СПЕКТРАЛЬНО УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕМНОГО ФОТОНА ЭЛЕКТРОНОМ

И.В. Ворончихин, Б.И. Василишин
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.Ю. Трифонов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: IVV1211@yandex.ru

SPECTRAL ANGULAR POWER DISTRIBUTION ELECTRON DARK PHOTON RADIATION

I.V. Voronchikhin, B.I. Vasilishin
Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.Yu. Trifonov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: IVV1211@yandex.ru

Abstract. *This article investigates the spectral-angular distribution of spontaneous radiation of dark and electromagnetic photons by an electron moving in electromagnetic fields of an arbitrary form. The motion of the electron is described on the basis of the Dirac equation whose solutions are sought in the semiclassical approximation.*

Введение. Темный фотон это массивная векторная частица со спином 1, которая, по теоретическим предположениям, обладает схожими квантовыми числами с электромагнитным фотоном, с массой в пределах 0,002–0,4 *ГэВ* и константой смешивания с электромагнитным фотоном $\text{т} < 1{,}2{\cdot}10^{-4}$. Взаимодействие со стандартной моделью осуществляется через смешивание с электромагнитным фотоном. Общий лагранжиан имеет вид [1, 2]:

$$\mathrm{L} = \mathrm{L}_{\psi,A} + \mathrm{L}_{\chi,A'} + \mathrm{L}_{A,A'}$$

где $\mathrm{L}_{\psi,A}$ и $\mathrm{L}_{A,A'}$ – лагранжиан взаимодействия частицы стандартной модели и электромагнитного фотона и лагранжиан взаимодействия темного и электромагнитного фотонов:

$$\mathrm{L}_{\psi,A} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}\left\{\gamma_\mu\left(i\partial^\mu - eA^\mu\right) - M_\psi\right\}\psi, \qquad \mathrm{L}_{A,A'} = \frac{1}{2}\text{т}F_{\mu\nu}F'^{\mu\nu},$$

где $\mathrm{L}_{\chi,A'}$ – взаимодействие темного фотона и темного фермиона:

$$\mathrm{L}_{\chi,A'} = -\frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\lambda^2_{M_{A'}}A'_\mu A'^\mu + \bar{\chi}\left\{\gamma_\mu\left(i\partial^\mu - g'A'^\mu\right) - M_\chi\right\}\chi,$$

где $F^{\mu\nu}$ – тензор напряженности электромагнитного поля; A^μ, A'^μ – 4-вектор потенциала электромагнитного и темного фотонов; $F'^{\mu\nu} = \partial^\nu A'^\mu - \partial^\mu A'^\nu$ – тензор поля темного фотона; $\lambda_{M_{A'}} = M_{A'}c/\hbar$ – длинна Комптона темного фотона; $M_{A'}, M_\chi, M_\psi$ – масса темного фотона, темного фермиона и фермиона стандартной модели соответственно.

Квантование поля темного и электромагнитного фотонов. Используя уравнения Эйлера-Лагранжа для $\mathrm{L}_{\psi,A}$ и $\mathrm{L}_{A,A'}$ получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \partial_\mu F'^{\mu\nu} + \lambda^2_{M_{A'}} A'^\nu = \text{т}\partial_\mu F^{\mu\nu} \\ \partial_\mu F^{\mu\nu} = \text{т}\partial_\mu F'^{\mu\nu} \end{cases}$$

Из данной системы следует то, что потенциал A^ν имеет вид $\tilde{A}^\nu + \varepsilon A'^\nu$, где $\tilde{A}^\nu$ – потенциал электромагнитного фотона без учета эффекта смешивания; A'^ν – потенциал темного фотона данной, который можно представить в виде разложения на плоские волны $A'^\nu = \sum_{\text{щ},\lambda} e^\nu_\lambda \left(c_{\text{щ}\lambda} e^{-ix_\beta \text{щ}^\beta} + c^+_{\text{щ}\lambda} e^{ix_\beta \text{щ}^\beta} \right)$, где $e^\nu = (e,\, \vec{e})$ – 4-вектор поляризации; $e,\, \vec{e}$ – скалярная и векторная поляризации, соответственно; $x^\beta = (ct,\, \vec{x})$ – 4-вектор координаты; $\text{щ}^\beta = (\omega_\text{щ},\, \vec{\text{щ}})$ – волновой 4-вектор темного фотона. Вторично проквантовав выражение для потенциала темного фотона A'^ν и, используя представление Фарри, добавив вторично квантованное поле электромагнитного фотона A^ν получим выражение с заданными коммутационными соотношениями $\left[\hat{c}_{k\lambda}, \hat{c}^+_{k'\lambda'}\right] = \delta_{kk'}\delta_{\lambda\lambda'}$, $\left[\hat{c}_{k\lambda}, \hat{c}_{k'\lambda'}\right] = 0$, $\left[\hat{c}^+_{k\lambda}, \hat{c}^+_{k'\lambda'}\right] = 0$:

