УДК 536.24

ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЗАМКНУТОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ВОЛНИСТОЙ СТЕНКОЙ

Н.С. Павленко

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: Pavlenko-N-S@mail.ru

NATURAL CONVECTION IN A CLOSED HORIZONTAL CAVITY WITH A WAVY WALL

N.S. Pavlenko

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: Pavlenko-N-S@mail.ru

Abstract. *The work is devoted to the study of free convective heat transfer of a viscous incompressible fluid in a closed inclined cavity under conditions of a lower isothermally heated wavy wall and an upper isothermally cooled wall. The medium in the cavity is considered to be a heat-conducting liquid that satisfies the Boussinesq approximation. To describe the flow and heat transfer inside the cavity, unsteady Oberbeck–Boussinesq differential equations are used in dimensionless non-primitive variables "stream function – vorticity". To solve the formulated problem, the finite difference method of the second order accuracy has been used. The developed program code has been verified using different model problems. Effects of the amplitude and frequency of waves on the lower wall, as well as cavity inclination angle have been studied. The features of the development of convective structures inside the cavity are established, and the possibility of intensifying the heat transfer in a cavity with a wavy wall is shown.*

Введение. Естественная конвекция встречается во многих инженерных системах как один из определяющих механизмов передачи тепла и массы. С целью развития или оптимизации существующих технических аппаратов, например, солнечных коллекторов, возникает необходимость в детальном моделировании транспортных процессов в этих системах [1, 2]. К настоящему времени рассмотрено много задач в области конвективного тепломассопереноса в замкнутых областях при различных углах наклона в двумерных и трехмерных постановках [3, 4]. В большинстве опубликованных работ уделено мало внимания влиянию возможной нерегулярной структуры стенки.

Предлагаемая работа посвящена исследованию свободноконвективного теплопереноса вязкой несжимаемой жидкости в замкнутой наклонной полости при условии, что нижняя волнистая стенка является изотермически-нагреваемой, а верхняя стенка – изотермически-охлаждаемой.

Постановка задачи и методы решения. Физическая постановка задачи показана на рис. 1. Горизонтальные стенки описываются уравнениями $\overline{y}_1 = H - H\left[a + b\cdot\cos\left(2\pi k\overline{x}/L\right)\right]$ – нижняя стенка, $\overline{y}_2 = H$ – верхняя стенка, $a + b = 1$.

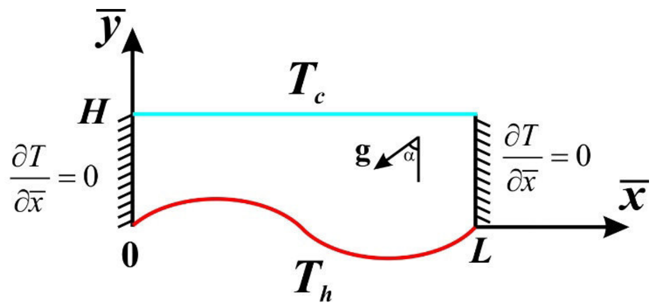

Рис.1. Область решения задачи

Вертикальные стенки считаются адиабатическими. Сила тяжести направлена вниз под углом α к оси $\bar{y}$. Среда в полости считается теплопроводной жидкостью, которая удовлетворяет приближению Буссинеска. Дифференциальные безразмерные уравнения Обербека–Буссинеска в переменных “завихренность скорости – функция тока – температура” имеют вид:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\omega$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\omega}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\omega}{\partial y}=\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)+\left[\frac{\partial\theta}{\partial x}\cos(\alpha)-\frac{\partial\theta}{\partial y}\sin(\alpha)\right]$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{1}{\sqrt{Ra\cdot Pr}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right)$$

В этой системе уравнений были использованы следующие безразмерные комплексы: $Pr=\frac{\mu c_p}{\lambda}$ – число Прандтля и $Ra=\frac{\rho^2 c_p g\beta\left(T_h-T_c\right)H^3}{\mu\lambda}$ – число Рэлея.

