = (C_{\text{мат}} + C_{\text{зп}} + C_{\text{соц}} + C_{\text{эл.об}} + C_{\text{ам}}) \cdot 0,1$$

Для нашего случая это

$$C_{\text{проч.}} = (17602,2 + 178415,125 + 53524,54 + 712,52 + 5383,26) \cdot 0,1 = 25563,76 \text{ руб.}$$

4.10 Расчет общей себестоимости разработки

Проведя расчет по всем статьям сметы затрат на разработку, можно определить общую себестоимость проекта.

Таблица 39 – Смета затрат на разработку проекта

Статья затрат	Условное обозначение	Сумма, руб.
Материалы и покупные изделия	$C_{\text{мат}}$	17602,2
Основная заработная плата	$C_{\text{зп}}$	178415,125
Отчисления в социальные фонды	$C_{\text{соц}}$	53524,54
Расходы на электроэнергию	$C_{\text{эл.}}$	712,52
Амортизационные отчисления	$C_{\text{ам}}$	5383,26
Прочие расходы	$C_{\text{проч}}$	25563,76
Итого:		281201,4

Таким образом, затраты на разработку составили $C = 281\ 201,4$ руб.

4.11 Расчет прибыли

Прибыль от реализации проекта в зависимости от конкретной ситуации (масштаб и характер получаемого результата, степень его определенности и коммерциализации, специфика целевого сегмента рынка и т.д.) может определяться различными способами. В нашем случае она составляет 56240,28 руб. (20 %) от расходов на разработку проекта.

4.12 Расчет НДС

НДС составляет 20% от суммы затрат на разработку и прибыли. В нашем случае это $(281201,4 + 56240,28) * 0,2 = 67488,34$ руб.

4.13 Цена разработки НИР

Цена равна сумме полной себестоимости, прибыли и НДС, в нашем случае $C_{\text{НИР(КР)}} = 281201,4 + 56240,28 + 67488,34 = 404930$ руб.

4.14 Оценка экономической эффективности проекта

Актуальным аспектом качества выполненного проекта является экономическая эффективность его реализации, то есть соотношение обусловленного ей экономического результата (эффекта) и затрат на разработку проекта. Так как последние являются единовременными, то мы имеем дело с частным случаем задачи оценки экономической эффективности инвестиций, то есть вложением денежных средств с целью получения определенного результата в будущем.

Данная работа не имеет прямого эффекта, который может быть измерен прямыми экономическими показателями, поэтому при оценке будем отталкиваться от косвенных показателей.

В нашем случае косвенным показателем будет уменьшение времени работы инженера при настройке ПИД-регулятора. При использовании традиционных методов настройки ПИД-регулятора, временные затраты могут увеличиваться в зависимости от параметров объекта. В частности, полученные параметры регулятора, имеющие показатели качества процесса удовлетворительные для объекта в данный момент времени, могут перестать удовлетворять в течении года, или в более короткий срок, что заставляет возвращаться к процедуре синтеза настроек снова.

Данная же методика предполагает прибегнуть к процедуре синтеза единожды и не возвращаться к ней с течением времени. Таким образом мы избавляем инженера от необходимости повторно синтезировать настройки регулятора, что в свою очередь уменьшает суммарное время обслуживания конкретного объекта, а также исчезают риски, связанные с несвоевременной подстройкой регулятора, влекущие экономические издержки из-за неоптимальной работы объекта.

5 Социальная ответственность

5.1 Аннотация

В выпускной квалификационной работе предложен и исследован подход к синтезу настроек ПИД-регулятора, которые позволяют обеспечить максимально возможное быстродействие системы в наихудшем режиме работы.

Работа проводится в аудитории 117А корпуса №10 ТПУ. Для проведения работы выделено рабочее место, включающее рабочий стол размером высотой 1м, а также персональный компьютер с установленным на нем программным обеспечением.

Работа заключалась в проверке гипотезы в ПО Matlab при помощи расчетов, которые позволяют определить быстродействие регулятора.

5.2 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности

Законодательство РФ об охране труда основывается на Конституции РФ и состоит из федеральных законов и иных нормативно-правовых актов субъектов РФ. Среди них можно выделить федеральный закон “Об обязательном социальном страховании от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний”.

За состоянием безопасности труда установлены строгие государственный, ведомственный и общественный надзор и контроль.

Государственный надзор осуществляют специальные государственные органы и инспекции, которые в своей деятельности не зависят от администрации контролируемых предприятий. Это Прокуратура РФ, Федеральный горный и промышленный надзор России, Федеральный надзор России по ядерной и радиационной безопасности, Государственный энергетический надзор РФ, Государственный комитет санитарно-эпидемиологического надзора РФ (Госкомсанэпиднадзор

России), Производственная безопасность, Федеральная инспекция труда при Министерстве труда РФ; Министерство РФ по атомной энергии.

Контроль за состоянием условий труда на предприятиях осуществляют специально созданные службы охраны труда совместно с комитетом профсоюзов. Контроль за состоянием условий труда заключается в проверке состояния производственных условий для работающих, выявлении отклонений от требований безопасности, законодательства о труде, стандартов, правил и норм охраны труда, постановлений, директивных документов, а также проверке выполнения службами, подразделениями и отдельными группами своих обязанностей в области охраны труда. Этот контроль осуществляют должностные лица и специалисты, утвержденные приказом по административному подразделению. Ответственность за безопасность труда в целом по предприятию несут директор и главный инженер.

Ведомственные службы охраны труда совместно с комитетами профсоюзов разрабатывают инструкции по безопасности труда для различных профессий с учетом специфики работы, а также проводят инструктажи и обучение всех работающих правилам безопасной работы. Различают следующие виды инструктажа: вводный, первичный на рабочем месте, повторный внеплановый и текущий.

Результаты всех видов инструктажа заносят в специальные журналы. За нарушение всех видов законодательства по безопасности жизнедеятельности предусматривается следующая ответственность: дисциплинарная, административная, уголовная, материальная.

Рабочее место, хорошо приспособленное к трудовой деятельности работника, правильно и целесообразно организованное, в отношении пространства, формы, размера обеспечивает ему удобное положение при работе и высокую производительность труда при наименьшем физическом и психическом напряжении.

Рабочее место — это часть пространства, в котором работник осуществляет трудовую деятельность, и проводит большую часть рабочего времени.

Согласно ГОСТ 12.2.032-78 конструкция рабочего места и взаимное расположение всех его элементов должно соответствовать антропометрическим, физическим и психологическим требованиям [28].

Кроме того, стоит сократить время работы за компьютером, делать перерывы при 8-ми часовой смене.

Письменный стол и офисное кресло являются главными составляющими на рабочем месте. Основным рабочим положением является положение сидя. Поэтому для исключения возникновения заболеваний, связанных с малой подвижностью работника, необходимо иметь возможность свободной перемены поз.

Кроме того, необходимо соблюдать режим труда и отдыха с перерывами, заполняемыми “отвлекающими” мышечными нагрузками на те звенья опорно-двигательного аппарата, которые не включены в поддержание основной рабочей позы.

Рабочий стул должен быть снабжен подъемно-поворотным механизмом. Высота сиденья должна регулироваться в пределах (400 - 500) мм. Глубина сиденья должна составлять не менее 380 мм, а ширина - не менее 400 мм. Высота опорной поверхности спинки не менее 300 мм, ширина - не менее 380 мм. Угол наклона спинки стула к плоскости сиденья должен изменяться в пределах (90–110)°.

