

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Джасем Мохамад

РАЗРАБОТКА КИНЕМАТИЧЕСКОГО ТОРЦЕВОГО ВОЛНОВОГО
РЕДУКТОРА С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ЗУБОМ УЛУЧШЕННОЙ НЕСУЩЕЙ
СПОСОБНОСТИ

2.5.2 Машиноведение

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор-консультант
Крауиньш Петр Янович

Томск – 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ ВОЛНОВЫХ ТОРЦЕВЫХ РЕДУКТОРОВ	12
1.1 Анализ современных тенденций развития передач зацеплением.....	12
1.1.1 Эвольвентное зацепление	15
1.1.2 Зацепление Новикова	16
1.1.3 Многопарное зацепление	17
1.2 Волновые редукторы с многопарным зацеплением.....	23
1.2.1 Волновые редукторы с гибким звеном.....	23
1.2.2 Волновые редукторы с жесткими звеньями.....	28
1.2.3 Волновые торцевые редукторы	33
1.3 Выводы по главе 1.....	37
ГЛАВА 2 СТРУКТУРА И КИНЕМАТИКА ВОЛНОВОГО ТОРЦЕВОГО КИНЕМАТИЧЕСКОГО РЕДУКТОРА.....	39
2.1 Структура и геометрическая модель волнового торцевого кинематического редуктора.....	39
2.2 Принцип работы	40
2.3 Определение передаточного отношения	42
2.4 Анализ влияния угла нутации θ на геометрию блока шестерен	48
2.5 Анализ влияния угла нутации θ на скорость нутации и абсолютную угловую скорость блока шестерен.....	52
2.6 Выводы по главе 2.....	53
ГЛАВА 3 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОФИЛЯ ЗУБЬЕВ.....	54
3.1 Аналитическое описание сферического движения блока шестерен волнового торцевого кинематического редуктора.....	54
3.2 Математическая модель зацепления	60
3.3 Выводы по главе 3.....	73
ГЛАВА 4 ПРОФИЛИРОВАНИЕ ЗУБЬЕВ С ПОМОЩЬЮ САПР И АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ НА ФОРМУ ПРОФИЛЯ	74

4.1 Профилирование зубьев блока шестерен и колеса.....	74
4.2 Влияние числа зубьев на их профиль	76
4.3 Влияние угла нутации θ на профиль зубьев	77
4.4 Влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на профиль зубьев	79
4.5 Влияние угла аксоида расположения зубьев блока шестерен δ на профиль зубьев.....	81
4.6 Аналитическое определение многопарности зацепления	83
4.7 Влияние геометрических параметров на многопарность зацепление ε	87
4.7.1 Влияние числа зубьев Z на многопарность зацепления ε	87
4.7.2 Влияние угла нутации θ на многопарность зацепления ε	88
4.7.3 Влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на многопарность зацепления ε	89
4.7.4 Влияние угла конического аксоида δ на многопарность зацепления ε	90
4.8 Кривизна контактирующих поверхностей зубьев	91
4.8.1 Пространственный радиус кривизны профиля неподвижного и подвижного колес	91
4.8.2 Разность радиусов кривизны боковых поверхностей зубьев в контакте .	96
4.9 Выводы по главе 4.....	98
ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ	99
РЕКОМЕНДАЦИИ	101
ОБОЗНАЧЕНИЯ	103
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	104
ПРИЛОЖЕНИЕ № 1.....	113
ПРИЛОЖЕНИЕ № 2.....	130
ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ.....	134

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проблема создания новых видов механических передач и систем зацеплений является особо актуальной. При решении этой важнейшей задачи существенный эффект может быть достигнут за счет совершенствования конструкции традиционных передач, увеличения твердости рабочих поверхностей зубьев, применения планетарных зубчатых механизмов с разветвлением потока мощности или новых систем многопарных зацеплений с использованием принципа равномерного распределения нагрузки между сопряженными зубьями.

Анализ современных тенденций совершенствования систем зацеплений, числовых характеристик и требований потребителей к техническому уровню выпускаемых редукторов показал целесообразность исследования и разработки волновых прецессионных передач с новым видом многопарного зацепления.

Анализ проведенных исследований в России и за рубежом показал, что повышение нагрузочной способности механических передач ведется по следующим направлениям: совершенствование конструкции традиционных передач; увеличение твердости рабочих поверхностей зубьев; применение планетарных передач с разветвлением потока мощности; разработка новых разновидностей передач; создание новых систем зацеплений, в основном многопарных, с использованием принципа равномерного распределения нагрузки между сопряженными зубьями.

Волновые прецессионные передачи не нашли широкого применения в России и за рубежом, несмотря на их компактность и малую массу, из-за непостоянства передаточной функции, связанного с особенностями сферического движения сателлитов и технологическими трудностями, в частности с нарезанием зубьев конических колес с внутренним зацеплением.

Кроме того, незначительная информация, касающаяся опыта проектирования и эксплуатации волновых прецессионных передач, не позволяет дать необходимые рекомендации для их практического применения, а также применение внутреннего конического зацепления, не учитывающего многогранность особенностей

взаимодействия зубьев со сферическим движением, является одним из недостатков волновых прецессионных передач.

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к передачам, обеспечивающим высокие передаточные отношения и одновременно отличающиеся компактностью конструкции, и небольшой материалоемкостью.

Интенсивное развитие робототехники направлено на совершенствование или создание новых типов передач, позволяющих реализовать большие передаточные отношения в компактных редукторах.

Актуальность темы диссертации. Создание и внедрение новой техники и новых технологий является важным фактором в ускорении научно-технического прогресса. Успешное решение этой задачи во многом зависит от обеспечения новой техники надежным и долговечным приводом, основу которого составляют редукторы. Разнообразие требований, предъявляемых потребителями к редукторам, сводится в основном к повышению надежности и долговечности, КПД и нагрузочной способности, кинематической точности и виброакустических показателей при одновременном снижении их массы и габаритов.

Комплексное удовлетворение указанных требований частичным совершенствованием традиционных передач становится все труднее. Более того, расширение функциональных и кинематических возможностей передач нередко выходит за пределы возможностей обычных эвольвентных зацеплений в отношении их нагрузочной способности, отсутствия зазоров и мертвого хода, кинематической точности и др. Возможности повышения нагрузочной способности обычного эвольвентного зацепления за счет его рациональной геометрии, применения более качественных материалов, термообработки и совершенной технологии не безграничны. Поэтому в настоящее время проблема создания новых видов механических передач и систем зацеплений является особо актуальной. При решении этой важнейшей задачи существенный эффект может быть достигнут за счет применения новых систем многопарных зацеплений с использованием принципа равномерного распределения нагрузки между сопряженными зубьями.

В настоящее время область применения перспективных вариантов волнового торцового кинематического редуктора (ВТКР) в современной технике ограничена наличием факторов как конструктивного, так и технологического характера. Обладая хорошими характеристиками, ВТКР, тем не менее, имеет сложную конструкцию. Наличие внутреннего конического зацепления, не учитывающего многогранность особенностей взаимодействия зубьев со сферическим движением, и также незначительная информация, касающаяся опыта проектирования и эксплуатации волнового торцового кинематического редуктора, не позволяют дать необходимые рекомендации для его практического применения.

Решать указанные проблемы можно путем модификации зубьев колес редуктора, т. е. путем применения выпукло-вогнутого профиля зубьев, который обеспечивает повышение несущей способности передачи в целом, улучшение энергетических и массогабаритных показателей, повышение кинематической точности, снижение уровня напряжений в контакте.

В связи с вышесказанным, создание волнового торцового кинематического редуктора с многопарным зацеплением и решение связанных с этим задач, является актуальным.

