

УДК 536.24

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ПОДЛОЖКИ НА ТЕРМОГРАВИТАЦИОННУЮ  
КОНВЕКЦИЮ ПСЕВДОПЛАСТИЧНОЙ НАНОЖИДКОСТИ В ПОЛОСТИ С ИСТОЧНИКОМ  
ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМНОГО ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ**

Д.С. Лоенко

Научный руководитель: доцент, д. ф.-м. н. М.А. Шеремет  
Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050  
E-mail: [whiteink@bk.ru](mailto:whiteink@bk.ru)

**ANALYSIS OF THE HEAT-CONDUCTING SUBSTRATE EFFECT ON THE PSEUDOPLASTIC  
NANOFLUID THERMOGRAVITATIONAL CONVECTION IN A CAVITY WITH A SOURCE  
OF CONSTANT VOLUMETRIC HEAT GENERATION**

D.S. Loenko

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet  
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050  
E-mail: [whiteink@bk.ru](mailto:whiteink@bk.ru)

**Abstract.** This study is devoted to thermogravitational convection of pseudoplastic nanofluid in the cavity. The lower wall of the cavity is heat-conducting and a local heater placed on this solid wall has a constant volumetric heat generation. The cavity is filled with a mixture of carboxymethyl cellulose with water and tiny solid particles of copper oxide. The problem is described by unsteady Oberbeck-Boussinesq equations with non-primitive variables such as stream function and vorticity. In the course of the study, the influence of the volume fraction of solid nanoparticles, the height of the heat-conducting lower wall on nanofluid flow and heat transfer was analyzed.

**Введение.** Псевдопластичная наножидкость КМЦ/вода+CuO заполняет квадратную замкнутую полость, вертикальные и верхняя стенки которой являются охлаждающими с постоянной температурой  $T_c$ . Нижняя стенка полости является теплопроводной и имеет высоту  $h$ . Внешние границы нижней стенки являются адиабатическими. На нижней стенке расположен источник с постоянной плотностью объёмного тепловыделения  $Q$ . Сила тяжести направлена вертикально вниз.

Дифференциальные уравнения, описывающие процесс нестационарного конвективного теплопереноса в приближении Обербека-Буссинеска в преобразованных безразмерных переменных «функция тока–завихренность», имеют следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = H_1(\phi) \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{\frac{n-2}{2}} \left[ \nabla^2 (\bar{M}\Omega) + S_\Omega \right] + H_2(\phi) \frac{\partial \Theta}{\partial X} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{H_3(\phi)}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\lambda_{nf}}{\lambda_{bf}} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\lambda_{nf}}{\lambda_{bf}} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (3)$$

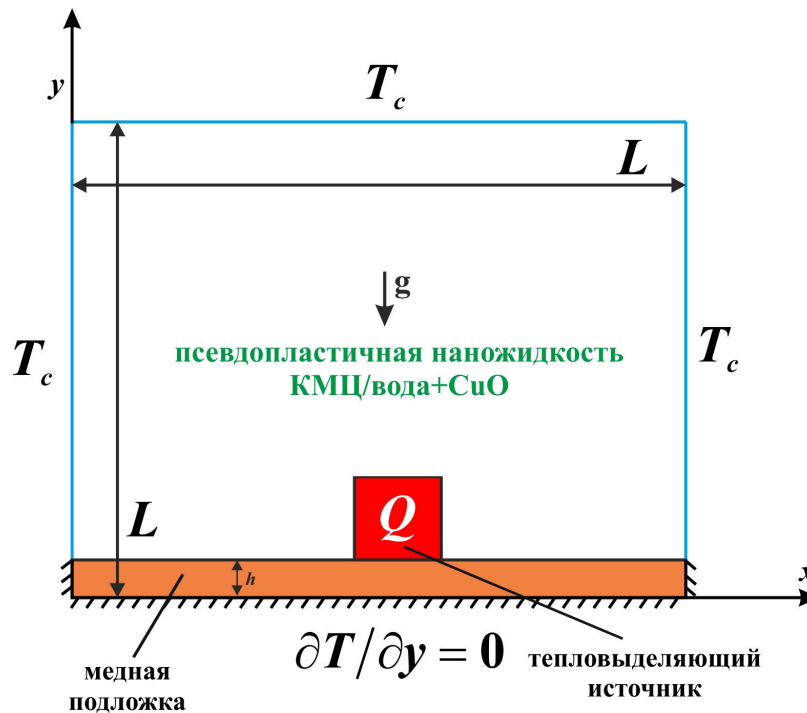


Рис. 1. Область решения задачи

Уравнение теплопроводности для источника энергии и нижней стенки:

$$\frac{\partial \Theta_{hs}}{\partial \tau} = \frac{\alpha_{hs}/\alpha_{bf}}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left( \frac{\partial^2 \Theta_{hs}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_{hs}}{\partial Y^2} + 1 \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Theta_w}{\partial \tau} = \frac{\alpha_w/\alpha_{bf}}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left( \frac{\partial^2 \Theta_w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_w}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Вспомогательные функции:

