

По представленным графикам видно, что полученные зависимости совпадают со стандартным распределением спектральной плотности энергии по углам. Симметричные максимумы приходятся

$$\text{на углы порядка } \frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Минимум в центре обусловлен интерференцией излучения от краев мишеней.

С увеличением диаметра круглого отверстия (Рисунок 1) спектральная плотность энергии увеличивается, так как увеличивается доля излучения, прошедшего сквозь отверстие.

С увеличением энергии налетающей частицы спектральная плотность энергии также растет при постоянной длине волны излучения.

В ходе проделанной работы были проведены следующие расчеты:

1. для метода псевдофотонов были рассмотрены две задачи: пролет заряженной частицы через круглое отверстие и пролет сквозь щель, при различных начальных характеристиках (энергия частицы, длина волны излучения) и различных параметрах отверстия и щели (размеры, точка влета частицы).

2. для метода изображений была рассчитана спектральная плотность энергии переходного излучения, возникающего при пролёте заряженной частицы через границу раздела сред, в зависимости от угла обзора и для различных энергий частицы.

Список использованных источников

1. Джексон Дж. Классическая электродинамика – М.: Издательство «Мир», 1965 – 702 с.
2. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях – Ереван: Издательство Академии наук Армянской ССР, 1969 – 459 с.
3. Пафомов В.Е. Излучение заряженной частицы при наличии границ раздела – Труды ШИАН СССР, 1969 – т. 64, 167 с.

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРНО-КОГЕРЕНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ХАРТРИ

Кулагин А.Е.

E-mail: aek8@tpru.ru

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.Ю. Трифонов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

Двумерное уравнение типа Хартри

$$\left\{ -i\hbar\partial_t - \frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{ky^2}{2} + \lambda V_0 \int_{\mathbb{R}^2} W(\mathbf{x}, \mathbf{x}') |\Psi(\mathbf{x}', t)|^2 d\mathbf{x}' \right\} \Psi(\mathbf{x}, t) = 0, \quad (1)$$

где $W(\vec{x}, \vec{x}') = \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{r_1^2} - \frac{(y-y')^2}{r_2^2}\right]$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\lambda V_0 < 0$, используется для описания бозе-эйнштейновского конденсата в поле магнитной ловушки. Слагаемое $ky^2/2$ описывает потенциал магнитной ловушки, а $W(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ – потенциал взаимодействия.

Обозначим $\alpha^{k,l,m,n}$ центральные моменты волновой функции

$$\alpha^{k,l,m,n}(t)[\Psi] = \frac{1}{\|\Psi\|^2} \int_{\mathbb{R}^2} \Psi^*(x, y, t) \{(\Delta x)^k (\Delta y)^l (\Delta \hat{p}_x)^m (\Delta \hat{p}_y)^n\} \Psi(x, y, t) dx \quad (2)$$

где $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{X}(t)$, $\Delta \hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{P}(t)$, $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$, а $\mathbf{X}(t)$ и $\mathbf{P}(t)$ – первые начальные моменты волновой функции. Фигурными скобки обозначают упорядочивание по Вейлю (см. [2]). В работе [1] было показано, что на классе траекторно сосредоточенных функций справедливы оценки

$$\alpha^{k,l,m,n} = O(\hbar^{(k+l+m+n)/2}), \quad (\Delta \mathbf{x})^v = \hat{O}(\hbar^{|v|/2}) \quad (2a)$$

Первые начальные моменты определяются стандартным образом:

$$\mathbf{X}(t)[\Psi] = \begin{pmatrix} X_x(t) \\ X_y(t) \end{pmatrix} = \int_{\mathbb{R}^2} \Psi^* \mathbf{x} \Psi dx, \quad \mathbf{P}(t)[\Psi] = \begin{pmatrix} P_x(t) \\ P_y(t) \end{pmatrix} = \int_{\mathbb{R}^2} \Psi^* \hat{\mathbf{p}} \Psi dx. \quad (3)$$

Продифференцировав выражения (3) с учетом уравнения (1) и коммутационного соотношения $[\Delta x_j, \Delta \hat{p}_k] = i\hbar \delta_{jk}$ получим систему уравнений на первые начальные моменты

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{P}}(t) = -H_x(t), \\ \dot{\mathbf{X}}(t) = H_p(t). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь обозначено $H_x(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ kX_y(t) \end{pmatrix}$, $H_p(t) = \frac{\mathbf{P}(t)}{m}$. Аналогично с точностью до моментов второго порядка получим уравнения на центральные моменты волновой функции

$$\begin{cases} \dot{\alpha}^{2,0} = 2H_{pp}\alpha^{1,1}, \\ \dot{\alpha}^{0,2} = -2H_{xx}\alpha^{1,1}, \\ \dot{\alpha}^{1,1} = H_{pp}\alpha^{0,2} - H_{xx}\alpha^{2,0}. \end{cases} \quad (5)$$