Степень проработанности исследования

Методы кинематического анализа и нагрузочные способности кривошипно-конических редукторов с внутренним зацеплением зубьев, которые обеспечивают широкий диапазон передаточных отношений при величине крутящего момента на тихоходном валу не более 2000 Н·м, рассмотрены в работах А.Г. Опря, Э.П. Амосова, О.А. Чихачева, В.Е. Дулгеру. Отечественные ученые: Л.А. Маленький, В.Н. Сызранцев, В.А. Алымов, В.Я. Котликова, В.Н. Колесников, внесли огромный вклад в разработку геометрии кривошипно-конических передач с выпукло-вогнутым зацеплением для соосных редукторов. В работах зарубежных ученых: W. Coleman, R.D. Foskett, J.C. Singleton, D.H. McCullough, T.S. Zajac, H.E. George, описана методика определения кинематических характеристик прецессионных редукторов с эвольвентным зацеплением. Исследования по улучшению несущей

способности редукторов рассмотрены в работах ученых ТПУ: А.Е. Беляева, Ан-И-Кана, П.Я. Крауиньша, Э.Н. Панкратова и др.

Целью диссертационной работы является исследование возможностей повышения несущей способности волнового торцевого кинематического редуктора путем модификации профилей зубьев.

В соответствии с поставленной целью **объектом исследований** является волновой торцевой кинематический редуктор, а **предметом исследований** – математические модели зацепления с учетом особенностей взаимодействия зубьев при сферическом движении, модификация профиля зубьев позволяет повысить его нагрузочную способность.

Для достижения поставленной цели необходимо решение следующих задач

1. Провести информационно-аналитический обзор имеющихся технических решений и методик расчета волнового торцевого кинематического редуктора.
2. Провести многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора.
3. Разработать методику проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающую кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения.
4. Создать методику обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и провести оценку условия существования многопарного зацепления.

Методологическая и теоретическая основы исследования

Для решения поставленных задач применялись основные положения расчета зубчатых передач и деталей машин, теории зубчатого зацепления, математическое моделирование зубчатого зацепления и экспериментальные исследования. Геометрические, кинематические и силовые характеристики редуктора исследовались с применением методов теоретической механики, теории механизмов и машин. При решении поставленных задач применялись современные

программы, такие как SolidWork, MathCAD Professional, CAD/CAM/CAE CATIA V5R7 и MS Excel.

Научная новизна исследования

1. Разработана методика проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающая кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения.
2. Проведен многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора.
3. Создана методика обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и проведена оценка условия существования многопарного зацепления.

Практическое значение исследования

1. Разработана методика выбора оптимальных геометрических параметров зацепления с выпукло-вогнутым контактом зубьев и проведена оценка условия существования многопарного зацепления волнового торцевого кинематического редуктора.
2. Предложена методика профилирования выпукло-вогнутого зацепления волнового торцевого кинематического редуктора.
3. Обоснованы условия существования многопарного зацепления.

Соответствие паспорту заявленной специальности

Тема и содержание диссертационного исследования соответствуют паспорту специальности 2.5.2 – Машиноведение, а именно пунктам:

1. Синтез структурных и кинематических схем механизмов и обобщенных структурных схем машин, оптимизация параметров.
2. Теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и деталей машин.
5. Методы исследования и оценки технического состояния объектов машиностроения, в том числе на основе компьютерного моделирования.

Положения, выносимые на защиту

1. Методика проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающая кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения.
2. Многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора.
3. Методика обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и оценка условия существования многопарного зацепления.

Личный вклад автора

- подготовка литературного анализа по теме диссертационной работы;
- постановка задач исследования;
- создание виртуальной и математической моделей волнового торцевого кинематического редуктора для исследования многопарного зацепления при сферическом взаимодействии зубьев;
- проведение экспериментов на виртуальные модели с последующим анализом полученных результатов, сопоставленных с опубликованными экспериментальными данными других авторов.

Благодарности. Автор выражает огромную благодарность и признательность научному руководителю, д.т.н. профессору отделения машиностроения Томского политехнического университета П.Я. Крауиньшу за ценные советы, поддержку, помощь на всех этапах написания диссертации, индивидуальный подход и прививание интереса к научной работе. Признательность и благодарность автор выражает к.т.н., доцентам отделения машиностроения Томского Политехнического университета Е.А. Ефременкову и В.Н. Дерющевой за отзывчивость, терпение, ценные советы и помощь в написании работы. Автор благодарит за ценные советы, участие на различных этапах работы над диссертацией, поддержку и отзывчивость к.т.н., доцента отделения машиностроения Томского Политехнического университета Е.Н. Пашкова, а также всех сотрудников отделения машиностроения Томского Политехнического университета за рекомендации, направленные на улучшение работы.

Степень достоверности результатов.

Апробация работы. Основные результаты исследований по теме диссертации докладывались и обсуждались на VIII Всероссийской конференции «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов» (г. Томск, 2018); VII Международной конференции «Проблемы механики современных машин» (г. Улан-Удэ, 2018); VII, VIII Международной научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов «Высокие технологии в современной науке и технике» (г. Томск, 2018, 2019); VI международной конференции «Авиамашиностроение и транспорт Сибири» (г. Иркутск, 2019); XII, XIII Международной научно-практической конференции «Современные проблемы машиностроения» (г. Томск 2019, 2020); I Международной научно-практической конференции «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов» (г. Томск, 2021).

Публикации. По результатам исследований опубликовано 16 научных работ, в том числе 2 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК РФ; 8 работ в сборниках трудов международных и всероссийских научно-технических конференций; 3 статьи в журналах, индексируемых в базе данных Scopus; 1 публикация в материалах конференций на английском языке, входящих в базу Scopus; 1 статья в других изданиях, 1 учебное пособие на английском языке.

Опубликованные материалы охватывают все научные результаты, полученные во время работы над диссертацией.

Структура и содержание работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы, включающего 102 наименования. Диссертация содержит 136 страниц текста, включает 1 таблицу и 38 рисунков.

В первой главе проведен литературно-патентный анализ исследований волновых торцевых передач, рассмотрены принципы их работы, а также преимущества и недостатки. Анализ показал, что волновые торцевые передачи с внутренним эвольвентным зацеплением имеют высокие показатели по металлоемкости, обеспечивают в компактных конструкциях реализацию широкого

диапазона передаточных отношений, кинематика не накладывает ограничения на выбор модулей пар зубчатых колес и выполнение условий межосевых расстояний, что расширяет область их оптимального конструирования. Однако волновые торцевые передачи не нашли широкого промышленного применения как в России, так и за рубежом. Это объясняется рядом присущих им недостатков, обусловленных применением внутреннего конического эвольвентного зацепления, которое не учитывает многогранность взаимодействия зубьев при сферическом движении.

В второй главе представлены структура, принцип работы и кинематика волнового торцевого кинематического редуктора.

Третья глава посвящена геометро-кинематической теории зацепления волнового торцевого кинематического редуктора. Для этого была разработана математическая модель зацепления с учетом особенностей взаимодействия зубьев при пространственно-сферическом движении; описан профиль зубьев системой уравнений в нормальном сечении зубьев для внутреннего зацепления.

В четвертой главе представлено описание профилирования зубьев блока шестерен и колес волнового торцевого кинематического редуктора с помощью САПР и проведен анализ влияния геометрических параметров зацепления на форму профиля и на многопарность зацепления.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы работы.

ГЛАВА 1 АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ ВОЛНОВЫХ ТОРЦЕВЫХ РЕДУКТОРОВ

1.1 Анализ современных тенденций развития передач зацеплением

Сегодня, оценивая уровень развития современного человечества и анализируя причины технического прогресса, мы обнаруживаем, что шестерня, или промышленное колесо, – основной элемент, приведший нашу цивилизацию к прогрессу и процветанию, получила широкое распространение всего сто лет назад. Несмотря на такую значительную роль, которую сыграла шестерня в ходе научно-технического прогресса, мы редко замечаем ее присутствие в повседневной жизни, хотя ее изображение в виде простого диска с зубцами по краям является символом промышленного развития машинного производства [1].

