ПОЛУЧЕНИЕ ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛИ САУ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ПО ПРЯМЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМ КАЧЕСТВА

А.А. Сидорова, соискатель,
А.Р. Пантюхин,
Т.С. Кенжебаева,
Научный руководитель: В.И. Гончаров, профессор, д.т.н.
Томский политехнический университет
E-mail: sidorova@tpu.ru

Введение

При синтезе регуляторов САУ необходимо иметь в той или иной форме информацию о желаемой, эталонной системе. Один из наиболее распространенных способов получения моделей эталонных САУ – получение их по прямым показателям качества, включая перерегулирование, время переходного процесса и т.д. Одним из удобных путей получения таких моделей базируется на вещественном интерполяционном методе (ВИМ) [1]. Этот численный метод успешно работает, позволяя получать эталонные модели второго-третьего порядка. В некоторых случаях, например, при создании астатических систем, возникает необходимость в использовании моделей более высокого порядка. Оказалось, что в подобных ситуациях возникают принципиальные трудности, вытекающие из некорректности задачи [2,3]. Задача настоящей работы состоит в распространении численного метода на получение эталонных моделей повышенного порядка. Поиск возможных способов преодоления трудностей привел к методу нелинейного программирования с имеющимся программным обеспечением в пакете Excel.

Исследование

Предварительные исследования показали , что трудности в получении решений возникают при формировании эталонных моделей с числом неизвестных коэффициентов $\eta \le 4$.

Для оценивания регуляризирующих возможностей нелинейного программирования и получения эталонной модели повышенного порядка выберем передаточную функцию с шестью неизвестными коэффициентами: $\eta = m + n$=6. Выбор объясняется тем, что задач с меньшим числом неизвестных коэффициентов решения были получены по стандартным методикам ВИМ. Поэтому есть основания считать, что вариант $\eta = 6$ является пограничным, когда найти приемлемое решение возможно, проблематично. Итак, примем:

$$W_{ж}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + 1}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1}\,. \qquad (1)$$

На основании [4] выберем узлы интерполирования $\{\delta_i\}_6 = \{0.767; 1.535; 2.303; 3.07; 3.835; 4.602\}$ и определим элементы численной характеристики $\{W_{ж}(\delta_i)\}_6 = \{0.465; 0.275; 0.187; 0.141; 0.113; 0.094\}$ на основании особых точек желаемой переходной характеристики таблица 1.

Таблица 1. Особые точки на желаемой переходной характеристике

i	0	1	2	3	4
t_i, *с*	0	2.4	3, *с*	3.6	6
h_i	0	1.04	1.06	1.04	1.01

Составим СЛАУ в символьном виде: $$\frac{\delta_i^2 b_2 + \delta_i b_1 + b_0}{\delta_i^4 a_4 + \delta_i^3 a_3 + \delta_i^2 a_2 + \delta_i a_1 + 1} \approx W(\delta_i). \qquad (2)$$

Упростим (2), далее подставив числовые значения запишем в виде:

$$
\begin{cases}
0.589b_2 + 0.767b_1 - 0.161a_4 - 0.21a_3 - 0.274a_2 - 0.357a_1 = -0.535; \\
2.356b_2 + 1.535b_1 - 1.527a_4 - 0.994a_3 - 0.648a_2 - 0.422a_1 = -0.725; \\
5.302b_2 + 2.302b_1 - 5.264a_4 - 2.286a_3 - 0.993a_2 - 0.431a_1 = -0.813; \\
9.425b_2 + 3.070b_1 - 12.518a_4 - 4.077a_3 - 1.328a_2 - 0.431a_1 = -0.859; \\
14.727b_2 + 3.837b_1 - 24.461a_4 - 6.374a_3 - 1.66a_2 - 0.433a_1 = -0.887; \\
21.207b_2 + 4.605b_1 - 42.272a_4 - 9.179a_3 - 1.993a_2 - 0.433a_1 = -0.906.
\end{cases} \tag{3}
$$

Решение для принятых узлов: $b_2 = 0.96,\ b_1 = -0.12,\ a_4 = 0.0005,\ a_3 = 2.2,\ a_2 = -0.11,\ \ a_1 = 1.61$. Модель относится к классу неустойчивых и потому практического значения не имеет. Проверим предположение о плохой обусловленности матрицы СЛАУ, вычислив определитель матрицы и число обусловленности [5]. Получили: $\det(A) = -3.98 \cdot 10^{-5}$ и $cond_F(A) = 9.926 \cdot 10^4$. Эти данные позволяют говорить о плохой обусловленности матрицы уравнения (3) и в то же время о возможности получения решения путем итерационного изменения узлов интерполирования. Воспользуемся этой возможностью, привлекая нелинейное программирование из Excel.

