

# ОБ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

*В.И. Гончаров, профессор, д.т.н.*  
*А.А. Сидорова, соискатель,*  
*А.Р. Пантюхин, аспирант*  
*Томский политехнический университет*  
E-mail: sidорова@tpu.ru

## Введение

Значительная часть технических объектов, которые управляются в автоматическом режиме, характеризуются запаздыванием реакции объекта на входной сигнал на величину  $\tau$ . Такая особенность делает задачу расчета регуляторов системы автоматического управления (САУ) значительно более сложной по сравнению с подобными объектами без запаздывания [1,2]. Причина состоит в том, что модель запаздывания в составе передаточной функции объекта управления представляется в виде трансцендентной функции  $\exp(-\tau p)$ . В то же время классические методы расчета САУ оперируют передаточными функциями дробно-рационального вида, что не позволяет их использовать непосредственно для систем указанного класса. Возникающее препятствие преодолевается достаточно эффективно для практики: функция  $\exp(-\tau p)$  заменяется приближенной рациональной дробью. Несмотря на простоту обобщения традиционных методов синтеза на САУ с запаздыванием, имеется недостаток, который в некоторых случаях оказывается существенным: при замене точной функции ее дробно-рациональным выражением неизбежно появляется погрешность, которая впоследствии суммируется с ошибкой этапа собственно синтеза САУ. Для многих промышленных систем управления ошибка аппроксимации оказывается допустимой, однако существуют задачи, для которых появление дополнительной ошибки нежелательно, как, например, в случае прецизионных систем [3]. Существуют пути снижения величины этой ошибки, основанные на аппроксимированных выражениях повышенного порядка, что приводит к повышению порядка передаточной функции объекта. Еще один вариант устранения ошибки аппроксимации – переход к численным методам синтеза САУ. Один из них – вещественный интерполяционный метод (ВИМ) [4].

## Исследование численного метода

Этот метод интересен двумя особенностями. Во-первых, его алгоритмы одинаковы для дробно-рациональных, трансцендентных и иррациональных передаточных функций. Во-вторых, имеется возможность перераспределять погрешность решения по интервалу переходного процесса [5].

Несмотря на интересные возможности метода ВИМ, ему свойственны опасности численных методов, определенные вычислительными погрешностями. Причины для таких опасений обусловлены некорректностью задач синтеза регуляторов САУ [2,6]. Отсюда вытекает цель работы: проверка предельных возможностей ВИМ в условиях повышения сложности регуляторов САУ с большим запаздыванием. Здесь принимается во внимание два условия. Во-первых, величина запаздывания такова, что она оказывает значительное влияние на динамику синтезированной САУ. Во-вторых, последовательное увеличение числа неизвестных коэффициентов регулятора ухудшает обусловленность соответствующих матриц уравнения синтеза.

В качестве объекта управления принят экструдер пластиковой нити, изготавливаемой для 3D-принтеров [5]. Его передаточная функция имеет вид:

$$W_{oy}(p) = \frac{0,18}{217p + 1} e^{-180p}. \quad (1)$$

Модель регулятора примем астатической в соответствии с требованиями [5]:

$$W_p(p) = \frac{b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0}{p(a_n p^n + \dots + a_1 p + 1)}. \quad (2)$$

Программа работы заключается в синтезе регуляторов при увеличении параметра  $\eta = m + n$  с контролем обусловленности уравнения синтеза.

