

В ходе вычислений и анализа результатов были сделаны следующие выводы:

1. Модель k-w SST приводит к наиболее точным исследованиям, минуя вероятность высоких погрешностей.
2. Количество итераций тесно связано с расчетом классификатора с соосно расположенными трубами. Их минимальное количество соответствует 120, и увеличивается прямо пропорционально значению входной скорости.
3. Отклонение экспериментальных исследований от лабораторных составляет не более 10 %.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Zinurov, V. E. Classification of bulk material from the gas flow in a device with coaxially arranged pipes / V. E. Zinurov, A. V. Dmitriev, M. A. Ruzanova, O. S. Dmitrieva // MATEC Web of Conferences. – 2020. – V. 193. – P. 01056. DOI: 10.1051/e3sconf/202019301056 (International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment (ICMTMTE 2020) Sevastopol, Russia, September 7-11, 2020)
2. Зинуров, В. Э. Разработка классификатора с соосно расположенными трубами для разделения сыпучего материала на основе силикагеля / В. Э. Зинуров, И. Н. Мадышев, А. Р. Ивахненко, И. В. Петрова // Ползуновский вестник. – 2021. – № 2. – С. 205-211.

Научный руководитель: В.Э. Зинуров, ассистент КГЭУ.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ ШАРОВОЙ КАПЛИ ВОДЫ В МАСЛЯНОЙ СРЕДЕ**

А.В. Мигель

Томский политехнический университет  
ИШИТР, ОАР, группа 8ТМ01

Скважинная жидкость, добываемая на нефтяном промысле, представляет из себя водомасляную эмульсию обратного типа. Эмульсия – это дисперсная система, состоящая из несмешивающихся жидкостей, одна из которых – дисперсная фаза, распределена в другой – дисперсной среде в виде шаровых капель. Повышение энергетической эффективности и интенсификация процессов подготовки товарной нефти может быть достигнуто с помощью значительного изменения сил межмолекулярного взаимодействия компонентов нефтяной эмульсии и степени ее дисперсности. Одним из способов реализации данных процессов является применение акустических излучателей ультразвуковой частоты. При воздействии на каплю звуковыми и ультразвуковыми колебаниями с частотой, равной резонансной, можно инициировать её интенсивное разрушение. Таким

образом цель исследования состоит в определении резонансных частот шаровой капли воды в масляной среде.

Пусть система состоит из двух фаз 1-вода и 2-масло, и границы раздела между ними состоящая из шаровой поверхности  $\Sigma$  (рис.1)

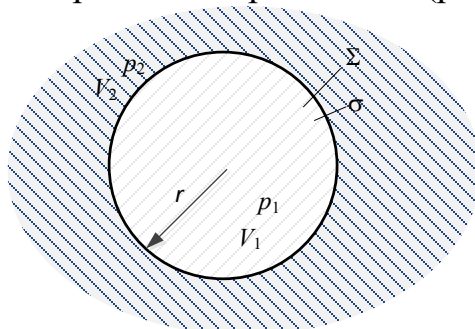


Рис. 1. Двухфазная среда с границей раздела фаз в виде шаровой поверхности  
Результирующая свободная энергия системы состоит из суммы свободных энергий каждой фазы и поверхностного слоя [1-3]:

$$F = F_1 + F_2 + F_{\text{поверх}} = -ST - p_1V_1 - p_2V_2 + \sigma \Sigma \quad (1)$$

Здесь  $S, T$  – энтропия и температура системы,  $V_1, V_2$  – объемы систем,  $p_1, p_2$  – давления в системах,  $\sigma, \Sigma$  – поверхностное натяжение и площадь поверхности границы раздела фаз.