5.3 Профессиональная социальная безопасность

5.3.1 Анализ вредных и опасных факторов, которые может создать объект исследования

При разработке устройства могут возникнуть вредные и опасные факторы. Используя ГОСТ 12.0.003-74 [16], можно выделить ряд факторов,

приведенных в таблице 40. Так же приведены источники факторов и нормативные документы, регламентирующие действие каждого фактора.

Таблица 40 – Опасные и вредные факторы при разработке устройства

Источник фактора	Факторы		Нормативные документы
	Вредные	Опасные	
Персональный компьютер	<ul style="list-style-type: none"> – нарушение параметров микроклимата – повышение шума – недостаточное освещение – электромагнитные излучения 	<p>опасность поражения электрическим током</p>	<p>1. СанПиН 2.2.4.548–96 [17]</p> <p>2. СН 2.2.4/2.1.8.562–96 [18]</p> <p>3. СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 [19]</p> <p>4. СНиП 23-05-95 [20]</p> <p>5. СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278–03 [21]</p> <p>6. ГОСТ Р 12.1.019-2009 ССБТ [22]</p>

5.3.2 Микроклимат

Микроклимат производственных помещений – климат внутренней среды этих помещений, который определяется действующими на организм человека сочетаниями температуры, влажности и скорости движения воздуха. Согласно СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 [19] работа инженера-программиста относится к категории легких работ (А1). Категория А1 относится к работам с интенсивностью энергозатрат до 120 кал/ч производимые сидя и сопровождающиеся незначительным физическим напряжением.

В соответствии с СанПиН 2.2.4.548–96[17], показателями, характеризующими микроклимат в производственных помещениях, являются:

- температура воздуха;
- температура поверхностей;
- относительная влажность воздуха;
- скорость движения воздуха;
- интенсивность теплового облучения.

Оптимальный микроклимат на рабочем месте обеспечивает ощущение теплового комфорта в течение работы при минимальном напряжении механизмов терморегуляции человека, не вызывает отклонений состояния здоровья, обеспечивает условия для высокого уровня работоспособности и является предпочтительным на рабочем месте.

Лаборатория является помещением, относящимся к категории помещений, где выполняются легкие физические работы, поэтому должны соблюдаться следующие требования:

Таблица 41 – Допустимые значения показателей микроклимата по СанПиН 2.2.4.548–96[17]

Период года	Температура воздуха, °С	Температура поверхностей, °С	Относительная влажность воздуха, %	Скорость движения воздуха, м/с
Холодный	(22-24)	(21-25)	(40-60)	0,1
Теплый	(23-25)	(22-26)	(40-60)	0,1

Для обеспечения установленных норм микроклиматических параметров и чистоты воздуха на рабочих местах и в помещениях применяют вентиляцию. Общеобменная вентиляция используется для обеспечения в помещениях соответствующего микроклимата. Периодически должен проводиться контроль влажности воздуха. В летнее время при высокой уличной температуре должны использоваться системы кондиционирования.

В холодное время года предусматривается система отопления. Для отопления помещений используются водяные системы центрального отопления. При недостаточной эффективности центрального отопления должны быть использованы масляные электрические нагреватели. Радиаторы должны устанавливаться в нишах, прикрытых деревянными или металлическими решетками. Применение таких решеток способствует также повышению электробезопасности в помещениях. При этом температура на поверхности нагревательных приборов не должна превышать 95 °С, чтобы исключить пригорание пыли.

5.3.3 Шум

При работе с ПК возникают акустические поля. Воздействие шума может привести к ухудшению слуха. Шумовое загрязнение среды на рабочем месте кроме того приводит к снижению внимания персонала, замедлению скорости психических реакций [23]. Источниками шумов могут стать вентиляционные установки, кондиционеры, ЭВМ и его периферийные устройства. Длительное воздействие этих шумов отрицательно сказывается на эмоциональном состоянии персонала.

Снизить уровень шума можно при помощи звукопоглощающих материалов, предназначенных для отделки стен и потолка помещений. Дополнительный звукопоглощающий эффект создается за счет использования занавесок из плотной ткани. Также уровень шума может быть снижен путем очистки или замены системы охлаждения персонального компьютера.

ПДУ шума для объектов типа поста управления нормируются ГОСТ 12.1.003-2014[25] и СН 2.2.4/2.1.8.562–96[18]. Значения ПДУ согласно этим документам представлены в таблице 42 (для постоянных шумов).

Таблица 42 – Предельно допустимые уровни звукового давления, уровни звука и эквивалентные уровни звука

Рабочие места	Уровни звукового давления (ДБ) в октавных полосах со среднегеометрическими частотами, Гц								Уровни звука и эквивалентные уровни звука (в дБА)
	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	
ПУ	83	74	68	63	60	57	55	54	65

Для оценки соблюдения ПДУ шума необходим производственный контроль (измерения и оценка).

5.3.4 Недостаточная освещенность

Важнейшим физическим фактором является освещенность производственного помещения в целом и рабочего места конкретно. С этой целью производят нормирование производственного освещения, поскольку такие показатели как: яркость дисплея экрана, частота обновления изображения, общая освещенность в рабочей зоне оказывают сильнейшее влияние на зрение работника.

Работа, выполняемая с использованием ПК, имеют следующие недостатки:

- отражение экрана;
- вероятность появления прямой блескости;
- ухудшенная контрастность между изображением и фоном.

При выполнении работ категории высокой зрительной точности (наименьший размер объекта различения (0,3 - 0,5)мм величина коэффициента естественного освещения (КЕО) должна быть не ниже 1,5%, а при зрительной работе средней точности (наименьший размер объекта различения (0,5 - 1,0)мм КЕО должен быть не ниже 1,0%. Для общего

освещения помещений следует использовать лампы со световой отдачей не менее 55 лм/Вт. Для освещения помещений, оборудованных персональными компьютерами, следует применять систему общего освещения. Также допускается применение комбинированного освещения с целью дополнительного освещения бумажного носителя при исключении засветки от экрана монитора.

Требования к освещенности в помещениях, где установлены компьютеры, по ГОСТ Р 55710-2013[29], следующие: при выполнении зрительных работ высокой точности общая освещенность должна составлять 300лк, а комбинированная – 750 лк; аналогичные требования при выполнении работ средней точности – 200 и 300 лк соответственно.

Определим необходимое количество светильников для данного помещения согласно «руководства по эксплуатации» светильников TechnoLUX TLC418, установленных в аудитории [34]:

$$N = \frac{100 \cdot E \cdot S \cdot K_3}{U \cdot n \cdot \Phi_{\text{л}}} = \frac{100 \cdot 500 \cdot 35 \cdot 1.25}{71 \cdot 4 \cdot 1150} = 6,8, \quad (6.1)$$

где N – минимально необходимое количество светильников,

E – освещенность помещения согласно СП 52.13330.2011 [35],

S – площадь помещения,

K_3 – коэффициент запаса (константа, принимаемая в расчетах 1.25),

U – коэффициент использования помещения (для офисных помещений с подвесными потолками белого цвета равен 71 (коэффициента использования 1))[36],

n – количество ламп в светильнике,

$\Phi_{\text{л}}$ – световой поток одной лампы [36].