Для иллюстрации техники расчетов приведем пример получения регулятора при  $m=1$ ,  $n=2$ . По методике [4] и данным из [5] формируется уравнение синтеза  $W_{жс}^p = W_p(p) \cdot W_{oy}(p)$ , в котором

передаточные функции  $W_{жс}^p(p), W_p(p), W_{oy}(p)$  описывают желаемую систему в разомкнутом состоянии, регулятор и объект управления соответственно. Первая из них находится по методу Коновалова-Огурка [6] по желаемым показателям качества - времени установления  $t_y = 4020$  с и требованию к перерегулированию  $\sigma_3 - \Delta\sigma \leq \sigma \leq \sigma_3 + \Delta\sigma$ , в котором  $\sigma_3$  - заданная величина перерегулирования,  $\sigma$  - текущее значение перерегулирования,  $\Delta\sigma = |\sigma_3 - \sigma|$  допустимое отклонение, соответствующее величине 5%. На основании этих данных сформировано уравнение синтеза в вещественной области  $W_{жс}^p(\delta) = W_p(\delta) \cdot W_{oy}(\delta), \delta \in (0, \infty]$  путем замены переменных  $p \rightarrow \delta$ , которая в данной задаче справедлива при выполнении условия  $\delta \in (0, \infty]$ .

Развернутая численная форма уравнения имеет вид

$$W_{жс}^p(\delta_i) = \frac{b_1\delta + b_0}{a_2\delta_i^2 + a_1\delta_i + 1} \cdot \frac{0,18}{217\delta_i + 1} \cdot e^{-180\delta_i}, i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

в котором коэффициент  $b_0$  находится из уравнения статики. Для узлов  $\delta_1 = 0,0000122$  и  $\delta_2 = 2 \cdot \delta_1$ ,  $\delta_3 = 3 \cdot \delta_1$  получено решение:  $a_2 = 1.65 \cdot 10^5, a_1 = 4.3 \cdot 10^3, b_1 = 30.0; t_p = 2384$  с и число обусловленности по норме Фробениуса  $Cond(A) = 5,071 \cdot 10^7$ , определенное по следующей формуле:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i,j} |a_{ij}|^2}. \quad (4)$$

Такие же расчеты сделаны для других сочетаний параметров  $m, n$ , они приведены в табл. 1.

Таблица 1. Числа обусловленности по норме Фробениуса для регуляторов разной сложности

$\eta = m + n$	m=1,n=1	m=1,n=2	m=2,n=2	m=1,n=3
Cond(A)	$7,7255 \cdot 10^5$	$5,071 \cdot 10^7$	$5,2185 \cdot 10^{14}$	$3,9597 \cdot 10^{18}$

## Заключение

Для размерности  $\eta = 5$  погрешность вычислений не позволила найти решение, поэтому это значение можно считать искомым. Можно сделать осторожный вывод о том, что метод ВИМ позволяет находить решения при  $\eta \leq 4$ . Заметим, что сюда входит и ПИД-регулятор, получивший на практике наибольшее распространение. В тех случаях, когда требуется большая точность работы САУ, необходимо использовать более сложные регуляторы и применять специальные меры поиска решений, например, регуляризацию.

## Список использованных источников

1. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. - М.: Физматлит, 2003. - 288 с.
2. Системы автоматического управления с запаздыванием/ Ю.Ю. Громов, Н.А. Земской, А.В. Лагутин, О.Г. Иванова, В.М. Тютюнник. - Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. - 76с.
3. Ивойлов А.Ю. Снижение динамической ошибки системы управления объектом с запаздыванием при численной оптимизации регулятора// А.Ю.Ивойлов, Г. Рот, В.А. Жмудь/ Автоматика и программная инженерия. 2017, №3(21). - С. - 10-20.
4. Goncharov V.I., Aleksandrov I.A., Rudnitsky V.A., Liepinsh A.V. Real Interpolation Method for Automatic Control Problem Solution. Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2014.
5. Тхан В.З., Дементьев Ю.Н., Гончаров В.И. Повышение точности расчета систем автоматического управления с запаздыванием // Программные продукты и системы. 2018. Т. 31. № 3. С. 521–526. DOI: 10.15827/0236-235X.031.3.521-526.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления Учебник в 5-и тт.; Т. 3; Синтез регуляторов систем автоматического управления/ под. Ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э Баумана, 2004. - 616 с.