где обозначено $H_{pp}(t) = \text{diag}\left(\frac{1}{m}; \frac{1}{m}\right)$, $H_{xx}(t) = \text{diag}\left(-2\|\Psi\|^2 \lambda V_0 \frac{1}{\gamma_1^2}; k - 2\|\Psi\|^2 \lambda V_0 \frac{1}{\gamma_2^2}\right)$,

$$\alpha^{1,1} = \begin{pmatrix} \alpha^{1,0,1,0} \\ \alpha^{0,1,0,1} \end{pmatrix}, \quad \alpha^{2,0} = \begin{pmatrix} \alpha^{2,0,0,0} \\ \alpha^{0,2,0,0} \end{pmatrix}, \quad \alpha^{0,2} = \begin{pmatrix} \alpha^{0,0,2,0} \\ \alpha^{0,0,0,2} \end{pmatrix}.$$

Систему (4), (5) будем называть системой Гамильтона-Эренфеста 2-ого порядка.

С учетом оценок (2а) запишем

$$\begin{aligned} & \{-i\hbar \partial_t + \hat{H}_0(t, \zeta)\} \Psi(\mathbf{x}, t) = 0(\hbar^{3/2}), \\ \hat{H}_0(t, \zeta) = & \frac{\langle \Delta \mathbf{p}, \Delta \hat{\mathbf{p}} \rangle + 2\langle \mathbf{P}(t), \Delta \hat{\mathbf{p}} \rangle + \langle \mathbf{P}(t), \mathbf{P}(t) \rangle}{2m} + \frac{k}{2} (\Delta y^2 + 2X_y(t) \Delta y + X_y^2(t)) \\ & + \|\Psi\|^2 \lambda V_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma_1^2} \Delta x^2 - \frac{\alpha^{2,0,0,0}(t)}{\gamma_1^2} - \frac{1}{\gamma_2^2} \Delta y^2 - \frac{\alpha^{0,2,0,0}(t)}{\gamma_2^2} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\zeta = (\vec{P}(0), \vec{X}(0), \alpha^{2,0}(0), \alpha^{1,1}(0), \alpha^{0,2}(0))$.

Здесь моменты волновой функции заменены на решения уравнений (4) и (5) с начальными условиями, определяемыми начальным условием для волновой функции и соотношениями (2), (3). Квазиклассическая функция Грина уравнения (6) находится стандартным способом (см. например [1]) и имеет вид

$$\begin{aligned} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, s, \zeta) = & \frac{1}{2\pi i \hbar} \frac{1}{\sqrt{\det M_3(t, s)}} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[\int_s^t (\langle \mathbf{P}(\tau), \dot{\mathbf{X}}(\tau) \rangle - H(\tau)) d\tau + \langle \mathbf{P}(t), \Delta \mathbf{x} \rangle - \langle \mathbf{P}(s), \Delta \mathbf{x}' \rangle \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \langle \Delta \mathbf{x}, M_3^{-1}(t, s) M_1(t, s) \Delta \mathbf{x} \rangle - \langle \Delta \mathbf{x}, M_3^{-1}(t, s) \Delta \mathbf{x}' \rangle + \frac{1}{2} \langle \Delta \mathbf{x}', M_4(t, s) M_3^{-1}(t, s) \Delta \mathbf{x}' \rangle \right] \right\}. \end{aligned}$$

Пусть $\Psi_0(\mathbf{x}, t)|_{t=s} = \varphi(\mathbf{x})$. Тогда

$$\Psi_0(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \varphi(\mathbf{x}') G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, s, \zeta) d\mathbf{x}', \quad (7)$$

Для начального условия вида

$$\varphi(\mathbf{x}) = A \sum_{k=1}^n N_k \exp \left\{ -\frac{(x - x_k \sqrt{\hbar})^2}{\gamma'_{k1} \hbar} - \frac{y^2}{\gamma'_{k2} \hbar} \right\}, \quad (8)$$

где $N_k, n, x_k, \gamma'_{k1}, \gamma'_{k2}$ – некоторые константы, A – нормировочный коэффициент, интеграл (7) находится аналитически. На рис. 1 приведены графики $|\Psi_0(\mathbf{x}, t)|^2$ для начального условия (8) в моменты времени $t_1 = 1$, $t_2 = 1.57$, $t_3 = 3$.