Как видно из (6.1), количество светильников в помещении достаточно не только для учебных и исследовательских, но и более точных работ, требующих хорошего освещения.

5.3.5 Электромагнитные излучения

Вредные проявления факторов рассматриваемой рабочей зоны выражаются в электромагнитном и электрическом излучениях (ЭМИ и ЭСИ). Объясняется это тем, что ПК оснащают сетевыми фильтрами, источниками бесперебойного питания и другим оборудованием, что в совокупности формирует сложную электромагнитную обстановку на рабочем месте пользователя. Техногенные ЭМП приводят к следующему: появление головной боли, повышение температуры тела, ожоги, катаракты. Радиочастотное ЭМП влияет на нервную и сердечно-сосудистую системы [26].

Источником ЭСП является экран ПК и трение поверхности клавиатуры и компьютерной мыши. ЭСП может способствовать нарушению гормональной и иммунной систем. Показатели ЭМИ и ЭСИ на рабочих местах с ПК представлены в таблице 47.

Таблица 43 – Допустимые уровни напряженности электромагнитных полей по СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03[19]

Параметры воздействия, частота излучения		Допустимые значения
Статическое поле		20 000 В/м
На расстоянии 50 см вокруг	В диапазоне частот (5 Гц – 2 кГц)	25 В/м
	В диапазоне частот (2 кГц – 400 кГц)	2,5 В/м
Переменное поле на расстоянии 50 см вокруг		0,25 А/м
Магнитная индукция не более	В диапазоне частот (5 Гц – 2 кГц)	250 нТл
	В диапазоне частот (2 кГц – 400 кГц)	25 нТл
Поверхностный электростатический потенциал не более		500 В

Длительное воздействие электромагнитного поля на организм человека может привести к нарушению функционирования дыхательной, нервной и сердечно-сосудистой систем, головным болям, утомляемости. Для обеспечения меньшего уровня электромагнитного излучения используются жидкокристаллические мониторы. Необходимо чтобы компьютер был заземлен, а также необходимо по возможности сокращать время работы за компьютером.

5.3.6 Электробезопасность

Электрический ток относится к категории опасных факторов. В помещении, где производится разработка устройства, присутствует большое количество аппаратуры, использующей однофазный электрический ток напряжением 220 В и частотой 50 Гц, в том числе персональный компьютер, за которым происходит наладка программного обеспечения. Согласно ГОСТ Р 12.1.019-2009 ССБТ [22] и ПУЭ, по опасности электропоражения данное помещение относится к помещениям без повышенной опасности. Это обусловлено отсутствием высокой влажности, высокой температуры, токопроводящей пыли и возможности одновременного соприкосновения с заземленными предметами и металлическими корпусами оборудования. Во время нормального режима работы оборудования опасность электропоражения крайне мала, однако, возможны аварийные режимы работы, когда происходит случайное электрическое соединение частей оборудования, находящегося под напряжением с заземленными конструкциями.

Поражение человека электрическим током может произойти в следующих случаях:

- при прикосновении к токоведущим частям во время ремонта ПЭВМ;

- при однофазном (однополюсном) прикосновении незащищенного от земли человека к незащищенным токоведущим частям электроустановок, находящихся под напряжением;
- при прикосновении к незащищенным частям, находящимся под напряжением, то есть в случае нарушения изоляции;
- при соприкосновении с полом и стенами, оказавшимися под напряжением;
- при возможном коротком замыкании в высоковольтных блоках: блоке питания, блоке развертки монитора.

Мероприятия по устранению опасности поражения электрическим током сводятся к правильному размещению оборудования и применению технических средств защиты. К основным техническим средствам защиты от поражения электрическим током (ГОСТ ИЕС 61140-2012[30]) относятся:

- изоляция токоведущих частей;
- защитное заземление;
- зануление;
- защитное отключение;
- предупредительная сигнализация и блокировки.

Также рекомендуется проведение ряда организационных мероприятий (специальное обучение, аттестация и переподготовка лиц электротехнического персонала, инструктажи и т. д.).

5.3.7 Психофизиологические факторы

Наиболее эффективные средства предупреждения утомления при работе на производстве – это средства, нормализующие активную трудовую деятельность человека. На фоне нормального протекания производственных процессов одним из важных физиологических мероприятий против утомления является правильный режим труда и отдыха (СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03[19]).

Существуют следующие меры по снижению влияния монотонности:

- необходимо применять оптимальные режимы труда и отдыха в течение рабочего дня;
- соблюдать эстетичность производства.

Для уменьшения физических нагрузок организма во время работы рекомендуется использовать специальную мебель с возможностью регулировки под конкретные антропометрические данные, например, эргономичное кресло.

5.3.8 Обоснование мероприятий по защите персонала предприятия от действия опасных и вредных факторов (техника безопасности и производственная санитария)

Для создания и поддержания в лаборатории оптимальных значений температуры, влажности, чистоты и скорости движения воздуха, в холодное время года должно использоваться водяное отопление, а в теплое время года применяться кондиционирование воздуха.

На рабочем месте должно применяться также искусственное освещение помимо естественного, которое осуществляется системой общего равномерного освещения, а при работе с документами следует применять комбинированное освещение. Кроме того, рабочий стол следует размещать таким образом, чтобы естественный свет падал слева.

Работа за компьютером относится к V зрительному разряду (работа малой точности). Следовательно, требуемая освещенность помещения может быть обеспечена следующими типами ламп:

- люминесцентная лампа белого свечения (ЛБ) или холодного белого свечения (ЛХБ);
- металл галогенная лампа (МГЛ);
- ртутная лампа высокого давления (ДРЛ).

На рабочем месте желательно применение комбинированной системы освещения: люминесцентные лампы типа ЛД. Люминесцентные лампы имеют ряд существенных преимуществ: излучаемый ими свет близок к дневному, естественному свету; обладают повышенной светоотдачей, имеют более длительный срок службы [24].

Согласно ГОСТ 12.1.003-2014[25] эквивалентный уровень звука не должен превышать 65 дБА.

В качестве мер по снижению шума можно предложить следующее:

- облицовка потолка и стен звукопоглощающим материалом. Снижает шум на 6-8 дБ;
- рациональная планировка помещения;
- установка в компьютерных помещениях оборудования, производящего минимальный шум;
- экранирование рабочего места, путем постановки перегородок, диафрагм;
- дисплеи должны проходить испытания на соответствие требованиям безопасности, например, международным стандартам MRP 2, TCO 99.

5.4 Экологическая безопасность

Работа с ПК не влечет за собой негативных воздействий на окружающую среду, поэтому создание санитарно-защитной зоны и принятие мер по защите атмосферы, гидросферы, литосферы не являются необходимыми.

Исключением являются лишь случаи утилизации персонального компьютера и индукционного преобразователя как твердого отхода и как следствие загрязнение почвы или выбросы в атмосферу загрязняющих веществ, углекислого газа, образование тепла в случае пожара.

При завершении срока службы ПК, его можно отнести к отходам электронной промышленности. Переработка таких отходов осуществляется разделением на однородные компоненты, химическим выделением пригодных для дальнейшего использования компонентов и направлением их для дальнейшего использования (например, кремний, алюминий, золото, серебро, редкие металлы) согласно [17, 18].

В соответствии с требованиями законодательства все образующиеся отходы в соответствии с их классами опасности передаются специализированным предприятиям для переработки, утилизации или захоронения.