Мы видим изображение зубчатого колеса в логотипах промышленных компаний, банков и на флагах некоторых стран, почтовых марках, некоторых монетах. В геральдике начиная с 18 в. используют изображение шестерни. После 1848 г. эта эмблема появляется в городских гербах с целью подчеркнуть наличие в этих городах фабричного или заводского производства [2]. В Европе шестерня получила международное распространение и признание как эмблема техники и промышленности в последней четверти 19 в. Шестеренку можно встретить на гербах некоторых государств, например, на гербе Анголы, Ботсваны. Центральный банк Филиппин в своём логотипе использует шестеренку. В Великобритании на монете 2 фунтов в центре представлено колесо. Китай использует зубчатое колесо на своем гербе [3].

В бывшем СССР тоже отдавали должное шестерне. На монете 1924 г. изображена шестеренка. На гербе города Кемерово, города Барановичи Брестской области присутствует изображение шестерни, подчеркивая принадлежность этих городов к производству или машиностроению [4].

Шестерня редко замечается, но присутствует во всех механических или электромеханических машинах, наручных часах, на двигательном валу в

гигантских двигателях. Это та же самая шестерня, хотя и разных размеров и материалов.

Развитие современного машиностроения идет по пути непрерывного возрастания удельной энергонасыщенности машин, увеличения скорости движения и передаваемых нагрузок с одновременным ужесточением требований к виброакустическим и точностным характеристикам. В связи с этим современные тенденции совершенствования механических передач, составляющих основу привода практически всех машин, характеризуются требованиями к следующим показателям: нагрузочная способность; компактность и удельная материалоемкость; КПД; уровень звуковой мощности и вибраций; кинематическая точность; стоимость [5].

Необходимость постоянного совершенствования редукторов требует решения трех основных вопросов [6, 7]: установления инженерной характеристики технического уровня редукторов; объективной оценки существующего положения в редукторостроении; разработки способов дальнейшего улучшения характеристик редукторов.

Согласно данным [8] в современных редукторах (эвольвентных или с зацеплением Новикова) для крутящего момента на выходном валу $T=1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$, удельная материалоемкость равна $0,1 \text{ кг}/\text{Н}\cdot\text{м}$. Способы упрочнения зубьев: цементация, закалка при нагреве ТВЧ, азотирование, а также улучшение; финишная обработка после поверхностного упрочнения, как правило, отсутствует. Продольная модификация используется пока редко. Реальная степень точности улучшенных и азотированных передач – восьмая, цементированных и закаленных при нагреве ТВЧ – девятая.

Анализ исследований, проведенных в России и за рубежом, показал, что повышение нагрузочной способности механических передач зацеплением ведется по следующим направлениям: совершенствование конструкции традиционных передач; увеличение твердости рабочей поверхности зубьев; применение планетарных передач с разветвлением потока мощности; разработка новых разновидностей передач; создание новых систем зацеплений, в основном

многопарных, с использованием принципа равномерного распределения нагрузки между сопряженными зубьями.

Новые виды зацеплений имеют меньшие весогабаритные характеристики и в то же время более высокие прочностные показатели.

Метод получения огибающей семейства плоских кривых предложен Х.И. Гохманом в конце 19 века и был применен И.И. Колчиным [9] и И.А. Фрайфельдом [10] при расчете профиля инструмента для нарезания колес с различным профилем методом огибания.

С начала 20 века Х.Ф. Кетов [11], Я.И. Дикер [12], В.А. Чудаков [13] и Д.Н. Решетов [14] направили свои усилия на разработку эвольвентного зацепления с улучшенными параметрами. Геометрии эвольвентного зацепления были посвящены монографии В.Л. Гавриленко [15], В.Н. Кудрявцева [16] и других авторов.

Работы Я.И. Дикера [12], В.Л. Гавриленко [15] и И.А. Болотовского [17] способствовали развитию внутреннего эвольвентного зацепления. Применение внутреннего зацепления с малой разностью количества зубьев для повышения коэффициента полезного действия планетарных редукторов.

Развитию общих вопросов геометрии плоских зацеплений были посвящены работы И.И. Колчина [4], П.А. Калашникова [18] и др.

Циклоидальному зацеплению были посвящены работы В.Н. Кудрявцева [16, 19], В.Л. Юдина [20], В.М. Шашкова [21] и др.

Одним из способов удовлетворения требования к увеличению технического уровня зубчатых передач является разработка новых зацеплений сопряженных поверхностей зубьев колес. В зацеплении Новикова на одном колесе зубья имеют выпуклые, а на другом – вогнутые сопряженные поверхности. Работы вышеназванных авторов способствовали увеличению нагрузочной способности, повышению точности и кинематических возможностей зубчатых передач и упрощению технологии их изготовления.

Рассмотрим преимущества и недостатки самых известных зацеплений.

1.1.1 Эвольвентное зацепление

Зубчатая передача с эвольвентным профилем зуба, разработанная Л. Эйлером, является одной из самых известных зубчатых передач.

Совершенствование эвольвентных цилиндрических передач происходит несколькими путями. В работе [22] предлагается использовать косозубые эвольвентные передачи с малым числом зубьев шестерни $Z_{III} \geq 1$ и углами зацепления $\alpha_w = 0 - 90^\circ$. Эти передачи имеют широкие кинематические возможности, но вследствие большого угла зацепления нагрузки на опоры значительно возрастают.

Для повышения технического уровня редукторов, предназначенных для однонаправленной передачи крутящего момента, в работах [23, 24] предлагается использовать несимметричный эвольвентный профиль, в котором угол зацепления на одной стороне зуба с преимущественным направлением нагружения увеличен по сравнению с углом другой стороны. Повышение угла зацепления в несимметричных передачах способствует повышению изгибной и контактной прочности зубьев, создает благоприятные условия для образования контактной гидродинамической пленки, снижает относительное скольжение профилей. За счет выбора параметров нерабочих профилей зубьев и использования переходной кривой с поднутрением у основания нерабочих профилей можно обеспечить необходимую податливость зубьев под нагрузкой. При этом несимметричные зубья с повышенными углами зацепления оказываются менее жесткими, чем симметричные зубья с существенно меньшими углами зацепления. Это приводит к более плавной работе передачи.

В [25–27] разработаны и исследованы эвольвентные самотормозящие передачи с косозубыми колесами. Эффект самоторможения обеспечивается за счет использования заплоской зоны зацепления и больших углов наклона, составляющих более 80° . Эти передачи имеют более высокий КПД при прямом направлении вращения, меньшую высоту зубьев и увеличенную нагрузочную

способность по сравнению с червячными передачами. Но эти передачи имеют некоторые недостатки, такие как большие распорные и осевые нагрузки на опоры.

Следовательно, традиционное эвольвентное зацепление продолжает совершенствоваться в направлениях использования колес с малым числом зубьев, несимметричного профиля зубьев и заплоской зоны зацепления.

1.1.2 Зацепление Новикова

Несмотря на то, что эвольвентное зацепление является самым распространенным зацеплением в зубчатых передачах, М.Л. Новиков опроверг этот факт. Он является одним из важнейших разработчиков зацепления косозубых колес для передачи вращения между параллельными осями с высокой нагрузочной способностью [28].

Для удовлетворения теореме Эйлера–Савари до М.Л. Новикова было предложено, что поверхности зубьев передач с параллельными осями находятся в линейном касании друг с другом, а их торцовые профили, которые располагаются в плоских сечениях, перпендикулярных осям вращения колес, являются взаимоогibaемыми кривыми [29].

