

УДК 51

**МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ УСЛОВНОЙ
ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНОСТИ GARCH, ПРИМЕНЕННЫЕ К РАСЧЕТАМ МОДЕЛИ САРМ**Е.Г. Запивахина

Научный руководитель: старший преподаватель, О.А. Бельснер
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: egz3@tpu.ru

**MULTIVARIATE MODELS OF AUTOREGRESSION CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY
GARCH AS APPLYING TO THE CALCULATIONS OF THE CAPM MODEL**E.G. Zapivakhina

Scientific Supervisor: senior lecturer, O.A. Belsner
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: egz3@tpu.ru

Abstract. In the article calculates the expected return on shares of PAO «Aeroflot», PAO «Gazprom Oil», PAO «Yakutskenergo», PAO «M.Video» using the Bekk-Garch model and investigated the investment efficiency using the CAPM model. Based on the result of the study, recommendations were made on which shares can be invested in excess cash of the enterprise.

Введение. Инвестиционный процесс - принятие инвестором решения относительно ценных бумаг, в которые осуществляются инвестиции. Решение об инвестировании избытка наличности в рыночные ценные бумаги принимается на основе моделей оценки финансовых активов.

При анализе движений цен на финансовом рынке важно оценить и спрогнозировать изменение волатильности и доходности активов в портфеле. Ведь один из фактов состоит в том, что большинство финансовых моделей, многомерны: они включают 2 или более активов/ ценных бумаг/акций. Задача прогнозирования изменения волатильности и доходности активов может быть решена с помощью многомерных GARCH моделей (MGARCH).

Математической основой построения инвестиционного портфеля является теория ценообразования капитальных активов (Capital Asset Pricing Model, CAPM) [1]. Данная модель рассматривает доходность акции в зависимости от поведения рынка в целом.

Экспериментальная часть. Для проведения расчетов и построения моделей были использованы пакеты MS Excel и EViews 10. В данной работе рассчитана ожидаемая доходность акций ПАО «Аэрофлот», ПАО «Газпром нефть», ПАО «Якуцкэнерго», ПАО «М.Видео» с помощью модели ВЕКК-GARCH и исследована эффективность инвестирования в акции данных компаний с помощью модели CAPM. В ходе исследования были использованы исторические данные изменений цен акций, за рыночную доходность брали изменения индекса РТС (RTSI) за полгода (105 значений), начиная с 01.09.2020 по 28.02.2021. Котировки акций были взяты на сайте finam.ru в разделе «Про рынок» [2]. По входным данным рассчитали логарифмическую доходность:

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}},$$

где r_t – дневная логарифмическая доходность индекса, P_t – рублевое значение индекса в день t , P_{t-1} – рублевое значение индекса в день $t-1$.

Оценка параметров модели BEKK GARCH производилась с помощью эконометрического пакета EViews 10. В работе рассмотрены вектора дневных доходностей индекса Rtsi и акций. Сделано предположение, что рассматриваемый случайный вектор задается следующей моделью:

$$r_t = \begin{pmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \\ r_{3,t} \\ r_{4,t} \\ r_{5,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ u_{3,t} \\ u_{4,t} \\ u_{5,t} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t), \quad \varepsilon_t = \begin{pmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ u_{3,t} \\ u_{4,t} \\ u_{5,t} \end{pmatrix},$$

где r_t – случайный вектор дневных доходностей, $r_{1,t}, r_{2,t}, r_{3,t}, r_{4,t}$ и $r_{5,t}$ – дневные доходности $c_{1, \dots, 5}$ – константы, ε_t – случайный вектор инноваций размерности (5×1) , с математическим ожиданием, равным нулю, и условной ковариационной матрицей Σ_t , где Ω_{t-1} – информация, доступная на момент $t-1$.

Условная ковариационная матрица случайного вектора доходностей r_t равняется условной ковариационной матрице случайного вектора инноваций ε_t . Таким образом, смоделированную r_t матрицу можно использовать в качестве ε_t матрицы [3]. Параметры матрицы r_t выводились в программе следующим образом (см. рисунок 1).

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	0.001639	0.000846	1.937581	0.0527
C(2)	0.003123	0.006529	0.036091	0.9712
C(3)	-0.001161	0.000993	-1.169240	0.2423
C(4)	-0.014467	0.124416	-0.116279	0.9074

Рис. 1. Оценки значений параметров случайного вектора доходностей ПАО «Аэрофлот»

Далее для каждой компании необходимо рассчитать коэффициент β с помощью стандартных функций Excel (надстройки в разделе «Главное меню» → «Данные» → «Анализ данных» → «Регрессия»):

$$\beta = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2},$$

где σ_{im} - стандартное отклонение изменения доходности акции от изменения доходности рынка, σ_m^2 - дисперсия рыночной доходности.