Введем минимизируемую функцию $f(x) = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + e_5^2 + e_6^2$, где $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$ – значения невязок уравнений (2). Примем ограничения $b_2 > 0,\ b_1 > 0, a_4 > 0,\ a_3 > 0,\ a_2 > 0,\ a_1 > 0$. На рисунке 1 представлено окно в программе Excel, отражающее поиск оптимального решения уравнений (3).

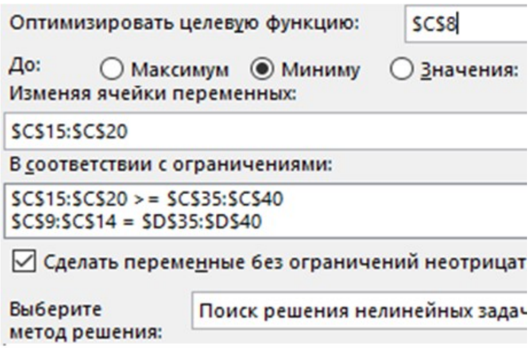

Рис. 1. Поиск оптимального решения.

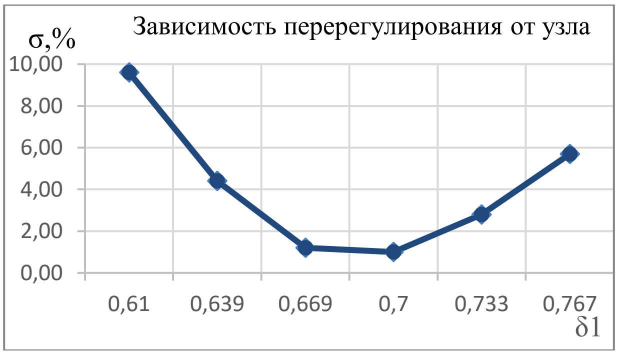

Рис. 2. Графики зависимости $\sigma = f(\delta_1)$.

Для более наглядного представления представим на рисунке 2 результаты в виде графика зависимости перерегулирования от узлов интерполирования $\sigma = f(\delta_1)$.

Видно, что желаемое перерегулирование σ = 5 % достигается при δ_1 = 0.639, время установления составило 5.3 с, что соответствует ожидаемому. Отметим еще один важный результат – имеется значительный диапазон изменений переменной δ_1, в пределах которого перерегулирование не только сохраняется в допустимых пределах, но и обеспечивает получение эталонной САУ.

Заключение

Полученные результаты подтверждают высказанное выше предположение о том, что численный метод ВИМ получения эталонных моделей САУ позволяет находить решения при числе неизвестных коэффициентов модели до шести. При их увеличении до шести возникают вычислительные трудности из-за ухудшения обусловленности СЛАУ. Преодолеть их, по крайней мере при числе неизвестных коэффициентов, равным шести, позволяет метод нелинейного программирования в пакете Excel. Можно предположить, что такими же возможностями обладает метод оптимизации, реализованный в пакете Matlab.

Список использованных источников

1. Goncharov V.I., Aleksandrov I.A., Rudnitsky V.A., Liepinsh A.V. Real Interpolation Method for Automatic Control Problem Solution. Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2014.

2. Пантюхин А.Р., Сидорова А.А., Гончаров В.И. Об ограниченных возможностях численного метода синтеза регуляторов систем автоматического управления с запаздыванием. Молодежь и современные информационные технологии: сборник трудов XVIII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых/ Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2021. – С. 494 – 495.
3. A. Pantiukhin, A. Sidorova, T. Emelyanova and V. Goncharov. Investigation into capabilities of a numerical method in designing automatic control systems for objects with a long time delay // AIP Conference Proceedings 2402, 040011 [Электронный ресурс]. – URL: https://doi.org/10.1063/5.0071307 (дата обращения: 02.02.2022).
4. Тхан В.З., Дементьев Ю.Н., Гончаров В.И. Повышение точности расчета систем автоматического управления с запаздыванием // Программные продукты и системы. 2018. Т. 31. № 3. С. 521–526. DOI: 10.15827/0236-235X.031.3.521-526.
5. Сидорова А.А., Гончаров В.И. Применение численного метода синтеза САУ объектом с запаздыванием. Молодежь и современные информационные технологии: сборник трудов XVIII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых/ Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2021. – С. 487 – 488.