Переход от линейного касания зубьев к поверхностному является сутью предложения М.Л. Новикова. В зацеплении М.Л. Новикова торцовые профили не являются взаимоогibaемыми кривыми, т. е. кривизны торцевых профилей зубьев колес Новикова не подчиняются соотношению Эйлера–Савари, следовательно, можно проектировать их как выпуклый и вогнутый профиль с малой разностью кривизн [29]. В процессе зацепления приведенная кривизна поверхностей не меняется, поскольку поверхности зубьев колес Новикова – винтовые поверхности постоянного шага, а точка касания перемещается на каждой поверхности по одной и той же винтовой линии.

Активно продолжается совершенствование зацеплений Новикова в направлении создания новых исходных контуров, обеспечивающих несколько линий зацепления, для производства которых необходима высокая точность изготовления и сборки. В передаче (Symmarc) произведена японской фирмой

Hitachi [30] угол наклона зубьев 15° , исходный контур которой очерчен на головках и ножках дугами одинакового радиуса с центрами, расположенными на полюсной линии. уменьшение чувствительности передачи к погрешности изменения межосевого расстояния достигается за счет наличия эвольвентный участок с углом профиля около 8° в полюсной зоне. Модификация японской передачи (Symmarc) направлена на локализацию контакта на головках и ножках зубьев путем выбора величины сдвига полюсной прямой рейки относительно делительной окружности обрабатываемого колеса.

В работе В.Н. Кудрявцева были предложены исходные контуры для производства колес Новикова по методу огибания [29].

Несмотря на область применения при параллельных осях и стесненных габаритах передачи, зацепление М.Л. Новикова имеет недостатки, важнейшими из которых являются повышенная виброактивность, недостаточная прочность и довольно сложное изготовление.

1.1.3 Многопарное зацепление

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к передачам, обеспечивающим высокие передаточные отношения и одновременно отличающимся компактностью конструкции и небольшой материалоемкостью.

Интенсивное развитие робототехники наметило тенденцию совершенствования или создания новых типов передач, позволяющих реализовать большие передаточные отношения в компактных редукторах. В последнее время появились новые конструкции таких редукторов, в которых использованы зацепления с малой разницей зубьев [31].

Повышение требования к охране окружающей среды с точки зрения защиты от вредного воздействия шума и вибрации неуклонно диктует новое направление совершенствования редукторов, которое можно осуществить путем повышения точности изготовления деталей редуктора, совершенствования геометрии традиционных зацеплений и конструкции корпусных деталей, применения

плавающих колес, гасителей и специальных сплавов, обладающих высокой деформирующей способностью, использование зацеплений без пересопряжения зубьев (с непрерывным контактом – многопарное зацепление).

Эффективность применения многопарного зацепления с точки зрения излучения шумов и возникновения вибраций можно обосновать следующим образом. Известно, что в пределах рабочего участка линии зацепления изменяется число пар взаимодействующих зубьев. Поэтому при передаче крутящего момента непрерывно изменяется как усилие, приложенное к зубу, так и жесткость зацепления. Эти непрерывные изменения обуславливают появление параметрических колебаний, вызывающих возникновение шума.

Степень изменения жесткости по фазе зацепления зависит от соотношения погрешностей и упругих деформаций в зацеплении. Поэтому в передачах с традиционным эвольвентным зацеплением глубина модуляции жесткости по фазе зацепления будет больше, чем для многопарных зацеплений, так как в последних погрешности по шагу усредняются, а нагрузка в сопряженных парах зубьев уменьшается. Погрешности изготовления совместно с упругими деформациями элементов передачи приводят к статической неопределимости зубчатой передачи, в связи с чем нагрузки на зубьях становятся переменными и зависимыми от указанных факторов.

С этой точки зрения идеальными являются передачи с непрерывным взаимодействием зубьев, т. е. передачи с многопарным зацеплением зубьев, равным 100 %. В этих передачах зубья находятся в непрерывном взаимодействии, не пересопрягаясь. Вследствие этого в реальной передаче с многопарным зацеплением степень изменения жесткости зубьев, следовательно, и уровень излучаемого шума и вибраций меньше. Об этом свидетельствуют результаты исследований редукторов Cyclo [32–34], в которых отмечается плавность работы и низкий уровень шума этих передач.

Кинематическая точность любого редуктора оказывает прямое или косвенное влияние практически на все показатели, определяющие его технический уровень. Так, погрешности изготовления и монтажа в реальных передачах

увеличивают неравномерность нагружения отдельных элементов передач, снижают их нагрузочную способность, вызывают повышенные износы, вибрации и шум. В соответствии с вибрационной теорией динамические нагрузки возникают вследствие кинематических погрешностей и изменения жесткости зубьев [35, 36]. Поэтому пути совершенствования механических передач по любому показателю требуют снижения кинематических погрешностей.

В работе [37] отмечается два принципа повышения кинематической точности приводов: применение зубчатых передач с многопарным зацеплением, уменьшение сил трения и особенно их переменности, являющихся источником скачкообразности перемещения.

Существующие передаточные механизмы на базе цилиндрических, планетарных цилиндрических передач не в полной мере отвечают всевозрастающим современным требованиям к кинематической точности, главным образом из-за несоблюдения вышеприведенных принципов.

Кроме того, в связи с расширением гаммы промышленных роботов, требующих высокой точности позиционирования рабочих органов, и стремительным прогрессом в области техники управления с помощью микроэлектроники неуклонно возрастает спрос на компактные редукторы с высокой кинематической точностью. Для этих целей управляемый электродвигатель komponуют, как правило, с соосным редуктором, к которому, кроме вышеперечисленных, дополнительно предъявляются следующие требования: отсутствие бокового зазора в зацеплении, высокая крутильная жесткость, малый момент страгивания и низкая инерционность вращающихся деталей.

Анализ тенденций развития типажа редукторов общего назначения свидетельствует об интенсивном изменении структуры выпуска в пользу мотор-редукторов с соотношением 70:30 [38]. При этом, стремясь обеспечить минимальные габариты приводов, все большее внимание ученые уделяют планетарным редукторам. Кроме того, немаловажным фактором, определяющим тенденции развития типажа редукторов, является диапазон передаточных

отношений. По данным [39, 40], наибольшее применение в России имеют редукторы с передаточным отношением $i = 10 \div 160$ (рис. 1.1), причем максимум составляет $i = 40$. Указанный диапазон передаточных отношений, а также диапазон моментов (рис. 1.2) редукторов общемашиностроительного применения успешно реализуются при рациональных габаритах планетарными редукторами.

В целом анализ тенденций развития и совершенствования передач зацеплением показал, что повышение практически всех функциональных показателей наиболее целесообразно реализовывать путем применения прецессионных передач и новых систем зацепления с многопарным сопряжением зубьев [41].