Отходы, не подлежащие переработке и вторичному использованию, подлежат захоронению на полигонах или в почве. Предельно допустимые концентрации токсичных веществ в почве (ПДКп, мг/кг) должны быть соблюдены в соответствии с [26].

5.5 Безопасность в чрезвычайных ситуациях

Вероятной чрезвычайной ситуацией возникающей при проведении синтеза регулятора максимального быстрогодействия системы управления с интервальными параметрами является пожар.

При этом причинами возникновения пожара могут быть:

- неисправности электропроводки, розеток и выключателей, которые могут привести к короткому замыканию или пробое изоляции;
- использование поврежденных (неисправных) электроприборов;
- использование в помещении электронагревательных приборов с открытыми нагревательными элементами;
- возникновение пожара вследствие попадания молнии в здание;
- возгорание здания вследствие внешних воздействий;
- неаккуратное обращение с огнем и несоблюдение мер пожарной безопасности.

Пожарная профилактика представляет собой комплекс организационных и технических мероприятий, направленных на обеспечение безопасности людей, на предотвращении пожара, ограничение его распространения, а также создание условий для успешного тушения пожара. Для профилактики пожара чрезвычайно важна правильная оценка пожароопасности здания, определение опасных факторов и обоснование способов и средств пожар предупреждения и защиты [27].

Одно из условий обеспечения пожаробезопасности – ликвидация возможных источников воспламенения. В целях предотвращения пожара предлагается проводить с инженерами, работающими в лаборатории, противопожарный инструктаж.

В лаборатории источниками воспламенения могут быть неисправное электрооборудование, неисправности в электропроводке, электрических розетках и выключателях.

Несоблюдение мер пожарной безопасности и курение в помещении также может привести к пожару. Поэтому курение в помещении лаборатории необходимо категорически запретить.

В случае возникновения пожара необходимо отключить электропитание, вызвать по телефону пожарную команду, эвакуировать людей из помещения согласно плану эвакуации и приступить к ликвидации пожара углекислотными огнетушителями.

При наличии небольшого очага пламени можно воспользоваться подручными средствами с целью прекращения доступа воздуха к объекту возгорания.

Рабочее место должно соответствовать требованиям ФЭ Технический регламент по ПБ и норм пожарной безопасности (НПБ 105-03[33]) и удовлетворять требованиям по предотвращению и тушению пожара по ГОСТ 12.1.004-91 ССБТ[31] и СНиП 21-01-97*[32].

По пожарной, взрывной, взрывопожарной опасности помещение относится к категории В – горючие и трудногорючие жидкости, твердые горючие и трудногорючие вещества и материалы (в том числе пыли и волокна), вещества и материалы, способные при взаимодействии с водой, кислородом воздуха или друг с другом только гореть.

Основным поражающим фактором пожара для помещений данной категории является наличие открытого огня и отравление ядовитыми продуктами сгорания оборудования.

В качестве средств пожаротушения применяются устанавливаемые в коридорах и на лестничных площадках пожарные краны. В качестве средства первичного средства пожаротушения следует использовать огнетушители, подходящие для тушения электроустановок, в частности, порошковые огнетушители. Углекислотные огнетушители также подходят для тушения электроустановок, однако, из-за опасности испарений огнетушащего вещества не подходят для использования в замкнутом помещении. План эвакуации предоставлен на рисунке 25.

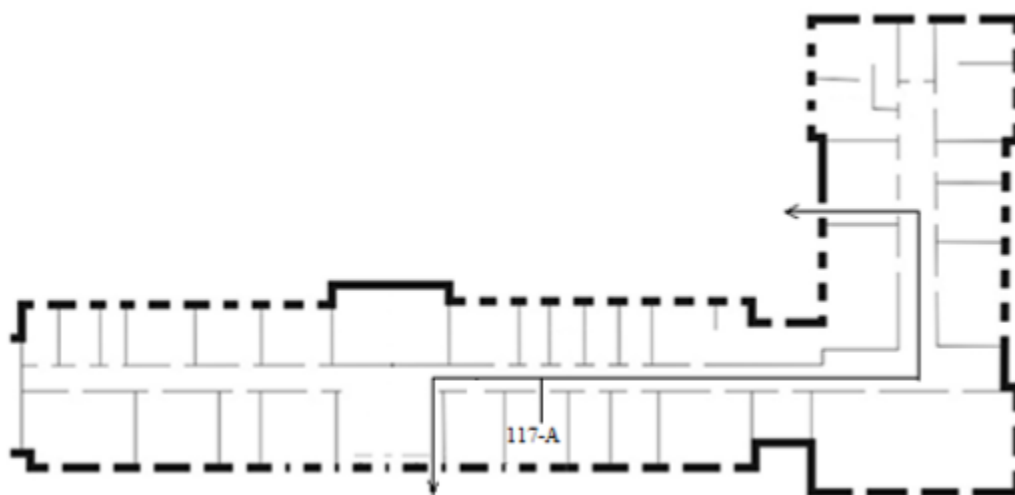


Рисунок 25 – План эвакуации при пожаре и других ЧС из помещений учебного корпуса №10, пр. Ленина, 2, 1-й этаж

5.6 Вывод по разделу

В результате проверки соответствия условий труда при выполнении выпускной квалификационной работы нормативным был выработан ряд мер, которые должны соблюдаться при производстве на предприятии.

В отношении правовых и организационных вопросов обеспечения безопасности был выработан ряд мер по охране труда, которые уже внедрены на предприятии.

В отношении производственной безопасности были выявлены вредные и опасные факторы, такие как: повышенный или пониженный уровень влажности воздуха, температуры, повышенный уровень шума, недостаточная освещенность, повышенный уровень электромагнитного излучения, а также опасность поражения электрического тока; был выработан ряд мер по защите от данных факторов, которые уже внедрены на предприятии.

В отношении экологической безопасности были выявлены негативные воздействия на окружающую среду и разработан ряд мер по предотвращению их, которые уже внедрены на предприятии.

В отношении безопасности в чрезвычайных ситуациях была выявлена возможная ЧС на предприятии и выработаны меры по предупреждению ее возникновения, которые уже внедрены на предприятии.

Таким образом, ряд мер, полученных в данном разделе был успешно внедрен на предприятии, что позволяет сделать вывод, что предприятие выполняет все нормы по социальной ответственности.

Заключение

В результате выполнения выпускной квалификационной работы было исследовано влияние интервальных параметров системы управления на ее степень устойчивости. Данный корневой показатель качества определяет быстродействие системы управления. Установлено, что для любого диапазона изменения неустойчивого параметра системы ее минимальная степень устойчивости будет при одном из его крайних значений. То есть у степени устойчивости системы в любом режиме нет локальных максимумов и, следовательно, максимум степени устойчивости всегда является единственным. Данное свойство степени устойчивости использовано при ее максимизации на основе метода нелинейного программирования. Данный метод позволяет находить параметры линейного регулятора, обеспечивающие максимум степени устойчивости системы в вершинах параметрического многогранника объекта управления.

Разработанный подход применен для параметрического синтеза регулятора. Для решения этой задачи составлена математическая модель системы управления и получено ее характеристическое уравнение. Оно содержит два интервальных параметра системы и три параметра регулятора. В результате максимизации степени устойчивости в четырех вершинах получены значения параметров регулятора и максимальное значение минимальной степени устойчивости системы. Для проверки полученных результатов построены также переходные процессы во всех режимах его работы.

