

ИЗВѢСТІЯ  
Томскаго Технологическаго Института  
Императора Николая II.  
т. 14. 1909. № 2.

II.

**А. А. Потеня.**

КОЛЛЕКТОРНЫЕ ДВИГАТЕЛИ ОДНОФАЗНАГО ПЕРЕМѢННАГО ТОКА.

*Статья первая.*

1—36.

## Коллекторные двигатели однофазного переменного тока.

Последние годы двигатели однофазного тока с коллектором и якорем, построенным по типу якорей машин постоянного тока, привлекают к себе общее внимание специалистов. За границей интерес к появлению этих двигателей на рынке раздвинулся в свое время даже общая пресса. Интерес этот объясняется тем обстоятельством, что пока только от применения этих двигателей можно ожидать удовлетворительного решения злободневного вопроса электротехники и железнодорожного дела, перехода на электрическую тягу на линиях большого протяжения.

В самом деле, хотя двигатели постоянного тока в их современной конструкции могут считаться почти идеальной машиной, но к дальнейшему развитию их применения для целей тяги имеется существенное препятствие: постоянный ток можно давать прямо со станции только для трамвайных сетей сравнительно ограниченного района. Для больших сетей и для линий большого протяжения приходится получать на станциях переменный ток высокого напряжения и проводить его к трансформаторным подстанциям. Преобразовывая на подстанциях переменный ток высокого напряжения в постоянный для питания двигателей, мы получим, даже для городских дорог, потерю в 25—30% от сборных шин станции до щеток двигателя. Эта потеря, вместе с амортизационными процентами на стоимость подстанций и питательного кабеля, и добавочными расходами (уходы за вращающимися трансформаторами) повышает стоимость энергии на рабочем проводе сравнительно с ее ценой на центральной станции, на 60% и даже на 80%\*).

Хотя возможно, что в случае успеха ртутных трансформаторов, разрабатываемых в последнее время (Вестингауз) цифры эти изменятся в благоприятном смысле, особенной выгоды ожидать от их применения вряд ли можно, так как при значительной, по всей вероятности, цене, эти приборы имеют очень ограниченный срок жизни (1500 рабочих часов).

\*) F. Eichberg. Ueber Einphasenbahn. Z. f. E. 1904.

Выгоды непосредственнаго примѣненія переменнаго тока для цѣлей тяги очевидны. Однако, одного только факта устраненія вращающихся трансформаторовъ не достаточно, чтобы принять всякую систему непосредственно утилизирующую переменный токъ.

Синхроничные двигатели исключаются, какъ неспособные трогаться съ мѣста подъ нагрузкою, такъ какъ развиваютъ вращающій моментъ только при синхронизмѣ. Такъ же мало пригодны асинхроничные однофазные двигатели вслѣдствіе незначительной величины начального вращающаго момента. Трехфазный токъ нашелъ примѣненіе на нѣсколькихъ дорогахъ, при чемъ напряжение на рабочихъ проводахъ доходитъ до 3000 и даже (Берлинъ-Цоссенъ) до 10000 вольтъ. Эта система не смотря на высокія качества двигателей съ вращающимся полемъ такъ же имѣетъ существенные дефекты: все таки недостаточно большой начальный вращающій моментъ и трудность регулированія скорости, такъ какъ употребляемое для этой цѣли каскадное соединеніе даетъ при двухъ двигателяхъ только двѣ экономичныхъ скорости, что даже на линияхъ общаго пользованія оказывается недостаточнымъ. Если даже устранить это послѣднее затрудненіе установкой въ самомъ поѣздѣ экономичнаго трансформатора періодичности, то всегда остается необходимость двухъ рабочихъ проводовъ разныхъ потенциаловъ, что повышаетъ стоимость пути и крайне усложняетъ устройство стрѣлокъ.

Однофазный коллекторный двигатель не есть изобрѣтеніе послѣднихъ лѣтъ; онъ также старъ какъ и двигатель постояннаго тока. Въ самомъ дѣлѣ, тотъ фактъ, что двигатель постояннаго тока не мѣняетъ направленія вращенія при переменѣ направленія питательнаго тока, указываетъ на возможность питать его переменнымъ токомъ любой періодичности.

Далѣе, еще въ 1887 году Э. Томсонъ указалъ на то, что обыкновенный якорь динамомашинъ постояннаго тока помѣщенный въ переменное поле, и коротко замкнутый черезъ щетки, сдвинутыя на нѣкоторый уголъ отъ нейтральной линіи, начинаетъ вращаться, развивая значительный моментъ. Эти факты вызвали предложеніе цѣлаго ряда конструкций однофазныхъ двигателей съ коллекторомъ, изъ которыхъ однако ни одинъ не оказался жизнеспособнымъ и не появился на рынкѣ. Главнымъ препятствіемъ на пути изобрѣтателей была трудность избѣжать искрообразованія. Затрудненіе это казалось настолько непреодолимымъ, что одно время попытки получить практически пригодный однофазный двигатель съ коллекторомъ были почти оставлены. Въ одномъ изъ лучшихъ сочиненій по электрической тягѣ: „La Traction électrique“ А. Blondel et F. R. Dubois, изданномъ въ 1898 г.,

авторы исключаютъ эти двигатели изъ числа типовъ, применимыхъ къ тягѣ на томъ основаніи, что ихъ нельзя строить для мощностей больше 4—5 силъ. Другіе авторы, какъ напримѣръ Штейнмецъ, въ своей книгѣ „Alternating current phenomena“, даже излагая подробную теорію коллекторныхъ двигателей, смотрѣли на нихъ какъ на теоретически интересный аппаратъ, не имѣющій никакого практическаго значенія, въ родѣ реакціоннаго двигателя. Одинъ только Л. Б. Аткинсонъ въ Англіи, патентировавшій въ 1895—1898 годахъ цѣлый рядъ системъ коллекторныхъ двигателей, показалъ въ докладѣ передъ Обществомъ Гражданскихъ Инженеровъ въ Лондонѣ\*) всѣ высокія качества интересующихъ насъ машинъ, и указалъ на полную возможность свести искрообразование на коллекторѣ до безвредныхъ предѣловъ.

Въ тоже время появились на рынкѣ и получили нѣкоторое распространіе двигатели Е. Арнольда (заводъ Вагнеръ и К<sup>о</sup> въ С. Луи) и Дери (Австрійское Общество Уніонъ). Двигатели эти строились до 20 силъ, но какъ Арнольдъ такъ и Дери пользуются коллекторомъ только при пускѣ въ ходъ, а затѣмъ ихъ моторы работаютъ съ коротко замкнутымъ якоремъ, какъ обыкновенные асинхроничные однофазные двигатели.

Не смотря на указанное предубѣжденіе большинства инженеровъ противъ коллекторныхъ двигателей, къ нимъ пришлось обратиться, когда явилась настоятельная потребность пользоваться переменнымъ токомъ для цѣлей тяги. Моментомъ ознаменовавшимъ окончательную побѣду разсматриваемой системы, можно считать докладъ инженера Б. Ж. Ламма\*\*) передъ собраніемъ Американскихъ Инженеровъ Электриковъ. Въ этомъ докладѣ, касавшемся постройки и эксплуатаціи при помощи однофазнаго тока линіи Вашингтонъ-Балтимора-Аннопольсь длиной 46 миль, т. е. около 74 км., Ламмъ указалъ на фактъ, привлекшій особенное вниманіе, именно на то, что коллекторные однофазные двигатели имѣютъ характеристики вполне удовлетворяющія условіямъ тяги, вообще очень сходные съ характеристиками послѣдовательныхъ двигателей постоянного тока, и автоматически мѣняютъ скорость съ измѣненіемъ нагрузки. На возможность регулированія скорости въ широкихъ предѣлахъ безъ значительнаго пониженія к. пол. д. указалъ еще Аткинсонъ.

Всѣми присутствовавшими на докладѣ было признано, что если конструкторамъ удастся справиться съ искрообразованиемъ, приме-

\*) Min. of Proceed. of the Inst. of Civ. Eng. CXXXII (1898) стр. 113.

\*\*) Trans of the Amer. Inst. of Electr. Eng. 1902, стр. 1231.

ніе этихъ двигателей будетъ серьезнымъ прогрессомъ въ желѣзнодорожной практикѣ.

Съ этого времени начинаютъ появляться, и до сихъ поръ появляются многочисленныя теоретическія изслѣдованія коллекторныхъ двигателей. Къ сожалѣнію опытныхъ конструктивныхъ данныхъ до сихъ поръ мы имѣемъ очень мало.

Большинство крупныхъ электротехническихъ фирмъ занялись выработываніемъ своихъ типовъ однофазныхъ коллекторныхъ двигателей, при чемъ уже всѣмъ удается достигнуть большого начального момента, хорошихъ коэффициентовъ мощности и полезнаго дѣйствія, и почти полного отсутствія искръ на коллекторѣ.

Можно теперь съ увѣренностью сказать, что коммутированіе переменнаго тока, при соблюденіи нѣкоторыхъ условій, представляетъ не больше трудностей, чѣмъ постоянного. Все зависитъ отъ напряженія, приходящагося на секцію, которое всегда можно сдѣлать достаточно малымъ. Нѣсколько труднѣе справиться съ токами, возбуждаемыми въ коротко замкнутой секціи переменнымъ токомъ, но и эти токи можно довести до безвредныхъ предѣловъ, уменьшая число витковъ на секцію и увеличивая ея сопротивленіе повышеніемъ сопротивленія въ коллекторныхъ соединеніяхъ и употребленіемъ угольныхъ щетокъ, и ставя коммутируемую секцію въ надлежащія магнитныя условія. Точно также удалось найти простыя средства для увеличенія  $\cos \varphi$ .

Задача настоящей статьи, дать на основаніи появившихся въ печати изслѣдованій теорію главныхъ типовъ однофазныхъ коллекторныхъ двигателей и основанія для ихъ расчета. Поводомъ къ ея составленію было желаніе дать руководство при проектированіи дорогъ переменнаго тока студентамъ, исполняющимъ проекты подъ наблюдениемъ автора на 5 курсѣ Механическаго отдѣленія Томскаго Технологическаго Института. Этимъ объясняется допущенная авторомъ подробность нѣкоторыхъ выводовъ, быть можетъ излишняя съ точки зрѣнія большинства читателей. По тѣмъ же причинамъ авторъ отдаетъ предпочтеніе болѣе простымъ методамъ нѣмецкихъ, а отчасти американскихъ инженеровъ передъ болѣе изящными и точными съ математической точки зрѣнія изслѣдованіями французскихъ электриковъ.

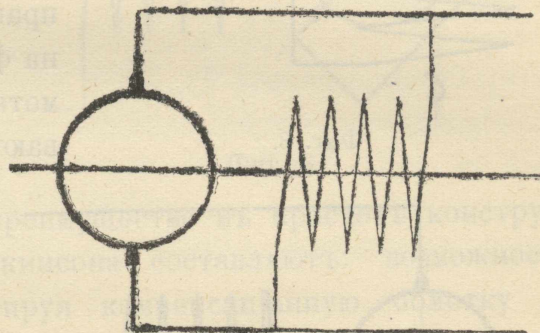
## 1. Системы коллекторныхъ двигателей.

Въ настоящее время, какъ это всегда бываетъ въ періодъ развитія какого нибудь механизма и выработки его практичныхъ формъ, предлагается цѣлый рядъ схемъ и конструкцій, однофазныхъ коллекторныхъ двигателей. Пока трудно судить, вслѣдствіе недостатка

опытныхъ данныхъ, о дѣйствительной цѣнности этихъ системъ и предсказать какой двигатель переживетъ остальные, вытѣснивъ ихъ въ концѣ концовъ изъ рынка. Кажется излишнимъ перечислять всѣ патентованныя или описанныя системы и конструкции, тѣмъ болѣе, что это сдѣлано относительно большей части ихъ съ нѣкоторой критической оцѣнкой въ статьѣ Осноса, помѣщенной въ переводѣ въ журналъ „Электричество“ за 1904 г. (стр. 163 и 188). Мы ограничимся изслѣдованіемъ основныхъ схемъ и ихъ простѣйшихъ комбинацій.

*а) Шунтовый двигатель.* Фиг. 1.