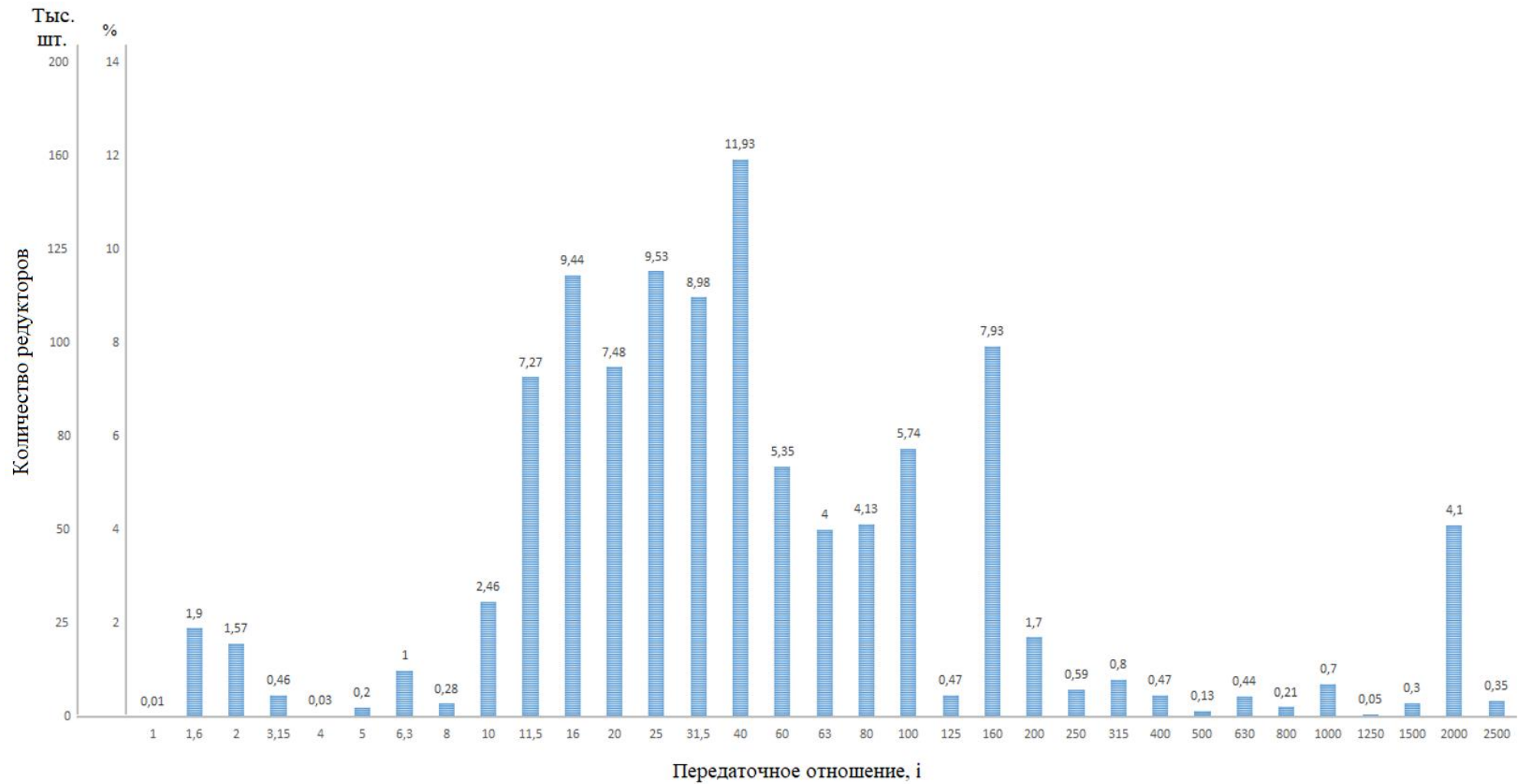


Рисунок 1.1 – Гистограмма, характеризующая потребности промышленности в редукторах с различными значениями передаточных отношений [39]

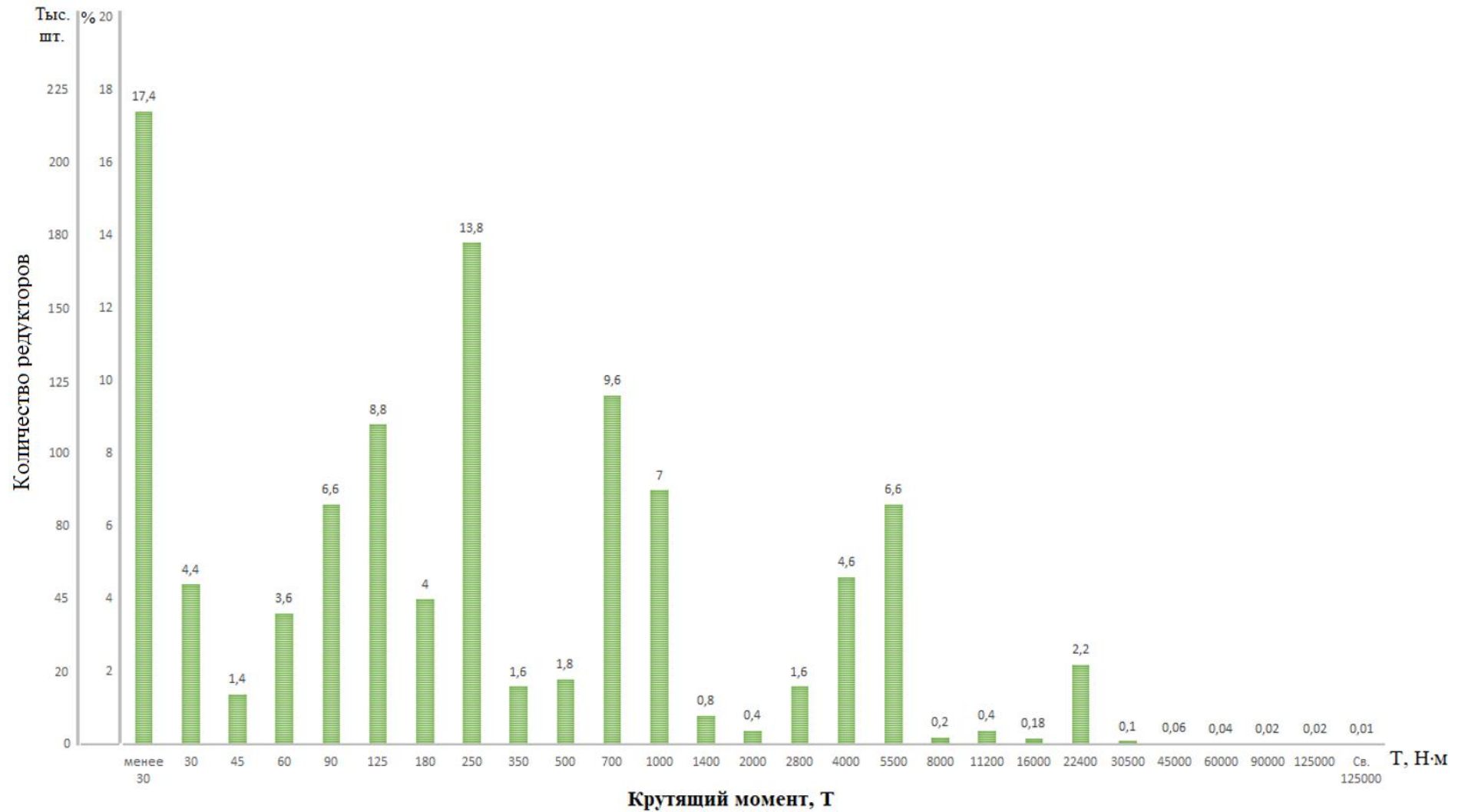


Рисунок 1.2 – Гистограмма, характеризующая потребности промышленности в редукторах с различными значениями крутящих моментов [39]

1.2 Волновые редукторы с многопарным зацеплением

Планетарные редукторы и их разновидности – волновые, внецентроидные с цевочным зацеплением, кривошипно-конические – наиболее полно удовлетворяют требованиям компактности, снижения материалоемкости, расширения кинематических и функциональных возможностей приводов современного промышленного оборудования и машин различного назначения [42, 43].

1.2.1 Волновые редукторы с гибким звеном

Творческие поиски исследователей привели к созданию принципиально новой передачи – волновой. Впервые принцип такой передачи предложен в СССР в 1944 г. А.И. Москвитиным [44], однако первый патент по волновым зубчатым передачам был выдан в 1959 г. в США У. Масеру [45]. Волновые зубчатые передачи (ВЗП), направленные на совершенствование механических передач, в известной степени удовлетворяют ряду требований к приводу современной техники.