Известно, что любая термодинамическая система стремится к минимуму свободной энергии  $dF = 0$ . Учитывая, что суммарный объем системы равен,

$$V_1 + V_2 = V, \quad T = \text{const} \quad (2)$$

и что система находится в положении равновесия при температуре  $T$ , которая одинакова для обеих фаз. Учитывая, что свободная энергия  $F$ , является термодинамическим потенциалом, собственными переменными которой являются величины  $V, \Sigma$  и  $T$ , с учетом (2) получаем

$$dF = -(p_1 - p_2)dV_1 + \sigma_1 d\Sigma_1 = 0 \rightarrow p_1 - p_2 = \sigma \frac{d\Sigma}{dV_1} \quad (3)$$

Учитывая, что площадь поверхности и объем определяются выражениями

$$\Sigma = 4\pi r^2, \quad V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad (4)$$

получаем выражение, связывающее давления сред и поверхностное натяжение

$$p_1 - p_2 = \frac{2\sigma}{r} \quad (5)$$

Внутри шара давление больше, чем снаружи на величину поверхностного давления, вызванного поверхностным натяжением. При воздействии на каплю некоего акустического возмущения, капля воды не может сжиматься, но при этом происходит деформация капли, изменяется форма её поверхности. Поверхность капли отклоняется от своей сферической формы и её радиус  $r$  не сохраняется, а выражение (5) переходит в выражение

$$p_1 - p_2 = 2\sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (6)$$

Здесь радиусы кривизны поверхности  $r_1$  и  $r_2$  расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях [4,5].

Рассмотрим сначала левую часть уравнения (6). Будем рассматривать отклонения давления от положения равновесия, то есть отклонения давления от давления на поверхности  $p = p_2 - p_1$ , тогда можно записать уравнение Навье-Стокса для капиллярной волны без учета влияния гравитационных сил и уравнение непрерывности. (Здесь мы учитываем, что плотность воды не меняется, так как вода не сжимаемая) [5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \frac{p}{\rho} \\ \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Для упрощения решения введем понятие потенциала скорости  $\psi$  и перепишем уравнение непрерывности.

$$\begin{cases} \mathbf{v} = \nabla \psi = \operatorname{grad}(\psi) \\ \operatorname{div} \mathbf{v} = \nabla \nabla \psi = \Delta \psi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Видно, что потенциал скорости удовлетворяет уравнению Лапласа. С учетом последнего замечания уравнение (7) может быть переписано в виде простого выражения, связывающего давление и потенциал скорости:

$$\frac{\partial \nabla \psi}{\partial t} + \nabla \psi \Delta \psi = -\nabla \frac{p}{\rho} \rightarrow p + \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

Теперь рассмотрим правую часть уравнения (6), а точнее сомножитель при поверхностном натяжении  $\left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ . Поскольку в нашем случае происходит отклонение от сферической поверхности, разложим это выражение в окрестности поверхности сферы учитывая, что отклонения будут не великими, тогда раскладывая в ряд Тейлора, в сферических координатах, получаем:

$$\rho \frac{\partial \psi}{\partial t} + \sigma \left[ \frac{2}{r_0} - \frac{2\zeta}{r_0^2} - \frac{1}{r_0^2} \left\{ \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \zeta \right) \right\} \right] = 0 \quad (10)$$

Заметим, что производная по времени от координаты отклонения  $\zeta$  от фиксированного значения радиуса шара есть радиальная составляющая скорости. Продифференцируем выражение (11) по времени, в результате получаем волновое уравнение

$$\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\sigma}{r_0^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ 2\psi + \left\{ \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \psi \right) \right\} \right] = 0 \quad (11)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде стоячей волны в факторизованном виде:

$$\psi(t, r, \varphi, \theta) = e^{-j\omega t} f(r, \varphi, \theta) \quad (12)$$

Подставим последнее решение (13) в уравнение (12) и производя сокращение на экспоненциальный сомножитель  $e^{-j\omega t}$  получим

$$\rho\omega^2 f + \frac{\sigma}{r_o^2} \left[ 2 \frac{\partial}{\partial r} f + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} f \right) \right\} \right] = 0 \quad (13)$$

Примем во внимание, что функция  $f$  удовлетворяем уравнению Лапласа, и решения этой функции можно искать в виде комбинаций объемных шаровых функций Лапласа и радиального множителя. Шаровые функции Лапласа  $Y_{l,m}(\varphi, \theta)$  выражаются через известные присоединенные полиномы Лежандра  $l$ -того порядка.