Список литературы

1. Татаринов, А.В. Задачи математического программирования, содержащие комплексные переменные, и предельная степень устойчивости линейных динамических систем / А.В. Татаринов, А.М. Цирлин // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1995. – № 1. – С. 28–33.
2. Bhattacharyya, S.P. Robust control: the parametric approach / S.P. Bhattacharyya, H. Chapellat, L.H. Keel – Prentice Hall, 1995.
3. Неймарк, Ю.И. Робастная устойчивость линейных систем / Ю.И. Неймарк // ДАН. 1991. Т. 319. № 3. – с. 578-580.
4. Ackermann, J. Parameter space design of robust control systems / J. Ackermann // IEEE Trans. On Autom. Control. 1980. Vol. 25. N 6. – P. 1058-1072.
5. Гусев, Ю.М. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов / Ю.М. Гусев, В.Н. Ефанов, В.Г. Крымский // Техн. Кибернетик. 1991. №1. – с. 3-30.
6. Шубладзе, А.М. Достаточные условия оптимальности структур в системах максимальной степени устойчивости произвольного вида / А.М. Шубладзе // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 4. – С. 43-57.
7. Ким, Д.П. Синтез систем управления максимальной робастной степени устойчивости / Д.П. Ким // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – № 5. – С. 52-57.
8. Гусев, Ю.М. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов / Ю.М. Гусев, В.Н. Ефанов, В.Г. Крымский // Техническая кибернетика. – 1991. – № 1 – С. 3-30.
9. Гайворонский С.А., Езангина Т.А., Хожаев И.В., Несенчук А.А. Определение вершинных полиномов для анализа степени робастной

устойчивости интервальной системы. Мехатроника, автоматизация, управление. 2019;20(5):266-273.

10. Гайворонский, С.А. Определение реберного маршрута для анализа робастной секторной устойчивости интервального полинома / С.А. Гайворонский // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2005. – № 5. – С. 11-15.

11. Гайворонский, С.А. Вершинный анализ корневых показателей качества системы с интервальными параметрами / С.А. Гайворонский // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Том 309, № 7. – С. 6-9.

12. Цирлин А.М. Оптимальное управление технологическими процессами.-М.: Энергоатомиздат, 1986.

13. Автоматизация настройки систем управления / Под ред. В.Я.Ротача. М.: Энергоатомиздат, 1984.

14. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. М.: Наука, 1977.

15. Корн Г., Корн Т., Справочник по математике для инженеров и научных работников. М.: Наука, 1970.

16. ГОСТ 12.0.003-74. «Опасные и вредные производственные факторы. Классификация».

17. СанПиН 2.2.4.548–96. «Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений».

18. СН 2.2.4/2.1.8.562–96. «Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории застройки».

19. СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03. Санитарно – эпидемиологические правила и нормативы «Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы».

20. СНиП 23-05-95. «Естественное и искусственное освещение».

21. СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278–03. «Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещённому освещению жилых и общественных зданий».

22. ГОСТ Р 12.1.019-2009 ССБТ. «Электробезопасность. Общие требования и номенклатура видов защиты».

23. Лабораторный практикум по дисциплине «Безопасность жизнедеятельности» для студентов всех специальностей: учебное пособие/Амелькович Ю.А., Анищенко Ю.В., А. Н. Вторушина, М. В. Гуляев, М. Э. Гусельников, А. Г. Дашковский, Т. А. Задорожная, В. Н. Извеков, А. Г. Кагиров, К. М. Костырев, В. Ф. Панин, А. М. Плахов, С. В. Романенко. – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2010. – 236с.

24. СНиП 23-05-95*. Естественное и искусственное освещение

25. ГОСТ 12.1.003-2014. Межгосударственный стандарт. Система стандартов безопасности труда. Шум. Общие требования безопасности.

26. Безопасность жизнедеятельности: учебное пособие / О.Б. Назаренко, Ю.А. Амелькович; Томский политехнический университет. - 3-е изд., перераб. И доп. - Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2013. - 178 с.

27. В.М.Нагорный, Г.М.Федоров. Организация работы комиссии по чрезвычайным ситуациям объекта / Под ред. В.В. Шевченко. - [Электронный ресурс].

28. ГОСТ 12.2.032-78. Система стандартов безопасности труда. Рабочее место при выполнении работ сидя. Общие эргономические требования

29. ГОСТ Р 55710-2013. Освещение рабочих мест внутри зданий. Нормы и методы измерений

30. ГОСТ ИЕС 61140-2012. Защита от поражения электрическим током. Общие положения безопасности установок и оборудования

31. ГОСТ 12.1.004-91 ССБТ. Пожарная безопасность. Общие требования
32. СНиП 21-01-97*. Пожарная безопасность зданий и сооружений
33. НПБ 105-03. Определение категорий помещений, зданий и наружных установок по взрывопожарной и пожарной опасности
34. СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278-03. Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий.
35. СП 52.13330.2011. Естественное и искусственное освещение. Актуализированная редакция СНиП 23-05-95.
36. Проектирование освещения [Электронный ресурс] / TechnoLUX – режим доступа: <https://technoluxtm.ru/support/proektirovanie-osveshheniya>, свободный (Дата обращения: 25.05.2020).

Приложение А

(обязательное)

Раздел 1

Assessment of the degree of stability in ACS with interval-indefinite parameters

Раздел 2

Maximization of the degree of stability in stationary ACS

Студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8AM81	Соболь Александр Васильевич		

Консультант проф. кафедры:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОАР ИШИТР	Гайворонский Сергей Анатольевич	к.т.н.		

Консультант – лингвист кафедры ОИЯ ШБИП:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОИЯ ШБИП	Сидоренко Татьяна Валерьевна	к.п.н.		

1 Assessment of the degree of stability in ACS with interval-indefinite parameters

Almost all real automatic control systems (ACS) contain interval-indefinite parameters. Their uncertainty is due to inaccurate knowledge of the parameters or their change during operation of the systems according to previously unknown laws. If in this case the ranges of possible values of constant parameters or the limits of changing parameters are known, then in such cases we speak of parametric interval uncertainty [2-4]. Systems with similar parameters are called interval automatic control systems [5].

The initial task of studying interval systems was to check their robust stability, answering the question: is the interval system stable or not at any values of interval-indefinite parameters. Interval parameters can be included in the coefficients of the interval characteristic polynomial (ICP) in various ways that determine the type of uncertainty of the polynomial.

The interval uncertainty of the coefficients is the best studied and a large number of methods for the synthesis of interval control system have been developed for it. This uncertainty allows us to obtain interval values in the coefficients of the numerator and denominator of the transfer function when compiling a mathematical model of the system. Therefore, in the future, it is proposed to consider automatic control systems only with interval uncertainties of their characteristic polynomials. Moreover, in cases where the ICP of the interval system has polynomial or multilinear uncertainty, it is proposed to switch from them to interval uncertainty based on the rules of interval arithmetic, as is done in [5]. Note that the parametric polyhedra case of interval uncertainty of a polynomial is formed by its interval coefficients.