Конструкция волнового редуктора ВЗ-160 показана на рисунке 1.3. В корпусе редуктора – 1 установлено на посадке с гарантированным натягом жесткое зубчатое колесо – 3. На ведущий вал – 5 насажен генератор волн – 4. Соединение ведущего вала – 5 с генератором – 4 осуществлено при помощи шарнирной муфты – 6. Гибкое колесо – 2 выполнено в виде тонкостенного стакана и связано с тихоходным валом при помощи зубчатого соединения.

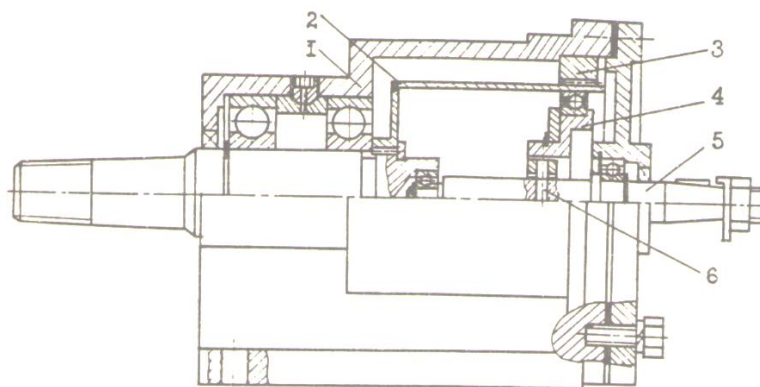


Рисунок 1.3 – Волновой редуктор ВЗ-160

В последнее время появились разработки торцевой волновой зубчатой передачи (ТВЗП), отличающейся от волновой зубчатой передачи меньшими осевыми габаритами, а также наличием эвольвентно-конических колес (гибкого с наружным и жесткого с внутренними зубчатыми венцами).

На рисунке 1.4 представлена ТВЗП [46], содержащая вмонтированные в корпус – 1 подвижное жесткое колесо – 2, ведомый вал – 5, генератор волн деформаций – 3 и ведущий вал – 4. Отмечается, что гибкое колесо изготовлено из пакета кольцевых мембран и является многослойным, что позволяет повысить нагрузочную способность подобных передач.

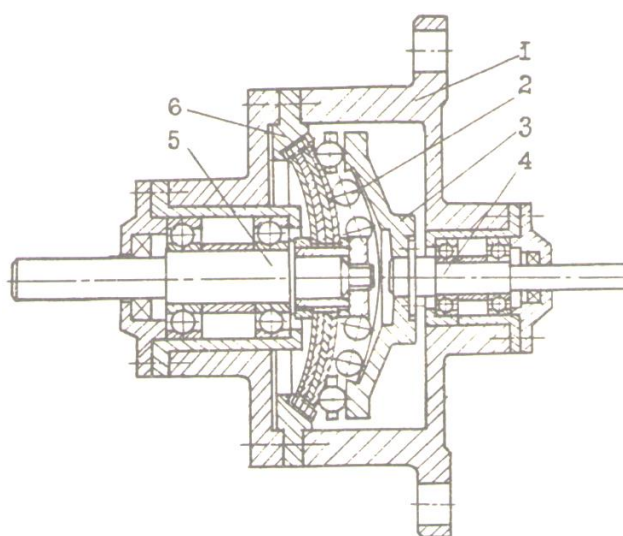


Рисунок 1.4 – Торцевая волновая зубчатая передача

Волновые передачи характеризуются такими положительными качествами, как: многопарность зацепления (до 40 % пар зубьев), большие передаточные отношения (до $i=300$ в одной ступени), сравнительно высокий КПД (при $i=100$, $\eta=0,8-0,9$). Надежность и долговечность волновых передач в основном зависят от прочности гибкого колеса и подшипника волнообразователя.

Экспериментальными исследованиями [47] установлено, что основными причинами потери работоспособности волновых передач являются: при $i < 100$ – усталостное разрушение подшипников качения генераторов волн, при $i > 100$ – усталостное разрушение гибких колес.

Волновые передачи имеют сравнительно высокую кинематическую точность, однако в спектре кинематической погрешности преобладают высокочастотные составляющие, частота проявления которых равна частоте пересопряжения зубьев. Сравнение экспериментальной кривой кинематической погрешности ВЗП, полученной в работе [48], с аналогичной кривой для обычного редуктора показывает, что численное значение высокочастотной составляющей погрешности волновой передачи составляет 80–90 % от величины кинематической погрешности ведомого вала в целом (против 15–25 % в обычных зубчатых передачах) [49, 50]. Таким образом, в волновых передачах происходит трансформация низкочастотной погрешности в высокочастотную. В реверсивном режиме работы волновой передачи ошибка положения ведомого звена определяется в основном крутильной жесткостью выходных элементов кинематической цепи. Эта кинематическая погрешность для волновых передач может в несколько раз превышать кинематическую погрешность от неточностей изготовления зубчатых колес [47].

Теоретические исследования низкочастотной погрешности, проведенные в работе [51], показали, что погрешность окружного шага зависит от числа волн деформации. Наибольшая накопленная суммарная погрешность окружного шага двухволновой зубчатой передачи в 2–2,5 раза меньше погрешности одноволновой передачи, близкой к погрешностям обычной зубчатой передачи с внутренним зацеплением, при небольшой разнице в числе зубьев колес. Погрешность трехволновой передачи меньше, чем двухволновой, примерно на 20 %.

Кроме того, гибкое колесо находится в сложном напряженном состоянии. Умноженный на коэффициент $Z_1/(Z_2-Z_1)$ (в одноступенчатых редукторах) момент сил сопротивления непосредственно воспринимается гибким колесом. Это требует увеличения крутильной жесткости гибкого колеса, что приводит к уменьшению КПД передачи, так как часть мощности затрачивается на деформацию гибкого колеса в связи с гистерезисом ее материала. Также следует отметить, что мгновенное передаточное отношение будет величиной непостоянной из-за упругости гибкого колеса в направлении угла собственного вращения генератора.

В герметичных волновых передачах уменьшение деформации зубьев по мере уменьшения расстояния от дна стакана приводит к небольшому относительному скольжению зубьев гибкого и жесткого колес в процессе зацепления, приводящему к износу. Силы трения в зацеплении вызывают скачкообразность вращения ведомого вала.

В процессе эксплуатации волновых передач обнаружилось так называемое явление «прощелкивания» зубьев, которое состоит в том, что из-за интерференции и недостаточной жесткости наружного колеса срезаются зубья [52].

Передача, представленная на рисунке 1.5 [53], содержит корпус – 1, в котором жестко установлены зубчатые колеса – 2–4. На входном валу установлен волновой генератор – 5 с гибким шарикоподшипником – 6. Гибкое колесо – 8 связано с ведомым валом – 7. Для повышения кинематической точности жесткое колесо выполнено в виде зубчатых колес – 2–4, нарезанных совместно и развернутых относительно друг к другу при установке на угол $\alpha = 2\pi/k \cdot i$ град, где k – число волн, i – число зубчатых колес. При работе передачи положение гибкого колеса будут определять зубья жесткого колеса с минимальной погрешностью.

