

4. Курс лекций по неразрушающему контролю – [Электронный ресурс]. – URL: https://www.omgtu.ru/general_information/faculties/radio_engineering_department/department_quot_radio_devices_and_diagnostic_systems_quot/educational-materials/Nondestructive_testing/Lecture_notes_2015.pdf (дата обращения: 18.03.2020).
5. Мех Д.А. Понятие о дефектах. Типы дефектов и их классификация – [Электронный ресурс]. – URL: <https://studfile.net/preview/6755843/> (дата обращения: 04.04.2020).
6. Волченко В.Н. Оценка и контроль качества сварных соединений с применением статистических методов. – М.: Издательство стандартов, 1974 – 165с.
7. "Семь инструментов" управления качеством – [Электронный ресурс]. – URL: https://www.cfin.ru/management/iso9000/iso9000_7tools.shtml (дата обращения: 17.04.2020).
8. В.И. Иванов, Н.Н. Коновалов, А.Н. Дергачев. Использование вероятностных методов для оценки эффективности неразрушающего контроля – [Электронный ресурс]. – URL: <http://agps-2006.narod.ru/ttb/2014-6/15-06-14.ttb.pdf> (дата обращения: 25.04.2020).

УДК 519.711.3:519.237

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ЦИФРОВЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТА-АНАЛИЗА

Хо Минь Дай, Буй Дык Бьен

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск

E-mail: minhchai2410@gmail.com

IMPROVE THE MEASUREMENT ACCURACY OF A DIGITAL INSTRUMENTS BASED ON COMBINED MEASUREMENT

Ho Minh Dai, Bui Duc Bien

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk

Аннотация: предложены метод мультипликативных совокупных измерений (МСИ), представляющий случай нелинейных условных уравнений и метод мета-анализа (МА), позволяющий объединить результаты исследований для получения единственных оценок искомых измеряемых величин и их неопределенностей. Проведена экспериментальная апробация методов аддитивных совокупных измерений, МСИ и МА к задаче уменьшения неопределенности типа В результатов измерений сопротивления, вызванной максимальной допустимой погрешностью цифрового средства измерения.

Abstract: the method of multiplicative combined measurements (MCM), representing the case of nonlinear conditional equations and a meta-analysis (MA) method, which allows combining research results to obtain single estimates of the desired measured quantities and their uncertainties are proposed. Experimental testing of methods of additive combined measurements, MCM and MA for the problem of reducing the type B uncertainty of resistance measurement results caused by the maximum permissible error of a digital measuring instrument has been carried out.

Ключевые слова: мета-анализ; неопределенность; мультипликативные совокупные измерения; аддитивные совокупные измерения; максимальная допустимая погрешность.

Keywords: meta-analysis; uncertainty; multiplicative combined measurements; additive combined measurements; maximum permissible error.

Введение

Точность результатов совокупных измерений зависит от числа условных уравнений, чем больше число независимых условных уравнений, связывающих измеряемые величины, тем точнее результаты измерений. Однако число условных уравнений обычно ограничено [1]. В данной работе предлагаются метод мультипликативных совокупных измерений,

представляющий случай нелинейных условных уравнений и метод мета-анализа, позволяющий объединить результаты исследований для получения единственных оценок искомых величин и их неопределенностей. Рассматривается применение предложенных методов к задаче уменьшения неопределенности типа В результатов измерений сопротивления, вызванной максимальной допустимой погрешностью (МДП) цифрового средства измерения (СИ).

Метод мультипликативных совокупных измерений

На практике встречаются случаи, когда условные уравнения совокупных измерений нелинейны. Одним из таких случаев является организация совокупных измерений, при которой измеряемые однородные величины комбинируются мультипликативно. Предлагаемый нами подход к обработке таких измерений будем называть методом мультипликативных совокупных измерений (МСИ).

