О значении метода флюксий Ньютона для математики можно привести слова Д.Д. Мордухай-Болотовского: "«Метод флюксий» содержит, кроме формального аппарата анализа …еще богатый комплекс идей, с помощью которых обосновываются операции анализа и которые имели очень важное значение для эволюции основных понятий анализа бесконечно малых, представляя переходную ступень от точки зрения актуально бесконечно малых к точке зрения потенциально бесконечно малых, т.е. к теории пределов" [1].

Литература.

1. И. Ньютон. Математические работы / пер. с англ. Д.Д. Мордухай-Болтовского. – М.-Л.: 1937. – 452 с.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе: IX – X кл. Пособие для учителей.– М.: Просвещение, 1983. – 351 с.
3. Ноль: биография опасной идеи / Чарльз Сейфе; пер. с англ. А.В. Александровой. – Москва: АСТ, 2014. – 287 с.
4. Мир математики: в 40 т. Т.14: Антонио Дуран. Истина в пределе. Анализ бесконечно малых/ Пер. с исп. – М.: Де Агостини, 2014. – 144 с.

ГЕОМЕТРИЯ ОТ ЕВКЛИДА ДО ГАСПАРА МОНЖА

А.А. Галеева, студент гр. 10300, Л.А. Потапова, доцент кафедры ГШО
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26
E-mail: pla46@mail.ru

Греческие авторы относят появление геометрии в Греции к концу VII в. до н. э. и связывают его с именем Фалеса Милетского (639-548), вся научная деятельность которого изображается греками в полумифическом свете. Достоверно, что Фалес в молодости много путешествовал по Египту, имел общение с египетскими жрецами и у них научился многому, в том числе геометрии. Возвратившись на родину, Фалес поселился в Милете, посвятив себя занятиям наукой, и окружил себя учениками, образовавшими так называемую Ионийскую школу. Фалесу приписывают открытие ряда основных геометрических теорем (например, теорем о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника, равенстве вертикальных углов и т.д.).

Ионийская школа перенесла геометрию в область гораздо более широких представлений и задач, придала ей теоретический характер и сделала ее предметом тонкого исследования, в котором наряду с интуицией начинает играть видную роль и абстрактная логика. Абстрактно-логический характер геометрии, который в Ионийской школе только намечался, в Александрийской школе нашел свое завершение. Была создана наука, широкая по замыслу, богатая фактическим материалом и, несмотря на свой абстрактный характер, дающая ряд чрезвычайно важных практических применений.

Около IV в. до н. э. уже стали появляться сводные сочинения под названием «Начал геометрии», имевшие задачей систематизировать добытый геометрический материал. Такие «Начала» по свидетельству Прокла, составили Гиппократ Хиосский, Феодосий из Магнезии, Гиероним Колофонский и др. Ни одно из этих сочинений до нас не дошло: все они утратили свое значение и были забыты, когда появилось замечательное руководство по геометрии - «Начала» Евклида, жившего в конце IV - начале III в. до н. э.

Евклид жил в Александрии в эпоху, когда там образовался наиболее крупный центр греческой научной мысли. Материал, содержащийся в «Началах», по существу охватывает элементарную геометрию, как мы ее понимаем в настоящее время. Метод построения геометрии у Евклида позже характеризовали словами - строить геометрию исключительно геометрическими средствами(geometria geometrice) , не внося в нее чуждых ей элементов. Это означает, прежде всего, что Евклид не прибегает к арифметическим средствам, т. е. к численным соотношениям. Равенство фигур у Евклида означает, что они могут быть совмещены движением, неравенство - что одна фигура может быть целиком или частями вмещена в другую. Равновеликость фигур означает, что они могут быть составлены из частей. Именно этими средствами, не прибегая даже к пропорциям, Евклид доказывает, что каждый многоугольник может быть преобразован в равновеликий треугольник, а треугольник - в квадрат.