1.1 Statement of the problem of synthesis of a ACS with interval-indefinite parameters

In a number of industrial automatic control systems, some parameters of the control object during its operation can change in known and fairly wide

intervals according to a priori unknown laws. Under the conditions of such interval uncertainty of the object parameters, it is of interest to ensure the maximum speed of the automatic control system. If we consider such systems as multi-mode, then each possible set of values of the interval parameters can be associated with a certain mode of operation of the system. In this case, the above problem is reduced to obtaining the minimum time of transient processes in the system with the worst in terms of speed combination of interval parameters of the object. It is known that the time of the transition process in the system is determined by its root indicator, such as the degree of stability. Therefore, according to [6, 7], for the synthesis of the system it is advisable to apply the root approach based on the criterion of maximum degree of stability. In [1], a methodology was developed for determining the parameters of the controller that provide the maximum degree of stability of a stationary system with a given characteristic polynomial.

Note that the problem solved in [1] relates to the nonlinear programming problem. Of interest is its solution as applied to interval systems. For such systems, characteristic polynomials have interval coefficients, the limits of which are determined by the specified interval parameters of the object included in the coefficients and the fixed settings of the robust controller. Such polynomials are called interval characteristic polynomials.

Obviously, with a change in the coefficients of the ICP, the degree of stability of the system also changes. Moreover, there is a set of coefficient values for which the system has a minimal (robust) degree of stability. To determine it, we use the following two provisions. First, the minimum degree of stability of a system with ICP occurs at one of the vertices of the polyhedron of interval coefficients [8]. Secondly, to find this vertex there is no need to check all 2^m vertices (m is the number of interval coefficients), but it is enough to consider only some verification vertices [9]. Thus, the task posed above is proposed to be solved as max-min: determining, based on the non-linear programming method, the optimal robust settings of the linear controller, at

which the maximum minimum degree of stability of the system is achieved at the test vertices of the polyhedron of the ICP coefficients.

1.2 Mathematical description of a ACS with interval-indefinite parameters

In the mathematical description of control systems with interval-specified parameters, the coefficients of the characteristic polynomial can be determined either by these interval parameters or by their functions. There are four types of uncertainty in the coefficients of the ICP: interval, affine, multilinear and polynomial.

With interval uncertainty, the polynomial coefficients are interval and the ICP has the form:

$$D(s) = \sum_{i=0}^n [d_i] s^i, \quad (1.1)$$

where $[d_i] = [\underline{d}_i; \overline{d}_i]$ (e. g. $[d_3]s^3 + [d_2]s^2 + [d_1]s + [d_0]$).

Under affine uncertainty, the polynomial coefficients are formed by the sum or difference of the interval parameters of the control system and the ICP has the form:

$$D(s) = \sum_{i=1}^m [T_i] A_i(s) + B(s), \quad (1.2)$$

where $[T_i] = [\underline{T}_i; \overline{T}_i]$, (e. g. $([T_1] + 3[T_3])s^2 + ([T_2] + 5[T_3])s + 7[T_3]$).

With multilinear uncertainty, the coefficients of the polynomial linearly depend on each parameter, if the remaining parameters are fixed (e.g. $([T_1][T_3] + [T_2])s^2 + ([T_2][T_3] + [T_1])s + [T_1][T_2] + [T_3]$).

With polynomial uncertainty, the coefficients of the polynomial depend polynomially on at least one parameter (e.g. $([T_2] + 3[T_3][T_1]^2)s^3 + (9[T_2]^2 + [T_1])s^2 + ([T_1] + [T_2]^3[T_3])s + 5[T_2]$).

Note that the real parameters of the control system can be included in the coefficients of the characteristic polynomial affine, multilinear or polynomial.

Most often, control systems are described by characteristic polynomials with multilinear uncertainty. One way to study systems with complex types of uncertainty (multilinear and polynomial) is to reduce them to interval or affine uncertainties based on the variable replacement method. Although the limitation of uncertainty when using this approach leads to an increase in the conservatism of the synthesis of the control system, however, given the inaccuracy of their mathematical models, this allows us to guarantee robust control quality.

Let's look at examples of the application of the variable replacement method. Let a polynomial with polynomial uncertainty of the coefficients be given:

$$p(s, \overset{\text{uu}}{q}) = (6[q_1][q_2] + 17) + (4[q_1]^2 + [q_2]^2 + 15)s + (3[q_1]^3 + [q_1]^2[q_2] + [q_1][q_2] + 3[q_1] + 10)s^2 + s^3, \quad (1.3)$$

where $|q_1| \leq 1$ and $|q_2| \leq 2$.

We introduce new variables g_i such as $q_1^3 = g_1 g_2 g_3$ and $q_2^2 = g_4 g_5$.

Given such a change of variables, polynomial (1.3) can be written as:

$$p(s, \overset{\text{uu}}{g}) = (6[g_1][g_4] + 17) + (4[g_1][g_2] + [g_4][g_5] + 15)s + (3[g_1][g_2][g_3] + [g_1][g_2][g_4] + [g_1][g_4] + 3[g_1] + 10)s^2 + s^3. \quad (1.4)$$

It can be seen that the overbounded polynomial (1.4) has a multilinear uncertainty with a polyhedron $|g_1 = g_2 = g_3| \leq 1, |g_4 + g_5| \leq 2$.

We also give an example of the transition from multilinear uncertainty to affine. To do this, consider the polynomial:

$$p(s, \overset{\text{uu}}{q}) = (6[q_1] + 2[q_2] + [q_3] + 4) + (3[q_1][q_2] + [q_3] + 2)s + ([q_1][q_3] + 8[q_2] + 10)s^2 + s^3, \quad (1.5)$$

where $|q_i| \leq 1$.

Polynomial (1.5) has a nonlinear construction of uncertainty. Introduce new variables $g_1 = q_1, g_2 = q_2, g_3 = q_3, g_4 = q_1 q_2, g_5 = q_1 q_3$. Then, as a result of the overbounded, we obtain a new polynomial:

$$p(s, [\overset{uu}{g}]) = (6[g_1] + 2[g_2] + [g_3] + 4) + (3[g_4] + [g_3] + 2)s + ([g_5] + 8[g_2] + 10)s^2 + s^3. \quad (1.6)$$

Polynomial (1.6) with an affine type of uncertainty can be applied to the methods of ISU synthesis developed on the basis of the edge theorem.

Similarly, through the change of variables and the overbounded, we can pass from affine uncertainty to interval uncertainty. Let there be a characteristic polynomial with an affine type of occurrence of the interval parameters of the system in the coefficients of the polynomial

$$p(s, [\overset{uu}{q}]) = (3 + [q_0]) + (6 + 2[q_1] + 5[q_4])s + (5 + [q_2] + 2[q_3])s^2 + s^3, \quad (1.7)$$

where $|q_i| \leq 5$.

With new variables $g_0 = 3 + q_0$, $g_1 = 6 + 2q_1 + 5q_4$, $g_2 = 5 + q_2 + 2q_3$ ICP (1.7) takes the form of a polynomial with interval uncertainty

$$p(s, [\overset{uu}{g}]) = [g_0] + [g_1]s + [g_2]s^2 + s^3. \quad (1.8)$$

The main mathematical description of the system is its transfer function, but due to the fact that in this study it is of interest to find the degree of stability, we restrict ourselves to the characteristic polynomial of the system.