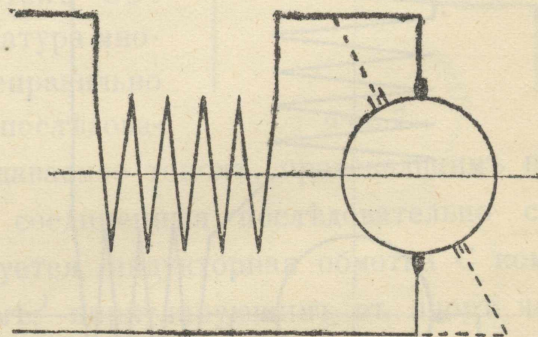
1. Въ этомъ двигательѣ по обмоткамъ якоря и индуктора протекаютъ разные токи. Такъ какъ самоиндукція обмотки магнитовъ очень велика, токъ, протекающій по ней, отстаетъ отъ напряженія на клеммахъ почти на  $90^\circ$ . Въ якорѣ при пускѣ въ ходъ протекаетъ тоже почти без-



Фиг. 1.

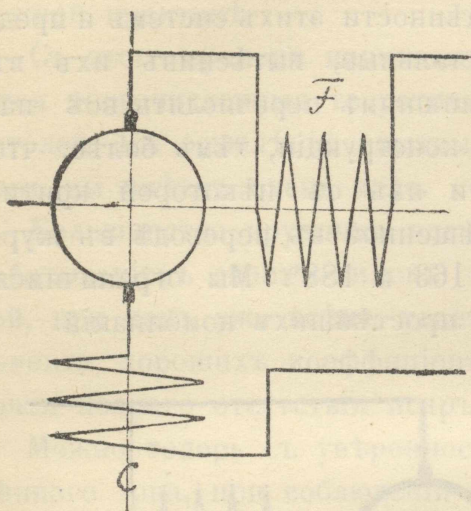
ваттный токъ. По этому оба тока будутъ въ фазѣ, и двигатель беретъ съ мѣста съ сильнымъ вращающимъ моментомъ. Съ увеличеніемъ скорости отставаніе тока въ якорѣ уменьшается, а въ обмоткѣ индуктора остается прежнимъ. Поэтому разность фазъ поля и рабочаго тока возрастаетъ и моментъ уменьшается. Для развитія достаточной мощности двигатель беретъ несоразмѣрно большой токъ, что понижаетъ коэф. полд. Коэффиц. мощн. будетъ очень малъ. Эти обстоятельства дѣлаютъ шунтовой двигатель повидимому совершенно непригоднымъ для практики.

*б) Последовательный двигатель.* Въ двигателяхъ этого типа черезъ обмотки индуктора и якоря проходитъ одинъ и тотъ же токъ, и слѣдовательно поле и рабочій токъ находятся всегда въ фазѣ. Схема показана на фиг. 2. Вращающій моментъ очевидно всегда пропорціоналенъ произведенію дѣйствующихъ значеній поля и тока, или, при небольшомъ насыщеніи желѣза, пропорціоналенъ квадрату тока. Коэф. мощн. въ этомъ двигательѣ всегда значительно

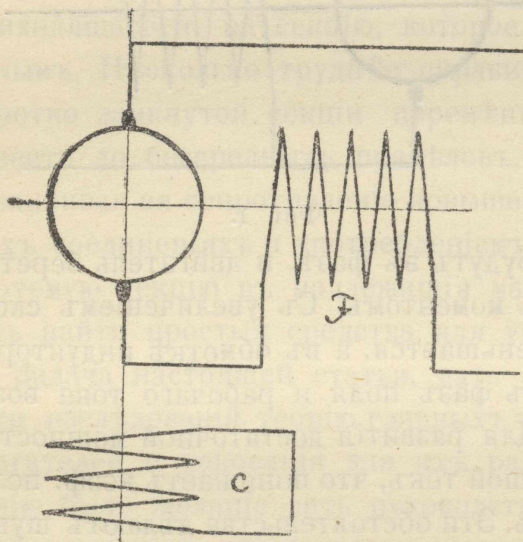


Фиг. 2.

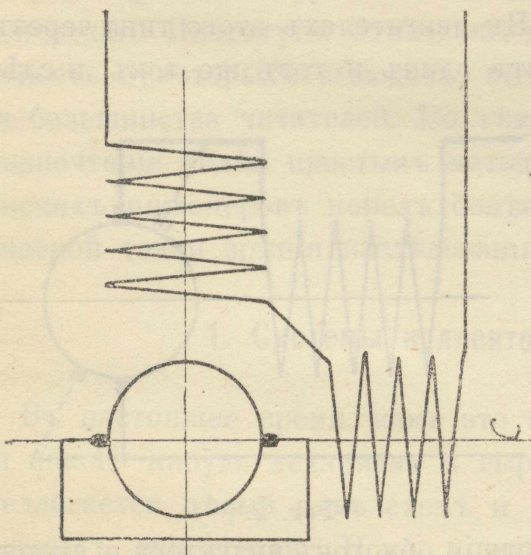
меньше единицы, такъ какъ самоиндукціи обмотокъ индуктора и якоря, складываясь, производятъ разность фазъ напряженія и тока, которую



Фиг. 3.



Фиг. 4.



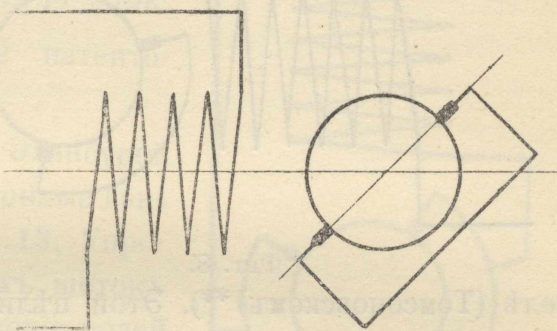
Фиг. 5.

невозможно вполне устранить. Мы можем однако до некоторой степени уменьшить ее, компенсируя поле якоря, не нужное для образования момента, добавочной обмоткой расположенной под прямым угломъ къ главной обмоткѣ индуктора и рассчитанной такъ, чтобы поле этой обмотки было равно по величинѣ и противоположно по направлению полю якоря, какъ показано на фиг. 3. Но поля индуктирующей обмотки F и компенсаціонной C складываются, образуя результирующее поле,

ось котораго составляетъ съ линіей щетокъ острый уголъ; это поле очевидно можетъ быть создано одной обмоткой, занимающей среднее положеніе между обмотками F и C. Ясно, что того же результата мы достигнемъ при схемѣ фиг. 2. повернувъ щетки на некоторый уголъ отъ нейтральной линіи, какъ показано пунктиромъ. Весьма целесообразнымъ оказывается, вмѣсто того, чтобы соединять обмотки F и C послѣдовательно, замкнуть обмотку C на короткое. Схема полученнаго такимъ образомъ *компенсированнаго послѣдовательнаго двигателя* показана на фиг. 4: въ коротко замкнутой обмоткѣ C полемъ якоря возбуждается токъ, создающій въ свою очередь поле, почти полностью компенсирующее поле якоря.

с) *Двигатель съ коротко замкнутыми щетками или репульсионный двигатель.* На фиг. 5 показана схема репульсионнаго двигателя, предложенная Аткинсономъ. Обмотка C, дѣйствуя какъ пер-

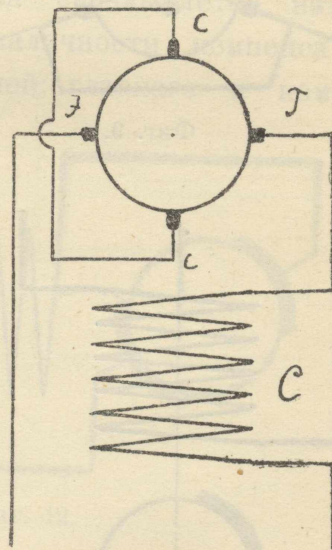
вичная обмотка трансформатора, возбуждаетъ въ обмоткѣ якоря токъ. На этотъ токъ дѣйствуетъ поле обмотки  $F$ , вызывая сильный вращающій моментъ. Такъ какъ обѣ обмотки даютъ результирующее поле, ось котораго наклонена къ линіи щетокъ, то онѣ, также какъ и въ послѣдовательномъ двигателѣ (фиг. 2 и 3) могутъ быть замѣнены одной обмоткой съ осью, составляющей съ линіей щетокъ известнѣйшій острый уголъ. На фиг. 6 показана схема репульсионнаго двигателя Томсона (хронологически болѣе ранняго, чѣмъ двигатель Аткинсона) съ одной обмоткой. Дви-



Фиг. 6.

гатель Томсона имѣетъ важное преимущество въ простотѣ конструкции; преимущества двигателя Аткинсона составляютъ: возможность регулировать токъ якоря, шунтируя компенсационную обмотку  $C$ , и возможность мѣнять направление вращенія якоря, коммутируя токъ въ одной изъ индукторныхъ обмотокъ.

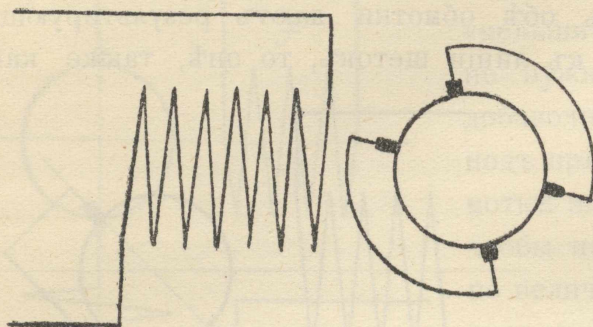
Одновременно Латуръ въ Франціи и Винтеръ и Эйхбергъ въ Германіи предложили видоизмѣненіе схемы фиг. 5, показанное на фиг. 7. Обмотка  $F$  съ осью, перпендикулярною къ линіи коротко замкнутыхъ щетокъ, поле которой служитъ для образованія вращающаго момента, уничтожается, и поле ея замѣняется полемъ, образуемымъ первичнымъ токомъ, протекающимъ въ якорь черезъ щетки  $FF'$ , линія которыхъ перпендикулярна къ линіи коротко замкнутыхъ щетокъ  $CC'$ . Двигатель Винтеръ-Эйхберга или Латура многими электриками совершенно неправильно называется компенсированнымъ послѣдова-



Фиг. 7.

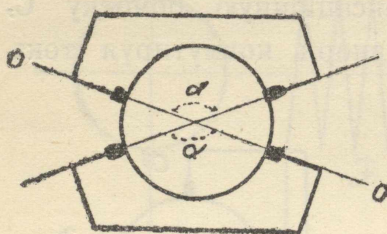
тельнымъ двигателемъ: поле, создаваемое токомъ, протекающимъ въ обмотку якоря черезъ щетки  $FF'$ , соединенная послѣдовательно съ обмоткой индуктора, не компенсируется; индукторная обмотка  $C$  компенсируетъ поле, создаваемое токомъ, циркулирующимъ въ якорѣ черезъ коротко замкнутыя щетки (вторичнымъ); по этому мы примемъ для этого двигателя предложенное Даніэльсономъ названіе *компенсированнаго репульсионнаго двигателя*.

Короткое замыкание якоря репульсионного двигателя при помощи двух пар щеток (фиг. 8) рекомендуется как средство избежать искры на коллекторѣ при троганіи съ мѣста, особенно для двигателей большой мощности \*). Дери пользуется двумя парами щеток для регулировки скорости, что представляетъ нѣкоторые затрудненія въ обыкновенномъ репульсионномъ двига-



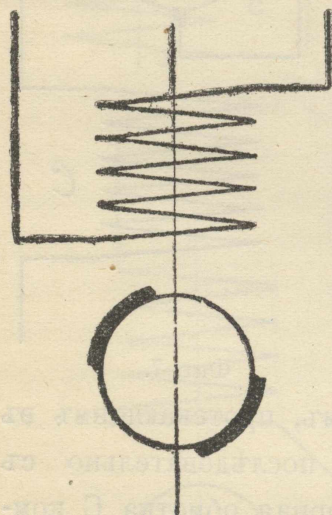
Фиг. 8.

телѣ (Томсоновскомъ)\*\*). Этой цѣли онъ достигаетъ закрѣпляя пару диаметрально противоположныхъ щетокъ такъ, чтобы ихъ линіи совпали съ осью поля  $OO'$  (Фиг. 9), и передвигая по окружности коллектора двѣ другія щетки, при чемъ уголъ, охватываемый каждой парой коротко замкнутыхъ щетокъ  $\alpha$  мѣняется отъ 0 до  $180^\circ$ .



Фиг. 9.