Пусть имеются n измеряемых величин X_1, \dots, X_n , значения которых будем представлять в векторной форме $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$. Обозначим вектор значений измеряемых величин через $\mathbf{y}^* = (y_1^*, \dots, y_N^*)^T$ и вектор их результатов измерений через $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)^T$, диагональная взвешенная матрица матрицы \mathbf{y} через $\mathbf{W}_y = \text{diag}[(u_{y_1}^{-2}, \dots, u_{y_N}^{-2})^T]$, где $u_{y_i}^2$ – выборочная дисперсия результатов измерения y_i ($i = 1, \dots, N$), $(\cdot)^T$ – транспонированная матрица.

Функции зависимостей значений измеряемых величин y_i^* ($i = 1, \dots, N$) от значений искомых измеряемых величин x_j ($j = 1, \dots, n$) имеют вид:

$$y_i^* = c_i \prod_{j=1}^n x_j^{k_{ij}}, \quad (1)$$

где $\mathbf{c} = [c_i]$ – известный вектор коэффициентов; $\mathbf{K} = [k_{ij}]$ – матрица плана, $k_{ij} = \{0, 1\}$.

Вектор оценки для \mathbf{x} и его ковариационная матрица из (1) вычисляются следующим образом [2]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \exp^\circ(\hat{\boldsymbol{\beta}}), \quad (2)$$

$$\mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{C}_\beta (\mathbf{K}^T \mathbf{W}_q \mathbf{K})^{-1} \mathbf{C}_\beta^T, \quad (3)$$

где $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{K}^T \mathbf{W}_q \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{W}_q \ln^\circ(\mathbf{y} \oslash \mathbf{c})$; $\mathbf{W}_q = \text{diag}[(y_1^2 u_{y_1}^{-2}, \dots, y_N^2 u_{y_N}^{-2})^T]$; $\mathbf{C}_\beta = \text{diag}(\hat{\mathbf{x}})$; $\exp^\circ(\cdot)$, $\ln^\circ(\cdot)$, $(\cdot) \oslash (\cdot)$ – поэлементные экспоненцирование, натуральное логарифмирование и деление [3].

Метод мета-анализа

Пусть $\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}_1}, \mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}_2}$ – векторы оценок искомых измеряемых величин и их ковариационные матрицы, полученные методами аддитивных совокупных измерений (АСИ) и МСИ [4]. Учитывая корреляцию оценок в каждом методе, метод мета-анализа (МА) позволяет получить единственную оценку измеряемой величины и ее неопределенность [5].

Обозначим вектор-столбец оценок с размерностью $2n$ через $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{\mathbf{x}}_1; \hat{\mathbf{x}}_2)$, вектор-столбец невязок вектора \mathbf{y} с размерностью $2n$ через $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_{2n})^T$, матрицу плана, образованную объединением 2 единичных матриц с размерностью $n \times n$ через

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T, \quad (4)$$

и ковариационную матрицу для $\hat{\mathbf{x}}$ через

$$\mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{\hat{x}_1} & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_{\hat{x}_2} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Модель мета-анализа имеет вид:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{e} \quad (6)$$

Вектор оценок для \mathbf{x} и его ковариационная матрица вычисляются следующим образом:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{K}^T \mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \hat{\mathbf{x}} \quad (7)$$

$$\mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{K}^T \mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{K})^{-1} \quad (8)$$

Применим три метода АСИ, МСИ и МА к задаче уменьшения неопределенности типа В [4] окончательных результатов оценок измеряемых величин. Пусть имеются три резистора R_1 , R_2 и R_3 , значения сопротивлений x_1 , x_2 и x_3 которых нужно оценить. Результаты, полученные этими методами, будут сравнены с методом непосредственной оценки (МНО). В МНО, сопротивления резисторов R_1 , R_2 , R_3 измеряются непосредственно мультиметром АМ-1097. Полученные результаты измерений, включающие погрешности, считаются оценками значений сопротивлений x_1 , x_2 и x_3 .