Шаровые функции Лапласа являются собственными функциями углового оператора [7]. На границе  $r = r_o$  получаем

$$\rho\omega^2 Y_{l,m} + \frac{\sigma}{r_o^3} (2 - l(l+1)) Y_{l,m} = 0 \rightarrow \rho\omega^2 + \frac{\sigma}{r_o^3} (2 - l(l+1)) = 0 \quad (14)$$

Таким образом, получаем резонансную частоту

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho r_o^3} (2 - l(l+1)) = \frac{\sigma}{\rho r_o^3} l(l+2)(l-1) \quad (15)$$

При  $l = 2$  получаем резонансную частоту равную

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho r_o^3} 2(2+2) = \frac{8\sigma}{\rho r_o^3} \quad (16)$$

Таким образом, резонансная частота зависит от поверхностного натяжения  $\sigma$ , плотности  $\rho$  и радиуса капли  $r_o$ . Рассчитаем графические зависимости частоты от радиуса и частоты, от поверхностного натяжения (рис. 2) основываясь на графической зависимости поверхностного натяжения воды от температуры, заимствованной из литературы [2].

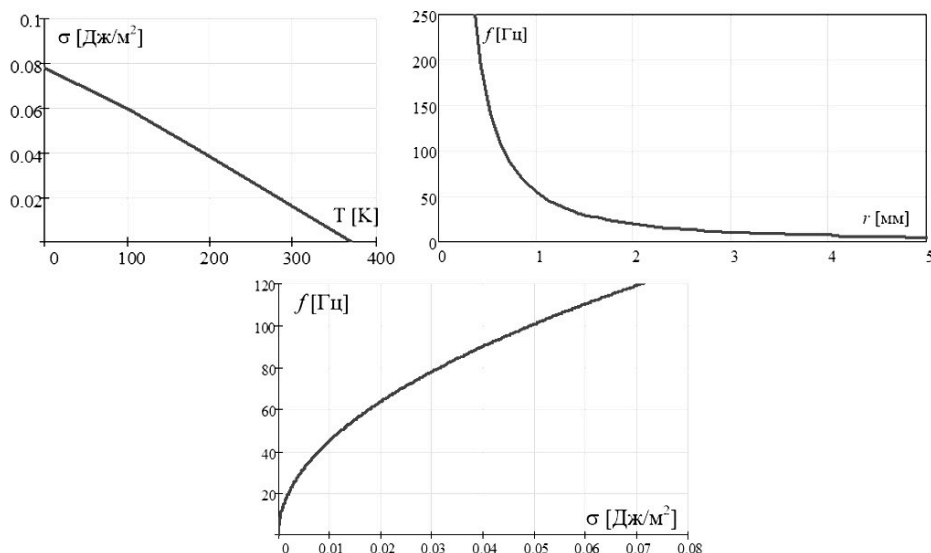


Рис. 2. Зависимости поверхностного натяжения от температуры, частоты колебаний от радиуса капли, при температуре  $t=23^\circ\text{C}$ , частоты колебаний от поверхностного натяжения.

**Выводы:** Авторами получена зависимость резонансной частоты водной капли от плотности поверхностного натяжения  $\sigma$ , радиуса капли  $r_0$ , и плотности  $\rho$ , что позволяет определить частоту внешнего воздействующего акустического импульса на водную каплю с целью её разрушения, или с целью определения распределения капель воды по размерам в масляной среде. Приведенные графические зависимости показывают необходимый диапазон частотной полосы настройки воздействующего импульса.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Сычев В.В. Дифференциальные уравнения термодинамики - М.: Изд-во Дом МЭИ, 2010. - 250 стр.
2. Сычев В.В. Сложные термодинамические системы - М.: Энергоатомиздат, 1986. - 207стр.
3. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Статистическая физика - М.: Физматгиз, 1962. - 695 стр.
4. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. - М.: Изд-во МГУ. 1990. - 384 стр.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Т.5, Статистическая физика - М.: Наука. 1988. - 733 стр.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Т.6, Гидродинамика - М.: Наука. 1988. - 733 стр.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Изд-во МГУ, 1999. - 799 стр.

Научный руководитель: А.А. Филипас, к.т.н., доцент ОАР ИШИТР ТПУ.