УДК 532.5, 536.21

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНО-РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ЗАМКНУТЫХ ОБЛАСТЯХ НА ОСНОВЕ РЕШЁТОЧНОГО МЕТОДА БОЛЬЦМАНА

Н.С. Гибанов

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru

NUMERICAL ANALYSIS OF CONVECTIVE-RADIATIVE HEAT TRANSFER IN ENCLOSURES USING LATTICE BOLTZMANN METHOD

N.S. Gibanov

Scientific Supervisor: Associate Professor, Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin Avenue, 36, 634050

E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru

Abstract. *In this study, the benchmark problem of convective-radiative heat transfer in a closed square cavity has been solved on the basis of the lattice Boltzmann method (LBM). In addition, a similar problem has been solved using the finite difference method. The data obtained in various numerical methods have been compared with the data of other authors. The obtained thermohydrodynamic characteristics are in good agreement, which indicates the possibility of applying mesoscale method (LBM) to problems of natural convection and radiation in various fields. In addition, the lattice Boltzmann method allows calculations to be performed faster than classical grid methods.*

Введение. В настоящее время, существуют различные подходы и методы для решения задач тепломассообмена. Наибольшее развитие, в связи с активной эволюцией области вычислительных технологий, получили методы численного математического моделирования. Такой подход позволяет проводить численные эксперименты самых разнообразных и трудоёмких задач, решение которых необходимо в различных сферах человеческой деятельности. В последние десятилетия наблюдается бурное развитие решёточного метода Больцмана [1]. Данный метод позволяет эффективно проводить расчёты процессов тепломассообмена для различных сред – ньютоновская и неньютоновская, однофазная и многофазная, пористая среда, наножидкости, среда с изменяемым фазовым состоянием [2, 3].

В настоящем исследовании проводится численное моделирование задачи нестационарного конвективно-радиационного теплообмена в замкнутой квадратной области на основе методов конечных разностей и решёточного метода Больцмана.

Физическая и математическая постановка. На рисунке 1 представлена область решения задачи. Замкнутая квадратная полость была заполнена несжимаемой ньютоновской жидкостью с постоянными теплофизическими свойствами, а также удовлетворяла приближению Буссинеска. Система нагревалась от левой стенки с температурой T_h, и охлаждалась от правой холодной стенки с температурой T_c. Остальные стенки считались адиабатическими. При решении задачи решёточным методом Больцмана, процессы переноса массы, импульса и энергии в рассматриваемой области описываются с помощью кинетического уравнения Больцмана для функций распределения (1)-(3). Был использован подход TDF, основывающийся на использовании трёх функций распределения, для определения скалярных и векторных макроскопических характеристик.

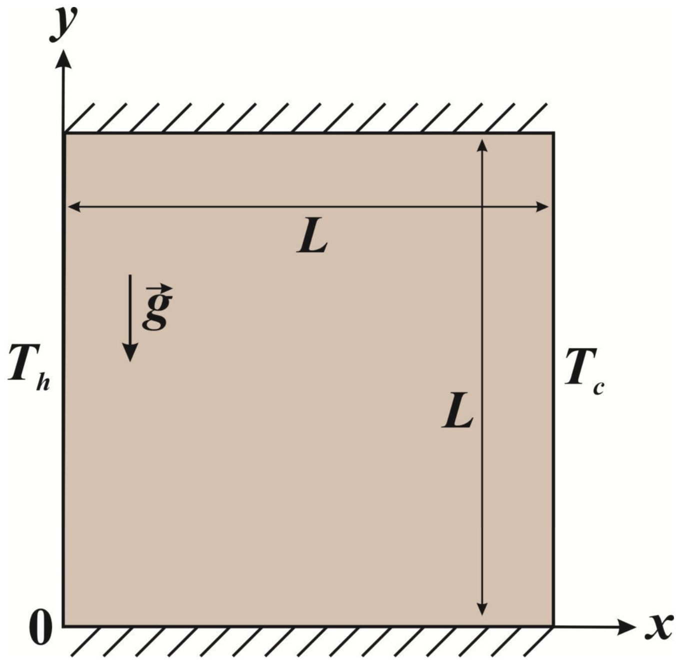

Рис. 1. Область исследования

Кинетическое уравнение Больцмана представлено в виде [4-5]:

$$f_k\left(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t\right) = f_k\left(x, y, t\right)\left(1-\omega_f\right) + \omega_f f_k^{eq}\left(x, y, t\right) + \Delta t F_i c_{y_i} \quad (1)$$

$$g_k\left(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t\right) = g_k\left(x, y, t\right)\left(1-\omega_g\right) + \omega_g g_k^{eq}\left(x, y, t\right) \quad (2)$$

$$I_k\left(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t\right) = I_k\left(x, y, t\right)\left(1-\omega_I\right) + \omega_I I_k^{eq}\left(x, y, t\right) \quad (3)$$