Безразмерные граничные условия для предложенной системы уравнений имеют вид:

$\tau=0$: $\psi=0,\ \omega=0,\ \theta=0{,}5;$

$\tau>0$:

$$\psi=0,\ \frac{\partial\psi}{\partial x}=0,\ \frac{\partial\theta}{\partial x}=0 \text{ ï ðè } x=0 \text{ è } x=L/H=A;$$

$$\psi=0,\ \frac{\partial\psi}{\partial y}=0,\ \theta=0 \text{ ï ðè } y=y_2$$

$$\psi=0,\ \frac{\partial\psi}{\partial n}=0,\ \theta=1 \text{ ï ðè } y=y_1$$

При численном решении задачи совершаем переход к новым переменным:

$$\xi=x,\ \eta=\frac{y-y_1}{\Delta}=\frac{y-1+a+b\cdot\cos\left(\frac{2\pi kx}{A}\right)}{a+b\cdot\cos\left(\frac{2\pi kx}{A}\right)}$$

Принимая во внимание такое преобразование координат, определяющие уравнения примут вид [5]:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2}+2\frac{\partial\eta}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi\partial\eta}+\left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)^2\right]\frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}\frac{\partial\psi}{\partial\eta}=-\omega$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}+\frac{\partial\eta}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\omega}{\partial\xi}-\frac{\partial\eta}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\frac{\partial\omega}{\partial\eta}=\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial\xi^2}+2\frac{\partial\eta}{\partial x}\frac{\partial^2\omega}{\partial\xi\partial\eta}+\left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)^2\right]\frac{\partial^2\omega}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}\frac{\partial\omega}{\partial\eta}\right)+$$
$$+\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial\xi}+\frac{\partial\eta}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right)\cos(\alpha)-\frac{\partial\eta}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\sin(\alpha)\right]$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+\frac{\partial\eta}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}-\frac{\partial\eta}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}=\frac{1}{\sqrt{Pr\cdot Ra}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}+2\frac{\partial\eta}{\partial x}\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi\partial\eta}+\left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)^2\right]\frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right)$$

Начальные и граничные условия для предложенной системы уравнений имеют вид:

$\tau = 0$: $\psi = 0,\ \omega = 0,\ \theta = 0{,}5;$

$\tau > 0$: $\psi = 0,\ \dfrac{\partial\psi}{\partial\xi}=0,\ \dfrac{\partial\theta}{\partial\xi}=0$ ïðè $\xi=0$ è $\xi=A;$

$\psi = 0,\ \dfrac{\partial\psi}{\partial\eta}=0,\ \theta=0$ ïðè $\eta=1$

$\psi = 0,\ \dfrac{\partial\psi}{\partial\eta}=0,\ \theta=1$ ïðè $\eta=0$

Для решения сформулированной задачи использовался метод конечных разностей и вторая схема с разностями против потока [5, 6]. Разработанный программный код был протестирован на множестве модельных задач, а также проанализирован на сеточную сходимость [5]. Численные исследования проведены при следующих значениях определяющих параметров: $Pr = 7{,}0$; $Ra = 10^4–10^6$; $A = 1–3$; $\alpha = 10^0$, 30^0; $k = 0–3$; $a = 0{,}7$, $0{,}9$. В результате были получены распределения изолиний функции тока и температуры, а также распределения среднего числа Нуссельта в зависимости от интенсивности течения, геометрического параметра полости, угла наклона, количества волн и амплитуды. Установлены особенности развития конвективных структур внутри полости и показана возможность интенсификации теплообмена в полости с рельефной стенкой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Evangelisti L., Vollaro R.D.L., Asdrubali F. Latest advances on solar thermal collectors: A comprehensive review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2019. – Vol. 114. – P. 109318.
2. Murugan M., Saravanan A., Elumalai P.V., Kumar P., Saleel C.A., Samuel O.D., Setiyo M., Enweremadu C.C., Afzal A. An overview on energy and exergy analysis of solar thermal collectors with passive performance enhancers // Alexandria Engineering Journal. – 2022. – Vol. 61. – P. 8123–8147.
3. Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A. Turbulent natural convection heat transfer in rectangular enclosures using experimental and numerical approaches: A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2018. – Vol. 82. – P. 40–59.
4. Hussain S., Oztop H.F. Impact of inclined magnetic field and power law fluid on double diffusive mixed convection in lid-driven curvilinear cavity // International Communications in Heat and Mass Transfer. – 2021. – Vol. 127. – P. 105549.
5. Shenoy A., Sheremet M., Pop I. Convective flow and heat transfer from wavy surfaces: viscous fluids, porous media and nanofluids. CRC Press, Boca Raton. – 2016. – 306 p.
6. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.