We assume that the characteristic ACS polynomial with interval-indefinite object parameters and a linear controller, after applying the variable replacement method, has the form:

$$D(s, \vec{k}) = [a_n(\vec{k})] \cdot s^n + [a_{n-1}(\vec{k})] \cdot s^{n-1} + \dots + [a_1(\vec{k})] \cdot s + [a_0(\vec{k})] \quad (1.9)$$

where $a_i \in [\underline{a_i}; \overline{a_i}]$ – interval-indefinite coefficients of the characteristic polynomial;

\vec{k} – vector of tunable controller parameters.

Since the interval-indefinite parameters of the object are given by boundary values, the region P_a , inside which the coefficients can be changed arbitrarily, is a parametric polyhedron $P_a = \{a_j | a_{jmin} \leq a_j \leq a_{jmax}, j=1 \div m\}$, containing 2^m vertices. For example, for a system with two interval-indefinite

parameters, the parametric polyhedron will have the form of a rectangular area (figure 26).

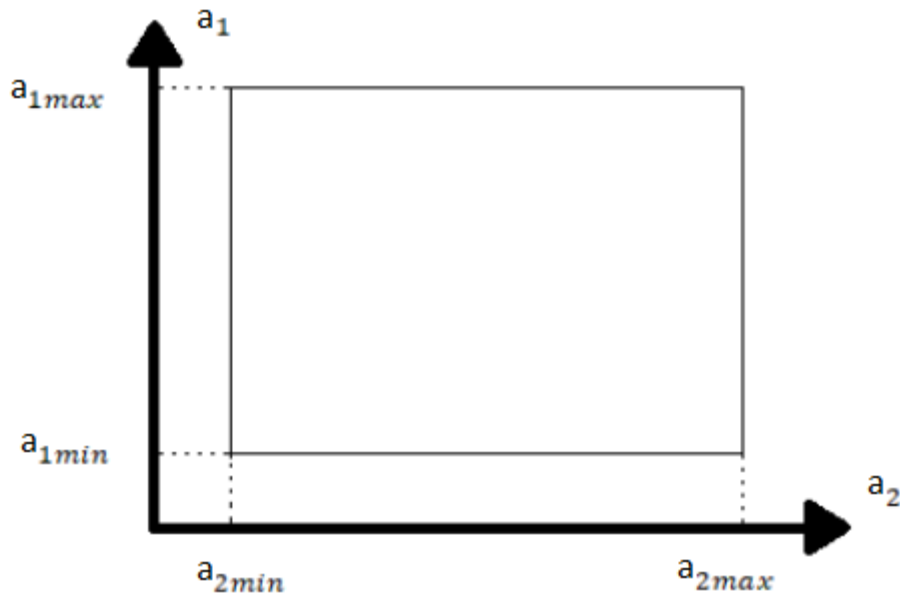


Рисунок 26 – Parametric polyhedron

1.3 Verification vertices for determining the minimum degree of stability of the system with interval coefficients of the polynomial

As mentioned earlier, the work involves the consideration of the methodology for assessing the stability of a system with interval-indefinite coefficients of the characteristic polynomial, based on maximizing the minimum degree of stability of the system at the vertices of the parametric polyhedron formed by the boundary values of the coefficients of the polynomial.

The task of determining the degree of robust stability of the system at all 2^m vertices (m is the number of interval coefficients of the ICP) is quite laborious. Therefore, there are papers [10, 11], devoted to reducing the number of test vertices. However, the analysis showed that the approaches proposed in these works yield an excess number of these vertices. In this regard, it is of interest to determine the minimum number of test vertices and the corresponding vertex polynomials for analyzing the degree of robust stability of interval systems.

Based on [9], for a polynomial of the third degree, in order to determine the vibrational degree of robust stability, it is enough to check the following

vertices: $V_1 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \underline{a_3}$, $V_2 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3}$, $V_3 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3}$. They correspond to three vertex polynomials:

$$\begin{aligned} A_1(s) &= \underline{a_3} s^3 + \overline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_2(s) &= \overline{a_3} s^3 + \underline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_3(s) &= \overline{a_3} s^3 + \overline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

For a polynomial of a quarter degree, in order to determine the vibrational degree of robust stability, it is necessary to check the following vertices: $V_1 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \underline{a_3} \underline{a_4}$; $V_2 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3} \underline{a_4}$; $V_3 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$; $V_4 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \overline{a_4}$; $V_5 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \underline{a_4}$; $V_6 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \overline{a_4}$; $V_7 = \overline{a_0} \underline{a_1} \underline{a_2} \overline{a_3} \underline{a_4}$; $V_8 = \overline{a_0} \underline{a_1} \overline{a_2} \underline{a_3} \overline{a_4}$. Eight vertex polynomials correspond to these vertices:

$$\begin{aligned} A_1(s) &= \underline{a_4} s^4 + \underline{a_3} s^3 + \overline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_2(s) &= \overline{a_4} s^4 + \overline{a_3} s^3 + \underline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_3(s) &= \underline{a_4} s^4 + \overline{a_3} s^3 + \underline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_4(s) &= \overline{a_4} s^4 + \overline{a_3} s^3 + \underline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_5(s) &= \underline{a_4} s^4 + \overline{a_3} s^3 + \overline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_6(s) &= \overline{a_4} s^4 + \underline{a_3} s^3 + \underline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_7(s) &= \underline{a_4} s^4 + \underline{a_3} s^3 + \underline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}; \\ A_8(s) &= \overline{a_4} s^4 + \underline{a_3} s^3 + \overline{a_2} s^2 + \underline{a_1} s + \overline{a_0}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

The degree of robust aperiodic stability of a system of any order is determined at the vertex $\underline{a_0}, \overline{a_1}, \underline{a_2}, \overline{a_3}, \underline{a_4}, \dots$.

These statements will be used in subsequent work.

2 Maximization of the degree of stability in stationary ACS

In [1], a family of mathematical programming problems is considered, the communication conditions in which are complex functions that are analytic with respect to the variable s . And for such problems the necessary optimality

conditions are found taking into account information from the theory of the function of the complex variable. In addition, it is shown that the problem of reaching the limiting degree of stability in a linear dynamic system can be formalized in a similar way, which allows us to obtain analytical expressions in a number of simplest practically important cases that can be used in parametric synthesis of robust and adaptive control systems.

The methods of mathematical, in particular linear programming, are widely used in solving a number of important applied problems [12]. One of such problems is the parametric synthesis of dynamic systems under the constraints imposed on the location of the roots of the characteristic equation. The question of choosing the optimal parameters of a dynamic system, based on the given criteria, attracts considerable attention of researchers [13,14]. Below, we show that the formulation of a nonlinear programming problem with conditions — relations involving functions of a complex variable — allows one to obtain the necessary optimality conditions that can be used to solve parametric synthesis problems for dynamic systems by the criterion of the limiting (maximum) degree of stability and a number of other problems.

2.1 Formalization of the optimization problem

Consider a class of mathematical programming problems in which the constraints include the function of a complex variable: $s=\eta+j\omega$. Problem definition:

$$f_0(k) \rightarrow \max \quad (2.1)$$

Under conditions: 1) $(k, s) = 0$, 2) $k \in V_k \subset R^n$, 3) $s \notin V_k, j^2 = -1$.

In the formulation (2.1), $f_0(k)$ is a real function depending on the real vector k , the function $F(\cdot)$, which is included in the coupling equation (1), is complex. We assume that both of these functions are continuous and continuously differentiable in k , and $F(\cdot)$ for each k is an analytic function with respect to s .

