



Рис. 3. Управляемое колесо: 1 – неподвижное основание, 2 – колесо, 3 – вилка, 4 – платформа. 10 – базисный трехгранник, 20 – трехгранник в сочленении колеса и вилки, 30 – трехгранник в сочленении вилки и платформы, 40 – трехгранник, жестко связанный с платформой

Для данного звена формализованное описание имеет вид  $ZWR(k, i, m, \alpha, \beta, \gamma, r)$  и включает следующие параметры:  $\alpha$  – угол поворота трехгранника  $O_{10}X_1Y_1Z_1$  вокруг оси  $x$  до совмещения оси  $z$  с плоскостью  $(x_2, z_2)$ ;  $\beta$  – угол поворота трехгранника вокруг оси  $y$ ;  $\gamma$  – угол поворота трехгранника  $O_{10}X_1Y_1Z_1$  вокруг оси  $z_1$  до совмещения оси  $z_1$  с осью  $z_2$ ;  $r$  – радиус колеса.

### Заключение

Формализованное описание колесных звеньев, представленное в статье, может быть применено на практике для различного типа колесных роботов, так как все большее и большее число мобильных роботов конструируются с применением платформ на колесах, что обеспечивает более точное и быстрое маневрирование таких платформ, а также простое управление.

### Литература

1. Мальшенко А.М. Формализованное описание структур параметров кинематических цепей манипуляторов // *Машиноведение*. – 1989. – № 4. – С. 61–67.
2. Зобова А.А. Применение лаконичных форм уравнений движения в динамике негोलомных мобильных роботов. // *Нелинейная динамика*. Т. 7. – 2011. – № 4 (Мобильные роботы), С. 771–783.

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ, ОПИСЫВАЕМЫХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ И/ИЛИ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Тхан В.З.

Томский политехнический университет  
634050, Россия, г. Томск, пр-т Ленина, 30  
E-mail: dungvietthan@gmail.com

### Введение

Получение математического описания объектов управления является важной задачей в исследовании систем автоматического управления (САУ) и придании им адаптивных свойств. В ряду таких задач особое место занимают вопросы идентификации объектов управления с распределёнными параметрами. Известны многочисленные объекты, имеющие распределённые в пространстве параметры.

Особенности объектов управления с распределёнными параметрами определены тем, что их математические описания представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных или иные, отличные от обыкновенных. Широко применяемый в теории и практике автоматического управления операторный метод при-

водит такие описания к сложным передаточным функциям, которые определяют связь «вход-выход» между двумя точками объекта. Сложность их состоит в том, что они содержат иррациональные и/или трансцендентные составляющие, не позволяющие применять хорошо разработанные методы и средства, ориентированные на модели с сосредоточенными параметрами.

Передаточные функции объектов с распределёнными параметрами в общем случае имеют вид [1]

$$W(p) = W \left( e^{\sqrt{p}}, \frac{1}{\sqrt{p}}, \sqrt{p}, \operatorname{sh} \sqrt{p}, \operatorname{ch} \sqrt{p}, \operatorname{sh} \sqrt{ap^2 + bp + c} \dots \right). \quad (1)$$

Найти даже несколько параметров формы (1) всегда затруднительно, а в большинстве случаев невозможно. Поэтому в настоящее время распространённый и практически единственный способ

идентификации – поиск моделей объекта в классе дробно-рациональных передаточных функций. Иными словами, объект с распределенными параметрами описывают моделью, соответствующей объекту с сосредоточенными параметрами. Естественно, что такая замена упрощает задачу идентификации, но сразу вносит погрешность в решение этой и последующих задач [2].

Между тем понятно, что с целью получения максимально точного результата решение следует искать в виде, который учитывает распределенность параметров, т.е. передаточная функция модели должна содержать иррациональные и трансцендентные составляющие. В случае необходимости упрощения задачи к дробно-рациональной форме следует переходить лишь на заключительных этапах расчета САУ.

В работе предлагается новый подход к идентификации объектов рассматриваемого класса, который встречает меньше препятствий при решении задачи. Подход базируется на вещественном интерполяционном методе (ВИМ) [4], который характеризуется двумя главными особенностями. Первая – задача решается в области изображений, что в вычислительном отношении имеет определенные преимущества перед областью времени. Вторая особенность связана с тем, что модели, используемые ВИМ, представляют собой функции с вещественным аргументом.

Поясним значение последней особенности. Классические операторные описания динамических систем представляют собой функции с комплексной переменной (в случае преобразования Лапласа) или мнимой переменной (в случае преобразования Фурье). Переход к численным моделям в этих случаях требует рассмотрения трехмерных представлений или выделения вещественных и мнимых составляющих, что при наличии иррациональных и трансцендентных составляющих проблематично для достаточно простых выражений и невозможно в более общих случаях. При использовании ВИМ эти препятствия почти снимаются.

ВИМ относится к числу методов, оперирующих математическими описаниями из области изображения. Метод базируется на вещественном интегральном преобразовании,

$$F(\delta) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-\delta t} dt, \delta \in [C, \infty), C \geq 0 \quad (2)$$

которое ставит в соответствие оригиналу  $f(t)$  изображение  $F(\delta)$  в виде функции вещественной переменной  $\delta$ . Формулу прямого преобразования (2) можно рассматривать как частный случай прямого преобразования Лапласа при замене комплексной переменной  $p = \delta + j\omega$  на вещественную  $\delta$ . Еще один шаг, направленный на развитие инструментария метода, – переход от непрерывных функций  $F(\delta)$  к их дискретным аналогам с целью применения средств вычислительной техники и численных методов. Для этих целей в ВИМ

введены численные характеристики  $\{F(\delta_i)\}_\eta$ . Их получают как совокупность значений функции  $F(\delta)$  в узлах  $\delta_i = 1, 2, \dots, \eta$ , где  $\eta$  – количество элементов численной характеристики, называемое ее размерностью.

Выбор узлов интерполирования  $\delta_i$  является ведущим этапом при переходе к дискретной форме, отказывая существенное влияние на вычислительные особенности и точность решения задач. Распределение узлов в наиболее простом варианте принимают равномерном. Еще одно важное положение ВИМ – наличие перекрестного свойства преобразования (2). Оно состоит в том, что поведение функции  $F(\delta)$  при больших значениях аргумента  $\delta$  определяется в основном поведением оригинала  $f(t)$  при малых значениях переменной  $t$ . Справедливо и обратное: поведение функции  $F(\delta)$  при малых значениях аргумента  $\delta$  определяется в основном поведением оригинала  $f(t)$  при больших значениях переменной  $t$ . Это обеспечивает возможность при поиске приближенных решений перераспределять погрешность в области времени путем соответствующих изменений в области изображений [4].

При рассмотрении в качестве оригиналов  $f(t)$  временных динамических характеристик динамических систем формула (2) приводит к операторным моделям, которые при определенных условиях можно рассматривать как частные случаи моделей на базе преобразования Лапласа. Так, принимая в (2) вместо функции  $f(t)$  переходную характеристику объекта  $h(t)$ , получим его передаточную функцию

$$W(\delta) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-\delta t} dt, \delta \in [C, \infty), C \geq 0 \cdot$$

Отсюда можно найти элементы дискретной модели объекта и его передаточной функции, осуществив процедуру дискретизации по узлам:

$$W(\delta_i) = \delta_i \int_0^{\infty} h(t) \cdot e^{-\delta_i t} dt, \quad i = \overline{1, \eta}. \quad (3)$$

Математическая модель объекта в форме численной характеристики должна иметь однозначную связь с исходной непрерывной вещественной передаточной функцией. Такую связь можно установить с помощью системы алгебраических уравнений

$$W(\delta_i) = W \left( e^{\sqrt{\delta_i}}, \frac{1}{\sqrt{\delta_i}}, \sqrt{\delta_i}, \operatorname{sh} \sqrt{\delta_i}, \operatorname{ch} \sqrt{\delta_i}, \operatorname{sh} \sqrt{a\delta_i^2 + b\delta_i + c} \dots \right), i = \overline{1, \eta}. \quad (4)$$

Эта система уравнений является основой для определения численных значений коэффициентов искомого передаточной функции. Рассмотрим этот путь.

В качестве примера рассмотрим задачу, которая имеет точное решение, позволяющее оценить полученный результат путем сравнения коэффициентов точной и сформированной передаточных функций.