Кромѣ обыкновеннаго репульсионнаго двигателя Э. Томсонъ предложилъ еще репульсионный двигатель типа фиг. 10. Въ этомъ двигателѣ вмѣсто 4 узкихъ щетокъ, металлически соединенныхъ между собою по парно, примѣнены двѣ широкія щетки, охватывающія каждая около четвертой части коллектора (при двухъ полюсахъ). Токи короткаго замыканія являются въ то же время полезными дѣйствующими токами. Недостатокъ этого двигателя—большое трение щетокъ.



Фиг. 10.

Двигатели фиг. 8 и 10 имѣютъ между собою много общаго такъ какъ каждая пара коротко соединенныхъ щетокъ соотвѣтствуетъ одной широкой. Въ этихъ двигателяхъ всѣ проводники якоря не попадающіе въ углы охватываемые парой коротко замкнутыхъ щетокъ или одной широкой, остаются безъ тока, и слѣдовательно потеряны для образованія вращающаго момента. Вводя соединительные провода замкнутыхъ на короткое щетокъ или широкія

\*) M. Latour. Die zweite Form des Repulsionsmotor. E. T. Z. 1904. 952.

\*\*\*) K. Sehnetzler. Ein neuer Rep. Motor und sein Vorausher. E. T. Z. 1905. 72.

щетки въ первичную цѣпь, какъ показано на фиг. 11 и 12, мы устраняемъ этотъ недостатокъ и при томъ получаемъ компенсированные двигатели, не прибѣгая къ добавочнымъ щеткамъ. При соединеніи фиг. 11 обыкновенно  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . Схема фиг. 12 патентована Лунделемъ.

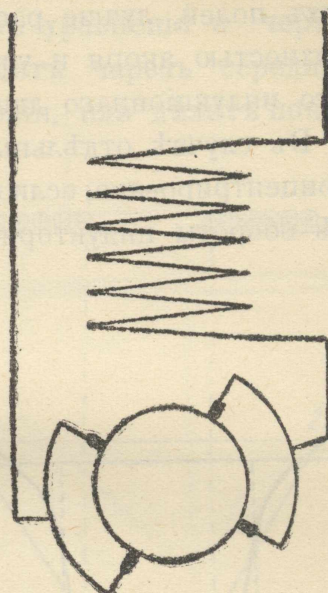
Заводъ Б. Пибльсъ и К<sup>о</sup> въ Эдинбургѣ строятъ компенсированные репульсионные двигатели по упрощенной схемѣ фиг. 13. Упрощеніе состоитъ въ замѣнѣ четырехъ щетокъ тремя. Способъ дѣйствія и соотношеніе полей не требуетъ объясненія.

Другихъ многочисленныхъ схемъ однофазныхъ коллекторныхъ двигателей, представляющихъ комбинаціи перечисленныхъ формъ приводить не будемъ.

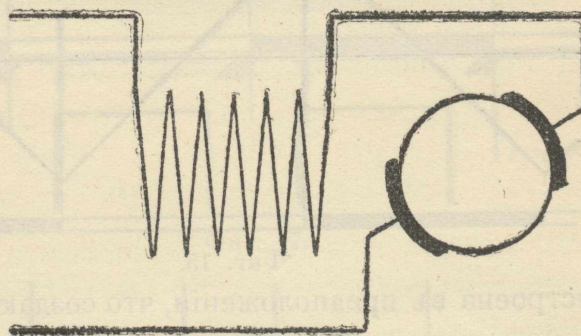
## 2. Магнитное поле коллекторныхъ двигателей.

Результирующее поле коллекторнаго двигателя складывается изъ поля статора и поля ротора; то и другое, при наличности компенсации, складывается соотвѣтственно изъ двухъ полей: главнаго и компенсирующаго поля на статорѣ, или главнаго поля и поля короткаго замыканія на роторѣ.

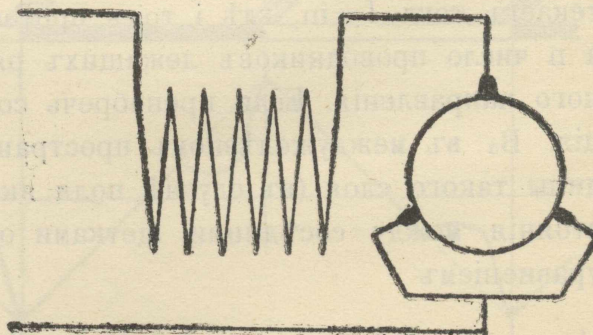
Форма этихъ полей зависитъ отъ расположенія обмотокъ статора и ротора, и отъ распределенія желѣза статора. Въ двигателяхъ съ чистымъ послѣдовательнымъ возбужденіемъ, въ которыхъ желательно уменьшить поперечно намагничивающее дѣйствіе якоря, строятъ выступающіе полюса какъ въ обыкновенныхъ машинахъ постоянного тока. Въ тѣхъ типахъ, гдѣ желательно уменьшить магнитное сопротивленіе на пути линіи компенсирующаго



Фиг. 11.



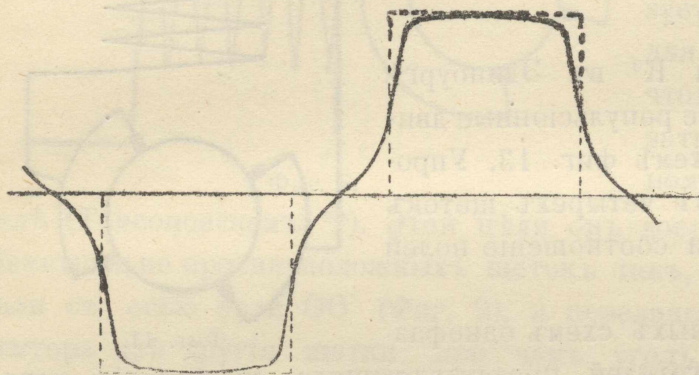
Фиг. 12.



Фиг. 13.

щихъ полей, лучше распредѣлять желѣзо равномерно надъ всей поверхностью якоря и устраивать статоръ подобно статору обыкновеннаго индукціоннаго двигателя однофазнаго тока.

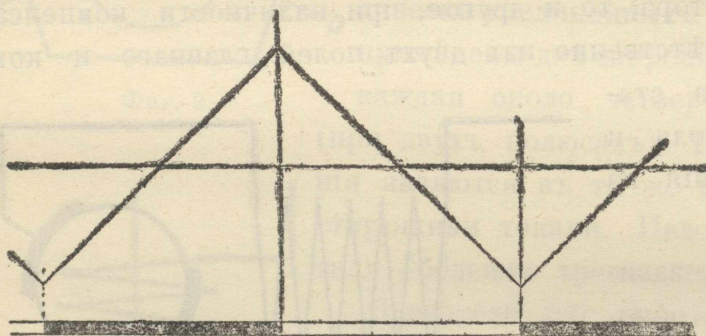
Въ случаѣ отдѣльныхъ выступающихъ полюсовъ обмотка статора сконцентрирована; если пренебречь разсѣянiемъ, то можно вообразить что всѣ обороты индукторной обмотки лежатъ на контурѣ полюснаго нако-



Фиг. 14.

нечника. Кривая магнитодвижущей силы фиг. 14 будетъ прямоугольникъ, показанный пунктиромъ, гдѣ  $\tau$  полюсное разстояніе, и  $\lambda$  полюсная дуга въ угловыхъ величинахъ. Въ случаѣ двухполюснаго двигателя  $\tau = \pi$ . Вслѣдствіе магнитнаго разсѣянiя кривая поля отличается отъ кривой магнитодв. силы, и имѣетъ видъ, показанный на чертежѣ сплошной линіей.

Когда поле создается обмоткой, равномерно распредѣленной по всей длинѣ полюснаго разстоянiя, кривая магнитодвижущихъ силъ

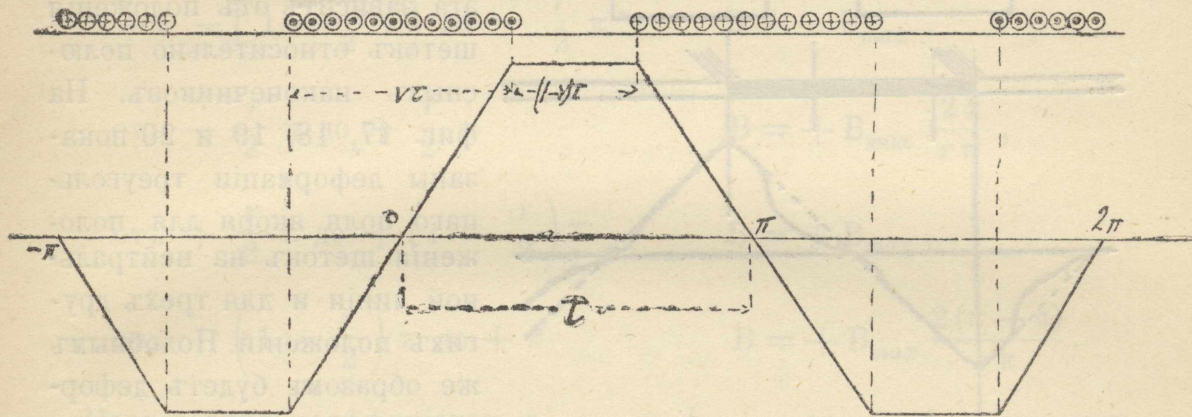


Фиг. 15.

есть треугольникъ фиг. 15. При равномерно распредѣленномъ желѣзѣ статора (безъ выступающихъ полюсовъ) такую же форму будетъ имѣть и поле, если насыщеніе желѣза не велико. Кривая фиг. 15 построена въ предположенiи, что создающая рассматриваемое поле равномерно распредѣленная обмотка индуктора или обмотка якоря замѣнена равномерно распредѣленнымъ слоемъ мѣди, по которому протекаетъ токъ  $I = in$ , гдѣ  $i$  токъ, протекающій въ каждомъ проводникѣ, а  $n$  число проводниковъ, лежащихъ рядомъ и проводящихъ токъ одного направленiя. Если пренебречь сопротивленiемъ желѣза, то индукція.  $B_\alpha$  въ междужелѣзномъ пространствѣ въ разстоянiи  $\alpha$  отъ середины такого слоя (въ случаѣ поля якоря это будетъ середина разстоянiя между сосѣдними щетками одного назначенiя) опредѣлится уравненiемъ

$$(1) \quad 1,6 B_\alpha \delta = 2J \cdot \frac{\alpha}{\pi},$$

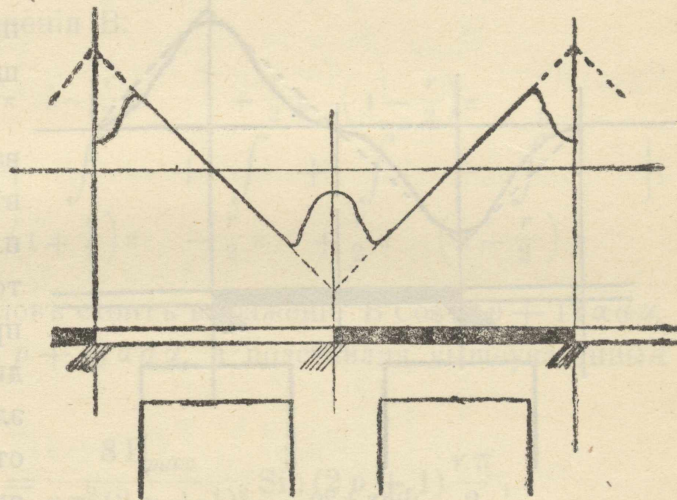
гдѣ  $\delta$  междужелѣзное пространство въ сант. Изъ уравненія и чертежа видно, что нейтральная линия поля проходитъ черезъ середину ряда проводовъ несущихъ токъ одного направленія, или дѣлитъ пополамъ разстояніе между щетками.



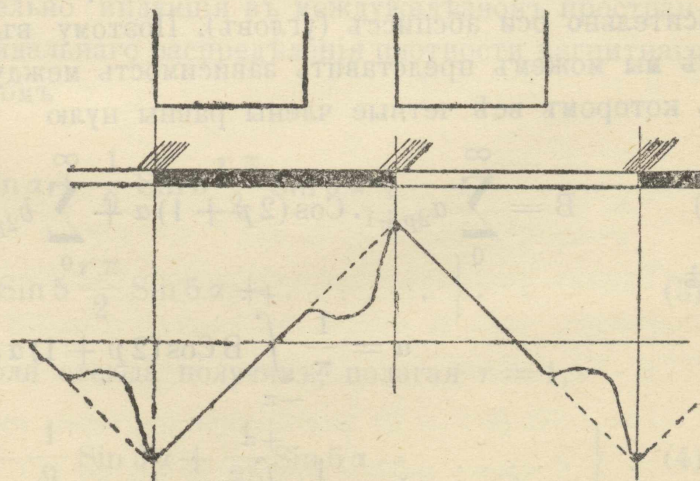
Фиг. 16.

Когда обмотка индуктора съ непрерывнымъ желѣзомъ покрываетъ не всю его поверхность, а только нѣкоторую ея часть, соотвѣтствующую дугѣ  $\nu\tau$  ( $\nu$  правильная дробь), или если щетки, число которыхъ больше, чѣмъ число полюсовъ, дѣлятъ обмотку якоря на части, создающія различныя поля, какъ въ двигателяхъ, схемы которыхъ показаны на фиг. 8, 9, 10, 11 и 12, поле, если пренебречь сопротивленіемъ желѣза, имѣетъ видъ фиг. 16.

Въ дѣйствительности, вслѣдствіе насыщенія желѣза, особенно зубцовъ, кривыя поля приближаются къ синусоидѣ; кромѣ того,

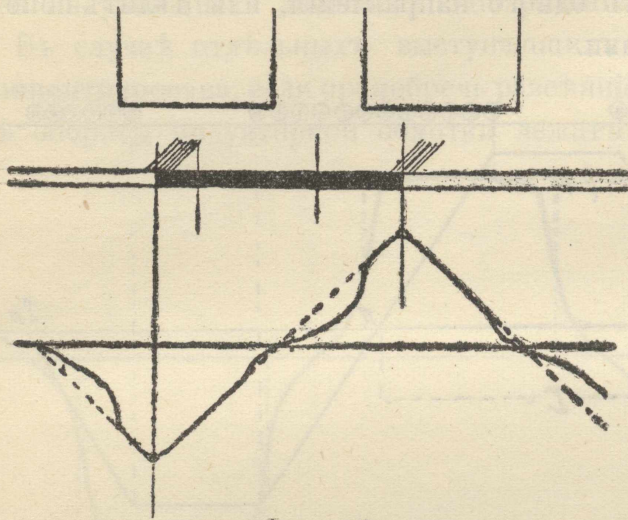


Фиг. 17.

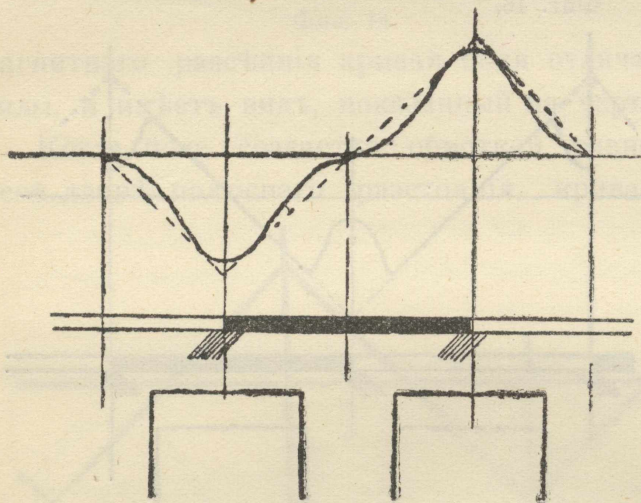


Фиг. 18.

нѣкоторое деформирующее дѣйствіе вноситъ присутствіе впадинъ между зубцами. Еще большую деформацию получаетъ поле якоря въ



Фиг. 19.



Фиг. 20.

двигателяхъ съ выступающими полюсами. Деформация эта зависитъ отъ положенія щетокъ относительно полюсныхъ наконечниковъ. На фиг. 17, 18, 19 и 20 показаны деформации треугольнаго поля якоря для положенія щетокъ на нейтральной линіи и для трехъ другихъ положеній. Подобнымъ же образомъ будетъ деформироваться поле и въ случаѣ трапециoidalнаго распределенія магнитодвижущей силы.

Какъ бы ни деформировались кривыя поля, мы навѣрное можемъ сказать, что плотность магнитнаго потока въ междужелѣзномъ пространствѣ  $B$  есть периодическая функція угла  $\alpha$  (въ электрическихъ градусахъ), отсчитаннаго по окружности якоря отъ нейтральной линіи

этого поля, и при томъ обѣ половины кривой поля симметричны относительно оси абсциссъ (угловъ). Поэтому въ самомъ общемъ случаѣ мы можемъ представить зависимость между  $B$  и  $\alpha$  рядомъ Фурье, въ которомъ всѣ четные члены равны нулю

$$(2) \quad B = \sum_0^{\infty} a_{2p+1} \cdot \text{Cos}(2p+1)\alpha + \sum_0^{\infty} b_{2p+1} \cdot \text{Sin}(2p+1)\alpha,$$

гдѣ

$$a = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} B \text{Cos}(2p+1)\alpha d\alpha,$$

$$b = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} B \text{Sin}(2p+1)\alpha d\alpha.$$

Найдемъ это разложение для трапециoidalнаго поля. Изъ фиг. 16 видно, что при значеніяхъ  $\alpha$

$$\text{отъ } -\pi \text{ до } -\left(1 - \frac{r}{2}\right)\pi \quad B = -B_{max} \frac{2(\pi + \alpha)}{r\pi},$$

$$\text{отъ } -\left(1 - \frac{r}{2}\right)\pi \text{ до } -\frac{r}{2}\pi \quad B = -B_{max},$$

$$\text{отъ } -\frac{r}{2}\pi \text{ до } +\frac{r}{2}\pi \quad B = +B_{max} \frac{2\alpha}{r\pi},$$

$$\text{отъ } +\frac{r}{2}\pi \text{ до } +\left(1 - \frac{r}{2}\right)\pi \quad B = +B_{max},$$

$$\text{отъ } +\left(1 - \frac{r}{2}\right)\pi \text{ до } +\pi \quad B = +B_{max} \frac{2(\pi - \alpha)}{r\pi}.$$

Представляя коэффициенты  $a_{2p+1}$  и  $b_{2p+1}$  въ видѣ суммъ или интегралловъ, изъ которыхъ каждый распространенъ на участокъ съ одинаковымъ закономъ измѣненія  $B$ :

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^{-\left(1+\frac{r}{2}\right)\pi} + \int_{-\left(1+\frac{r}{2}\right)\pi}^{-\frac{r}{2}\pi} + \int_{-\frac{r}{2}\pi}^{+\frac{r}{2}\pi} + \int_{+\frac{r}{2}\pi}^{\left(1-\frac{r}{2}\right)\pi} + \int_{\left(1-\frac{r}{2}\right)\pi}^{+\pi} \right\},$$

гдѣ подъ знаками интегралловъ стоитъ выраженіе  $B \cos(2p+1)\alpha d\alpha$ , или соотвѣтственно  $B \sin(2p+1)\alpha d\alpha$ , и подставляя вышеуказанныя значенія  $B$ , найдемъ

$$a_{2p+1} = 0, \quad b_{2p+1} = \frac{8B_{max}}{r\pi^2(2p+1)^2} \sin(2p+1) \frac{r\pi}{2},$$

и слѣдовательно окончательно индукція въ междужелѣзномъ пространствѣ, въ случаѣ трапециoidalнаго распредѣленія плотности магнитнаго потока, представится рядомъ

$$B = \frac{8B_{max}}{r\pi^2} \left\{ \sin \frac{r\pi}{2} \sin \alpha + \frac{1}{9} \sin 3 \frac{r\pi}{2} \sin 3\alpha + \right. \\ \left. + \frac{1}{25} \sin 5 \frac{r\pi}{2} \sin 5\alpha + \dots \dots \dots \right\}. \quad (3)$$

Для треугольнаго поля отсюда получимъ, полагая  $r=1$ ,

$$B = \frac{8B_{max}}{\pi^2} \left\{ \sin \alpha - \frac{1}{9} \sin 3\alpha + \frac{1}{25} \sin 5\alpha - \dots \dots \dots \right\}. \quad (4)$$

Еще проще получимъ рядъ, представляющій  $B$  въ случаѣ прямоугольнаго поля (фиг. 14 пунктиръ); замѣчая, что для значеній  $\alpha$

$$\text{отъ } -\pi \text{ до } -\frac{\pi + \lambda}{2} \quad B = 0,$$

$$\text{отъ } -\frac{\pi + \lambda}{2} \text{ до } -\frac{\pi - \lambda}{2} \quad B = -B_{max},$$

$$\text{отъ } -\frac{\pi - \lambda}{2} \text{ до } +\frac{\pi - \lambda}{2} \quad B = 0,$$

$$\text{отъ } \frac{\pi + \lambda}{2} \text{ до } \frac{\pi + \lambda}{2} \quad B = +B_{max},$$

$$\text{отъ } \frac{\pi + \lambda}{2} \text{ до } \pi \quad B = 0,$$

найдемъ

$$a_{2p+1} = -\frac{B_{max}}{\pi} \int_{-\frac{\pi+\lambda}{2}}^{-\frac{\pi-\lambda}{2}} \cos(2p+1)\alpha d\alpha + \frac{B_{max}}{\pi} \int_{\frac{\pi-\lambda}{2}}^{\frac{\pi+\lambda}{2}} \cos(2p+1)\alpha d\alpha = 0,$$

$$b_{2p+1} = -\frac{B_{max}}{\pi} \int_{-\frac{\pi+\lambda}{2}}^{-\frac{\pi-\lambda}{2}} \sin(2p+1)\alpha d\alpha + \frac{B_{max}}{\pi} \int_{\frac{\pi-\lambda}{2}}^{\frac{\pi+\lambda}{2}} \sin(2p+1)\alpha d\alpha$$

$$= (-1)^p \frac{4 B_{max}}{\pi(2p+1)} \sin \frac{(2p+1)\lambda}{2}$$

и окончательно

$$(5) B = \frac{4 B_{max}}{\pi} \left\{ \sin \lambda \sin \alpha - \frac{1}{3} \sin \frac{3\lambda}{2} \sin 3\alpha + \frac{1}{5} \sin \frac{5\lambda}{2} \sin 5\alpha - \dots \right\}.$$

### 3. Основные уравненія равновѣсія электродвижущихъ силъ.

Будемъ разсматривать отдѣльно дѣйствіе каждаго изъ полей, какъ индуктора, такъ и якоря, на данную обмотку. Пусть

$B$  — мгновенное значеніе индукціи разсматриваемаго поля,

$i = J \sin(\omega t - \varphi)$  мгновенное значеніе тока, возбуждающаго поле,

$B_k$  —  $k$  членъ разложенія функціи  $B$ ,

$b, b_k$  — значения функций  $B$  и  $B_k$ , соответствующия  $i = 1$  амперъ,  
 $\Phi$  — потокъ, пронизывающій одинъ элементъ разсматриваемой обмотки,

$\Phi$  — значение  $\Phi$ , соответствующее  $i = 1$  амперъ,

$D$  — диаметръ якоря,  $l$  длина активной части стороны элемента обмотки въ ст.

Тогда

$$B = B_1 \sin \alpha + B_3 \sin 3 \alpha + B_5 \sin 5 \alpha + \dots$$

Если предположить, что магнитное сопротивление остается постояннымъ, то все  $B_k$  пропорциональны току  $i = J \sin (\omega t - \varphi)$ , и

$$B = b \cdot J \sin (\omega t - \varphi) = \sum b_k \sin k \alpha \cdot J \sin (\omega t - \varphi).$$

Далѣе

$$\Phi = \frac{Dl}{2} \int B d\alpha = \frac{Dl}{2} \int b d\alpha \cdot J \sin (\omega t - \varphi),$$

$$\Phi = \frac{Dl}{2} \int b d\alpha,$$

гдѣ интеграль взятъ между предѣлами, соответствующими положенію сторонъ элемента обмотки, и

$$\Phi = J \cdot \Phi \cdot \sin (\omega t - \varphi).$$

Э. д. сила, развивающаяся въ элементѣ обмотки при измѣненіи потока  $\Phi$ , есть

$$e' = - \frac{d\Phi}{dt} = - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right).$$

$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_1$  есть угловая скорость относительнаго перемѣщенія поля и проводниковъ въ электрическихъ градусахъ. Если  $\Omega$  — угловая скорость якоря, то очевидно

$$\omega_1 = p \Omega,$$

гдѣ  $p$  — число паръ полюсовъ поля. Скорость  $\omega_1$  можно выразить черезъ скорость измѣненія поля  $\omega = 2\pi s$ , гдѣ  $s$  — число періодовъ:

$$\omega_1 = s \omega;$$

$s$  — отвлеченное число, положительное или отрицательное. Не трудно видѣть, что

$$e' = - \left\{ \omega_1 \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \sin (\omega t - \varphi) + \omega \Phi \cos (\omega t - \varphi) \right\} J.$$

Полная мгновенная э. д. сила разсматриваемой обмотки будетъ

$$(6) \quad e = - \left\{ \text{Sin} (\omega t - \varphi) \omega_1 \sum \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} + \text{Cos} (\omega t - \varphi) \omega \sum \Phi \right\} J,$$

гдѣ суммирование проведено по всѣмъ послѣдовательно соединеннымъ элементамъ обмотки. Очевидно сумма  $\sum \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}$  и  $\sum \Phi$  для данного положенія щетокъ суть величины постоянныя.

Примѣнимъ формулу (6) къ выводу основныхъ уравненій перечисленныхъ выше системъ двигателей.

*I. Последовательный двигатель.* Междужелѣзное пространство пронизывается двумя потоками:

$\Phi_i$  — поля, создаваемого индукторомъ и

$\Phi_a$  — поля, создаваемого обмоткой якоря.

Оба поля неподвижны въ пространствѣ. Такъ какъ обмотка индуктора неподвижна, то въ формулѣ э. д. силы, возбуждаемой въ обмоткѣ индуктора, нужно считать  $\omega_1 = 0$ .

Если  $e_i$  — э. д. сила обмотки индуктора,  $e_a$  — э. д. сила обмотки якоря, символъ  $\sum_i$  обозначаетъ суммирование по элементамъ обмотки индуктора, и  $\sum_a$  — якоря, то

$$e_i = - \omega J \left( \sum_i \Phi_i + \sum_i \Phi_a \right) \text{Cos} (\omega t - \varphi),$$

$$e_a = - \omega_1 J \left( \sum_a \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} + \sum_a \frac{\partial \Phi_a}{\partial \alpha} \right) \text{Sin} (\omega t - \varphi)$$

$$- \omega J \left( \sum_a \Phi_i + \sum_a \Phi_a \right) \text{Cos} (\omega t - \varphi).$$

Потеря напряженія вслѣдствіе омическаго сопротивленія  $R$  послѣдовательно соединенныхъ обмотокъ индуктора и якоря

$$e_r = J R \text{Sin} (\omega t - \varphi).$$

Слѣдовательно, если  $e_k$  напряженіе на клеммахъ двигателя

$$e_k - e_r + e_a + e_i = 0,$$

откуда

$$e_k = E_k \sin \omega t = J (M \omega_1 + R) \sin (\omega t - \varphi) + J N \omega \cos (\omega t - \varphi), \quad (7)$$

гдѣ для краткости обозначены  $M$  и  $N$  постоянныя, зависящія отъ конструкціи двигателя и положенія щетокъ

$$M = \sum_a \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} + \sum_a \frac{\partial \Phi_a}{\partial \alpha}, \quad (7 \text{ bis})$$

$$N = \sum_i \Phi_i + \sum_i \Phi_a + \sum_a \Phi_i + \sum_a \Phi_a.$$

*II. Репульсионный двигатель.* Въ двигателяхъ этого типа (фиг. 5, 6, 8) дѣйствуютъ также два поля, но возбуждаемыя двумя различными токами: поле статора, возбуждаемое первичнымъ токомъ

$$i_1 = J_1 \sin (\omega t - \varphi_1),$$

и поле ротора, возбуждаемое вторичнымъ токомъ

$$i_2 = J_2 \sin (\omega t - \varphi_2).$$

Э. д. сила обмотки индуктора (статора) по предыдущему есть

$$e_i = -\omega J_1 \sum_i \Phi_i \cdot \cos (\omega t - \varphi_1) - \omega J_2 \sum_i \Phi_a \cos (\omega t - \varphi_2).$$

Э. д. сила въ обмоткѣ якоря (ротора)

$$e_a = -\omega_1 J_1 \sum_a \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} \sin (\omega t - \varphi_1) - \omega_1 J_2 \sum_a \frac{\partial \Phi_a}{\partial \alpha} \sin (\omega t - \varphi_2) \\ - \omega J_1 \sum_a \Phi_i \cdot \cos (\omega t - \varphi_1) - \omega J_2 \sum_a \Phi_a \cos (\omega t - \varphi_2).$$

Какъ сказано выше, въ рассматриваемыхъ двигателяхъ желѣзо индуктора распределено равномерно, слѣдовательно поле якоря симметрично относительно линіи щетокъ; поэтому

$$\sum_a \frac{\partial \Phi_a}{\partial \alpha} = 0;$$

очевидно такъ же, что

$$\sum_i \Phi_a = \sum_i \Phi_i.$$



Разсуждая по предыдущему, получимъ основныя уравненія двигателя

$$(8) \quad \begin{aligned} E_i \sin \omega t &= \omega J_1 L_1 \cos(\omega t - \varphi_2) + \omega J_2 M \cos(\omega t - \varphi_2) + J_1 R_1 \sin(\omega t - \varphi_1), \\ 0 &= \omega J_1 M \cos(\omega t - \varphi_1) + \omega L_2 \cos(\omega t - \varphi_2) + J_2 R_2 \sin(\omega t - \varphi_2) \\ &\quad + \omega_1 J_1 N \sin(\omega t - \varphi_1), \end{aligned}$$

гдѣ  $R_1, R_2$  сопротивленія обмотокъ индуктора и якоря, а для краткости

$$(8 \text{ bis}) \quad \begin{aligned} \sum_i \Phi_i &= L_1, \quad \sum_a \Phi_a = L_2, \\ \sum_i \Phi_a &= \sum_a \Phi_i = M, \quad \sum_a \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} = N. \end{aligned}$$

По смыслу выведенныхъ уравненій (8) видно, что порядокъ суммированія долженъ быть выбранъ такъ, чтобы  $L_1, L_2$  и  $M$  были положительными. Такъ какъ произведеніе  $\omega_1 N$  должно быть непремѣнно  $> 0$ , то знакъ  $\omega_1$  (направленіе вращенія) обусловится знакомъ  $N$ , суммированіе котораго произведено въ томъ же порядкѣ, какъ и  $M$ .

*III. Компенсированный репульсионный двигатель* (фиг. 7, 11 и 12).  
Кромѣ поля индуктора

$$B_i = b_i J \sin(\omega t - \varphi_1)$$

и поля якоря, возбуждаемаго, какъ въ предыдущемъ двигателѣ, токомъ, идущимъ черезъ коротко замкнутыя щетки

$$B_{a2} = b_{a2} J_2 \sin(\omega t - \varphi_2),$$

токомъ, идущимъ черезъ послѣдовательно соединенныя щетки создается еще поле, какъ въ послѣдовательномъ двигателѣ

$$B_{a1} = b_{a1} J_1 \sin(\omega t - \varphi_1).$$

Разсуждая по предыдущему, найдемъ:

Э. д. сила въ обмоткѣ индуктора

$$e_i = -\omega J_1 \left\{ \sum_i \Phi_i + \sum_i \Phi_{a1} \right\} \cos(\omega t - \varphi_1) - \omega J_2 \sum_i \Phi_{a2} \cos(\omega t - \varphi_2);$$

Э. д. сила между послѣдовательно соединенными щетками

$$e_{a1} = -\omega_1 J_1 \left\{ \sum_{a1} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} + \sum_{a1} \frac{\partial \Phi_{a1}}{\partial \alpha} \right\} \sin(\omega t - \varphi_1) - \omega_1 J_2 \sum_{a1} \frac{\partial \Phi_{a2}}{\partial \alpha} \cos(\omega t - \varphi_2) \\ - \omega J_1 \left\{ \sum_{a1} \Phi_i + \sum_{a1} \Phi_{a1} \right\} \cos(\omega t - \varphi_1) \\ - \omega J_2 \sum_{a1} \Phi_{a2} \cos(\omega t - \varphi_2);$$

Э. д. сила между коротко соединенными щетками

$$e_{a2} = -\omega_1 J_1 \left\{ \sum_{a2} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} + \sum_{a2} \frac{\partial \Phi_{a1}}{\partial \alpha} \right\} \sin(\omega t - \varphi_1) - \omega_1 J_2 \sum_{a2} \frac{\partial \Phi_{a2}}{\partial \alpha} \sin(\omega t - \varphi_2) \\ - \omega J_1 \left\{ \sum_{a2} \Phi_i + \sum_{a2} \Phi_{a1} \right\} \cos(\omega t - \varphi_1) \\ - \omega J_2 \sum_{a2} \Phi_{a2} \cos(\omega t - \varphi_2).$$

Символь  $\sum_{a1}$  обозначает суммирование по всѣмъ проводникамъ, лежащимъ между послѣдовательно соединенными щетками, по которымъ протекаетъ токъ  $J_1$ , символъ  $\sum_{a2}$  — суммирование по проводникамъ между коротко замкнутыми щетками, несущимъ токъ  $J_2$ .

Такъ какъ въ разсматриваемыхъ двигателяхъ желѣзо дѣлается непрерывнымъ, какъ и въ предыдущемъ типѣ, чтобы обезпечить существованіе потока отъ коротко замкнутой части обмотки, то

$$\sum_{a1} \frac{\partial \Phi_{a1}}{\partial \alpha} = \sum_{a2} \frac{\partial \Phi_{a2}}{\partial \alpha} = 0.$$

Обозначая далѣе

$$\begin{aligned}
 \sum_i \Phi_i &= L_1, \quad \sum_{a1} \Phi_{a1} = L_2, \quad \sum_{a2} \Phi_{a1} = L_2^1, \\
 \sum_i \Phi_{a1} &= \sum_{a1} \Phi_i = M_1, \quad \sum_i \Phi_{a2} = \sum_{a2} \Phi_i = M_2, \\
 (9 \text{ bis.}) \quad \sum_{a1} \Phi_{a2} &= \sum_{a2} \Phi_{a1} = M, \\
 \sum_{a1} \frac{\partial \Phi_{a2}}{\partial \alpha} &= \sum_{a2} \frac{\partial \Phi_{a1}}{\partial \alpha} = N, \quad \sum_{a1} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} = N_1, \quad \sum_{a2} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} = N_2,
 \end{aligned}$$

представимъ уравненія равновѣсія э. д. силъ для этого типа двигателей:

$$\begin{aligned}
 e_k + e_i + e_{a1} - i R_i &= 0, \\
 e_{a1} - i R_a &= 0,
 \end{aligned}$$

въ видѣ

$$\begin{aligned}
 E_k \sin \omega t &= \omega J_1 (L_1 + 2M_1 + L_2) \cos(\omega t - \varphi_1) + \omega J_2 (M + M_2) \cos(\omega t - \varphi_2) \\
 &\quad + \omega_1 J_1 N_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + \omega_1 J_2 N \sin(\omega t - \varphi_2) + R_i J_1 \sin(\omega t - \varphi_1), \\
 (9) \quad 0 &= \omega J_1 (M + M_2) \cos(\omega t - \varphi_1) + \omega J_2 L_2^1 \cos(\omega t - \varphi_2) \\
 &\quad + \omega_1 J_1 (N + N_2) \sin(\omega t - \varphi_1) + R_a J_2 \sin(\omega t - \varphi_2);
 \end{aligned}$$

коэффициенты, входящіе въ выведенныя уравненія, очевидно зависятъ отъ положенія щетокъ.

Изъ полученныхъ уравненій легко могутъ быть выведены какъ частные случаи уравненія моторовъ другихъ схемъ, опредѣливъ соответственные коэффициенты.

Всѣ выведенныя уравненія (7, 7 и 9) представляютъ алгебраическую зависимость между синусоидальными членами одинаковой периодичности. Поэтому, если представить входящія въ эти уравненія синусоиды ввидѣ векторовъ, то алгебраическія суммы и разности замѣнятся геометрическими суммами и разностями этихъ векторовъ. При такой геометрической интерпретаціи уравненій становится возможнымъ простое и наглядное ихъ изслѣдованіе графическимъ путемъ.

#### 4. Диаграмма послѣдовательнаго двигателя.

На диаграммѣ будемъ вести отсчетъ угловъ между векторами и осью противъ движенія часовой стрѣлки.



б) Отрѣзокъ  $OA$  есть мѣра коэффициента мощности  $\cos \varphi$ , такъ какъ направленіе  $OA$  есть направленіе вектора тока,  $AB$  ему перпендикулярно,  $\angle AOB = \varphi$ , и слѣдовательно

$$OA = OB \cdot \cos \varphi = \text{Const.} \cos \varphi.$$

в) Поглощаемая двигателемъ мощность есть

$$W_1 = \frac{1}{2} E_k J \cos \varphi;$$

эта величина пропорціональна произведенію отрѣзковъ

$$AB \times OA = BO \times AF,$$

или пропорціональна площади треугольника  $ABO$ .

Раздѣлимъ точкой  $C$  отрѣзокъ  $OA$  на части  $AC$  и  $CO$ , относящіяся какъ  $R : s \omega M$ . Тогда  $AC = R J$  въ масштабѣ э. д. силъ; если помножимъ этотъ отрѣзокъ на отрѣзокъ  $AB$  въ масштабѣ токовъ, то получимъ площадь тр-ка  $ABC$ , представляющую мощность

$$W_2 = \frac{1}{2} R J^2, \text{ теряющуюся на нагреваніе обмотокъ индуктора и}$$

якоря въ томъ же масштабѣ, въ какомъ площадь тр-ка  $BAO$  представляетъ мощность  $W_1$ .

Отсюда понятно, что механическая мощность двигателя  $W_2$ , если пренебрежемъ потерями на гистерезисъ, токи Фуко и треніе, будетъ равна въ томъ же масштабѣ разности площадей треугольниковъ  $BAO$  и  $BAC$ , т. е. площади тр-ка  $BCO$  или произведенію  $BO \times CH$ .

Но  $BO = \text{Const.}$ , и слѣдовательно въ одномъ и томъ же масштабѣ

$$W_1 = AF, \quad W_2 = CH.$$

При измѣненіи нагрузки точка  $C$  будетъ оставаться на кругѣ  $BCO$ , описанномъ изъ центра  $S_1$ , лежащаго на пересѣченіи перпендикуляра  $SS_1$ , возставленнаго къ прямой  $OB$  изъ ея середины  $S$ , и наклонной  $BS_1$ , проведенной къ той же прямой подъ угломъ  $\delta$ , если

$$\text{tg } \delta = \frac{AC}{AB} = \frac{R}{\omega N}.$$

Впрочемъ можно найти отрѣзокъ, представляющій въ масштабѣ мощностей величину  $W_2$ , не прибѣгая къ построению второго круга.

Проведемъ векторъ тока  $BA_0$ , соответствующій  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \delta$ . Тогда изъ подобія тр-ковъ  $BAC$  и  $BfC$  имѣемъ:

$$\frac{fF}{BF} = \frac{AC}{AB},$$

или  $fF \times AB = BF \times AC$ ; подставляя сюда  $AB = BO \sin \varphi$ ,  $BF = AB \sin \varphi$ , получим  $fF \times OB = AB \times AC$ . Но произведение  $AB \times AC = W_2$ , и следовательно, мощность  $W_2$  представится отрезком  $fF$  в том же масштабѣ, в какомъ величины  $W_1$  и  $W_2$  представляются отрезками  $AF$  и  $CH$ . Отсюда

$$W_2 = CH = AF - fF = Af.$$

d) Мѣрою числа  $s$ , опредѣляющаго скорость вращения двигателя служить отношеніе

$$\frac{OC}{AB} = \frac{s \omega MJ}{\omega JN} = \frac{M}{N} s = \text{Const. } s.$$

Но

$$OC = AO - AC = AB (\text{ctg } \varphi - \text{tg } \delta),$$

и следовательно

$$s = \text{Const. } (\text{ctg } \varphi - \text{tg } \delta).$$

Эту величину представляет отрезокъ  $MM_1$  какой угодно вертикали между неподвижной прямой  $BA_0$  и направлениемъ вектора  $AB$ . Число  $s = 0$ , когда векторы  $BA$  и  $BA_0$  совпадаютъ, и следовательно  $BA_0 = J_0$ , т. е. току в моментъ пуска двигателя в ходъ.

e) Вращающій моментъ  $T$  можетъ быть представленъ или отрезкомъ  $BF$ , или отрезкомъ  $fF$ ; в самомъ дѣлѣ

$$T = \frac{W_2}{s \omega};$$

но

$$W_2 = CH; \quad s = \text{Const.} \cdot \frac{OC}{AB},$$

следовательно

$$T = \text{Const.} \cdot \frac{CH \times AB}{OC},$$

и такъ какъ

$$\frac{CH}{OC} = \frac{BF}{AB},$$

$$T = \text{Const.} \cdot BF = \text{Const.} \cdot fF.$$

f) Наконецъ найдемъ длину, представляющую электрической коэффициентъ полезнаго дѣйствія. Омическая потеря в доляхъ поглощаемой энергии есть отношеніе

$$\frac{R J^2}{W_1} = \frac{f F}{A F} = \operatorname{tg} \delta \cdot \frac{B F}{A F} = \operatorname{Const.} \operatorname{tg} \varphi.$$

Эта величина представится отрезком  $n n'$  какой угодно прямой  $n n''$  параллельной оси  $В О$  между осью ординат  $В К$  и вектором  $В А$ . Такъ какъ при  $s = 0$  вся энергия доставляемая двигателю уходитъ на нагреваніе обмотокъ, то за единицу примемъ отрезокъ  $n n''$ ; тогда электрической коэффициентъ полезнаго дѣйствія  $\eta$  представится разностью между этимъ отрезкомъ и отрезкомъ  $n n'$

$$\eta = n' n''.$$

Чтобы пользоваться построенной диаграммой, намъ нужно еще найти масштабы для измѣренія получаемыхъ отрезковъ.

Масштабы коэффициентовъ мощности и полезнаго дѣйствія уже извѣстны: въ первомъ случаѣ за единицу принимается основаніе диаграммы  $В О$ , во второмъ—отрезокъ  $n n''$ .

Масштабъ для измѣренія тока найдемъ изъ соображенія, что  $В А_0 = J_0$ , току при пускѣ въ ходъ, а численную величину этого послѣдняго найдемъ, полагая въ основномъ уравненіи  $s = 0$ ,

$$В А_0 = J_0 = \frac{E_k}{\sqrt{R^2 + \omega^2 N^2}} \text{ амперъ.}$$

Вычисливъ  $J_0$ , не трудно найти масштабъ мощностей, такъ какъ отрезокъ  $А_0 F_0$  представляетъ мощность поглощаемую двигателемъ при затормаженомъ якорѣ, идущую полностью на нагреваніе обмотокъ

$$А_0 F_0 = \frac{1}{2} R J_0^2 \text{ ваттъ.}$$

Масштабъ числа  $s$  найдемъ, построивъ уголъ  $\varphi_1$ , при которомъ  $s = 1$ , и опредѣливъ его изъ условія

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega N}{R + \omega M}.$$

Механическая мощность  $W_2$  выражается при помощи тока и постоянныхъ двигателя такъ

$$W_2 = \frac{1}{2} J^2 s \cdot \omega \cdot M \text{ ваттъ.}$$

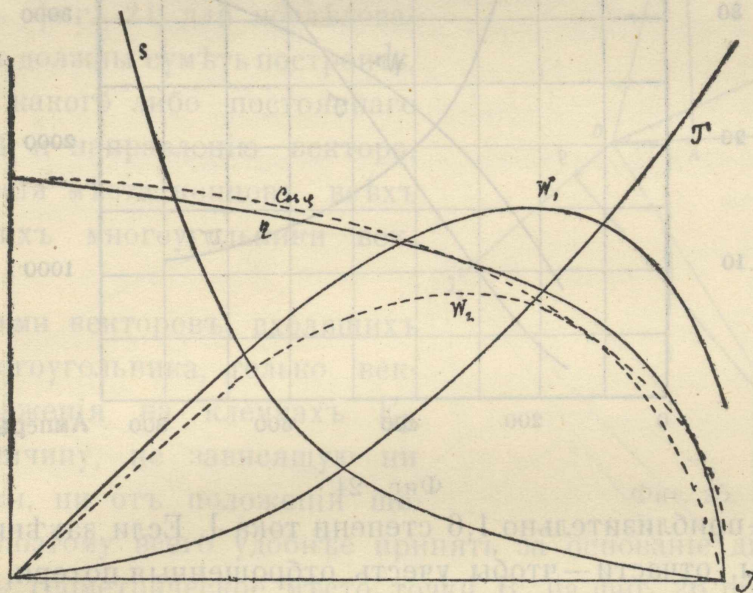
Отсюда вращающій моментъ  $T$  въ кгг.-мтр. будетъ

$$T = \frac{2.736}{75} J^2 M.$$

Подставляя сюда  $J_0$  вмѣсто  $J$ , найдемъ вращающій моментъ при пускѣ въ ходъ, представляемый отрезкомъ  $A_0 F_0$  или  $B F_0$ . Слѣдовательно—масштабъ вращающихъ моментовъ опредѣлится изъ условія

$$A_0 F_0 \text{ или } B F_0 = \frac{75}{2.736} J_0^2 M \text{ кгр.·метр.}$$

При помощи построенной векторіальной діаграммы легко построить діаграмму въ прямоугольныхъ координатахъ (фиг. 23), принявъ за независимую переменную  $J$ . Полученныя кривыя показываютъ полное сходство между рассматриваемымъ двигателемъ и двигателемъ постоянного тока съ послѣдовательнымъ возбужденіемъ.

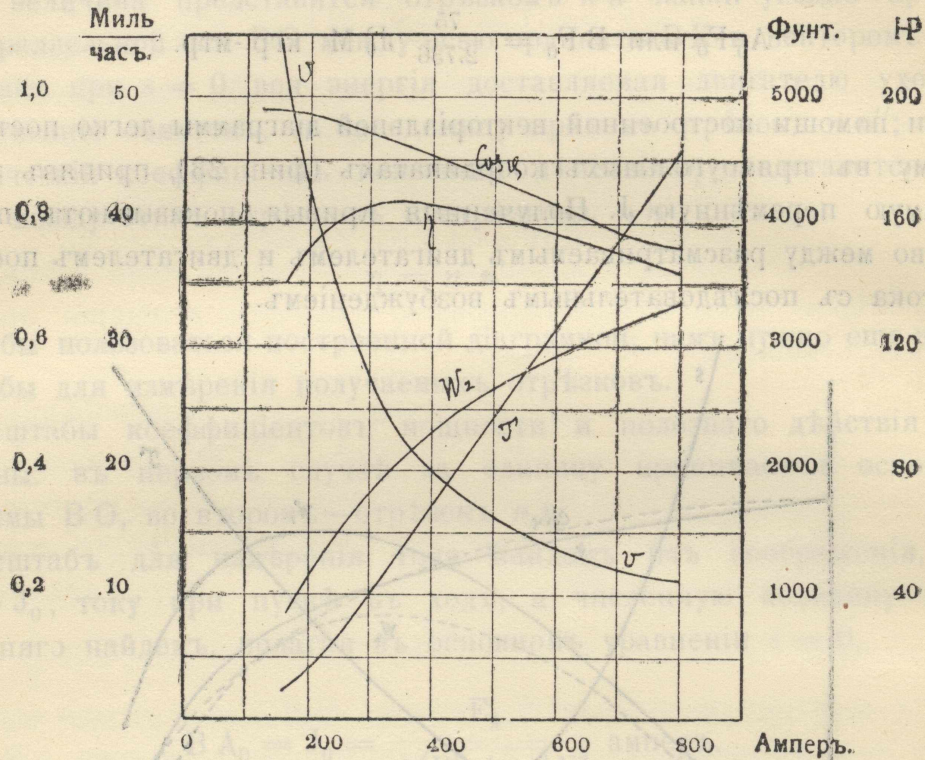


Фиг. 23

Діаграммы, полученныя экспериментальнымъ путемъ, нѣсколько отличаются отъ построенныхъ теоретически указаннымъ способомъ во первыхъ—вслѣдствіе того, что мы не принимали во вниманіе измѣненія магнитной проводимости при насыщеніи, а во вторыхъ, потому что мы пренебрегали всѣми потерями, кромѣ омическихъ. Но въ общемъ характеръ кривыхъ остается тотъ же, какъ это видно изъ фиг. 24, на которой показаны кривыя, снятыя съ двигателя Вестингауза на 100 силъ при 225 вольтахъ и 25 періодахъ, при чемъ коэффициентъ полезнаго дѣйствія взятъ вмѣстѣ съ зубчатой передачей. Кривая  $T$  есть кривая усилій тяги, пропорціональныхъ моментамъ.

Опущенныя нами потери можно приближенно ввести въ діаграмму. Потери на гистерезисъ распадаются на двѣ части: потеря отъ перемагничиванія желѣза индуктора и якоря вслѣдствіе переменъ тока и потери отъ перемагничиванія желѣза одного только якоря при вращеніи. Зависимость потерь второй категоріи, а такъ же потерь отъ

токовъ Фуко отъ скорости и нагрузки можно найти только изъ опыта. Этими потерями мы пренебрежемъ. Потери первой категории, какъ извѣстно, пропорціональны 1,6 степени максимальной индукции и—слѣ-



Фиг. 24.

довательно—приблизительно 1,6 степени тока  $J$ . Если замѣнимъ отчасти для простоты, отчасти—чтобы учесть отброшенные потери, 1,6 степень вторую, то потеря на гистерезисъ = Const.  $J^2$ , и слѣдовательно потерю на гистерезисъ мы можемъ ввести соответственнымъ увеличеніемъ  $R$ .

Потери отъ тренія по Гейбаху можно ввести слѣдующимъ образомъ: вычислимъ для нормальной работы двигателя потерю на треніе  $W_f$  и представивъ ее въ масштабѣ мощностей отрезкомъ  $W_f = fh$ , отложимъ его къ верху отъ прямой  $BA_0$ . При скорости равной нулю, т. е. въ точкѣ  $A_0$  діаграммы, этотъ отрезокъ обратится въ нуль.

Если допустимъ, что эта потеря пропорціональна нагрузкѣ, и проведемъ прямую черезъ точки  $A_0$  и  $h$ , то при всякой нагрузкѣ потеря на треніе представится отрезкомъ ординаты между прямыми  $A_0B$  и  $A_0h$ .

### 5. Діаграмма репульсионнаго двигателя.

На фиг. 25 показаны многоугольники векторовъ, представляющіе уравненія (8);  $OJ_1$  и  $OJ_2$ —направленія векторовъ первичнаго и вторичнаго тонаковт. Откладывая въ надлежащихъ направленіяхъ векторы

$$OA = R_1 J_1, \quad AB = \omega L_1 J_1, \quad BC = c M J_2$$





Разстояніе отъ начала координатъ до точки F пересѣченія круга съ осью абсциссъ (фиг. 26) найдемъ, полагая въ уравненіи (10)  $y = 0$ :

$$OF = \frac{E_k}{1 - \frac{M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2}{L_1 L_2 \cos (\delta_1 + \delta_2)}}.$$

Отсюда простой способъ построения этого круга. Вычисливъ OF, отложивъ эту величину въ масштабѣ напряженій въ положительную сторону отъ начала координатъ, т. е. отъ начала вектора напряженія на клеммахъ, изъ середины отрѣзка OF возставимъ перпендикуляръ; проведемъ затѣмъ прямую OO<sub>1</sub> подъ угломъ FO O<sub>1</sub> = - (δ<sub>1</sub> + δ<sub>2</sub>). Центръ круга есть точка пересѣченія перпендикуляра и наклонной.

Положеніе точки B на кругѣ OBF вполне опредѣляетъ всѣ векторы э. д. силъ индуктора, составляющіе многоугольникъ OABCO. Чтобы связать съ положеніемъ точки B такъ же и многоугольникъ э. д. силъ якоря, обозначенный на фиг. 25 буквами OPQRO, помножимъ всѣ составляющіе его векторы на постоянный множитель  $\frac{L_1}{M}$ .

Тогда векторъ QR сдѣлается равнымъ вектору AB; совмѣщая ихъ, мы замѣтимъ, что при этомъ совпадутъ также направленія векторовъ OA и OR и векторовъ PQ и BC. Такимъ образомъ получимъ многоугольникъ ABNMA (фиг. 26), гдѣ

$$AB = \omega L_1 J_1, \quad AM = s \omega L_1 \frac{N}{M} J_1,$$

$$MN = \frac{R_2 L_1}{M} J_2, \quad BN = \frac{\omega L_1 L_2}{M} J_2.$$

Посмотримъ теперь, какъ найти, пользуясь сдѣланнымъ построеніемъ, отрѣзки пропорціональные скорости, токамъ въ обмоткахъ индуктора и якоря, поглощаемой и развиваемой мощности, вращающему моменту, коэффициентамъ мощности и полезнаго дѣйствія.

а) Скорость. Раздѣливъ AM на AB, получимъ

$$s \frac{N}{M} = \frac{AM}{AB} = \operatorname{tg} ABM.$$

Но нетрудно видѣть, что

$$\angle ABM = \angle G_0 OG,$$

и слѣдовательно

$$s \cdot \frac{N}{M} = \operatorname{tg} G_0 OG,$$

или, вводя обозначение  $\beta = \operatorname{arctg} \frac{N}{M}$ ,

$$(11) \quad s = \frac{\operatorname{tg} G_0 G G}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Отсюда слѣдующее построение величины  $s$ : на оси  $Y$ -овъ беремъ произвольную точку  $S$  и изъ этой точки возставляемъ перпендикуляръ  $SS_1$ ; продолжаемъ векторъ  $BC$  до пересѣченія его съ окружностью въ точкѣ  $G$ ; отрѣзокъ  $Ss$  отъ основанія перпендикуляра до пересѣченія его съ прямой  $OG$  пропорціоналенъ числу  $s$ , и въ надлежащемъ масштабѣ

$$s = Ss.$$

Масштабъ для измѣренія  $s$  найдемъ, замѣчая, что  $s = 1$ , когда  $G_0 OG = \beta$ . Поэтому, проведя прямую  $OS_1$  такъ, что  $\angle SOS_1 = \beta$ , получимъ отрѣзокъ  $Ss_1 = 1$ . Изъ формулы (11) видно, что, когда  $\beta = \frac{\pi}{2}$ ,  $s = 0$ , т. е. движеніе не возможно.

b) Первичный токъ  $J_1$  по величинѣ можетъ быть представленъ векторомъ  $OB = \sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} J_1$ ; по направленію этотъ векторъ опережаетъ токъ на уголъ  $\frac{\pi}{2} - \delta_1$ .

c) Вторичный токъ представится векторомъ  $BC = \omega M J_2$ .

d) Коэффициентъ мощности  $\operatorname{Cos} \varphi_1$  найдемъ, проведя прямую  $OT$  такъ, что  $\angle SOT = \delta_1$ , и построивъ на диаметрѣ произвольной длины  $OT$  полуокружность. Если  $OT = 1$ ,  $Of_1 = \operatorname{Cos} \varphi_1$ .

e) Поглощаемая двигателемъ мощность есть  $W_1 = E_k J_1 \operatorname{Cos} \varphi_1$ .

Такъ какъ  $J_1 = \operatorname{Const.} OB$ , то

$$W_1 = \operatorname{Const.} OB \operatorname{Cos} \varphi_1.$$

Если проведемъ прямую  $OJ$  такъ, что  $\angle FOJ = \delta_1$ , и опустимъ на нее изъ  $B$  перпендикуляръ  $BW$ , то  $\angle OBW = \varphi_1$ ,  $OB \operatorname{Cos} \varphi_1 = BW$  и слѣдовательно въ надлежащемъ масштабѣ

$$W_1 = BW.$$

f) Найдемъ механическую мощность, пренебрегая потерями на треніе, гистерезисъ и токи фуко. Электрическій коэффициентъ полезнаго дѣйствія обмотки индуктора есть

$$\eta_1 = \frac{E_k \operatorname{Cos} \varphi_1 - R_1 J_1}{E_k \operatorname{Cos} \varphi_1} = \frac{a C}{O C} = a C,$$

если  $OC = 1$ . Мощность, передаваемая въ обмотку якоря, есть произведение э. д. силы, развивающейся въ якорѣ подѣ дѣйствіемъ пульсаціи результирующаго поля на токъ  $J_2$ , и косинуса угла разности фазъ этой э. д. силы и тока  $J_2$ . Эта э. д. сила уравнивается э. д. силой вращенія якоря (векторъ  $AM$ ) и э. д. силой, теряемой на омическое сопротивление (векторъ  $AN$ ), и слѣдовательно представится векторомъ  $AN$ . Поэтому электрической коэффициентъ полезнаго дѣйствія обмотки якоря есть

$$\eta_2 = \frac{AN \cdot \cos ANM - MN}{AN \cos ANM} = \frac{hM}{hN},$$

если  $h$  — перпендикуляръ, опущенный изъ  $A$  на направленіе  $MN$ .

Если далѣе опустимъ перпендикуляръ изъ  $C$  на  $AB$  и черезъ точку  $m$  пересѣченія этого перпендикуляра съ прямой  $BM$  проведемъ прямую  $mn \parallel AB$ , то

$$\frac{hM}{hN} = \frac{AM}{AL} = \frac{Qm}{Qc} = \frac{an}{ac},$$

и полный электрической коэффициентъ полезнаго дѣйствія двигателя будетъ

$$\eta = \eta_1 \eta_2 = an.$$

Тогда механическая мощность

$$W_2 = \eta W_1 = \text{Const. } OB \cdot \cos \varphi_1 \cdot an = \text{Const. } OB \cdot mQ.$$

г) Вращающій моментъ

$$T = \text{Const.} \frac{W_2}{s} = \text{Const. } OB \frac{\text{tg } ABM}{mQ},$$

и слѣдовательно

$$T = \text{Const. } OB \cdot PV.$$

Точка  $P$  очевидно есть точка пересѣченія  $OB$  и окружности  $OPC$ , построенной на  $OC$  и вмѣщающей уголъ  $\frac{\pi}{2} + \delta_1$ .

Величины  $W_2$  и  $T$  на нашей диаграммѣ представляются произведеніями двухъ отрезковъ;  $PV$  представляетъ вращающій моментъ, отнесенный къ единицѣ первичнаго тока.

Для облегченія построенія замѣтимъ, что

$$\sphericalangle KO = 2\delta_1, \quad \sphericalangle m_1G = 2\delta_2.$$

Разсматривая диаграмму, не трудно видѣть, что при измѣненіи вращающаго момента отъ нуля до максимальнаго, развивающагося при

троганіи съ мѣста, точка В перемѣщается по кругу изъ точки  $P_0$  въ точку  $B_0$ . Точка  $P_0$  есть точка пересѣченія окружностей  $OB_0F$  и  $OPC$  и—слѣдовательно—соотвѣтствуетъ  $PB = 0$ , т. е. холостому ходу. Когда точка В придетъ въ положеніе  $B_0$ , G совпадетъ съ  $G_0$ , и отрѣзокъ  $Ss$ , представляющій скорость, обратится въ нуль: точка  $B_0$  соотвѣтствуетъ  $\omega_1 = 0$ , т. е. троганію съ мѣста, или наглухо заторможенному якорю.

Прослѣдивъ по діаграммѣ измѣненіе момента  $T$  въ зависимости отъ измѣненія тока  $J_2$  въ обмоткѣ якоря, мы увидимъ, что этотъ токъ при всѣхъ нагрузкахъ сравнительно мало отклоняется отъ своего средняго значенія, и убываніе момента при возростаніи скорости зависитъ не отъ убыванія вторичнаго тока, а отъ измѣненія угла разности фазъ токовъ  $J_1$  и  $J_2$ .

Остается найти масштабы для измѣренія векторовъ  $J_1$ ,  $J_2$  и  $T$ , т. е. отрѣзка  $PB$ , представляющаго вращающій моментъ, отнесенный къ единицѣ первичнаго тока.

Разсмотримъ треугольникъ  $OB_0C$ , въ которомъ  $OB_0 = J_{20}$ —токъ при троганіи съ мѣста, и  $\angle OB_0C = \delta_1 + \delta_2$ .

Изъ этого треугольника

$$OC^2 = OB_0^2 + CB_0^2 - 2OB_0 \cdot CB_0 \cos(\delta_1 + \delta_2),$$

$$CB_0 = OB_0 \cos(\delta_1 + \delta_2) - OC \cdot \cos OCG_0,$$

$$\frac{OB_0}{2} = OO_1 \cos O_1OB_0 = OO_1 \cos OCG_0,$$

откуда

$$OB_0 = \frac{2 \cdot OO_1 \cdot OC}{\sqrt{OC^2 + 4OO_1^2 \sin^2(\delta_1 + \delta_2)}},$$

$$CB_0 = \frac{OC(2 \cdot OO_1 \cdot \cos(\delta_1 + \delta_2) - OC)}{\sqrt{OC^2 - 4OO_1^2 \sin^2(\delta_1 + \delta_2)}}.$$

Но изъ уравненія круга

$$OO_1 = \frac{E_k L_1 L_2}{2(M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2 - L_1 L_2 \cos(\delta_1 + \delta_2))},$$

и такъ какъ

$$OC = E_k, OB_0 = J_{10} \sqrt{R_1^2 + L_1^2 \omega^2}, CB_0 = J_{20} \omega M,$$

$$J_{10} = \frac{E_k L_1 L_2}{\sqrt{(R_1^2 + L_1^2 \omega^2)(M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2 + L_1 L_2)[M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2 - (1 + 2 \cos(\delta_1 + \delta_2))L_1 L_2]}} \cdot E_k \{2 L_1 L_2 \cos(\delta_1 + \delta_2) - M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2\} \quad (12)$$

$$J_{20} = \frac{M \omega \sqrt{(M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2 + L_1 L_2)[M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2 - (1 + 2 \cos(\delta_1 + \delta_2))L_1 L_2]}}{E_k \{2 L_1 L_2 \cos(\delta_1 + \delta_2) - M^2 \cos \delta_1 \cos \delta_2\}}$$

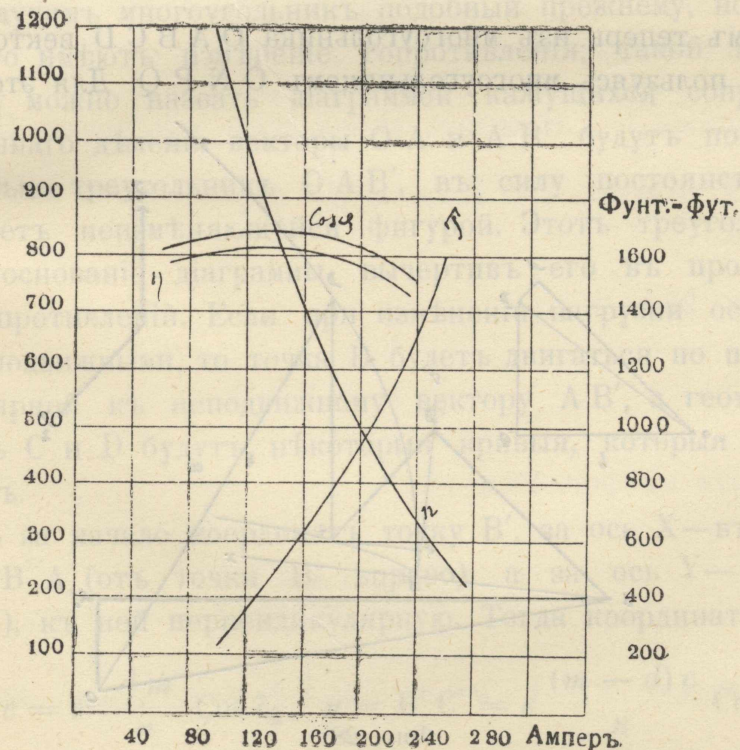
Такъ какъ при  $s = 0$  вся энергія, если пренебречь всѣми потерями кромѣ омическихъ, идетъ на нагреваніе обмотокъ, то

$$W_{10} = B_0 W_0 = R_1 J_{01}^2 + R_2 J_{20}^2.$$

Зная масштабы для измѣренія первичной мощности, коэффициента полезнаго дѣйствія и скорости, мы найдемъ  $W_1$  изъ діаграммы для какойнибудь определенной скорости, на примѣръ—синхроничной, и опредѣлимъ вращающій моментъ изъ соотношенія

$$T \text{ при синхронизмѣ} = \frac{W_1 \text{ при синхр.} \times \eta \text{ при синхр.}}{\omega}$$

Опредѣливъ такимъ образомъ всѣ нужные масштабы, изъ круговой діаграммы безъ труда получимъ діаграмму въ прямоугольныхъ координ-



Фиг. 27.

натахъ. На фиг. 27 показана такая діаграмма для двигателя Gen. El. Сс. въ 60 силъ для 500 вольтъ и 25 пер. (Slichter El. Wd. 1904).

### 6. Диаграмма компенсированного репульсионного двигателя.

Задача графического исследования уравнений равновѣсія э. д. силъ этого двигателя гораздо сложнѣе, чѣмъ предыдущихъ. Въ этихъ послѣднихъ достаточно знать положеніе одной изъ вершинъ многоугольника первичныхъ э. д. силъ при данномъ напряженіи на клеммахъ, чтобы построить весь многоугольникъ; въ случаѣ компенсированного двигателя нужно знать положеніе трехъ вершинъ многоугольника, и геометрическія мѣста ихъ будутъ не круги, а болѣе сложныя кривыя.

Обозначимъ для сокращенія въ уравненіяхъ (9)

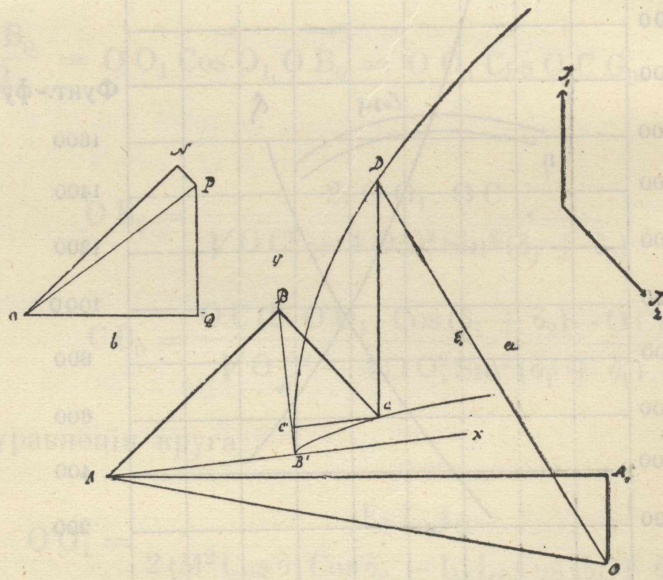
$$\begin{aligned} \omega (L_1 + 2 M_1 + L_2) &= a, & \omega N_1 &= b, & \omega (M + M_2) &= c, & \omega N &= d, \\ \omega (N + N_2) &= m, & \omega L'_2 &= n. \end{aligned}$$

Графически эти уравненія представляются многоугольниками  $OA_1ABCD$  и  $ONPQ$  (фиг. 28), гдѣ

$$OA_1 = R_1 J_1, \quad A_1 A = a J_1, \quad AB = c J_2, \quad BC = s d J_2, \quad CD = s b J_1,$$

$$OD = E_k, \quad QD = s m J_1, \quad OQ = c J_1, \quad PN = R_2 J_2, \quad NO = n J_2.$$

Исключимъ теперь изъ многоугольника  $OA_1ABCD$  векторы, зависящіе отъ  $J_2$ , пользуясь многоугольникомъ  $ONPQ$ . Для этого на сто-



Фиг. 28.

ронахъ  $AB$  и  $CD$ , какъ на гипотенузахъ, построимъ прямоугольные треугольники  $AB'B$  и  $CC'B$ , подобные треугольнику  $OPQ$ . Тогда, если обозначимъ

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \operatorname{tg} \text{ O A A}_1 = \frac{R_1}{a}, \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{R_2}{n},$$

имѣемъ, такъ какъ

$$\text{O P} = \frac{n}{\operatorname{Cos} \delta_2} J_2,$$

$$\text{A B}' = \frac{c_2}{n} \operatorname{Cos} \delta_2 J_1, \quad \text{B B}_1 = s \frac{c m}{n} \operatorname{Cos} \delta_2 J_1,$$

$$\text{C' B} = s \frac{d c}{n} \operatorname{Cos} \delta_2 J_1, \quad \text{C C}' = s_2 \frac{d m}{n} \operatorname{Cos} \delta_2 J_1.$$

Для полученія уравненій искомымъ геометрическимъ мѣстъ мы должны представить координаты каждой изъ вершинъ многоугольника, выбравъ одну изъ сторонъ за основаніе діаграммы, суммой проекцій сторонъ многоугольника O A B' B C' C D O на координатныя оси, при чемъ каждая координата выразится двоякимъ образомъ, и изъ полученныхъ четырехъ уравненій исключить  $s$ ,  $\varphi_1$  и  $J_1$ . Найденныя такимъ образомъ уравненія очень сложны; чтобы упростить діаграммы, поступимъ слѣдующимъ образомъ.

Раздѣлимъ всѣ векторы многоугольника O A B' B C' C' C D на  $J$ . Тогда мы получимъ многоугольникъ подобный прежнему, но всѣ векторы котораго имѣютъ измѣненіе сопротивленія; такой многоугольникъ поэтому можно назвать діаграммой кажущихся сопротивленій. Послѣ указаннаго дѣленія векторы O A и A B' будутъ постоянными, и слѣдовательно треугольникъ O A B', въ силу постоянства угловъ  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , будетъ неизмѣняющейся фигурой. Этотъ треугольникъ положимъ въ основаніе діаграммы, вычертивъ его въ произвольномъ масштабѣ сопротивленій. Если при измѣненіи нагрузки оставимъ его вершины неподвижными, то точка B будетъ двигаться по прямой B' B, перпендикулярной къ неподвижному вектору A B', а геометрическія мѣста точекъ C и D будутъ нѣкоторыя кривыя, которыя мы теперь и опредѣлимъ.

Пріймемъ за начало координатъ точку B', за ось X—въ направленіе прямой B' A (отъ точки B' вправо), а за ось Y—въ прямую B' B (вверхъ), къ ней перпендикулярную. Тогда координаты точки C

$$x = c' c = s^2 \frac{d m}{n} \operatorname{Cos} \delta_2, \quad y = B' C' = s \frac{(m - d) c}{n} \operatorname{Cos} \delta_2;$$

исключая  $s$ , получимъ:

$$x = y^2 \frac{n m d}{(m - d)^2 c^2 \operatorname{Cos} \delta_2}. \quad (13)$$

уравнение параболы съ вершиной въ  $B'$ , ось которой совпадаетъ съ осью  $X$ .

Координаты точки  $D$ :

$$x = s^2 \frac{m d}{n} \cos \delta_2 + s b \sin \delta_2,$$

$$y = s \left( b + \frac{(m-d)c}{n} \right) \cos \delta_2,$$

откуда, исключая  $s$ , имѣемъ

$$(14) \quad x = y^2 \frac{m d n}{[b n + (m-d)c]^2 \cos \delta_2} + y \frac{b n}{b n + (m-d)c} \operatorname{tg} \delta_2$$

—также уравнение параболы, проходящей черезъ точку  $B'$ , съ осью параллельной оси  $X$ . При очень маломъ  $R_2$  оси обѣихъ параболъ совпадаютъ.

Построивъ основной треугольникъ  $AB'O$  диаграммы кажущихся сопротивлений и обѣ параболы, для каждаго положенія точки  $B$  или  $D$  не трудно построить весь многоугольникъ, въ которомъ намъ важны векторы:  $AB$ , пропорціональный отношенію  $\frac{J_2}{J_1}$ , и  $OD$ , пропорціональный отношенію  $\frac{E_k}{J_1}$ . Исходить лучше всего изъ точки  $B$ , при чемъ мы задаемъ величиною  $s$ . Масштабъ  $s$  опредѣляется изъ слѣдующихъ соображеній.

Изъ фиг. 28 б

$$s \frac{m}{c} = \operatorname{tg} POQ,$$

или, переходя къ фиг. 28 а

$$s = \frac{c}{m} \operatorname{tg} B A B'.$$

Слѣдовательно  $s = 1$ , когда  $\operatorname{tg} B A B' = \frac{m}{c}$ , или, вводя обозна-

ченіе  $\beta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{m}{c}$ ,

$$s = 1, \quad \text{когда} \quad B A B' = \beta.$$