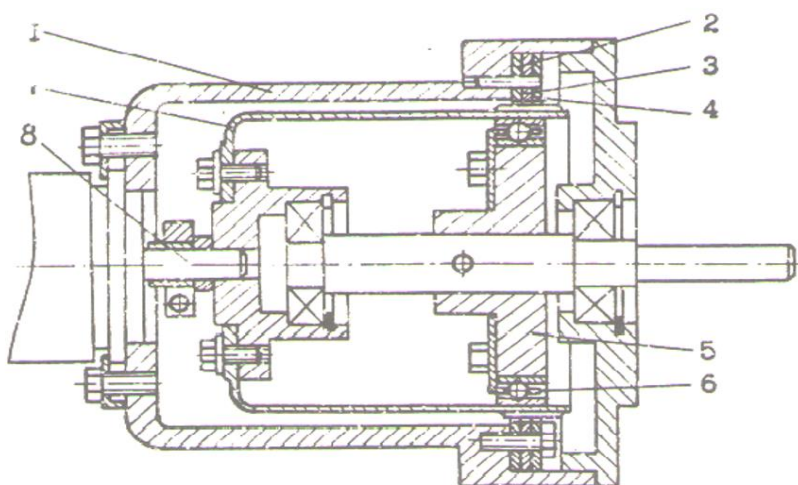


Рисунок 1.5 – Волновая зубчатая передача

Для повышения кинематической точности и выборки зазоров в зацеплении ВЗП, приведенная на рисунке 1.6 [54], снабжена дополнительной волновой передачей, состоящей из венца гибкого колеса и дополнительного жесткого колеса – 5, которое прижимается к торцу основного жесткого колеса – 6 с помощью

неподвижного диска – 3 винтовой пружины – 2. Усилие прижима регулируется гайкой – 1. Передаточное отношение дополнительной волновой передачи отличается от основной на 0,1–5 %. При вращении вала электродвигателя – 8 генератор – 7 вводит гибкие колеса – 4 и 9 в зацепление с жесткими колесами – 5 и 6, тем самым заставляя вращаться гибкие колеса в направлении, противоположном вращению генератора. Так как передаточное отношение дополнительной передачи отличается от передаточного отношения основной передачи, то колеса – 6 и 9 вращаются с разными скоростями, поэтому в основной и вспомогательной передачах возникает безззорное зацепление.

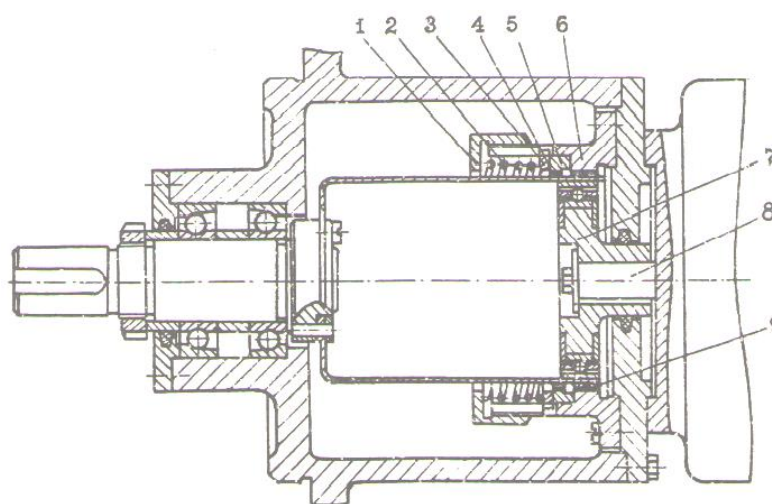


Рисунок 1.6 – Волновая передача с повышенной кинематической точностью

Одним из факторов, ограничивающих широкое применение волновых передач, является высокий предел нижнего передаточного отношения, составляющий $i \approx 70-80$ [55]. Нижнее значение передаточного отношения волновых редукторов общего назначения в стандартах США, Японии и СССР равно 80 [56]. Это сужает их применение, так как, по данным центрального научно-исследовательского института технологии машиностроения (ЦНИИТМАШ), потребность РФ в редукторах с передаточным отношением $i > 80$ не превышает 8 %.

Вместе с тем, согласно [55], передаточное отношение менее 80 можно получить в сдвоенной волновой зубчатой передаче (СВЗП) (рис. 1.7). Показано, что СВЗП обладает пониженной нагрузочной способностью по сравнению с ВЗП. Это

объясняется тем, что гибкое колесо СВЗП во внутреннем волновом зацеплении – 3 не имеет опоры на генератор – 1, вследствие чего радиальные силы в этом зацеплении существенно изменяют форму гибкого колеса под нагрузкой и вызывает интерференцию зубьев на входе в зацепление – 2. Обнаружено снижение ресурса СВЗП по сравнению с ресурсом ВЗП, вызванное увеличением напряжений в гибком колесе в связи с изменением формы гибкого колеса под нагрузкой.

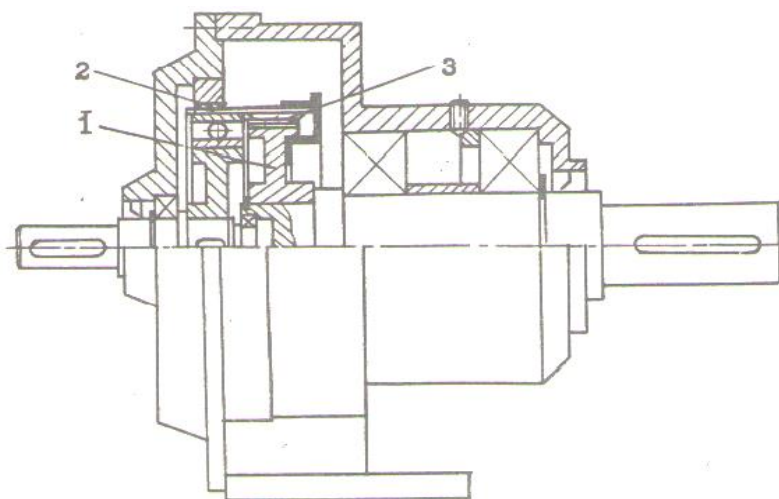


Рисунок 1.7 – Сдвоенная волновая зубчатая передача

В последнее время предложены варианты передачи, по конструкции и принципу действия схожие с волновыми передачами, только в них отсутствуют гибкие элементы.

1.2.2 Волновые редукторы с жесткими звеньями

Передача, названная автором [57] «волновой передачей», показана на рисунке 1.8. Передача состоит из жесткого неподвижного колеса – 1 внутреннего зацепления, концентрично которому размещено подвижное жесткое колесо – 2 наружного зацепления, генератора – 7, в кольцевом эллиптическом пазе которого расположено гибкое колесо, состоящее из тел качения – 5 внутреннего ряда и тел качения – 6 внешнего ряда. Генератор – 7 крепится на входном валу – 9, который

установлен в подшипниках – 8. Подвижное колесо – 2 крепится на выходном валу – 4, который находится в подшипниках – 3.

При вращении генератора – 7 эллиптические поверхности воздействуют на тела качения – 5 и 6, вводя их в зацепление с жестким колесом – 1 внутреннего зацепления и колесом – 2 наружного зацепления. В результате разницы в зубьях колеса – 1 и тела качения внешнего ряда – 6 тела качения обкатываются по зубьям колеса и вращаются в направлении, противоположном вращению генератора – 7. Жесткое колесо – 2 вращается в ту же сторону, что и гибкое колесо, и передает вращение выходному валу – 8. Судить о достоинствах и недостатках таких передач весьма трудно, так как мы не располагаем данными об их эксплуатации.

