УДК 532.5

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОВУЮ КОНВЕКЦИЮ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

С.А. Михайленко
Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

EFFECT OF SURFACE RADIATION ON THERMAL CONVECTION IN A ROTATING CUBIC CAVITY

S.A. Mikhailenko
Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

Abstract. *An investigation of convective heat transfer under an effect of thermal radiation in a rotating cubic cavity has been carried out numerically. Vertical left wall is heated, vertical right wall is cooled, and other walls of the cavity are insulated. The cavity rotates at a constant angular velocity in counterclockwise direction relative to z-axis. The cavity is filled with a fluid satisfying the Boussinesq approximation. Fluid is Newtonian and incompressible and all physical parameters are not dependent on a temperature. All surfaces inside the cavity are reflectors and emitters of thermal radiation, while the medium is transparent to thermal radiation. The system of governing equations is written in dimensionless non-primitive variables and solved by the finite difference method. The effect of surface emissivity on fluid flow and heat transfer has been studied.*

Введение. Анализ конвективного теплообмена важен в широком множестве инженерных приложений. Не менее важным является учет теплообмена излучением. При правильном подборе материалов и их отражающих свойств можно добиться усиления теплообмена. Интересной областью исследований является теплообмен в условиях вращения. Вращающиеся системы часто встречаются при решении множества технических задач, например, проектировании роторных теплообменников [1] или проектировании систем охлаждения электронного оборудования [2, 3]. На рисунке 1 изображена область решения рассматриваемой задачи. Имеется кубическая полость размера *H*, левая стенка которой нагревается, правая охлаждается, а все остальные стенки являются теплоизолированными. Полость вращается с постоянной угловой скоростью x_0 вокруг оси, проходящей через центр области решения параллельно оси $\overline{z}$. Внутренние поверхности стенок являются серыми излучателями и отражателями энергии теплового излучения. Полость заполнена жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Жидкость с Pr = 0.7 является ньютоновской и несжимаемой, и все

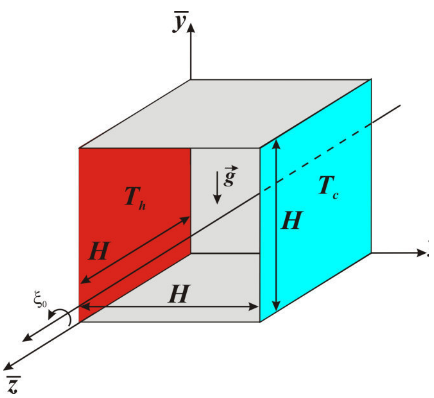

Рис. 1. Область решения задачи

физические параметры не зависят от температуры. Жидкость, заполняющая полость, является прозрачной для излучения. Конвективное течение и теплоперенос моделируются в ламинарном приближении.

Математическая постановка. Система уравнений, описывающая движение жидкости и теплоперенос, записана с помощью безразмерных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности» [4] и выглядит следующим образом:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2\psi_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi_x}{\partial z^2}=-\omega_x\\ \frac{\partial^2\psi_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi_y}{\partial z^2}=-\omega_y\\ \frac{\partial^2\psi_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi_z}{\partial z^2}=-\omega_z\end{gathered}\tag{1}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\omega_x}{\partial\tau}+u\frac{\partial\omega_x}{\partial x}+v\frac{\partial\omega_x}{\partial y}+w\frac{\partial\omega_x}{\partial z}-\omega_x\frac{\partial u}{\partial x}-\omega_y\frac{\partial u}{\partial y}-\omega_z\frac{\partial u}{\partial z}=\\ =\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Ta}}}\left(\frac{\partial^2\omega_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\omega_x}{\partial z^2}\right)-\frac{\mathrm{Ra}}{\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ta}}\frac{\partial\theta}{\partial z}\cos(\tau)+2\frac{\partial u}{\partial z}\end{gathered}\tag{2}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\omega_y}{\partial\tau}+u\frac{\partial\omega_y}{\partial x}+v\frac{\partial\omega_y}{\partial y}+w\frac{\partial\omega_y}{\partial z}-\omega_x\frac{\partial v}{\partial x}-\omega_y\frac{\partial v}{\partial y}-\omega_z\frac{\partial v}{\partial z}=\\ =\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Ta}}}\left(\frac{\partial^2\omega_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\omega_y}{\partial z^2}\right)+\frac{\mathrm{Ra}}{\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ta}}\frac{\partial\theta}{\partial z}\sin(\tau)+2\frac{\partial v}{\partial z}\end{gathered}\tag{3}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\omega_z}{\partial\tau}+u\frac{\partial\omega_z}{\partial x}+v\frac{\partial\omega_z}{\partial y}+w\frac{\partial\omega_z}{\partial z}-\omega_x\frac{\partial w}{\partial x}-\omega_y\frac{\partial w}{\partial y}-\omega_z\frac{\partial w}{\partial z}=\\ =\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Ta}}}\left(\frac{\partial^2\omega_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\omega_z}{\partial z^2}\right)+\frac{\mathrm{Ra}}{\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Ta}}\left\{\frac{\partial\theta}{\partial x}\cos(\tau)-\frac{\partial\theta}{\partial y}\sin(\tau)\right\}+2\frac{\partial w}{\partial z}\end{gathered}\tag{4}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+u\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\theta}{\partial y}+w\frac{\partial\theta}{\partial z}=\frac{1}{\mathrm{Pr}\cdot\sqrt{Ta}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right)\tag{5}$$

где Ra – число Рэлея; Pr – число Прандтля; Ta – число Тейлора; q – безразмерная температура; y_x, y_y, y_z – безразмерные компоненты векторного потенциала; w_x, w_y, w_z – безразмерные проекции завихренности; *x, y, z* – безразмерные координаты; *u*, *v, w* – безразмерные проекции скорости; t – безразмерное время.

