

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Направление подготовки/профиль 03.06.01 Физика и астрономия/01.04.02 Теоретическая физика

Школа базовой инженерной подготовки

Отделение математики и информатики

**Научный доклад об основных результатах подготовленной
научно-квалификационной работы**

Тема научного доклада
Квазиклассические асимптотики нелокального уравнения Гросса-Питаевского, сосредоточенные на кривых

УДК 53:517.928:530.145

Аспирант

Группа	ФИО	Подпись	Дата
A7-06	Кулагин Антон Евгеньевич		

Руководитель профиля подготовки

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Заведующий кафедрой – руководитель отделения на правах кафедры	Трифонов Андрей Юрьевич	д. ф.-м. н., профессор		

Руководитель отделения

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Заведующий кафедрой – руководитель отделения на правах кафедры	Трифонов Андрей Юрьевич	д. ф.-м. н., профессор		

Научный руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Заведующий кафедрой – руководитель отделения на правах кафедры	Трифонов Андрей Юрьевич	д. ф.-м. н., профессор		

Уравнение Гросса-Питаевского широко используется для описания бозе-эйнштейновского конденсата в газах, удерживаемого во внешнем поле ловушки. Нелокальность нелинейной части уравнения позволяет учитывать дальнедействующие межчастичные взаимодействия, примером которых может являться диполь-дипольное взаимодействие атомов. Развитие экспериментальных техник позволило создавать для бозе-эйнштейновского конденсата потенциальные ловушки сложной формы и, как следствие, изучать бозе-конденсат со сложными геометрическими свойствами. Математическое описание такого бозе-эйнштейновского конденсата является сложной задачей и требует новых нетривиальных подходов.

Данная работа посвящена построению асимптотических решений нелокального многомерного уравнения Гросса-Питаевского, квазиклассически сосредоточенных на кривых в фазовом пространстве. Предлагается метод построения таких решений, основанный на методе комплексного роста Маслова. Основанная идея предлагаемого подхода заключается в переходе в пространство расширенной за счет параметра кривой размерности. Для этого вводится класс функций, квазиклассически сосредоточенных на кривой, динамика которой описывается системой интегро-дифференциальных уравнений (системой Гамильтона-Эренфеста типа $(1,1)$), которые в обозначенном в работе смысле являются классическими уравнениями. Данный класс определяется как параметризованный класс траекторно-сосредоточенных функций.

В первой главе рассматривается задача Коши для нелокального уравнения Гросса-Питаевского. Асимптотические решения нелокального уравнения Гросса-Питаевского находятся среди решений параметрического семейства ассоциированных линейных уравнений Гросса-Питаевского. Предъявлен аналитический вид функции Грина данных уравнений, которая задает нелинейный квазиклассический оператор эволюции нелокального уравнения Гросса-Питаевского. Также построены квазиклассические операторы симметрии в заданном классе функций.

Вторая глава посвящена построению квазиклассических спектральных серий нелокального стационарного уравнения Гросса-Питаевского. Решения стационарного уравнения находятся среди частных решений нестационарного уравнения Гросса-Питаевского, построенных методом, рассмотренным в первой главе. Для этого выбираются решения, сосредоточенные на кривых, инвариантных относительно сдвига по времени. Такие кривые задаются периодическими решениями системы Гамильтона-Эренфеста типа $(1,1)$. Квазиклассические собственные функции стационарного нелокального уравнения Гросса-Питаевского выражаются через систему линейно независимых косоортогональных решений задачи Флоке для системы в вариациях (системы линейных дифференциальных уравнений). В аналитическом виде получено квазиклассическое условие квантования.

В третьей главе приведены примеры применения разработанного метода для физически мотивированных задач. Получены в аналитическом

виде квазиклассические спектральные серии для стационарного двумерного уравнения Гросса-Питаевского с гармоническим внешнем полем и гауссовым эффективным взаимодействием. Также построены асимптотические решения задачи Коши для нелокального уравнения Гросса-Питаевского, описывающие вихревое состояние бозе-эйнштейновского конденсата и рассмотрена задача о расширении бозе-конденсата в кольцевой ловушке.