Эпоха великих геометров (второй Александрийский период). Наиболее характерной чертой второй Александрийской эпохи является то, что она принесла с собой метрику, которой геометрии Евклида не доставало. Ту задачу, которую Евклид, может быть, сознательно обходил, - измерение, -

Архимед поставил во главу угла. Это не случайно, а связано с тем прикладным направлением, которым проникнуто все творчество Архимеда, жившего в эпоху (III в. до н. э.). Но Плутарх свидетельствует, что деятельность инженера-практика Архимеда никогда не прельщала, он и не написал по этому предмету ни одного сочинения. Заслуга Архимеда заключалась в том, что он установил теоретические основы, на которых, в конечном счете, и по сей день покоится машиностроение, - он фактически создал основы механики. Механика требовала вычисления масс, а, следовательно, площадей и объемов, а также центров тяжести; механика настоятельно требовала метрической геометрии; на этом и сосредоточено внимание Архимеда в геометрии. Наиболее важным было приближенное вычисление квадратных корней, необходимое для приближенного же вычисления длины окружности. Этому посвящено особое, небольшое сочинение, по существу заключающее приближенное вычисление периметров правильных 96-угольников, вписанного в окружность и описанного около нее.

Таким образом, творения Архимеда существенно отличаются от геометрии Евклида и по материалу и по методу; это - огромный шаг вперед, это - новая эпоха. В изложении этих достижений, однако, выдержана система Евклида: аксиомы и постулаты в начале каждого сочинения, тонко продуманная цепь умозаключений, претендующая на совершенство сети силлогизмов.

Сочинения, посвященные истолкованию «Начал», появились рано. Первым комментатором Евклида был еще Гемин Родосский, живший во II в. до н. э. , занимались этим позднее Герон и Папп, а также и другие, но их комментарии до нас либо вовсе не дошли, либо сохранились только в отрывках в передаче Прокла, который писал уже в V в. н. э. Комментарии Прокла сделались вскоре классическим произведением, с которым долго никто не конкурировал в деле истолкования «Начал». К тому же Прокл жил уже в эпоху полного упадка греческой науки, и на его долю выпало лишь подвести общий итог деятельности его великих предшественников. Значение комментаторов Евклида заключается главным образом, в том, что они выяснили слабые места его логической схемы, не сделав еще ничего для существенного улучшения этой схемы,

За несколько столетий до нашей эры в Вавилоне, Китае, Египте и Греции уже существовали начальные геометрические знания, которые добывались в основном опытным путем. Они не были еще систематизированы и передавались от поколения к поколению в виде правил и рецептов, например, правил нахождения площадей фигур, объемов тел, построение прямых углов и т.д. Не было еще доказательств этих правил, и их изложение не представляло собой научной теории. Опираясь на труды своих предшественников, Евклид создал глубоко продуманную систему, сохранявшую руководящую роль в течение свыше двух тысяч лет. Даже те учебники, по которым ведется первоначальное обучение геометрии в наше время, по существу представляют собой переработку «Начал» Евклида.

В V веке наступил конец Западной Римской империи, и территория Европы надолго превратилась в поле непрестанных сражений с завоевателями и разбойниками. Потребность в математике ограничивается арифметикой и расчётом календаря церковных праздников. Римляне не внесли в геометрию ничего существенного. Гибель античной культуры привела к глубокому упадку научной мысли, продолжавшемуся около 1000 лет, до эпохи Возрождения. Это не значит, однако, что математика в этот период совершенно заглохла. Посредниками между эллинской и новой европейской наукой явились арабы. Когда несколько улегся ярый религиозный фанатизм, царивший в эпоху арабских завоеваний, в условиях быстро развивавшейся торговли, мореплавания и городского строительства стала развертываться и арабская наука, в которой математика играла очень важную роль. Евклид был впервые переведен на арабский язык в IX в. За этим последовал перевод сочинений других греческих геометров, многие из которых только с этих переводах до нас и дошли. Однако математические интересы арабов были сосредоточены не столько на геометрии, сколько на арифметике и алгебре, на искусстве счета в широком смысле этого слова. Арабы усовершенствовали систему счисления и основы алгебры, заимствованные от индусов, но в области геометрии они не имели значительных достижений.

Стабилизация и восстановление европейской культуры начинаются с XI века. Появляются первые университеты (Салерно, Болонья). Расширяется преподавание математики: в традиционный квадривиум входили арифметика, геометрия, астрономия и музыка.

Первое знакомство европейских учёных с античными открытиями происходило в Испании. В XII веке там переводятся основные труды великих греков и их исламских учеников. В конце XII века на базе нескольких монастырских школ был создан Парижский университет Сорбонна, где обучались тысячи студентов со всех концов Европы; почти одновременно возникают Оксфорд и Кембридж в Британии. Интерес к науке растёт, и одно из проявлений этого — смена числовой системы. Долгое время в Европе применялись римские цифры. В XII—XIII веках публикуются первые в Европе изложения десятичной позиционной системы записи (сначала переводы ал-Хорезми, потом собственные руководства), и начинается её применение. С XIV века индоарабские цифры начинают вытеснять римские.

В XVвеке - Леонардо да Винчи уделял много внимания задачам нахождения равновеликих площадей и объемов, звездчатым многогранникам, построению многоугольников на данной стороне или вписанных в окружность, причем при помощи циркуля. Великий немецкий художник Альбрехт Дюрер рассматривал проекции различных частей человеческого тела на три взаимно перпендикулярные плоскости спереди, сбоку и сверху, а также на вертикальные плоскости, составляющие с первыми двумя плоскостями острые углы.

Основным препятствием для дальнейшего развития геометрии было отсутствие общих методов геометрического исследования, которые содержали бы указания, как подойти к каждой частной геометрической задаче. С развитием алгебры, принесшей с собой средства математического исследования очень широкой общности, было естественно в них искать пути к геометрическому исследованию. Действительно, в XVII в. два гениальных французских математика, Ферма и Декарт, почти одновременно выдвигают идеи, приведшие к новому и очень широкому расцвету геометрической мысли. Эти идеи были изложены Ферма в сочинении «Введение в учение о геометрических местах на плоскости и в пространстве», которое было известно в кругу парижских математиков еще в 1637 г., но опубликовано было только после смерти автора (1679 г.). Взгляды Декарта изложены в небольшом его сочинении «Геометрия», появившемся в 1637 г. в качестве приложения к сочинению «Рассуждение о методе». Оба геометра явно находились под большим влиянием Аполлония; но установленный ими метод, ныне широко известный под названием аналитической геометрии, все-таки остается вполне своеобразным. Координатами по существу пользовался и Аполлоний. Но у него ордината точки параболы есть ее расстояние от оси этой параболы; координация всегда неразрывно связана с самой кривой. Декарту (более чем Ферма) принадлежит ясно выраженный замысел координации точек плоскости относительно произвольно выбранных осей, а это и есть самая существенная сторона дела. В совокупности получился метод, дающий возможность выразить те соотношения, которыми определяется геометрическое место, при помощи уравнений, связывающих координаты его точек. Геометрические соотношения были уложены в общие схемы аналитической функциональной зависимости, и были даны общие методы изучения этой зависимости средствами алгебры и анализа. Был найден ключ к широкой новой постановке геометрического исследования. Ферма дал систематическую сводку уравнений важнейших кривых. У Декарта этого нет, но зато у него шире и глубже очерчены общие идеи метода: самое сочинение должно было служить примером того, какое значение имеет метод. Конечно, на то, чтобы провести этот метод систематически, понадобилось значительное время. У Декарта речь идет только о координации точек на плоскости; естественное обобщение - определение точки в пространстве тремя координатами - было сделано Ла-Гиром, много содействовавшим развитию метода Декарта. Первое же систематическое изложение аналитической геометрии как целого дал Эйлер во втором томе своего «Введения в анализ бесконечных».

С именем Монжа связано такое же завершение другой геометрической дисциплины - начертательной геометрии, или, как ее правильнее называют немцы, изобразительной геометрии («Darstellende Geometric»). Задача изобразительной геометрии заключается в таком графическом воспроизведении образа заданного объекта, по которому можно было бы с точностью воспроизвести геометрические формы этого объекта. Такие изображения почти всегда приходится воспроизводить на плоскости, сообразно этому и изобразительная геометрия представляет собой почти исключительно теорию изображения предметов на плоскости. Ни одна отрасль геометрии не возникла так непосредственно из практических задач, как изобразительная геометрия. Первые попытки воспроизведения природных объектов относятся к временам доисторической древности, в античном мире это искусство уже достигло высокой степени совершенства, но оставалось только искусством, и лишь с того момента, как условия жизни предъявили к этому изображению требования точности, возникает специальная наука - теория графического изображения. Основания этой теории естественно было искать в способах восприятия зрительных ощущений - в оптике, точнее - в геометрической оптике. Прямолинейность светового луча имеет здесь решающее значение. Если объект находится между глазом и некоторой плоскостью, например стеной, то глаз является центром, из которого предмет проецируется пучком лучей на плоскость. Это обстоятельство, на которое указывал уже Евклид в своей «Оптике», сделало центральную проекцию основой всей изобразительной геометрии. Первые систематические шаги в этом направлении принадлежат римскому зодчему и инженеру Витрувию, написавшему незадолго до христианской эры трактат об архитектуре в десяти книгах.