В качестве примера возьмем передаточную функцию, описывающую т.н. короткие тросы [3]:

$$W(p) = \exp\left(\frac{-\tau_L \cdot p}{\sqrt{1 + \tau \cdot p}}\right).$$

Здесь  $\tau_L$  – время прохождения волны вдоль траса,  $\tau$  – постоянное времени внутреннего трения. Известна экспериментальная переходная характеристика такого объекта, имеющего параметры  $\tau_L = 0,05$  с и  $\tau = 0,01$  с. Она не приведена в работе, так как представляет собой типичную монотонную характеристику динамического объекта. В этом примере задача состоит в вычислении значений параметров  $\tau_L$  и  $\tau$  по экспериментальной характеристике  $h(t)$ . Дополнительная информация об объекте – время установления переходного процесса  $t_y = 0,12$  с. Размерность численной характеристики определена числом искомых коэффициентов:  $\eta = 2$ . Приняв в формуле:

$$\delta_i = \frac{-\ln\left(\frac{\Delta}{h(t_y)}\right)}{t_y} \quad (5)$$

$$\delta_i = i\delta_1, i = \overline{2, \eta}.$$

$$\Delta = 0,001,$$

найдем значение первого узла, затем по условию равномерной сетки второго:  $\delta_1 = 57$ ,  $\delta_2 = 114$ .

При параметрах интегрирования  $\Delta t = 0,001$  и  $N = 120$  по формуле (4) определится численная характеристика объекта: Теперь можно составить систему уравнений вида (7):

$$\begin{cases} W(\delta_1) = \exp\left(\frac{-57\tau_L}{\sqrt{1+57\tau}}\right) = 0,09804, \\ W(\delta_2) = \exp\left(\frac{-114\tau_L}{\sqrt{1+114\tau}}\right) = 0,01890. \end{cases}$$

Решение системы дает следующие результаты:  
 $\tau_{L,m} = 0,05133$ ;  $\tau_m = 0,01020$ .

Результаты можно признать удовлетворительными. Были найдены оценки на основе частотных характеристик. Они тоже показали, что улучшать решение нет необходимости, поэтому задача считается решенной.

### Заключение

В работе предложен способ идентификации объектов управления, описываемых передаточными функциями с характерными для объектов с распределенными параметрами – с иррациональными и/или трансцендентными составляющими. Способ основан на применении машинно-ориентированного метода, позволяющего привлекать численные методы и цифровые вычислительные средства. Способ может быть использован для расчета регуляторов САУ. Еще одно, прямое направление в его применении, построение самонастраивающихся регуляторов, работающих на идентификационном принципе.

### Литература

1. Шевяков А.А. Управление тепловыми объектами с распределенными параметрами / А.А. Шевяков, Р.В. Яковлева. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 208 с.
2. Кувшинов Г.Е., Наумов Л.А., Чупина К.В. Системы управления глубинной погружения буксируемых объектов: монография. Владивосток: Дальнаука, 2005. – 285 с.
3. W. Harmon Ray. Advanced process control. – New York: McGraw-Hill Book Company, 1981. – 376 p.
4. Гончаров В.И. Вещественный интерполяционный метод синтеза системы автоматического управления. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 1995. – 109 с.

## ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ В СИСТЕМЕ СТАБИЛИЗАЦИИ ДАВЛЕНИЯ ВНУТРИПРОМЫСЛОВОЙ ГАЗОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

Тутов И.А.

Томский политехнический университет  
634050, Россия, г. Томск, пр-т Ленина, 30  
E-mail: ivantutov@tpu.ru

Базовые вопросы теории автоматического регулирования (ТАР) были решены ещё в 60-х годах прошлого века. В дальнейшем были достигнуты значительные результаты в применении систем автоматического управления (САУ) и последующее развитие теории привело к формированию самостоятельной инженерной дисциплины – теории автоматического управления (ТАУ). Классически рассматриваемым регулятором в данной дисциплине является ПИД-регулятор. В своей основе он позволяет практически решить около 80% задач автоматизации. Регулятор довольно прост в устройстве, инженеру любой квалификации ясен принцип его функционирования и разработано огромное количество методов его настройки. Бла-

годаря этим качествам данный регулятор получил весьма широкое распространение в составе САУ и автоматизированных системах управления (АСУ). Однако оптимальная настройка ПИД-регулятора с учетом нелинейностей по-прежнему является довольно непростой задачей. Наиболее часто при анализе систем управления технологическим процессом приходится учитывать нелинейности типа «ограничение» и «насыщение».

В нефтегазовой области основной сложностью в применении САУ является необходимость учёта постоянно изменяющихся параметров системы для достижения оптимального управления [1, 2]. В этих обстоятельствах инженеру необходимо постоянно производить подстройку под изменяю-