Здесь f_k – k-ая функция распределения (k определятся при выборе той или иной решеточной модели), $f_k^{eq} = w_k \rho\left(1+\frac{\bar{u}\cdot\bar{c}_k}{c_s^2}+\frac{\left(\bar{u}\cdot\bar{c}_k\right)^2}{2c_s^4}-\frac{\bar{u}\cdot\bar{u}}{2c_s^2}\right)$ – k-ая функция локального равновесного распределения, w_k – весовые коэффициенты, $\omega_f = \frac{1}{3\nu+0.5}$ – формула для расчёта функции распределения для движения (ν – кинематическая вязкость), f_k и f_k^{eq} – функции, использующиеся для определения макроскопических параметров скорости и плотности, g_k и g_k^{eq} – функции для определения температуры, $\omega_g = \frac{1}{3a+0.5}$ – параметр, используемый при расчете функций распределения для температуры (a – коэффициент температуропроводности). I_k и I_k^{eq} – k-ые функции распределения, для определения плотности потока излучения, $\omega_I = \kappa_a + \sigma_s$ – параметр, используемый при расчёте функции распределения для потока излучения (κ_a – коэффициент поглощения, σ_s – коэффициент рассеивания).

При решении задачи методом конечных разностей, основные уравнения процессов тепломассообмена представлялись в виде безразмерной системы дифференциальных уравнений в частных производных (4)-(8), представленных в преобразованных переменных.

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\Omega}{\partial X}-\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Omega}{\partial Y}=\sqrt{\frac{\Pr}{\mathrm{Ra}}}\left(\frac{\partial^2\Omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Omega}{\partial Y^2}\right)+\frac{\partial\Theta}{\partial X} \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}=-\Omega \tag{5}$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}+\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\Theta}{\partial X}-\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Theta}{\partial Y}=\frac{1}{\sqrt{\Pr\cdot\mathrm{Ra}}}\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2}\right) \tag{6}$$

$$Q_{rad}=R_k-\sum_{i=1}^{N}F_{k-i}R_i \tag{7}$$

$$R_k=(1-\varepsilon_k)\sum_{i=1}^{N}F_{k-i}R_i+\varepsilon_k(1-\varsigma)^4\left(\Theta_k+0.5\frac{1+\varsigma}{1-\varsigma}\right)^4 \tag{8}$$

Краевая задача (4)–(8) была решена с помощью метода конечных разностей на равномерной сетке. Уравнения параболического типа (4) и (6) решались с использованием локально-одномерной схемы А.А. Самарского, позволяющей свести двумерную задачу к системе одномерных. Полученная система линейных алгебраических уравнений была решена методом прогонки. Разностные уравнения эллиптического типа (5), (7) и (8) были решены методом последовательной верхней релаксации. Для вычисления угловых коэффициентов F_{k-i} был использован метод натянутых нитей Хоттеля.

Результаты и заключение. В процессе расчёта решёточным методом Больцмана была использована двумерная модель D2Q9 и link-wise простая схема граничных условий упругого отскока (simple bounce-back). В результате численного исследования были получены поля температуры и скорости, а также функции тока и средние числа Нуссельта на всех поверхностях, при различных значениях чисел Рэлея $10^4 \le Ra \le 10^6$ и для различных значений степени черноты внутренних поверхностей. Полученные различными вычислительными методами результаты, а также их сравнительный анализ, говорит о возможности использования метода конечных разностей, решёточного метода Больцмана, а также возможности их комбинирования для проведения численных исследований конвективно-радиационного теплообмена в замкнутых областях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Стипендии Президента РФ СП-2080.2021.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куперштох А.Л. Метод решеточных уравнений Больцмана для моделирования двухфазных систем типа жидкость-пар // Современная наука. – 2010. – №2 (4) – С. 56-63
2. Wolf-Gladrow D. A. Lattice-gas cellular automata and lattice Boltzmann models – an introduction. – Berlin: Springer-Verlag, 2005. – 311 pp.
3. Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A., Shardt O., Silva G. Viggen E.M. The Lattice Boltzmann Method. – Springer International Publishing Switzerland, 2017.
4. Mohamad A. A. Lattice Boltzmann Method. – Springer-Verlag London, 2011.
5. Sobhani M. Taguchi optimization of combined radiation/natural convection of participating medium in a cavity with a horizontal fin using LBM /M. Sobhani, H. A. Tighchi, J.A. Esfahani // Physica A. – 2018. – Vol. 509. – P. 1062–1079.