$$\bar{M} = \left[ 4 \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}},$$

$$S_{\Omega} = 2 \left[ \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial X^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial Y^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} - 2 \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial X \partial Y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} \right],$$

$$H_1(\phi) = \frac{\mu_{nf} \cdot \rho_{bf}}{\mu_{bf} \cdot \rho_{nf}} = \frac{\mu_{nf}/\mu_{bf}}{(1-\phi + \phi \rho_p/\rho_{bf})},$$

$$H_2(\phi) = \frac{(\rho\beta)_{nf} \cdot \rho_{bf}}{(\rho\beta)_{bf} \cdot \rho_{nf}} = \frac{1-\phi + \phi(\rho\beta)_p/(\rho\beta)_{bf}}{1-\phi + \phi \rho_p/\rho_{bf}},$$

$$H_3(\phi) = \frac{(\rho c)_{bf}}{(\rho c)_{nf}} = \frac{1}{1-\phi + \phi(\rho c)_p/(\rho c)_{bf}}.$$

Псевдопластичный характер течения жидкости описывается степенным законом Оствальда-де-Вилля [1]:

$$\tau_{ij} = 2\mu_{nf} D_{ij} \quad (6)$$

Эффективный коэффициент вязкости наножидкости вычислялся с помощью соотношения Гуо и др. [2]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = \left( 1 + 2.5\phi + 6.5\phi^2 \right) \left( 1 + 350 \frac{\phi}{d_p} \right) \quad (7)$$

Вязкость базовой жидкости в соответствии со степенным законом определялась следующим соотношением:  $\mu_{bf} = K(2D_{kl}D_{kl})^{\frac{n-1}{2}}$ , где  $K$  — коэффициент плотности потока;  $n$  — показатель поведения жидкости, который равен 0.91. Учитывая, что показатель поведения жидкости  $n < 1$ , отметим

его соответствие псевдопластичным свойствам среды. Псевдопластичные жидкости имеют вязкость, которая уменьшается с увеличением скорости деформации, что делает такую среду эффективной в задачах охлаждения.

Эффективная теплопроводность наносuspension вычислялась с помощью экспериментальной корреляции Жанга и Чой [3]:

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_{bf}} = (1 - \phi) + 0.01 \frac{\lambda_p}{\lambda_{bf}} \phi + (18 \cdot 10^6) \frac{d_{bf}}{d_p} Re^2 Pr \phi \quad (8)$$

Начальные и граничные условия для системы (1)-(5) в безразмерном виде выглядят следующим образом:

$$\tau = 0 \rightarrow \Psi = \Omega = 0, \Theta = 0.0;$$

$$\tau > 0 \rightarrow$$

$$X = 0 \text{ \textit{e} } X = 1, 0 \leq Y \leq h/L, \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0;$$

$$X = 0 \text{ \textit{e} } X = 1, h/L \leq Y \leq 1, \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \Theta = 0;$$

$$Y = 0, 0 \leq X \leq 1, \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0;$$

$$Y = 1, 0 \leq X \leq 1, \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \Theta = 0;$$

$$\text{На поверхности источника: } \begin{cases} \Theta_{hs} = \Theta_{bf} \\ \lambda_{hs} \frac{\partial \Theta_{hs}}{\partial \bar{n}} = \frac{\partial \Theta_{bf}}{\partial \bar{n}} \end{cases}$$

На поверхности подложки:

$$\Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \bar{n}^2}, \begin{cases} \Theta_w = \Theta_{bf} \\ \lambda_w \frac{\partial \Theta_w}{\partial \bar{n}} = \frac{\partial \Theta_{bf}}{\partial \bar{n}} \end{cases}$$

Описанная задача решена на основе метода конечных разностей. Разработанный алгоритм решения был протестирован на более простых задачах [4]. Также было оценено влияние сеточных параметров на сходимость решения. В ходе исследования был проведен анализ влияния объемной доли наночастиц и высоты теплопроводной нижней стенки на возможность интенсификации отвода тепла от нагретого элемента. Результаты рассматривались в виде распределения линий тока и изотерм, а также по интегральным характеристикам – средней температуре в источнике тепла и среднему числу Нуссельта на поверхности нагретых стенок.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-5799.2021.4).*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Khezzar L., Siginer D., Vinogarov I. Natural convection of power law fluids in inclined cavities // International Journal of Thermal Sciences. – 2012. – Vol. 53. – P. 8–17.
2. Guo S.S., Luo Z.Y., Tao W., Zhao J.F., Cen K.F. Viscosity of monodisperse silica nanofluids // Bull. Chin. Ceram. Soc. – 2006. – Vol. 25 (5). – P. 52–55.
3. Jang S.P., Choi S.U.S. Effects of Various Parameters on Nanofluid Thermal Conductivity // Journal of Heat Transfer. – 2007. – Vol. 129. – P. 617–623.
4. Лоечко Д.С., Шеремет М.А. Модели регуляризации при исследовании свободноконвективного тепло-массопереноса псевдопластичной жидкости в замкнутой дифференциально-обогреваемой полости // Вестник Пермского университета. Физика. – 2021. – № 3. – С. 13–22.