Коэффициент β отражает чувствительность изменения доходности акции и доходности рынка или отражает рискованность вложения в актив. Знак перед показателем отражает их однонаправленное или разнонаправленное движение. Для трактовки данного значения обратимся к таблице 1.

Таблица 1

Показания к значению коэффициента β

	Комментарии
$\beta > 1$	Доходность акции более чувствительна к изменению доходности рынка
$\beta = 1$	Доходность акции совпадает с доходностью рынка
$0 < \beta < 1$	Доходность акции менее чувствительна к изменениям доходности рынка
$\beta = 0$	Доходность акции не зависит от доходности рынка

Далее рассмотрели безрисковую ставку для модели CAPM, обозначили ее - R_f . Безрисковая ставка представляет собой гарантированный уровень доходности, который получил бы инвестор при

осуществлении альтернативного инвестирования [1]. Доходности по российским ценным бумагам можно посмотреть на сайте ЦБ РФ «Ключевая ставка Банка России» [4]. На конец 2020 года процентная ставка составляла около 4,25% годовых, что соответствует 0,0116% в день.

После проведения расчетов получили значения, представленные в таблице 2, где R_m - оценка ожидаемой доходности акций, R_{bekk} - ожидаемые доходности акций, отражающие поступление денежного потока в предстоящем периоде, в зависимости от коэффициента β .

$$R_m = \frac{\left(\sum_{t=1}^T \frac{r_t^i}{r_{t-1}^i} - 1 \right)}{T},$$

где r_t^i - дневная логарифмическая доходность i -ой акции в день t , r_{t-1}^i - предыдущая дневная логарифмическая доходность i -ой акции в день $t-1$, T - количество дней.

Таблица 2

Рассчитанные показатели

Rf	β_1	β_2	β_3	β_4	Rm	R_bekk_afkt	R_bekk_sibn	R_bekk_yken	R_bekk_mvid
0,0116%	0,16	0,44	0,2	0,1	0,9459%	0,1639%	0,1525%	0,1147%	0,4210%

Результаты. Анализируя значения коэффициента β , можем сказать о малой степени влияния рыночного риска на доходность акций рассматриваемых компаний. В результате проведенного исследования, а именно анализа акций компаний, для нескольких компаний были найдены ключевые показатели $R_{\text{bekk_afkt}}$, $R_{\text{bekk_sibn}}$, $R_{\text{bekk_yken}}$, $R_{\text{bekk_mvid}}$. Результаты отображены на рисунке 2.

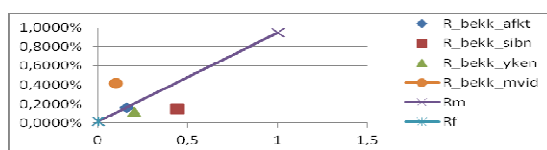


Рис. 2. Рыночная линия CML (Capital Market Line)

Заключение. Рассматривая представленный график линии CML, инвестор может сделать вывод, что акции ПАО «Аэрофлот», ПАО «Газпром нефть» и ПАО «Якутскэнерго» недооценены, несмотря на достаточно близкое расположение у линии рынка, а акции компании ПАО «М.Видео», переоценены.

Согласно проведенному анализу, не рекомендуется приобретать акции ПАО «Газпром нефть», ПАО «М.Видео» и ПАО «Якутскэнерго».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Едронина В.Н., Новожилова Т.Н. Рынок ценных бумаг: Учебное пособие для вузов. – М.: Магистр, 2007. – 684 с.
- Официальный финансовый портал [Электронный ресурс]: https://www.finam.ru/profile/moexakcii/yakutskenergo/export/?market=1&em=81766&code=YKEN&apply=0&df=25&mf=0&yf=2019&from=25.01.2019&dt=25&mt=5&yt=2019&to=25.06.2019&p=8&f=YKEN_190125_190625&e=.txt&cn=YKEN&dtf=1&tmf=1&MSOR=1&mstime=on&mstimever=1&sep=1&sep2=1&datf=1&at=1. Дата обращения: 17.04.2021
- R.F. Engle, K. Sheppard. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation 70 multivariate GARCH.- National Bureau of Economic Research – 2001. – Working Paper 8554.
- Официальный сайт ЦБ России [Электронный ресурс]: http://cbr.ru/hd_base/KeyRate/ Дата обращения: 17.04.2021