We note that the formulation of problem (2.1) in the general case may include constraints of the form $(k)=0$, but their presence does not affect the features of the problem in any way; therefore, for simplicity of calculations, we will not consider such conditions. Problem (2.1) relates to non-linear programming problems [7], but it has a specific character due to the presence of a complex variable and functions from it. Below it is shown that the formalization of some important applied problems from the field of control system synthesis leads to a similar form.

The specific nature of the problem lies in the fact that when writing the equation of communication in the form of equality to zero of the real and imaginary components of the function F , these two equalities are independent and their left sides are related to each other by Cauchy – Riemann equations.

We present the necessary optimality conditions and the calculated relations necessary for the formalization of the problem. To do this, we represent the complex function (k, s) in the traditional form as the sum of the real (k, ω) and imaginary $R(k, \eta, \omega)$ components.

$$F(k, s) = R(k, \eta, \omega) + jI(k, \eta, \omega) \quad (2.2)$$

Condition (1) in this case falls into two:

$$R(k, \eta, \omega) = 0, \quad (2.3)$$

$$I(k, \eta, \omega) = 0. \quad (2.4)$$

Note that conditions (2.3), (2.4) are not independent. In addition, (\cdot) is even and (\cdot) is an odd function with respect to the argument ω .

To solve the problem (2.1) with the conditions in the form of (2.3), (2.4), it is necessary to compose the Lagrange function [7]:

$$L = \lambda_0 \cdot f_0(k) + \lambda_1 \cdot R(k, \eta, \omega) + \lambda_2 \cdot I(k, \eta, \omega) \quad (2.5)$$

where λ_0 , λ_1 and λ_2 are Lagrange multipliers. The use of Kuhn-Tucker theorems allows one to write down the necessary optimality conditions for the problem under consideration:

$$\frac{\partial L}{\partial k} = 0 \Rightarrow \lambda_0 \cdot \frac{\partial f_0(k)}{\partial k} + \lambda_1 \cdot \frac{\partial R(\cdot)}{\partial k} + \lambda_2 \cdot \frac{\partial I(\cdot)}{\partial k}; \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = 0 \Rightarrow \lambda_1 \cdot \frac{\partial R(\cdot)}{\partial \eta} = -\lambda_2 \cdot \frac{\partial I(\cdot)}{\partial \eta}; \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \Rightarrow \lambda_1 \cdot \frac{\partial R(\cdot)}{\partial \omega} = -\lambda_2 \cdot \frac{\partial I(\cdot)}{\partial \omega}. \quad (2.8)$$

The specificity of the task allows to abandon the traditional solution scheme. Instead, it is advisable to obtain additional conditions that do not contain λ -factors, and then add these conditions to the original formulation.

To this end, we consider conditions (2.3), (2.4). The type of equations included in (2.3), (2.4) gives reasons for concluding that the optimal solution is invariance to the sign of ω . In other words, if (2.3), (2.4) are fulfilled with $\omega^* = \omega^0$, then they must also be fulfilled with $\omega^* = -\omega^0$. Indeed, expression (2.3) does not change when the sign of ω changes, and in (2.4) only the sign does not violate this equality.

Consider the expression (2.8). It can be immediately noted that $((\cdot)/\partial \omega)$ is odd, a $((\cdot)/\partial \omega)$ is an even function of ω . Condition (2.8) allows the following conclusion:

Statement 1: At the optimal solution, the following conditions are met:

$$\frac{\partial R(\cdot)}{\partial \omega} = 0; \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial I(\cdot)}{\partial \omega} = 0. \quad (2.10)$$

Now let us use the Cauchy – Riemann theorem [15] connecting partial derivatives of the analytic functions of a complex variable with respect to real and imaginary arguments:

$$\frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = -\frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \omega} = -\frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \omega} \quad (2.13)$$

Combining (2.9) and (2.13) we get:

$$\frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0; \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0. \quad (2.15)$$

Expressions (2.14), (2.15) are additional conditions that should be added to the original formulation of problem (2.1). Depending on the dimension of x , it may turn out that the resulting system of equations (2.3), (2.4), (2.14), (2.15) will immediately determine the solution to the problem, i.e values η^* , ω^* , k^* . Otherwise, for a newly obtained task with added constraints:

$$f_0(x) \rightarrow \max_{k,\eta,\omega} \quad (2.16)$$

Under conditions (2.3), (2.4), (2.12), (2.13), the necessary optimality conditions should be re-written. It is useful to take into account that the derivatives $(\cdot)/\partial\eta$, $\partial I(\cdot)/\partial\eta$, $\partial R(\cdot)/\partial\omega$, $\partial I(\cdot)/\partial\omega$ are also related by Cauchy-Riemann equations. After simple mathematical we get:

$$\frac{\partial^2 R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0; \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0. \quad (2.18)$$

Conditions (2.17), (2.18) should also be added to the problem statement. A similar procedure should be continued until the resulting system of equations of the form

$$\left\{ \begin{array}{l} R(k, \eta, \omega) = 0; I(k, \eta, \omega) = 0; \\ \frac{\partial R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0; \frac{\partial I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta} = 0; \\ \frac{\partial^2 R(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0; \frac{\partial^2 I(k, \eta, \omega)}{\partial \eta^2} = 0. \\ \dots \dots \end{array} \right. \quad (2.19)$$

will not allow to determine η^* , ω^* , k^* . To solve the system, we need the $(n+2)$ equations from (2.19) possible only for some simplest cases. In general, the solution should be obtained by numerical methods, while it is useful to use the features of the equations in (2.19) for specific problems.

2.2 The problem of the limiting degree of stability of a linear stationary dynamic system

As an example of the practical application of those obtained in Section 2.1, we consider the problem of achieving the maximum possible (limit) degree of stability η^* in a linear dynamic system with a transfer function:

$$W(x, p) = \frac{A(k, p)}{B(k, p)} \quad (2.20)$$

where p is the Laplace complex variable, k is the vector of parameters (coefficients) of the system available for change, $A(k, p)$ and $B(k, p)$ are some functions of p and k .

It is known that the stability of system (2.20) (as well as other proper properties) is completely determined by the form of the roots of its characteristic equation:

$$B(k, \eta, \omega) = 0 \quad (2.21)$$

after substitution $s = \eta + j\omega$. Geometrically and can be interpreted as the imaginary and real coordinates of the root closest to the imaginary axis (2.21) on the complex plane of the roots.

For the system under consideration, an important task is the choice of such values that make up k for which $\eta = \eta^*$. In addition, the definition is of independent interest, since it makes it possible to obtain estimates of the attenuation rate of transients in the system [1].

The problem of calculating system (2.20) from the condition of achieving η^* in it can be represented in the form:

$$\xi \rightarrow \max_{k, \eta, \omega}; \quad (2.22)$$

$$\eta - \xi \geq 0; \quad (2.23)$$

$$R(k, \eta, \omega) = 0; \quad (2.24)$$

$$I(k, \eta, \omega) = 0; \quad (2.25)$$

that is, as the problem of maximizing a scalar ξ not exceeding η under given restrictions on the location of the roots of characteristic equation (2.20).

The statement of the problem in the form of (2.22) - (2.25) allows us to use the results obtained in Section 2.1 for solving, in particular, the system of equations (2.19).