РАСЧЕТ ИЗГИБА ВЯЗКОУПРУГОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛИТЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

А.А. Светашков, д.ф.-м.н., профессор,
Д.Д. Дубровский, аспирант гр. А0-24
Томский политехнический университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина,30,
E-mail: ddd6@tpu.ru

Несмотря на огромную востребованность анализа механических свойств вязкоупругих композитов, прогнозирования прочности и долговечности конструкций, задачи механики вязкоупругих тел недостаточно полно проработаны в современной литературе.

В данной работе проведено сравнение МРП [1] с аналитическим методом Вольтерра [2] на примере задачи изгиба вязкоупругой плиты на упругом основании [3].

Упругое решение. К исследуемой упругой пластинке приложена равномерно распределенная нагрузка q_{mn}. Сама пластинка расположена на сплошном упругом основании. Формула прогиба пластинки имеет вид

$$W_{mn} = \frac{q_{mn}}{D\pi^4\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2 + k}, \tag{1}$$

где D – цилиндрическая жесткость пластинки, k – модуль упругости основания, a и b – длина и ширина пластинки. По прогибу могут быть рассчитаны напряжения σ_x, σ_y, τ_{xy}. возникающие в плите. Цилиндрическая жесткость имеет вид

$$D = \frac{Kh^3}{4}\left(\frac{3}{4}+\frac{G}{6K}-\frac{3}{4}g_2\right), \tag{2}$$

где K – модуль объемного сжатия, G – модуль сдвига, h – толщина пластинки.

Вязкоупругое решение. Решение по методу Вольтерра заключается в замене упругих постоянных G и g_2 на операторы упругой наследственности G* и g^*_2. Применяя алгебру метода Вольтерра можно представить функцию операторов в виде суммы произведений некоторых операторов на заданные функции времени. Итоговое выражение выглядит следующим образом

$$W_{mn} = \frac{q_{mn}}{C}\cdot\left(1 + a_1\text{Э}^*_{r1} + a_2\text{Э}^*_{r2}\right), \tag{3}$$

где C, a_1, a_2, r_1, r_2 – рассчитанные на основании алгебры Вольтерра константы, Э^*_{r1}, Э^*_{r2} – преобразованные операторы упругой наследственности G* и g^*_2.

Решение задачи по МРП заключается в замене упругих констант на эффективные модули времени. Преобразованное выражение для W_{mn} представляет собой

$$W_{mn(c)} = \frac{Kh^3}{4}\left(\frac{3}{4}+\frac{g^*_c}{6K}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{1+2\dfrac{2\cdot g^*_c}{3K}}\right), \tag{4}$$

$$\text{где } g^*_c = \frac{1}{\frac{1}{G}\left(1+\lambda\cdot\int_0^t e^{-\gamma(t-\tau)}d\tau\right)}, \tag{5}$$

На графике (рис. 1) видно, что относительная погрешность МРП от метода Вольтерра, которая рассчитывается по формуле

$$\delta_w = \frac{W_{mn} - W_{mn(c)}}{W_{mn}} \cdot 100\%, \qquad 6$$

составляет не более 0,2 %, что говорит о точности проведенных расчетов и эффективности применения МРП в подобных задачах.

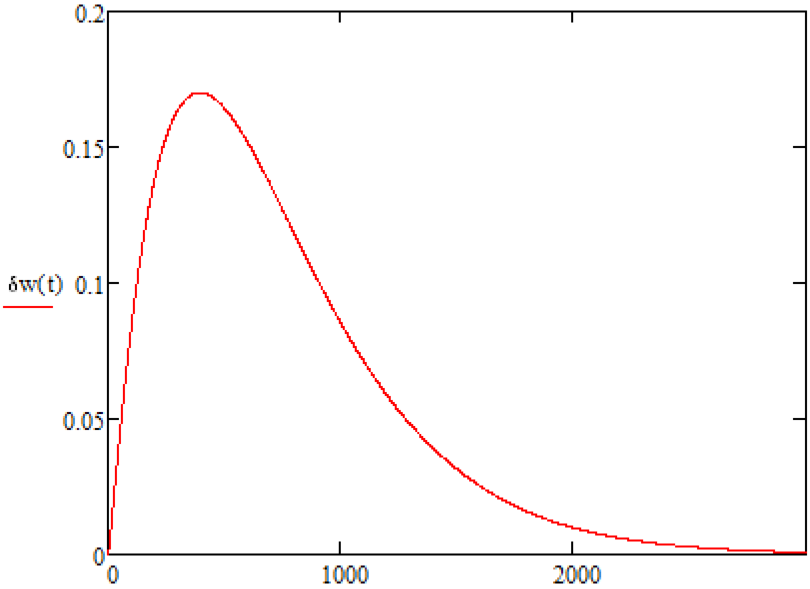

Рис. 1. Относительная погрешность МРП от метода Вольтерра.

Список литературы:

1. Svetashkov A., Variable separation method for solving boundary value problems of isotropic linearly viscoelastic bodies / A.A. Svetashkov, N.A. Kupriyanov, M.S. Pavlov, A.A. Vakurov // Acta Mechanica. - 2020. - 231(9) p.3583–3606 - DOI: 10.1007/s00707-020-02698-4. WOS/ Scopus IF 2.102;

2. Volterra V. (1930) Theory of Functionals and of Integral and integrodifferential Equations. London; Glasgos: Blackie and Son Limited;

3. Александров А. В., Потапов В. Д., Основы теории упругости и пластичности: Учебник для строит. спец. Вузов. – М.:Высш. шк., 1990. – 400 с.