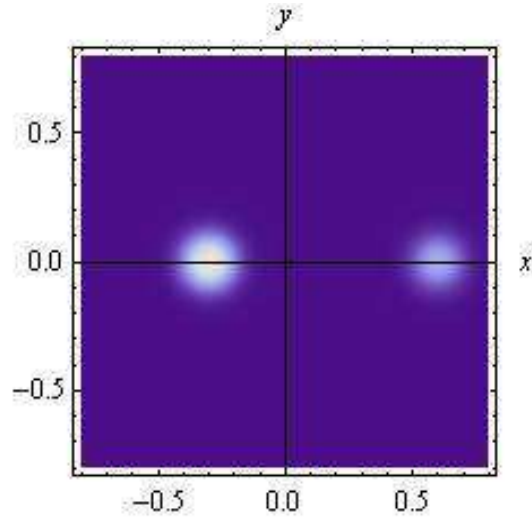


Рис. 1. График $|\varphi(\mathbf{x})|^2$

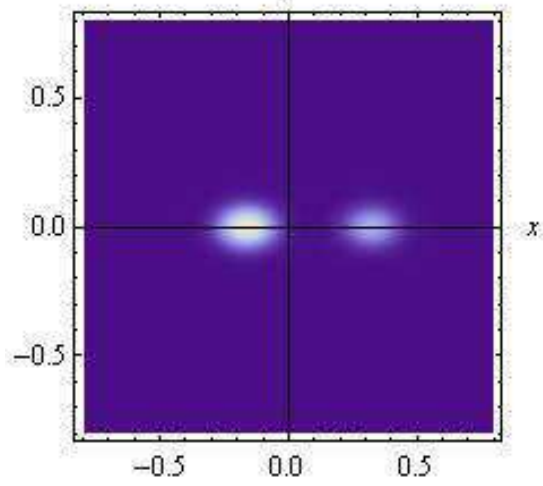


Рис. 2. График $|\Psi_0(\mathbf{x}, t_1)|^2$

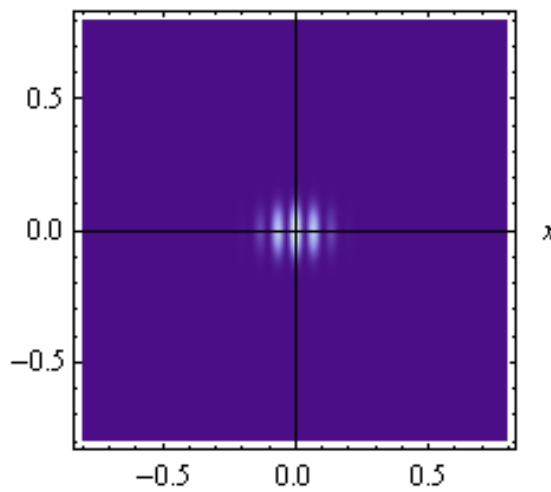


Рис. 3. График $|\Psi_0(\mathbf{x}, t_2)|^2$

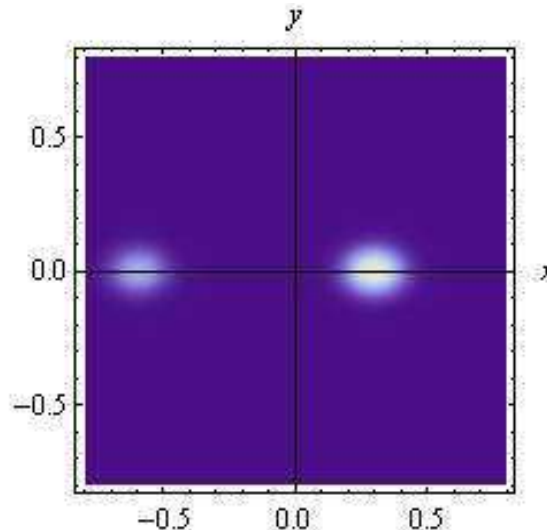


Рис. 4. График $|\Psi_0(x, t_3)|^2$

Таким образом, функция $|\Psi_0(x, t)|^2$ дупериодична по времени (колебания вдоль оси x и y). Колебания вдоль оси y сопровождаются изменением остроты пиков, а колебания вдоль оси x представляют собой периодическое движение пиков, в результате которого пики за полпериода меняются местами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров В.Г., Белов В.В., Трифонов А.Ю. Методы математической физики. Асимптотические методы: Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 166 с.
2. Карасев М.В. О вейлевском и упорядоченном исчислении некоммутирующих операторов. – Матем. заметки, 1979, т. 26, вып. 6, с. 885-907.

ОЦЕНКА ОТКЛОНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ ТЕРМОЭМИССИОННОГО ДИОДА ОТ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

Пискунова Т.А.
ta042@rambler.ru

Научный руководитель: к.т.н., доцент ТПУ В.П. Зимин

Введение

Термоэмиссионный преобразователь (ТЭП) - преобразователь тепловой энергии в электрическую на основе использования эффекта термоэлектронной эмиссии.

Дуговой режим ТЭП характеризуется большими плотностями токов J и значительным отклонением параметров плазмы от термодинамического равновесия [1, 2].

В связи с задачей количественного сравнения теоретических и экспериментальных данных возникает необходимость оценки отклонения распределений параметров плазмы термоэмиссионного диода от термодинамического равновесия (ТДР). Введение метрики также позволяет количественно оценивать экспериментальные распределения параметров плазмы, полученные для различных параметров диода, друг с другом [3].

Термодинамическое состояние плазмы изотермического ТЭП описывается следующими характеристиками параметров плазмы: $T_E=T_C$, $F_E=F_C$, $T_e(x)=T(x)\equiv T_E$, $J_i(x)=J_e(x)=J=0$, $n(x)=n_T$, где T_E , T_C , F_E , F_C – соответственно температуры и работы выхода эмиттера и коллектора; $T_e(x)$, $T(x)$ – распределения температуры электронов и тяжелых частиц; $J_i(x)$, $J_e(x)$ – распределения плотностей