Номинальные значения сопротивлений резисторов R_1 , R_2 и R_3 были выбраны равными 4420, 1100 и 1000 Ом соответственно. Прецизионные резисторы R_1 и R_2 были типа С5-54 с наибольшей мощностью 0,125 Вт и ТКС $\pm 10 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, а R_3 – катушка электрического сопротивления измерительная Р331, имеющая наибольшую допустимую мощность 1 Вт. Класс точности всех резисторов – 0.01.

Для оценивания сопротивлений R_1 , R_2 и R_3 их неопределенностей проведены два эксперимента.

Всевозможное последовательное соединение резисторов. В первом эксперименте для получения оценок сопротивлений резисторов R_1 , R_2 и R_3 и их неопределенностей методом АСИ помимо измерений сопротивлений отдельных резисторов, проводились измерения общих сопротивлений во всевозможных последовательных соединениях, составляющих из 2, 3 резисторов. В каждом опыте измеряемая величина измерялась однократно непосредственно мультиметром АМ-1097. Количество необходимых измерений $n = 3$; количество всех измерений $N = 7$; количество избыточных измерений равно 4, из которых должны быть проведены три измерения сопротивлений возможных разных последовательных соединений двух резисторов и одно измерение последовательного соединения трех резисторов. Описание эксперимента представлено в [4].

Измерительный мост. При использовании МСИ во втором эксперименте были проведены три измерения (опыта), их мостовые схемы приведены на рисунке 1.

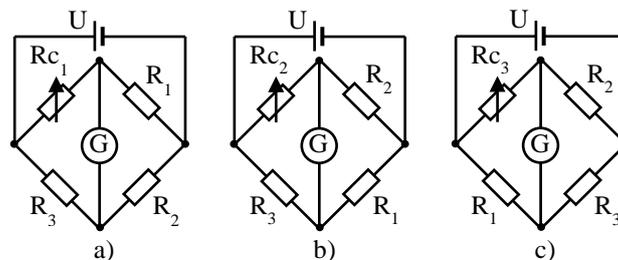


Рисунок 1 – Схемы измерений измерительным мостом

В каждом опыте, три сопротивления R_1 , R_2 и R_3 включены в трех плечах мостовой цепи, в качестве регулируемого плеча R_{c_i} ($i = 1, 2, 3$) был использован калибратором Fluke 5520A. Для фиксирования тока, протекающего через гальванометр, применялся модуль мультиметра National Instruments NI PXI-4072. Генератор AWG-4110 обеспечивает напряжение постоянного тока $U = 5,25$ В. Уравновешение моста осуществлялось с помощью регулировки R_{c_i} .

Обозначим вектор значений сопротивлений R_{c_i} , ($i = 1, \dots, 3$) при уравновешивании моста через $\mathbf{y}^* = (y_1^*, y_2^*, y_3^*)^T$ и их вектор результатов измерений через $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_3)^T$. Тогда получим систему уравнений:

$$y_1^* = x_1 x_2^{-1} x_3; y_2^* = x_1^{-1} x_2 x_3; y_3^* = x_1 x_2 x_3^{-1}. \quad (9)$$

Очевидно, что (9) является частным случаем системы (1). При этом, $\mathbf{c} = (1, 1, 1)^T$, а матрица плана \mathbf{K} имеет вид:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

На основе полученных результатов методами АСИ и МСИ для получения единственных оценок искомых сопротивлений и их неопределенностей были применены метод МА.

Результаты и обсуждение

Результаты измерений y_i и их неопределенности типа В u_{y_i} , вызванные МДП для двух экспериментов сведены в таблице 1.

Таблица 1 – Экспериментальные данные, полученные двумя методами

МНО								МСИ			
i	1	2	3	4	5	6	7	i	1	2	3
y_i , Ом	999,75	2099,55	1099,65	5517,95	6517,95	5418,95	4419,65	y_i , Ом	4018,36	249,04	4862,18
u_{y_i} , Ом	1,01	1,55	1,06	7,76	8,26	7,71	2,71	u_{y_i} , Ом	0,21	0,03	0,24

Для каждого метода, обозначим вектор номинальных значений трех резисторов R_1 , R_2 и R_3 через $\mathbf{x}^* = (4400, 1100, 1000)^T$ Ом; $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_3)^T$ – вектор абсолютных отклонения вектора $\hat{\mathbf{x}}$ от его номинального вектора \mathbf{x}^* , где ξ_j ($j = 1, \dots, 3$) вычисляется следующим образом:

$$\xi_j = |\hat{x}_j - x_j^*|. \quad (11)$$

В таблице 2 для сравнения показаны отклонения ξ_j ($j = 1, \dots, 3$) и неопределенности $u(\hat{x}_j)$ искомых сопротивлений, полученные тремя методами, с результатами, полученными МНО.

Из таблицы 2 видно, что метод МНО дает довольно большие значения неопределенностей и отклонений оценок искомых сопротивлений. Метод АСИ дает лучшие результаты, т.к. неопределенности сопротивлений были получены меньше по сравнению метода МНО. Отклонения оценок сопротивлений (кроме наибольшего сопротивления $R_1 = 4420$ Ом), полученные методом АСИ, были лучше по сравнению метода МНО.

Неопределенности и отклонения оценок искомых сопротивлений, полученные методом МСИ, были лучше по сравнению методов МНО и АСИ.

Таблица 2 – Сравнение отклонений и неопределенностей искомых сопротивлений, полученных различными методами

	x_j^* , Ом	МНО		АСИ		МСИ		МА	
		ξ_j , Ом	$u(\hat{x}_j)$, Ом						
R ₁	4420	0,35	2,71	0,61	2,34	0,25	0,16	0,24	0,16
R ₂	1100	0,35	1,06	0,34	0,91	0,22	0,07	0,21	0,06
R ₃	1000	0,25	1,01	0,22	0,88	0,23	0,06	0,22	0,06

Метод МА дает наилучшие результаты из всех рассмотренных методов, полученные значения оценок искомых сопротивлений были наиболее близки к их номинальным значениям. Неопределенности оценок искомых сопротивлений уменьшаются в 16,2–17,1 раза. Неопределенности оценок искомых сопротивлений, полученные всеми рассмотренными методами, возрастает с увеличением их номинального значения.

Заключение

Предложены методы МСИ, соответствующий случаю нелинейных условных уравнений, и МА, позволяющий объединить результаты исследования для получения единственных оценок искомых величин и их неопределенностей.

Проведена экспериментальная апробация методов АСИ, МСИ и МА в задаче снижения неопределенности типа В окончательных результатов, вызванной МДП СИ при измерении сопротивления.

Экспериментальные результаты показали, что методы АСИ и МСИ дают лучшие результаты, чем метод МНО. Метод МА дает наилучшие результаты из всех рассмотренных методов, неопределенности оценок значений искомых сопротивлений уменьшились в 16,2–17,1 раза.

Работа поддержана Российским научным фондом, проект № 18-19-00203.

Список литературы

1. Фридман А.Э. Основы метрологии. Современный курс. – С.-Пб.: НПО «Профессионал», 2008. – 284 с.
2. JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities. – Joint Committee for Guides in Metrology, 2011. – 80 p.
3. Roger A.H., Charles R.J. Matrix Analysis. Second Edition. – Cambridge University Press, New York, – 662 p.
4. Но M.D., Muravyov S.V. Accuracy enhancement of measurand estimate on the base of additive combined measurements // Sensor Review. – 2020. – Vol. 40. – No. 3. – pp. 377–383.
5. Han Ch., Alisa K.M. and Josée D. A Method of Moments Estimator for Random Effect Multivariate Meta-Analysis // Biometrics, –2012. – Vol. 68. – pp. 1278-1284.