СЕКЦИЯ 8. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК: ФИЗИКИ, ХИМИИ, МАТЕМАТИКИ

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПРЕДПОЧТЕНИЙ ИНВЕСТОРА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОРТФЕЛЯ И ЕГО УПРАВЛЕНИИ

Мастерова Е.В.
E-mail: masterova_katya@mail.ru

Научный руководитель: доцент, к. ф-м.н. О.Л. Крицкий, кафедра ВММФ ФТИ ТПУ

В мировой экономике в настоящее время происходит сложное перераспределение финансовых ресурсов. Это является следствием нестабильной экономической и политической обстановки. Под влиянием этих факторов резко возрастает активность портфельного инвестирования на финансовых рынках. Однако перед инвесторами встает вопрос: «в какие активы наиболее выгодно инвестировать свои средства?»

Цель данной работы заключается в статистической оценке предпочтений инвестора при формировании портфеля и его управлении, если в его состав входят индексные ценные бумаги развитых и развивающихся стран. Выбраны ценные бумаги, оптимальные по соотношению риска к доходности, рассчитаны показатели качественного управления на основе коэффициентов альфа и бета, проведена статистическая проверка гипотез, подтверждающих высокую квалификацию управления составленным портфелем.

Как известно, в финансовой деятельности необходимо постоянно оптимизировать доходность к риску. На этом основана портфельная теория Марковица. Основной идеей теории является формирование инвестиционного портфеля с учетом оптимального выбора активов, исходя из требуемого соотношения доходности и риска [1].

Предположим, что вектор долей активов, входящих в портфель, есть $x = (x_1, \dots, x_n)$. При этом сумма $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.$

Чистая доходность портфеля в момент t

$$r(t) = \frac{P(t+1) - P(t)}{P(t)},$$

где $P(t)$ – цена портфеля в момент t.

Согласно теории Марковица, показателем доходности является математическое ожидание, а мера риска – стандартное отклонение приращений цен. Таким образом, имеем:

• доходность портфеля или его ожидаемая доходность μ_x:

$$\mu_x = E[r_x(t)] = \sum_{i=1}^{n} E[r_i(t)]x_i = \sum_{i=1}^{n} \mu_i x_i,$$

• риск портфеля или его волатильность σ_x:

$$\sigma_{\text{ij}} = \text{cov}(r_i(t), r_j(t)) = \rho_{ij}\sigma_i, \sigma_j,$$

$$\rho_{ij} = \text{cov}(r_i(t), r_j(t)),$$

$$\sigma_x^2 = \text{var}(r_x(t)) = \text{var}(\sum_{i=1}^{n} r_i x_i) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \text{cov}(r_i(t), r_j(t)) x_i x_j.$$

Задачу поиска оптимального портфеля можно рассматривать с двух различных сторон:

• минимизация риска, при котором гарантируется доход, который больше или равен ожидаемому уровню доходности:

$$\min_x \sigma_x^2 \equiv \min \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} \sigma_{ij} x_i x_j ,$$

$$\mu_x \geq r ; \sum_{i=1}^{d} \mu_i x_i \geq r ; \sum_{i=1}^{d} x_i = 1.$$

• максимизация доходности, обеспечивающей риск, который меньше или равен риску вложений:

$$\max_x \mu_x \equiv \max_x \sum_{i=1}^{d} \mu_i x_i ,$$

$$\sigma_x^2 \leq \bar{\sigma}^2 ; \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} \sigma_{ij} x_i x_j \leq \bar{\sigma}^2 ; \sum_{i=1}^{d} x_i = 1 .$$

Максимизация доходности с поправкой на риск:

$$\max_x \mu_x - \tau \sigma_x^2 \equiv \max \sum_{i=1}^{d} \mu_x x_i - \tau (\sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} \sigma_{ij} x_i x_j)$$

где τ – коэффициент неприятия риска [2-3].

В ходе исследования, было выбрано восемь фондовых индексов трех развивающихся стран: BVSP (Бразилия), CSI200 (Китай), BSE_SEN (Индия); и трех развитых стран: ASX200 (Австралия), FTSE (Великобритания), Dow Jones Index 30 (США), NASDAQ Comp (США). Используемые в работе данные за период с 04 января 2013 года по 30 января 2014 года, были предоставлены компанией Финам (http://www.finam.ru/). На основе этих данных был составлен оптимальный портфель, в который в волатильностью $\sigma = 12\%$ и доходностью $P_t = 6{,}5\%$ вошло четыре индекса: Jones Index 30 (США), NasDaQ Comp (США), BSE_SEN (Индия) и ASX200 (Австралия):

$$\pi_t = 0{,}58 x_1 + 0{,}07 x_2 + 0{,}05 x_3 + 0{,}29 x_4 .$$

Для проверки эффективности полученного портфеля индекса был рассчитан коэффициент бета:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} ,$$

где β_i - коэффициент бета; R_m – доходность индекса; R_i – доходность индекса MSCI (взятого, в качестве эталонного);

Коэффициент бета указывает на связь между доходностью индекса и движением эталона (в нашем случае это индекс *MSCI World*). Иначе говоря, бета отвечает за относительный риск портфеля и определяет неустойчивость и колебания доходности всего портфеля относительно выбранного в качестве эталона индекса.