Заслуга Монжа троякая. Во-первых, он решил вопрос о построении изображения на одной плоскости, вторая плоскость с нанесенной на ней проекцией поворачивается на 90° вокруг линии пересечения обеих плоскостей (линии земли). Получаемые таким образом в горизонтальной плоскости две проекции образуют так называемый «эпюр», по которому уже можно с точностью воспроизвести изображаемый объект. Учение о построении и «чтении» эпюра и составляет содержание начертательной геометрии Монжа. Во-вторых, Монж свел весь материал, собранный в применении к многообразным отдельным объектам, в стройную систему. В-третьих, он попытался использовать эти графические методы для целей общегеометрического исследования: так как изображаемый объект вполне определяется эпюром, то геометрическое исследование этого объекта может быть сведено к изучению эпюра.

Таким образом, к концу XVIII в. оформились и получили завершенное выражение те течения геометрической мысли, которые возникли в эпоху Возрождения и постепенно развивались в течение шести веков. Существенные черты новой геометрии этой второй (после эллинской) эпохи расцвета заключались в исследовании тех же вопросов, которые занимали греческих геометров, но при помощи совершенно новых методов. Принцип «geometria geometrice» отпадает; напротив, в геометрии находят широкое приложение две новые математические науки - алгебра и исчисление бесконечно малых. Новые методы геометрического исследования носят гораздо более абстрактный характер, они дальше от непосредственной интуиции. Вместе с тем, они дают более общие средства для решения конкретных задач. От геометризации алгебры делается переход к алгебраизации геометрии, и только изобразительная геометрия строится старыми, чисто геометрическими методами. Чем шире развиваются эти методы, тем глубже становятся их практические применения.

Литература.

1. Юшкевич А.П. История математики (том 1) с древнейших времен до начала Нового времени. - М.: Наука, 1970.- 352 с.
2. Шафаревич И. Р., Ремизов А. О. Линейная алгебра и геометрия, — Физматлит, Москва, 2009.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ГИПЕРКОНУСОВ ПОРЯДКА r > 2 В МНОГОМЕРНОМ АФФИННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

С.С. Березовская, студент гр. 1208, научный руководитель: Ивлев Е.Т., профессор*
КемГМА, 650029, г. Кемерово, ул. Ворошилова, 22а, тел. 8-9236116055
**Национальный исследовательский Томский политехнический университет*
634050, г. Томск, пр. Ленина, 30, тел. (3822)-56-36-98

Распределения на дифференцируемых многообразиях занимает видное место в дифференциально-геометрических структурах на этих многообразиях. Наряду с распределениями линейных элементов на многообразиях в однородном пространстве представляет интерес изучение распределения алгебраических гиперконусов в однородных пространствах. Последние входят в общую схему исследования многообразий преимущественно в проективных пространствах, элементами которых являются алгебраические поверхности. Кроме того при детальном изучении геометрических свойств многообразий алгебраических гиперповерхностей часто возникают семейства алгебраических гиперконусов порядка r. Поэтому возникает необходимость изучения распределений алгебраических гиперконусов порядка r в многомерном аффинном пространстве, их связи с распределениями линейных подпространств и инвариантных аффинных связностей на них.

Все рассмотрения в данной статье носят локальный характер, а все встречающиеся функции предполагаются аналитическими.

Рассмотрим n-мерное аффинное пространство A_n, отнесенное к подвижному аффинному реперу $\{\overline{A},\overline{e_i}\}(i,j,k,l=\overline{1,n})$ с деривационными формулами

$$d\overline{A}=\omega^i\overline{e_i},\, d\overline{e_i}=\omega_i^j\overline{e_j}$$

и структурными уравнениями

$$D\omega^i=\omega^j\wedge\omega_j^i,\, D\omega_j^i=\omega_j^k\wedge\omega_k^i$$

Если пространство A_n эквиаффинное, то из

$$\left(\overline{e_1},\overline{e_2}\cdots\overline{e_n}\right)=1$$