$$\hat{A}^\nu + \varepsilon \hat{A}'^\nu = \frac{1}{\sqrt{2V}} \int \sum_\lambda e^\nu_{(\lambda)} \left(\hat{c}_{k\lambda} e^{-ix_\beta k^\beta} + \hat{c}^+_{\text{щ}\lambda} e^{ix_\beta k^\beta} \right) \frac{d^4 k}{(2\pi\hbar)^4} + \varepsilon \frac{1}{\sqrt{2V}} \int \sum_\lambda e'^\nu_{(\lambda)} \left(\hat{c}'_{\text{щ}\lambda} e^{-ix_\beta \text{щ}^\beta} + \hat{c}'^+_{\text{щ}\lambda} e^{ix_\beta \text{щ}^\beta} \right) \frac{d^4 \text{щ}}{(2\pi\hbar)^4}$$

где $k^\beta = (\omega,\, \vec{k})$ – волновой 4-вектор электромагнитного фотона; $\lambda_{M_{A'}}$ – длинна Комптона темного фотона. Матрица рассеяния S в первом порядке приближения с матричным элементами $\left\langle \beta \middle| \hat{S}^{(1)} \middle| \alpha \right\rangle$ в случае излучения темного и электромагнитного фотона с учетом смешивания [3]:

$$\hat{S}^{(1)} = i \int j_\mu \hat{A}'^\mu d^4 x, \quad \left\langle \beta \middle| \hat{S}^{(1)} \middle| \alpha \right\rangle = \frac{e_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} M_{\nu'\nu}(t) dt,$$

$$M_{\nu'\nu}(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \psi^+_{\nu'}(\vec{x},t) \left\{ \left(\vec{\alpha},\ \vec{e}_{(\lambda)} \right) e^{-i\left(\vec{x},\, \vec{k}\right)} + \varepsilon \left(\vec{\alpha},\ \vec{e}'_{(\lambda)} \right) e^{-i\left(\vec{x},\, \vec{\text{щ}}\right)} \right\} \psi_\nu(\vec{x},t) d^3 x,$$

где j_μ – ток перехода; $M_{\nu'\nu}(t)$ – амплитуда излучения; ν, ν' – мультииндексы начального и конечного состояния, характеризующие номер состояния n и спин частицы σ. Движение электрона описывается уравнением Дирака:

$$\left\{ -i\hbar\partial_t + \hat{\text{H}}_D \right\} \psi = 0, \qquad \hat{\text{H}}_D = \left\langle \vec{\alpha} \cdot \hat{\vec{\text{P}}} \right\rangle + \alpha_0 m_0 c^2 + e_0 \Phi(\vec{x},t) \text{I}_4, \qquad \hat{\vec{\text{P}}} = \hat{\vec{p}} - \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{x},t),$$

где $(\alpha_0,\ \vec{\alpha})$ – $\vec{\alpha}$ -матрицы Дирака; $\hat{\vec{\text{P}}}$ – оператор обобщенного импульса; $\vec{A}(\vec{x},t)$, $\Phi(\vec{x},t)$ – векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля соответственно; m_0 – масса фермиона. Волновые функции электрона в электромагнитном поле будем искать в квазиклассическом приближении с точностью до порядка малости по $\hbar^{3/2}$ [4, 5]:

$$\psi(\vec{x},t,\hbar) = \left\{ \Pi_+(t) + \Pi_-(t) \left(\hbar^{1/2} \hat{Q}_1 + \hbar \hat{Q}_2 \right) \right\} \text{U}^0,$$

где $\text{U}^0(\vec{x},t) = \varphi^{(0)}(\vec{x},t) \text{U}(t)$ и справедливы уравнения:

$$\left\{ -i\hbar \frac{d}{dt} + \left\langle \vec{\sigma},\ \vec{D}_0 \right\rangle \right\} \text{U}(t) = 0, \qquad \left\{ -i\hbar\partial_t + \hat{\lambda} \right\} \varphi^{(0)} = 0, \qquad \vec{D}_0 = \frac{\mu_0}{\gamma} \left\{ \frac{[\beta \times E(t)]}{1+\gamma^{-1}} - \vec{H}(t) \right\}.$$

где $\varepsilon(t)=\sqrt{\left(m_0c^2\right)^2+c^2\ \vec{\mathrm{P}}^{\,2}(t)}$ – полная энергия электрона и обозначен оператор $\hat{\lambda}=\lambda^+(t)+\left\langle\lambda_z,\Delta\,\hat{z}\right\rangle+\frac{1}{2}\left\langle\Delta\,\hat{z},\lambda_{zz}\Delta\,\hat{z}\right\rangle$, построенный на собственных значениях $\lambda^{\pm}=e_0\Phi(\vec{x},t)\pm\varepsilon$ главного символа гамильтониана $\mathrm{H}\left(\vec{x},t\right)$ где $Z(t)=\left(P(t),X(t)\right)$ – траектория на фазовом пространстве и введены смещения импульса и координаты $\Delta\,\vec{p},\Delta\,\vec{x}$ на фазовую траекторию $Z(t)$, аналогично для операторов $\Delta\,\hat{p},\,\Delta\,\hat{x},\,\Delta\hat{z}$:

$$\Delta\,\vec{x}=\,\vec{x}-\vec{X}(t),\quad \Delta\,\vec{p}=\,\vec{p}-\vec{P}(t),\quad \Delta z=z-Z(t),\quad z_j=x_j,\quad z_{j+n}=p_j,\quad j=\overline{1,n}\ .$$

Собственные вектора главного символа гамильтониана $\mathrm{H}\left(\vec{x},t\right)$:

$$\Pi_+(\vec{p},\,\vec{x},t)=\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon\left(m_0c^2+\varepsilon\right)}}\begin{pmatrix}m_0c^2+\varepsilon\\ c\left\langle\ \vec{\sigma}\cdot\vec{\mathrm{P}}\right\rangle\end{pmatrix},\quad \Pi_-(\vec{p},\,\vec{x},t)=\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon\left(m_0c^2+\varepsilon\right)}}\begin{pmatrix}c\left\langle\ \vec{\sigma}\cdot\vec{\mathrm{P}}\right\rangle\\ -m_0c^2-\varepsilon\end{pmatrix},$$

и используются обозначения:

$$\hbar^{1/2}\hat{Q}_1=\frac{c}{2\varepsilon}\left(\frac{\left\langle\ \vec{\sigma}\cdot\,\vec{\beta}\right\rangle\left\langle\ \vec{\beta}\cdot\Delta\ \vec{\mathrm{P}}_1\right\rangle}{1+\gamma^{-1}}-\left\langle\ \vec{\sigma}\cdot\Delta\ \vec{\mathrm{P}}_1\right\rangle\right),\qquad \Delta\ \vec{\mathrm{P}}_1(t)=\Delta\hat{\vec{p}}(t)-\frac{e_0}{c}d_T^1\ \vec{A}(X(t),t),$$

$$\hbar\hat{Q}_2=-\frac{e}{2\varepsilon}\left(\frac{\left\langle\vec{\sigma},\ \vec{\beta}\right\rangle\left\langle\ \vec{\sigma},d_T^2\ \vec{A}\right\rangle}{1+\gamma^{-1}}-\left\langle\ \vec{\sigma},d_T^2\ \vec{A}\right\rangle\right)+\frac{i\hbar\gamma}{2}\frac{1}{2\varepsilon}\left(\left\langle\ \vec{\sigma},\ \vec{\beta}\right\rangle\frac{\left\langle\ \vec{\beta},\ \right\rangle}{1+\gamma^{-1}}+\gamma^{-1}\left\langle\ \vec{\sigma},\ \dot{\vec{\beta}}\right\rangle\right)-\frac{c}{\varepsilon}\frac{1}{2\varepsilon}\left\langle\ \vec{\sigma},\Delta\ \hat{\vec{p}}\right\rangle\hbar^{1/2}Q_1.$$

где для обозначения элемента разложения по переменной $\vec{x}$ в ряд Тейлора для многих переменных по степени малости переменной $\Delta\ \vec{x}$ используем $d_T^n f(\vec{x}+\ \Delta\vec{x},t)$ порядка n .

Результаты. Конечная формула для получения полной мощности излучения имеет вид:

$$W=\frac{e_0^2}{2\pi}\int\frac{d^4щ}{\left(2\pi\hbar\right)^4}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}e^{-i\omega t}M_{\nu'\nu}(t)dt\int\limits_{-\infty}^{+\infty}e^{i\omega t'}M^*_{\nu'\nu}(t')dt'$$

Заключение. В результате получена конечная формула для расчета мощности спонтанного излучения темного и электромагнитного фотонов в электромагнитных полях произвольного вида.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gninenko S.N., Search for MeV dark photons in a light-shining-through-walls experiment at CERN — Phys. Rev. D 89, 075008 –Published 8 April 2014.
2. D. Banerjee et al. (The NA64 Collaboration), Search for vector mediator of dark matter production in invisible decay mode — Phys. Rev. D 97, 072002 – Published 4 April 2018.
3. Соколов А. А. Тернов И.М. Квантовая электродинамика. // М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1983. – 312с.
4. Bagrov V.V. Belov V.V. Trifonov A.Yu. Theory of spontaneous radiation by electrons in a trajectory coherent approximation // J.Phys A: Math. Gen. – 1993. – Vol 26, No 22. – P. 6431-6449.
5. Багров В. Г., Белов В. В., Трифонов А. Ю. Методы математической физики. Асимптотические методы в релятивистской квантовой механике: учебное пособие. //Томск: Изд во ТПУ. – 2006 г. 218