Исследования проводятся при следующих начальных и граничных условиях:

$$\tau=0:\quad \psi_x=\psi_y=\psi_z=\omega_x=\omega_y=\omega_z=\theta=0\quad \text{при } 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1 \text{ и } 0\le z\le 1$$

$$\tau>0:\ \frac{\partial\psi_x}{\partial x}=\psi_y=\psi_z=0,\ \vec{\omega}=-\nabla^2\vec{\psi},\ \theta=1\quad \text{при } x=0,\quad 0\le y\le 1 \text{ и } 0\le z\le 1$$

$$\frac{\partial\psi_x}{\partial x}=\psi_y=\psi_z=0,\ \vec{\omega}=-\nabla^2\vec{\psi},\ \theta=0\quad \text{при } x=1,\quad 0\le y\le 1 \text{ и } 0\le z\le 1$$

$$\psi_x=\frac{\partial\psi_y}{\partial y}=\psi_z=0,\ \vec{\omega}=-\nabla^2\vec{\psi},\ \frac{\partial\theta}{\partial y}=N_{\mathrm{rad}}Q_{\mathrm{rad}}\quad \text{при } y=0 \text{ и } y=1,\quad 0\le x\le 1 \text{ и } 0\le z\le 1$$

$$\psi_x=\psi_y=\frac{\partial\psi_z}{\partial z}=0,\ \vec{\omega}=-\nabla^2\vec{\psi},\ \frac{\partial\theta}{\partial z}=N_{\mathrm{rad}}Q_{\mathrm{rad}}\quad \text{при } z=0 \text{ и } z=1,\quad 0\le y\le 1 \text{ и } 0\le z\le 1$$

где N_{rad} – радиационное число, Q_{rad} – безразмерный радиационный тепловой поток.

Для анализа радиационного теплообмена между поверхностями используется метод сальдо [5]. Безразмерная плотность радиационного потока $Q_{\mathrm{rad},k}$, подводимого к k-ой поверхности, определяется с помощью плотности потока эффективного излучения R_k для k-ой поверхности:

$$Q_{\mathrm{rad},k} = R_k - \sum_{i=1}^{NS} F_{k-i} R_i, \quad R_k = (1-\varepsilon_k)\sum_{i=1}^{NS} F_{k-i} R_i + \varepsilon_k (1-\gamma)^4 \left(\theta_k + 0.5\frac{1+\gamma}{1-\gamma}\right)^4.$$

Здесь $F_{k\text{-}i}$ – угловой коэффициент, ε_k – коэффициент излучения, q_k – температура k-ой поверхности, γ – температурный параметр, NS – количество поверхностей.

Полученная система уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями решена методом конечных разностей на равномерной сетке. Уравнения Пуассона для векторного потенциала (1) аппроксимируются с помощью семиточечной разносной схемы. Полученная система линейных алгебраических уравнений решалась методом последовательной верхней релаксации. Уравнения дисперсии компонент вектора завихренности (2)–(4) и энергии (5) решались на основе локально-одномерной схемы Самарского. Диффузионные слагаемые аппроксимировались центральными разностями, конвективные – при помощи монотонной схемы А.А. Самарского. Полученные системы уравнений решались методом прогонки. Интенсивность теплообмена определяется с помощью средних конвективного и радиационного чисел Нуссельта на левой нагретой стенке ($x = 0$):

$$\overline{Nu}_{\mathrm{con}} = \int_0^1\int_0^1 \frac{\partial\theta}{\partial x} dydz, \quad \overline{Nu}_{\mathrm{rad}} = N_{\mathrm{rad}} \int_0^1\int_0^1 Q_{\mathrm{rad}} dydz$$

Результаты. Численное моделирование конвективно-радиационного теплопереноса в кубической вращающейся полости проводилось при числе Рэлея $\mathrm{Ra} = 10^5$, числе Прандтля $\mathrm{Pr} = 0.7$, числе Тейлора $\mathrm{Ta} = 10^4$ и коэффициента излучения $0 < \varepsilon < 0.9$. Результаты получены после достаточного количества оборотов полости для достижения периодических изменений, как в картине течения, так и в поле температуры. Получены распределения скорости и температуры в области решения для различных углов поворота полости. Исследованы изменения интенсивности течения жидкости, среднего конвективного числа Нуссельта и среднего радиационного числа Нуссельта в течение полного оборота полости. Установлено, что повышение коэффициента излучения может привести к усилению теплообмена.

Работа выполнена в рамках реализации проекта Российского фонда фундаментальных исследований (соглашение № 20-31-90081).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huang S.-C., Wang C.-C., Liu, Y.-H. Heat transfer measurement in a rotating cooling channel with staggered and inline pin-fin arrays using liquid crystal and stroboscopy // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – Vol. 115. – P. 364–376.
2. Jin L.F., Tou K.W., Tso C.P. Experimental and numerical studies on a rotating cavity with discrete heat sources with conjugate effects // Experimental Heat Transfer. – 2005. – Vol. 18. – P. 259–277.
3. Tso C.P., Jin L.F., Tou K. W. Numerical segregation of the effects of body forces in a rotating, differentially heated enclosure // Numerical Heat Transfer A. – 2007. – Vol. 51. – P. 85–107.
4. Gibanov N.S., Sheremet M.A. Natural convection in a cubical cavity with different heat source configurations // Thermal Science and Engineering Progress. – 2018. – Vol. 7 – P. 138–145.
5. Зигель Р., Хауэлл Д. Теплообмен излучением. — М.: Мир, 1975. – 934 с.