Значения коэффициентов бета для нашего портфеля лежат в интервале (-0,3;1,3). Большая часть коэффициентов бета для портфеля индексов являются положительными. Это означает, что в основном у инвестора есть возможность получить большую доходность от управления капиталом, чем от инвестирования в индексный опцион при росте рынка.

В дальнейшем для портфеля были построены оценки коэффициентов альфа:

$$\alpha_{i,t} = R_{i,t} - r - \beta_{i,t} (R_{m,t} - r) ,$$

где $\alpha_{i,t}$ – оценка коэффициента альфа для индекса в момент времени *t*; *r* – безрисковая ставка (0,25%), $R_{i,t}$ –доходность индекса, в момент времени *t*; $\beta_{i,t}$ – коэффициент бета для индекса, в момент времени *t*; $R_{m,t}$ – доходность индекса MSCI World в момент времени *t* [4].

Оценки коэффициентов альфа позволяют оценить труд управляющего портфелем и определить ту часть дохода инвестора, которую он заработал благодаря мастерству управляющего, а не росту рынка. Итак, в нашем случае оценка для коэффициента альфа лежит в интервале (-0,04;0,03).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шарп У. Инвестиции:Пер. с англ.-М.:ИНФА-М,2003.-X11,1028 с.
2. Мастерова Е.В. IX Международная конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук», Томск, Россия, 2012. р. 598-597.
3. Буренин А. Н. Управление портфелем ценных бумаг. – М.: Научно-техническое общество имени академика С. И. Вавилова, 2008. – 440 с.
4. Бельснер О.А., Крицкий О.Л. Оптимизация портфеля финансовых инструментов// Финансы и кредит, 2013, №36, с. 35-41.

ОДНОМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ФИШЕРА–КОЛМОГОРОВА С АНОМАЛЬНОЙ ДИФФУЗИЕЙ

Прозоров А.А.
prozorov_a_a@mail.ru

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор, Трифонов А.Ю., НИ ТПУ, зав.кафедрой ВММФ

Введение

Эволюция популяций микроорганизмов одного вида с эффектами дальнодействия моделируется нелокальными обобщениями классического уравнения Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова (ФКПП) **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, которое для плотности распределения популяции $u(x,t)$ в одномерном случае имеет вид

$$u_t(x,t) = D\Delta u(x,t) + au(x,t) - bu^2(x,t). \tag{1}$$

Здесь D - постоянный коэффициент диффузии, процесс производства популяции происходит с постоянным темпом роста a и квадратичными по плотности конкурентными потерями с коэффициентом b.

В обобщенном уравнении ФКПП локальные квадратичные потери $bu^2(x,t)$ заменяются интегральным выражением

$$u(x,t)\int b_\gamma(x,y)u(y,t)dy, \tag{2}$$

учитывающим нелокальные взаимодействия в популяции посредством функции влияния $b_\gamma(x,y)$. Параметр γ характеризует эффективную область взаимодействия между особями популяции так, что при $\gamma \to 0$ справедливо $b_\gamma(x,y) \to b\delta(x-y)$, а нелокальные потери (2) переходят в локальные $bu^2(x,t)$. Будем рассматривать распределение $u(x,t)$ на отрезке $x \in [-l,l]$. Тогда одномерное уравнение ФКПП с учетом квадратичных нелокальных потерь (2) на отрезке $[-l,l]$ запишем в виде

$$u_t(x,t) = Du_{xx}(x,t) + au(x,t) - \varkappa u(x,t)\int_{-l}^{l} b_\gamma(x,y)u(y,t)dy. \tag{3}$$

Пространственно-временные структуры (паттерны) не образуются в ходе эволюции, описываемой классическим уравнением ФКПП (1). Нелокальное уравнение ФКПП позволяет при соответствующем выборе параметров уравнения описать процесс образования структур, возникающих за счет нелокальных конкурентных потерь и диффузии

Одномерное нелокальное уравнение ФКПП на отрезке

Рассмотрим уравнение (3) с разностным ядром $b_\gamma(x,y) = b_\gamma(x-y)$: