

Обод под нагрузкой по закону показателя.

Расчет обода шкива и маховика дается целым рядом авторов Grashof,¹⁾ Fürst, Grübler²⁾ рассматривают обод: первые, как криволинейную балку; третий, как замкнутое кольцо, но в обоих случаях под действием равномерно распределенной погрузки. Другие авторы (напр. проф. Тимошенко,³⁾ проф. Бобарыков) указывают расчет обода для случая сосредоточенной нагрузки (зубчатые колеса).

Случай неравномерно распределенной нагрузки не исследован, повидимому никем. Между тем всем известно, что обод шкива и также маховика работает почти всегда в условиях последнего случая, причем нагрузка по показательному закону представляется исключительно частой.

Полагаю небезинтересным поэтому привести здесь исследование работы обода для этой нагрузки, тем более, что полученные формулы дают возможность применить их без особых осложнений ко всякого рода нагрузкам, т. е. являются совершенно общими.

1. Действующие силы и моменты.

На рис. 4 обод изображен под нагрузкой по показательному закону. Обозначения видны из рис. Реакции B и S , также реактивный момент M_0 всегда будем относить к левой ручке, ограничивающей данный сектор. Часть обода «ЛОМ» рассматриваем, как криволинейную балку с круговой осью, центральный угол которой равен углу между ручками.

Всегда можно поставить обод по отношению к гибкому телу так, чтобы ведомый конец его совпадал с направлением известной касательной и был таким образом, перпендикулярен к некоторой ручке; эту ручку (направление ручки) считаем линией нулевых углов, измеряя последние по часовой стрелке.

Сектор, ограничиваемый нулевой и последующей ручкой, называем также нулевым.

Тогда при обозначениях чертежа для « n » сектора выражение изгибающего момента «в сечении $X-X$ » будет иметь вид:

$$(слева) 1. M_x = M_0 + By_\alpha - Sz_\alpha - M_{px}, \text{ где}$$

M_{px} —момент от нагрузки ремнем (или др. гибким телом)—составляется следующим образом. Если dN —нажатие ремня в данном месте обода.

T —натяжение лент » » »

то

$$2. dN = Tdx \text{ и, далее,}$$

$$3. dM_{px} = yTdx$$

Полный момент от нагрузки равен

$$4. M_{px} = \int_{n\beta}^{\alpha} y T dx. \text{ Но}$$

¹⁾ Grashof, Elasticität & Festigkeit, S. 219.

²⁾ Grübler Z. D. V. D. Ing. 1897, 1899, S. 860 и 1294.

³⁾ Тимошенко, С. М. 1916.

$$5. T = T_{\max} e^{f(\varphi_0 - x)} \quad [f - \text{коэфф. трения}] \text{ и}$$

$$6. y = r \sin(\alpha - x), \text{ поэтому}$$

$$7. M_{rx} = \int_{n\beta}^{\alpha} T_{\max} r e^{-f(\varphi_0 - x)} \sin(\alpha - x) dx \text{ или после интегриров.}$$

$$8. M_{rx} = \frac{T_{\max} r e^{f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{f\alpha} - \left[\cos(\alpha - n\beta) + f \sin(\alpha - n\beta) \right] e^{fn\beta} \right\}$$

для сечения X—X при угле

$$\alpha < \varphi_0 \text{ и в пределах от «} n\beta \text{» до «} \varphi_0 \text{».$$

Для сечения X—X с углом

$$\alpha > \varphi_0$$

$$9. M'_{rx} = \int_{n\beta}^{\varphi_0} T_{\max} r e^{-f(\varphi_0 - x)} \sin(\alpha - x) dx =$$

$$M'_{rx} = \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{f\varphi_0} \left[\cos(\alpha - \varphi_0) + f \sin(\alpha - \varphi_0) \right] - e^{fn\beta} \left[\cos(\alpha - n\beta) + f \sin(\alpha - n\beta) \right] \right\}$$

в пределах от « φ_0 » до « $(n+1)\beta$ ».

[На рис. M_{rx} обозначено M'_α и $M'_{rx} = M''_\alpha$]

Из рис. 4. ясно, что

$$10. Y_\alpha = r [1 - \cos(\alpha - n\beta)] \text{ и}$$

$$11. Z_\alpha = r \sin(\alpha - n\beta).$$

Отсюда окончательное выражение изгибающего момента.

$$12. M_x = M_0 + Br [1 - \cos(\alpha - n\beta)] - Sr \sin(\alpha - n\beta) - M'_\alpha \text{ для } \alpha \leq \varphi_0 \text{ и}$$

$$13. M_x = M_0 + Br [1 - \cos(\alpha - n\beta)] - S'r \sin(\alpha - n\beta) - M''_\alpha \text{ для } \alpha > \varphi_0.$$

Оба выражения можно заменить одним следующим:

$$14. M_x = M_0 + Br [1 - \cos(\alpha - n\beta)] - Sr \sin(\alpha - n\beta) - \delta M'_\alpha - E M''_\alpha,$$

причем

$$E = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной полностью} \\ \delta = 1 \end{array} \right\} \text{ (на рис. 4 сектор «KOL»)}$$

$$\delta = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной частью} \\ E = 1 \end{array} \right\} \text{ (на рис. 4 сектор «ДОМ»)}$$

$$E = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной частью} \\ \delta = 0 \end{array} \right\} \text{ (на рис. 4 сектор «ДОМ»)}$$

$$\delta = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{для дуги, нагруженной частью} \\ E = 0 \end{array} \right\} \text{ (на рис. 4 сектор «ДОМ»)}$$

2. Уравнения равновесия.

В основание дальнейших рассуждений мы полагаем обычное допущение, которое заключается в том, что 1) любой сектор обода (точнее—его дуга) предполагается в равновесии под действием указанных сил и 2) точки приложения сил B и S и момента M_0 не перемещаются и не вращаются.

Вследствие этого допущения мы тотчас же приходим к уравнениям трем и с тремя неизвестными, что дает возможность определить M_0 , B и S .

Если A —потенциальная энергия дуги сектора « n » в пределах от « $n\beta$ » до « $(n+1)\beta$ », тогда по теореме Castigliano имеем.

$$15. \frac{dA}{dM_0} = 0$$

1) См. напр. Hütte, I ч. 1917.

$$16. \quad \frac{dA}{dB} = 0 \text{ и}$$

$$17. \quad \frac{dA}{dS} = 0, \text{ при чем «A», как известно, равно}$$

$$18. \quad A = \frac{1}{2EI} \int_{n\beta}^{(n+1)\beta} M^2_x ds$$

Здесь E и I соответственно модуль растяжения и момент инерции сечения обода, $ds = r d\alpha$ — дифференциал дуги сектора.

После постановки M_x (по 14), дифференцирования и интегрирования получаем: [коэф. « δ » взят равным единице для пределов от « $n\beta$ » до « φ_0 » и «0» от « φ_0 » до « $(n+1)\beta$ »]

$$19. \quad \frac{dA}{dM_0} = M_0 [\alpha - n\beta] + Br [\alpha - n\beta - \sin(\alpha - n\beta)] - Sr .$$

$$\cdot [1 - \cos(\alpha - n\beta)] - \frac{T_{\max} r e^{f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{f\alpha} - e^{fn\beta}}{f} - e^{nf\beta} [-f\cos(\alpha - n\beta) + \right.$$

$$+ f + \sin(\alpha - n\beta)] \left. \right\} + E \left\{ \left\{ M_0 [(n+1)\beta - \varphi_0] + Br [(n+1)\beta - \varphi_0 - \right.$$

$$- \sin\beta + \sin(\varphi_0 - n\beta)] \right\} - Sr [-\cos\beta + \cos(\varphi_0 - n\beta)] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \cdot$$

$$\cdot \left\{ e^{f\varphi_0} [\sin((n+1)\beta - \varphi_0) - f\cos((n+1)\beta - \varphi_0) + f] - e^{fn\beta} [\sin\beta - \right.$$

$$\left. - \sin(\varphi_0 - n\beta) - f\cos + f\cos(\varphi_0 - n\beta)] \right\} \left. \right\} = 0$$

$$20. \quad \frac{dA}{dB} = M_0 [\alpha - n\beta - \sin(\alpha - n\beta)] + Br \left[(\alpha - n\beta) \frac{3}{2} - \right.$$

$$- 2 \sin(\alpha - n\beta) + \frac{\sin 2(\alpha - n\beta)}{4} \left. \right] - Sr \left[1 - \cos(\alpha - n\beta) - \right.$$

$$- \frac{\sin^2(\alpha - n\beta)}{2} \left. \right] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{f\alpha} - e^{fn\beta}}{f} - \left[-f\cos(\alpha - n\beta) + \right.$$

$$+ f - f \frac{\sin^2(\alpha - n\beta)}{2} \right] e^{fn\beta} - \frac{e^{f\alpha}}{1 + f^2} \left[\sin(\alpha - n\beta) + f\cos(\alpha - n\beta) \right] +$$

$$+ \frac{fe^{fn\beta}}{1 + f^2} - e^{fn\beta} \left[\sin(\alpha - n\beta) - \frac{\alpha - n\beta}{2} - \frac{\sin 2(\alpha - n\beta)}{4} \right] \left. \right\} +$$

$$+ E \left\{ M_0 \left[(n+1)\beta - \varphi_0 - \sin\beta + \sin(\varphi_0 - n\beta) \right] + Br \left[(n+1)\beta - \right.$$

$$- \varphi_0 - 2 \sin\beta + 2 \sin(\varphi_0 - n\beta) + \frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} + \frac{\sin 2\beta}{4} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \right] - Sr \left[-\cos\beta - \frac{\sin^2\beta}{2} + \frac{\sin^2(\varphi_0 - n\beta)}{2} + \right.$$

$$\left. + \cos(\varphi_0 - n\beta) \right] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{f\varphi_0} \left[\sin((n+1)\beta - \varphi_0) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -f \cos \left((n+1)\beta - \varphi_0 \right) + f - \left(\frac{1+f}{2} \right) \sin \left((n+2)\beta - \varphi_0 \right) + \\
& + \left(\frac{1+f}{2} \right) \sin (\varphi_0 - n\beta) + \left(\frac{1+f}{2} \right) \cos (n\beta - \varphi_0) \left((n+1)\beta - \varphi_0 \right) \Big] - \\
& - e^{fn\beta} \left[\sin \beta - f \cos \beta - \sin (\varphi_0 - n\beta) + f \cos (\varphi_0 - n\beta) \right] + \left[\frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} + \right. \\
& \left. + \frac{\sin 2\beta}{4} - \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \right] - f \left[\frac{\sin^2 \beta}{2} - \frac{\sin^2 (\varphi_0 - n\beta)}{2} \right] \Big] = 0 \\
21. \frac{dA}{dS} = & M_0 \left[1 - \cos (\alpha - n\beta) \right] + Br \left[1 - \cos (\alpha - n\beta) - \frac{\sin^2 (\alpha - n\beta)}{2} \right] - \\
& - Sr \left[\frac{\alpha - n\beta}{2} - \frac{\sin 2(\alpha - n\beta)}{4} \right] - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \left\{ \frac{e^{f\alpha}}{1+f^2} \left[f \sin (\alpha - n\beta) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \cos (\alpha - n\beta) \right] + \frac{e^{fn\beta}}{1+f^2} - e^{fn\beta} \left[f \left(\frac{\alpha - n\beta}{2} - \frac{\sin 2(\alpha - n\beta)}{4} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\sin^2 (\alpha - n\beta)}{2} \right] \right\} + E \left\{ M_0 \left[-\cos \beta + \cos (\varphi_0 - n\beta) \right] + Br \left[-\cos \beta + \cos (\varphi_0 - n\beta) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\sin^2 \beta}{2} + \frac{\sin^2 (\varphi_0 - n\beta)}{2} \right] - Sr \left[\frac{(n-1)\beta - \varphi_0}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} + \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \right] - \right. \\
& \left. - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \left\{ e^{+f\varphi_0} \left[-\frac{\cos ((n+2)\beta - \varphi_0)}{2} + \frac{\cos (\varphi_0 - n\beta)}{2} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\sin (n\beta - \varphi_0)}{2} \left((n+1)\beta - \varphi_0 \right) - f \frac{\sin ((n+2)\beta - \varphi_0)}{2} + f \frac{\sin (\varphi_0 - n\beta)}{2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + f \cos (n\beta - \varphi_0) \left(\frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} \right) \right] - e^{fn\beta} \left[\frac{\sin^2 \beta}{2} - \frac{\sin^2 (\varphi_0 - n\beta)}{2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + f \left(\frac{(n+1)\beta - \varphi_0}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} + \frac{\sin 2(\varphi_0 - n\beta)}{4} \right) \right] \right\} \Big] \Big] = 0
\end{aligned}$$

Уравнения эти имеют совершенно общий характер и относятся к дуге любого « n » сектора, причем M_0 , B и S обозначают действующие у левой ручки сектора моменты и силы. Решение уравнений не представляет больших затруднений и может быть изображено в виде следующего:

$$22. M_0 = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{\Delta_{M_0}}{\Delta}$$

$$23. B = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{\Delta_B}{\Delta}$$

$$24. S^1 = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1+f^2} \frac{\Delta_S}{\Delta}, \text{ где}$$

Δ есть обычно составленный определитель из коэффициентов про M_0 , B и S в этих уравнениях, а Δ_{M_0} , Δ_B , Δ_S — тот же определитель с соответственно замененным вертикальным столбцом.

Располагая величинами E , n , α и β в указанном выше смысле по соображению с данными каждой отдельной задачи, получим значения M_0 , B и S , а также и максимальные значения изгибающего моменты. Таким образом будут найдены все условия, необходимые для проверки сечения обода.

3. Применение уравнений.

Рассмотрим случай I: обод имеет три ручки (рис. 1.)

Для сектора KOL:

$$E = 0,$$

$$n = 0,$$

$$\alpha = \beta = 2/3 \pi$$

Уравнения 21, 20 и 19 переходят в следующие:

$$25. M_0 \beta = Br(\beta - \sin \beta) - Sr(1 - \cos \beta) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \cdot \left\{ \frac{e^{f\beta} - 1}{f} - (-f \cos \beta + f + \sin \beta) \right\} = 0$$

$$26. M_0 (\beta - \sin \beta) + Br \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - Sr \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{-f\beta} - 1}{f} - \left(-f \cos \beta + f - \frac{f \sin^2 \beta}{2} \right) - \frac{e^{-f\beta}}{1 + f^2} (\sin \beta + f \cos \beta) + \frac{f}{1 + f^2} - \left(-\frac{\beta}{2} + \sin \beta - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) \right\} = 0.$$

$$27. M_0 (1 - \cos \beta) + Br \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - Sr \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{f\beta}}{1 + f^2} (f \sin \beta - \cos \beta) + \frac{1}{1 + f^2} - \left[f \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) + \frac{\sin^2 \beta}{2} \right] \right\} = 0$$

Определитель будет равен (опущен «r²», который все равно отпадает при сокращении)

$$28. \Delta = - \begin{vmatrix} 2/3 \pi, 2/3 \pi - \frac{\sqrt{3}}{2}, + \left(1 + \frac{1}{2} \right) \\ 2/3 \pi - \frac{\sqrt{3}}{2}, \pi - \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{8}, \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} \right) \\ 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{8}, \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right) \end{vmatrix} = -0,06$$

Подобным образом $\Delta M_0 = -0,08$

$$29. M_0 = + \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} + \frac{-0,08}{-0,06} = + 0,94 T_{\max} r e^{-f\varphi_0} \quad (f = 0,25)$$

$$30. B = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \frac{-0,10}{-0,06} = 1,2 T_{\max} e^{-f\varphi_0}$$

$$31. S = \frac{T_{\max} e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \frac{+0,02}{-0,06} = -0,25 T_{\max} e^{-f\varphi_0}$$

Для $\varphi_0 \approx 0,9 \pi$ (наиболее употребительно)

$$32. M_0 = 0,48 T_{\max} r$$

$$33. B = 0,6 T_{\max}$$

$$34. S = -0,13 T_{\max}$$

Для случая II-го имеем (см. рис. 2 сектор LOD):

$$E = 1$$

$$n = 1$$

$$\alpha = \varphi_0 \text{ и } \beta = \frac{2}{3} \pi$$

Уравнения 21, 20 и 19 получают вид:

$$35. M_0(\beta) + Br(\beta - \sin \beta) - Sr(1 - \cos \beta) - \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2}$$

$$\left(\frac{e^{-f\varphi_0} - e^{-f\beta}}{f} + e^{-f\varphi_0} [\sin(2\beta - \varphi_0) - f \cos(2\beta - \varphi_0) + f] - e^{-f\beta} (\sin \beta - f \cos \beta + f) \right) = 0$$

$$36. M_0(\beta - \sin \beta) + Br \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - Sr \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) -$$

$$- \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ \frac{e^{-f\varphi_0} - e^{-f\beta}}{f} + e^{f\varphi_0} \left(-\frac{1}{1 + f^2} \sin(\varphi_0 - \beta) - \frac{f}{1 + f^2} \cos(\varphi_0 - \beta) + \right. \right.$$

$$+ \sin(2\beta - \varphi_0) - f \cos(2\beta - \varphi_0) + f - \frac{(1 + f)}{2} \sin(3\beta - \varphi_0) +$$

$$\left. + \frac{1 + f}{2} \sin(\varphi_0 - \beta) \right) \frac{1 + f}{2} \cos(\varphi_0 - \beta) \cdot (2\beta - \varphi_0) + \frac{f e^{-f\beta}}{1 + f^2} \cdot +$$

$$+ \left(-\frac{2\varphi_0 - 3\beta}{2} + \sin \beta - f \cos \beta - \frac{\sin 2(\varphi_0 - \beta)}{2} + f \cos(\varphi_0 - \beta) + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin 2\beta}{4} - f \frac{\sin^2 \beta}{2} + f \frac{\sin^2(\varphi_0 - \beta)}{2} \right) \left. \right\}$$

$$37. M_0 [1 - \cos \beta] + Br \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - Sr \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) -$$

$$- \frac{T_{\max} r e^{-f\varphi_0}}{1 + f^2} \left\{ e^{-f\varphi_0} \left[\frac{f}{1 + f^2} \sin(\varphi_0 - \beta) - \frac{1}{1 + f^2} \cos(\varphi_0 - \beta) - \right. \right.$$

$$\frac{\cos(3\beta - \varphi_0)}{2} + \frac{\cos(\varphi_0 - \beta)}{2} + \frac{\sin(\varphi_0 - \beta)}{2} (2\beta - \varphi_0) - f \frac{\sin(3\beta - \varphi_0)}{2} +$$

$$\left. + \frac{f \sin(3\varphi_0 - \beta)}{2} + f \cos(\varphi_0 - \beta) \left(\frac{2\beta - \varphi_0}{2} \right) \right] - e^{-f\beta} \left[f \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \sin^2 \beta \right] \left. \right\} = 0.$$

Для этих уравнений определитель будет равен («r²» снова опущено):

$$38. \Delta = - \begin{vmatrix} \beta & \beta - \sin \beta & 1 - \cos \beta \\ \beta - \sin \beta & \frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} & 1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \\ 1 - \cos \beta & 1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} & \frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \end{vmatrix} = -0,06$$

Тогда для $\varphi_0 = 0,9 \pi$ и $f = 0,25$

$$39. M_0 = \frac{T_{\max} r e^{-fz_0}}{1 + f^2} \cdot \frac{-0,04}{-0,06} = 0,6 T_{\max} r$$

$$40. B = \frac{T_{\max} e^{-fz_0}}{1 + f^2} \cdot \frac{-0,01}{-0,06} = 0,9 T_{\max}$$

$$41. S = \frac{T_{\max} e^{-fz_0}}{1 + f^2} \cdot \frac{+0,03}{-0,06} = -0,2 T_{\max}$$

Для равномерно распределенной нагрузки (в частности и центробежными силами) уравнения 19, 20 и 21 д. б. использованы таким образом.

Как совершенно ясно из мнемонической схемы (р. 3),

$$42. T_{\max} = p r$$

Далее, коэффициент трения в условиях радиальной нагрузки д. б. равен 0, т. е. во всех уравнениях

$$43. f = 0.$$

Тогда выражение

$$44. \left(\frac{e^{f\alpha} - e^{f\beta}}{f} \right) = \frac{0}{0} \text{ и по раскрытии неопределенности равно}$$

$$45. \alpha = \beta.$$

Остальные выражения сомнений не вызывают. В результате действий приходим при $E = 0$ и $n = 0$ к уравнениям:

$$46. M_0 \beta + Br (\beta - \sin \beta) - Sr (1 - \cos \beta) - p r^2 (\beta - \sin \beta) = 0$$

$$47. M_0 (\beta - \sin \beta) + Br \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - Sr \left(1 - \cos \beta - \sin^2 \frac{\beta}{2} \right) - p r^2 \left(\frac{3\beta}{2} - 2 \sin \beta + \frac{\sin 2\beta}{4} \right) = 0.$$

$$48. M_0 (1 - \cos \beta) + Br \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) - Sr \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right) - p r^2 \left(1 - \cos \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) = 0.$$

Уравнения (46, 47 и 48) имеют совершенно тот вид, к которому приводятся условия равновесия для равномерно распределенной нагрузки.

Решая их указанным выше способом, имеем для $\beta = 2/3 \pi$.

$$49. \Delta = -0,06$$

$$50. M_0 = 0$$

$$51. B = p r$$

52. $S = 0$, т. е. получаем случай простого сжатия, которое возникает в равномерно сжатом кольце (задача Lamé), что и следовало конечно ожидать.

Исследование совместных деформаций обода и ручки ¹⁾ приводит к заключению, что в месте соединения обода с ручкой действует момент M_0 и в случае равномерно распределенной нагрузки.

По Берлову ¹⁾, для $\beta = 2/3 \pi$ 53. $B = 0,98 p r$

$$54. M_0 = 0,01 p r^2 \text{ и}$$

$$55. S = -0,02 p r$$

¹⁾ Берлов, передачи гибкой связью, стр. 87. (изд. 1911).

Подобным образом вычислены M_0 , B и S в случае /4 и 6 спиц. Результаты вычислений сведены в таблицу I.

Таблица I¹⁾.

Род нагрузки.	По закону показателя.						Равномерно распред.		
	а.			b.			с		
Угол обхвата φ_0 .	0,5 π			0,9 π					
Число спиц.	3	4	6	3	4	6	3	4	6
Δ	-0,06	-0,02	-0,01	-0,06	-0,02	-0,01	—	—	—
Δ_M	-0,10	-0,014	-0,002	-0,08	-0,01	-0,001	—	—	—
Δ_B	-0,06	-0,02	-0,01	-0,1	-0,03	-0,018	—	—	—
Δ_S	0,035	0,011	0,006	0,02	0,01	0,006	—	—	—
M_0	0,68Tr	0,35Tr	0,09Tr	0,48Tr	0,23Tr	0,05Tr	0,01pr ²	0,01pr ²	0,01pr ²
B	∞T	∞T	∞T	0,6T	0,7T	0,85T	0,98pr	0,98pr	0,95pr
S	-0,25T	-0,28T	-0,3T	-0,13T	-0,2T	-0,3T	-0,02pr	-0,02pr	-0,02pr

4. Выводы.

При сравнении данных таблицы I (см. также рис. 6) мы приходим к заключениям:

1. Изгибающие моменты не остаются постоянными при изменении числа спиц: они, как и следовало ожидать, уменьшаются при большем числе спиц.

2. Сила, перпендикулярная к направлению ручки, увеличивается при увеличении числа спиц.

3. Сила, идущая вдоль спицы, также возрастает при увеличении числа спиц.

4. Изменение этих сил происходит слабее при малых дугах обхвата (столбец «а»), а изменение «В» так ничтожно при этих условиях, что ее можно считать практически независимой от числа спиц.

5. Расчет обода на равномернораспределенную нагрузку дает меньшие изгибающие моменты и преувеличенные силы, чем то соответствует действительному состоянию (столбец «с»).

6. Если принять некоторые средние условия для работы шкива, с которыми чаще всего приходится иметь дело, получим интересное заключение. Пусть, напр., шкив работает при обычной скорости от 5 до 15 м/с.

Тогда при нормальных условиях (угол обхвата = 0,9 π , средние диаметры шкивов) в состоянии покоя натяжение ремня можно считать равным окружному усилию, взятому 1^{1/2} раза, т. е.

$$55. T_{\text{max}} = 1,5 P.$$

Окружное усилие может определено в зависимости от нагрузки ремня на один см. ширины его. Именно по Gehrken's'y,

$$56. P = pv^2), \text{ где}$$

p — нагрузка на 1 см ширины.

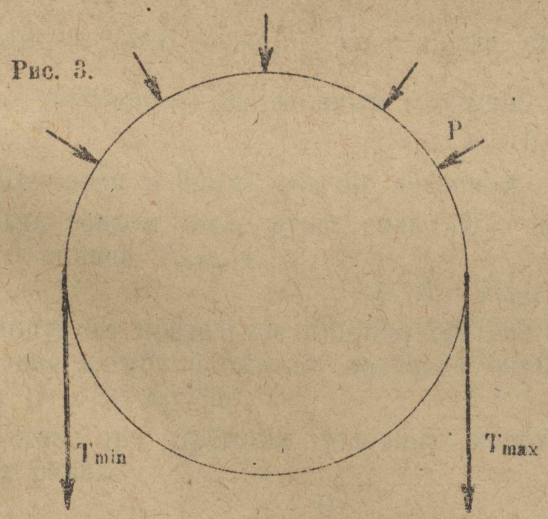
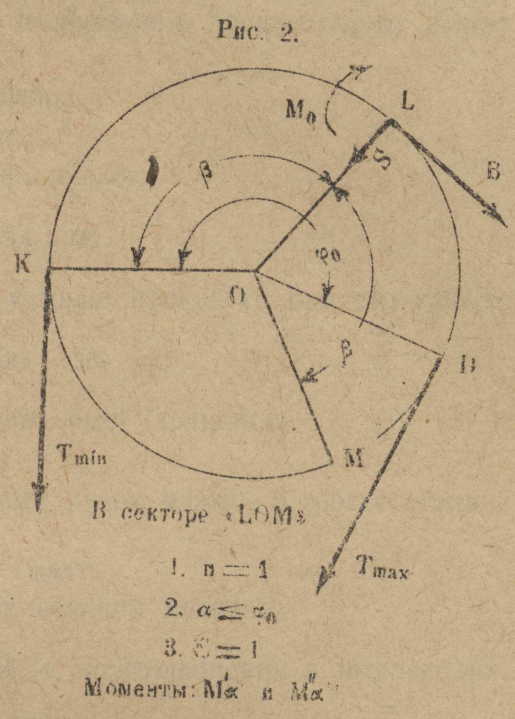
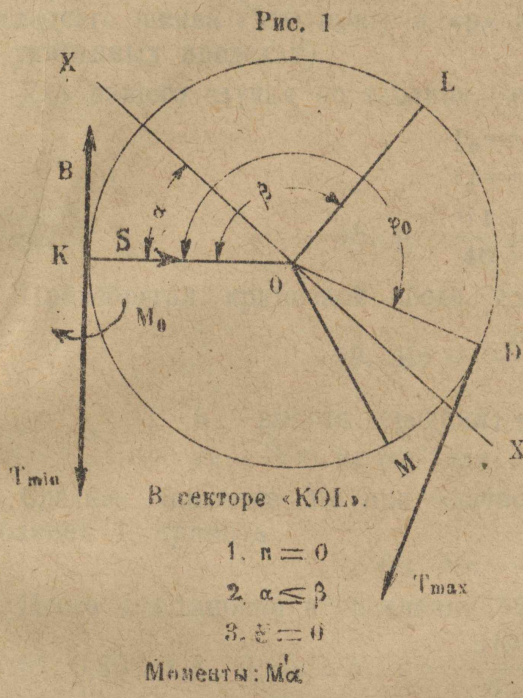
v — ширина ремня в см.

Рассматривая таблицу Gehrken's'a, мы видим, что для одинарного ремня при средних скоростях и средних диаметрах шкивов « p » возрастает почти пропорционально диаметру шкива. Можно принять поэтому для шкивов с диаметром больше 400 м/м и до 1000 м/м

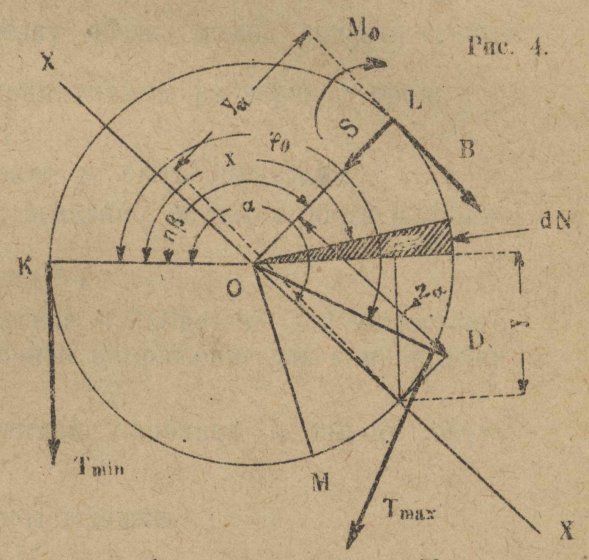
$$57. p = \frac{P_0 r}{r_0}; \text{ здесь } P_0 \text{ — нагрузка}$$

¹⁾ Здесь $T = T_{\text{max}}$ в формулах.

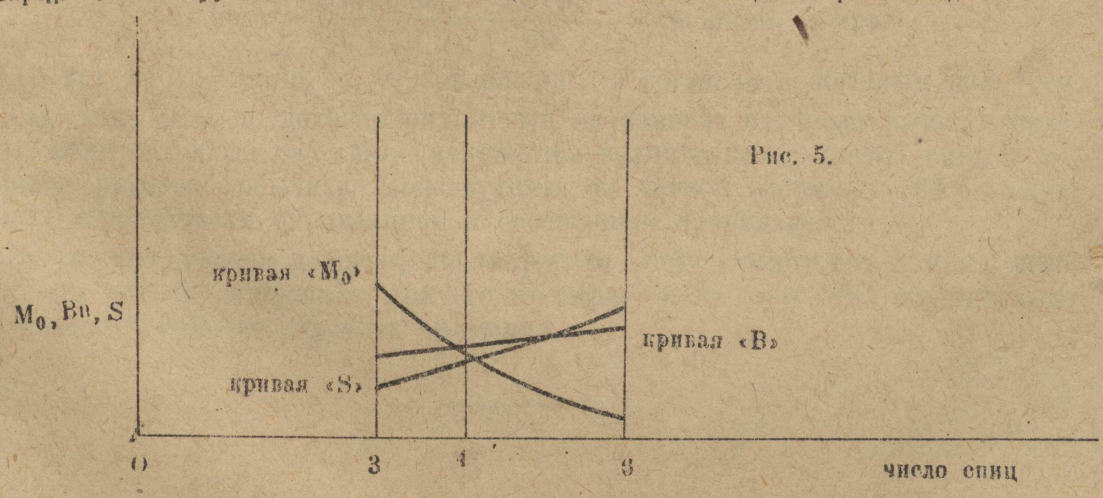
²⁾ Берлов, передачи гибкою связью, стр. 35.



(К переводу формул для равномерно распределенной нагрузки)



(К составлению общего выражения для M_x — момента).



для ремня с скоростью 5m/s и шкива с диаметром 400 m/m, r_0 — радиус последнего шкива (210 m/m), а «р» и «г» относятся к произвольному шкиву (в указанных пределах).

Для нашего случая по таблице Gehrken's'a,

$$p_0 = 6 \text{ kgr.}$$

$$r_0 = 40 \text{ см. и след.,}$$

$$58. p = \frac{6r}{40} = 0,15r \text{ kgr.}$$

Пренебрегая кривизной обода, имеем условие прочности при его изгибе:

$$59. M_0 = \frac{bh^2}{6} K_b \text{ где}$$

h — высота (средняя) сечения обода (толщина)

$K_b = 300 \text{ kg/cm}^2$ для чугуна

Среднее значение M_0 при обычном числе ручек можно, в соответствии с таблицей 1, принять

$$60. M_0 = 0,35 T_{\max} r$$

После подстановки в уравнении 59 всех величин получим

$$61. 0,35 \cdot 1,5 \cdot 0,15r \cdot b \cdot r = \frac{bh^2}{6} \cdot 300, \text{ и по сокращении и вычислении.}$$

$$62. \text{«}h\text{»} = 0,03r$$

« h » — средняя толщина обода; если принять во внимание уклон от середины к краю обода $\left(\frac{1}{25}\right)$, а также стрелку обода, можно считать совпадение совершенно достаточным с обычно принимаемым размером у края:

$$63. h = 0,01 r$$

Прибавка в 3m/m, обычно делаемая, также м. быть оправдана.

При всяком числе ручек сила «В», как доказано, остается почти постоянной и равной T_{\max} , т. е.

$$64. V = T_{\max} = 1,5 P$$

Допуская предельное напряжение для чугуна в 350 kg/cm^2 для совместного действия изгиба и сжатия, получаем остаточное напряжение для компенсации силы В в 50 kg/cm^2 .

Тогда при прежних условиях необходимая прибавка к высоте обода будет равна

$$65. \frac{V}{bh} = K_2 \text{ и после подстановки}$$

$$66. h_{\text{гов}} = \frac{1,5 \cdot p \cdot b}{b \cdot 50} = \frac{1,5 \cdot p}{50} = \infty 2 \text{ m/m, а при}$$

$p = 10 \text{ kgr}$ $h_{\text{гов}} = 3 \text{ m/m}$, т. е. совершенно в согласии с обычным размером.

Так как «В», по доказанному, почти не зависит от числа ручек и величины радиуса обода, а « M_0 » изменяется значительно с числом спиц и величиной радиуса, обычную конструкцию расчетной формулы (63) следует считать теоретическим оправданной и совершенно правильной.

Во всяком случае действительная работа обода происходит в иных условиях, чем обычно допускают при его проверке, и на учет этих обстоятельств нам казалось важным обратить внимание.