удобно задать нелинейные преобразования, расслаивающиеся в многообразии двумерных плоскостей на кубические инволюции с пучками слабоинвариантных кривых. Базисные точки пучков кривых в каждой из 2-плоскостей задаются $(n-2)$-мерными поверхностями, которые плоскостями расслоения пересекаются в точках, или двумя $(n-1)$-поверхностями, которые с двумерными плоскостями пересекаются по двум кривым пучка. Такой подход, безусловно, более прост в аналитической реализации. Однако существенным недостатком является возможность неоправданного завышения порядка конструируемой гиперповерхности и, как следствие, появление нежелательных особенностей поверхностей.

Рассмотренный метод конструирования гиперповерхностей достаточно прост. Он позволяет получить практически любую поверхность, отвечающую заданным свойствам. Наличие возможности создания на его основе удобных алгоритмов и программ позволяет использовать его в качестве базового способа получения технических гиперповерхностей.

Литература.

1. Боровиков И.Ф. Конструирование симметричных аэродинамических профилей на основе нелинейных преобразований с пучками слабоинвариантных коник: Сб.научных трудов «Вопросы преобразования и применения ЭВМ в начертательной геометрии» – Алма-Ата:КазПТИ, 1988. –с.27-31.
2. Боровиков И.Ф., Щербинин С.В. Нелинейные преобразования плоскости с пучками слабоинвариантных окружностей Приложения начертательной геометрии в инженерных задачах – Алма-Ата:КазПТИ, 1991. –с.31-35.
3. Sturm R. Die Lehre von den geometrischen Verwandtschaften. Band 4. Leipzig und Berlin: Druck und Verlag von B.G.Teubner, 1908. -484 s.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ИНВОЛЮЦИИ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ ФОРМ

И.Ф. Боровиков, к.т.н., доцент, П.С. Пятанин, студент, В.В. Владимирова, студент
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
105005. г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1 , тел. (499)-263-54-58
E-mail:bif1986@mail.ru

При разработке систем автоматизированного конструирования сложных технических форм в основу геометрического моделирования можно положить бирациональные (кремоновы) преобразования [1, 2]. При таком подходе кривая или поверхность получается как изоморфный образ прямой или плоскости. Зная свойства преобразования и прообраз, можно уже на начальной стадии конструирования указать свойства получаемой формы. В работе [3] описаны нелинейные преобразования, которые в пучках прямых расслаиваются на параллельные переносы. В данном исследовании мы упростили аппарат нелинейных инволюций, взяв в качестве исходных преобразований центральные симметрии.

Зададим на плоскости пучок прямых с центром в начале координат и на каждой прямой – центр симметрии. Для задания центров симметрий можно взять прямую k, уравнение которой имеет вид:

$$Ax+By+1=0\,.$$

Произвольной точке $A(x_A, y_A)$ в пучке (O) будет соответствовать единственная прямая s_i, которая пересекается с k в точке Q_i, являющейся для A центром симметрии. Координаты точки Q_i:

$$x_{Q_i}=-\frac{x_A}{Ax_A+By_A},\quad y_{Q_i}=-\frac{y_A}{Ax_A+By_A}\quad .$$

Координаты точки A', симметричной точке A относительно центра Q_i, определяются выражениями:

$$x_A{}'=-\frac{Ax_A^2+Bx_Ay_A+2x_A}{Ax_A+By_A},\quad y_A{}'=-\frac{Ax_Ay_A+By_A^2+2y_A}{Ax_A+By_A}.$$

Опуская индексы, получаем операторы преобразования:

$$x'=-\frac{Ax^2+Bxy+2x}{Ax+By},\quad y'=-\frac{Axy+By^2+2y}{Ax+By}.$$

Из выражений для операторов преобразований следует, что на плоскости задано квадратичное преобразование, в котором образом любой прямой будет являться кривая второго порядка q. Можно показать, что q проходит через центр преобразования O. Причем точка O для кривой будет простой.

Если в качестве носителя центров симметрий задать окружность m с центром $S(x_S, y_S)$, проходящую через начало координат и описываемую уравнением:

$$x^2 - 2xx_S + y^2 - 2yy_S = 0,$$

то на плоскости индуцируется кубическое преобразование. Его операторы имеют вид:

$$x' = \frac{4x^2x_S + 4xyy_S - x^3 - xy^2}{x^2 + y^2}, \quad y' = \frac{4xyx_S + 4y^2y_S - yx^2 - y^3}{x^2 + y^2}.$$

Анализ операторов преобразования показывает, что для того, чтобы конструируемая кривая не имела несобственных точек, необходимо, чтобы прообраз не проходил через начало координат.

Пусть носителем центров симметрий является парабола второго порядка, проходящая через начало координат и имеющая уравнение: $y = Ax^2 + Bx$. Операторы преобразования описываются выражениями:

$$x' = \frac{2(y-x) - Ax^2}{Ax}, \quad y' = \frac{2y(y-x) - Ax^3}{Ax^2}.$$

Таким образом, приходим к выводу, что для случая, когда бирациональное преобразование расслаивается в пучке прямых с собственным центром на центральные симметрии, порядок преобразования n с порядком k кривой, являющейся носителем центров симметрий, связаны соотношением $n = k + 1$.

Пусть носителями центров симметрий являются прямая и парабола, а центр пучка прямых удален в бесконечность (является несобственной точкой).

1. Носитель центров симметрий – прямая $Ax + By + 1 = 0$. Операторы преобразования имеют вид:

$$x' = x, \quad y' = -\frac{2Ax + By + 1}{B}.$$

2. Носитель центров симметрий – парабола $y = Ax^2 + Bx$. Операторы преобразования:

$$x' = x, \quad y' = 2Ax^2 + 2Bx - y.$$

Для случая пучка прямых с несобственным центром порядок нелинейной инволюции, расслаивающейся на центральные симметрии, $n = k$.

При задании бирациональных преобразований плоскость можно расслоить окружностями пучка. В работе [4] рассматривается случай, когда расслоение осуществляется окружностями эллиптического пучка, который задается двумя действительными базисными точками $F_1(0, a), F_2(0, -a)$. При этом произвольная точка $A(x_A, y_A)$ из пучка выделяла единственную окружность q. За образ точки A принималась диаметрально противоположная точка $A'(x'_A, y'_A)$. На плоскости O, таким образом, задавалась квадратичная инволюция с пучком слабоинвариантных окружностей.

В данной работе рассмотрены случаи расслоения окружностями параболического и гиперболического пучков. В случае параболического пучка окружностей (все окружности пучка касаются друг друга в действительной точке), операторы преобразования имеют вид:

$$x' = \frac{y^2}{x}, \quad y' = -y.$$

Если точка касания находится в начале координат O, то образы любых прямых в преобразовании (гомолоиды) будут касаться в точке O оси Oy, обе принципиальные прямые совпадают с осью Ox.

Гиперболический пучок окружностей задавался нулевой окружностью $N(m, 0)$ и радикальной осью Oy. Такой пучок имеет две мнимые базисные точки $U(0, mi)$, $V(0, -mi)$. Операторы преобразования для рассматриваемого случая выглядят следующим образом:

$$x' = \frac{y^2 + m^2}{x},$$
$$y' = -y.$$

В обоих случаях на плоскости задавались квадратичные преобразования. В процессе исследований был сделан вывод о целесообразности выбора в качестве кривых-прообразов окружностей. Проходя через циклические точки плоскости, окружности в качестве образов в рассматриваемых преобразованиях имеют рациональные циркулярные кривые. Так, например, образ окружности с уравнением $(x'-x_0)^2+(y'-y_0)^2=R^2$ будет рациональная циркулярная кривая четвертого порядка:

$$y^4+y^2x^2-2x_0xy^2+2y_0yx^2+2m^2y^2+\left(y_0^2-R^2+x_0^2\right)x^2+2m^2x_0x-m^4=0\,.$$

Использовать предлагаемый способ в практике реального конструирования сложных технических форм без применения вычислительной техники достаточно трудно, так как при выборе кривой, отвечающей наперед заданным требованиям, приходится рассматривать большое количество вариантов. Поэтому в настоящее время на основе предлагаемого способа разрабатывается программа, которая позволит:

-выбирать аппарат преобразования исходя из исходных условий;

-выбирать прообраз;

-получать изображение конструируемой кривой и ее уравнение.

Предлагаемый способ используется в учебном процессе кафедры инженерной графики МГТУ при изучении учебной дисциплин «Начертательная геометрия», «Инженерная графика». Кроме того, того, на основе полученных результатов могут моделироваться реальные технические формы (технические кривые и поверхности).

Литература.

1. Иванов Г.С. Начертательная геометрия. - М.: ФГБОУ ВПО МГУЛ, 2012. -340 с.
2. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей (математическое моделирование на основе нелинейных преобразований). - М.: Машиностроение, 1987. - 192 с.
3. Ощепков С.С., Головин В.В. Нелинейные инволюции плоскости как базовый метод формообразования изделий машиностроительного производства// Современные техника и технологии: Материалы XV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. - Томск 2009. – Т.1. – С. 326-326.
4. Игнатьев В.П. Нецентральные нелинейные преобразования плоскости, индуцируемые пучками окружностей, и их использование в получении технических кривых// Наука и технология: шаг в будущее: Материалы IV Международной научно-практической конференции, – Прага: Publishing House “Education and Science”. - С.23-24.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОЛОГИИ

В.В. Ворошилов, С.С. Гановичев, В.В. Литвиненко, студенты гр. 10730
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26, тел. 8(384-51) 6-44-32
E-mail: mr.viktor10@list.ru

С давних пор в каменоломнях и шахтах, а иногда просто на земной поверхности люди находили странные образования, напоминавшие то листья растений, то кости животных, то раковины моллюсков. Эти таинственные формы были похожи на настоящие листья и кости. Сравнивая окаменелости с современными животными и растениями, ученые делали первые попытки установить условия, в которых жили погибшие организмы. Так зародилась геология.

Геология – одна из важнейших наук о Земле, которая занимается изучением состава, строения, истории развития Земли и процессов, протекающих в ее недрах и на поверхности.

В наше время напор данных по геологии столь велик, а сами данные так разнообразны, что для обработки их с необходимой детальностью и точностью в отведенные сроки без участия вычислительной техники и математических методов невозможно [1].

Используя математические методы решения геологических задач, можно получить алгоритм действий, управляемый набором правил, применение которых для заинтересованных исследователей сведет к минимуму погрешности интерпретации, понизит неясность и неопределенность в выводах при анализе и обработке данных.

Академик В.И. Смирнов рассматривал роль математики в геологии, отмечая, что математика вошла в геологию и в начале вероятностной ветвью и дала много полезного для объективной оценки