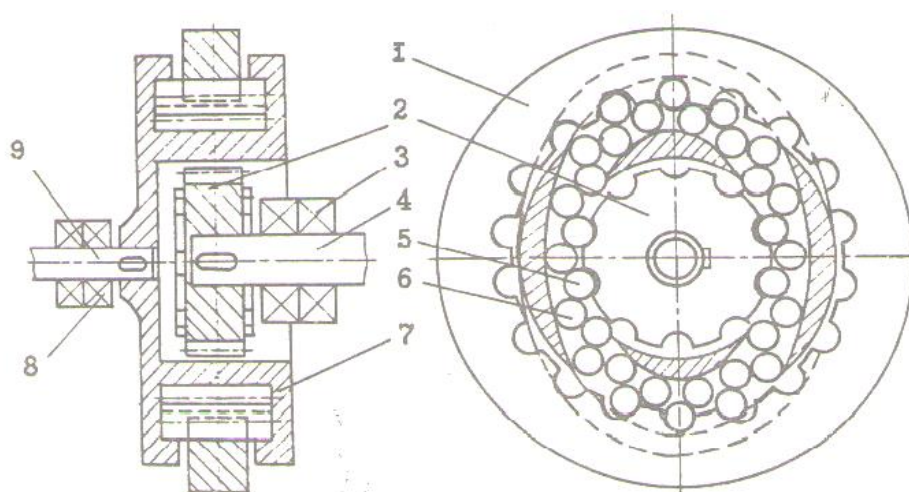


Рисунок 1.8 – Волновая передача с жесткими звеньями

Таким образом, волновые передачи имеют ряд существенных преимуществ перед другими типами передач, что и определяет их применение в промышленности.

Другим представителем планетарных передач с малой разницей зубьев сопряженных колес и многопарным зацеплением являются внецентроидные цевочные передачи, получившие название редукторы Cyclo. Редукторы Cyclo выпускаются серийно японской фирмой Sumitomo heavy industries, LTD, фирмой Braren Lorenz GmbH CYCLO Getriebbau Markt Indersdorf (ФРГ), фирмой Gream (США), фирмой Wellman Bibby (Великобритания) и др.

Фирма Braren Lorenz GmbH CYCLO Getriebau производит редукторы CYCLO типа DF2–DF6, имеющие: передаточное отношение $i=7-71$, номинальный крутящий момент $T=10-680 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $T_{\max}=70-2000 \text{ Н}\cdot\text{м}$, люфт 0,3–0,5 град, жесткость $G=1\cdot 10^4-3\cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м/рад}$. По данным исследования, редуктор CYCLO мощностью 18 кВт и передаточным отношением $i=11$ КПД составляет около 94 %.

Фирма Sumitomo heavy industries, LTD выпускает ряд средних редукторов типа Cyclo серии F с передаточным отношением $i=59, 87, 119,0$ мощностью 0,26–7,16 кВт, $T=11,1-543 \text{ Кг}\cdot\text{м}$, КПД выпускаемых редукторов достигает 84 %. Выпускаются также крупногабаритные редукторы мощностью до 30 кВт и крутящим моментом до $110\cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Передаточное отношение в редукторах Cyclo фирмы Wellman Bibby находится в пределах $i=11-87$ для одноступенчатых, до 7569 – для двухступенчатых, до 658303 – для трехступенчатых. Входная мощность колеблется от 60 Вт до 160 кВт. Отмечается, что этот вид планетарной передачи может воспринимать пиковые нагрузки со значением выше тех, которые могут выдержать обычные зубчатые передачи.

Фирма «Грэм» (США) выпускает редукторы Cyclo с циклоидным, эпициклоидным, а также с круговым профилем зуба. Последние выпускаются по лицензионному соглашению с японской фирмой «Шимпо» [33, 34].

В начале 1982 г. на японском рынке появились новые ряды циклоидных редукторов, характеризующиеся большой передаваемой мощностью и улучшенными условиями смазки [33].

На рисунке 1.9 представлена конструкция такой передачи [34]. Передача содержит ведущий вал – 4, на котором жестко закреплена втулка – 3 с двумя противоположными эксцентриками. На эксцентриках посредством подшипников – 1 и 2 установлены сателлиты – 10 и 11 с эпициклоидным профилем зуба. В корпусе редуктора – 5 по окружности расположены на осях цевки – 6, формирующие неподвижное цевочное колесо. В качестве механизма связи между сателлитами – 10 и 11 и ведомым валом – 9 использован механизм параллельных кривошипов, состоящий обычно из восьми осей – 8 с надетыми на них втулками – 7.

Схожие конструкции приведены в работах [33, 58]. В работе [58] отмечается, что передаточное отношение цевочных передач при оптимальных габаритах составляет $i=11-59$. Уровень одноступенчатой редукции может достигать значения 100:1, но наиболее благоприятным считается 70:1.

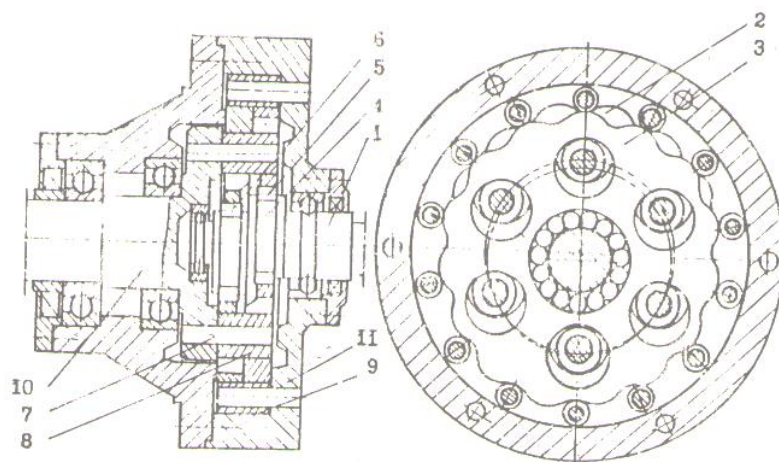


Рисунок 1.9 – Внецентроидная цевочная передача

Основной недостаток редукторов Сусло заключается в необходимости повышенных требований к точности расположения цевок зацепления и механизма параллельных кривошипов по диаметру и существенном нарушении равномерности распределения нагрузки между зубьями по мере их износа. Наличие связи сателлитов с ведомым валом в виде механизма параллельных кривошипов значительно снижает жесткость и ограничивает нагрузочную способность и долговечность этих передач.

Другим недостатком таких передач является нагружение подшипников сателлитов выходной нагрузкой – 1, размеры которой лимитируются установкой механизма параллельных кривошипов. С увеличением размеров подшипников повышаются и диаметральные размеры передач. Большие радиальные габаритные размеры передачи Сусло обусловлены тем, что подшипники сателлитных колес, механизм связи сателлитов с ведомым валом и зацепление расположены друг над другом в радиальном направлении.

Для расширения кинематических возможностей цевочные редукторы изготавливают с двойной редукцией. В этой конструкции можно получить большие передаточные отношения, но при этом усложняется конструкция и возрастают габариты редукторов в осевом направлении [58].

По данным работы [34], в настоящее время разрабатываются редукторы тройной редукции для сталеплавильных заводов. Передаточное отношение будет составлять $i=1000$.

Вопросам теоретического и экспериментального исследования внецентроидных цевочных передач посвящены работы [58–61]. В нашей стране промышленное производство этих передач не освоено.

В последнее время в литературе приводятся сведения о так называемых роликовых передачах. Конструкция однорядной роликовой передачи показана на рисунке 1.10. В корпус передачи – 1 вмонтированы зубчатое колесо – 2 с зубьями специального профиля и промежуточные ролики – 3, расположенные в радиальных направляющих пазах сепаратора – 4 и находящиеся во взаимодействии с одной стороны с кулачком – 5, а с другой – с зубьями колеса – 2. Ведущим звеном является кулачок – 5, который по аналогии с общепринятым названием, установившимся в волновых передачах, удобно назвать генератором волн зацепления. Вращение можно передавать зубчатым колесом – 2 при неподвижном сепараторе – 4 или же сепаратором – 4 при неподвижном колесе – 2.

Для уравнивания нагрузки, приложенной к валу генератора или зубчатому колесу, роликовые передачи могут выполняться спаренными. Здесь промежуточные звенья типа роликов расположены в два ряда и работают в противофазе.

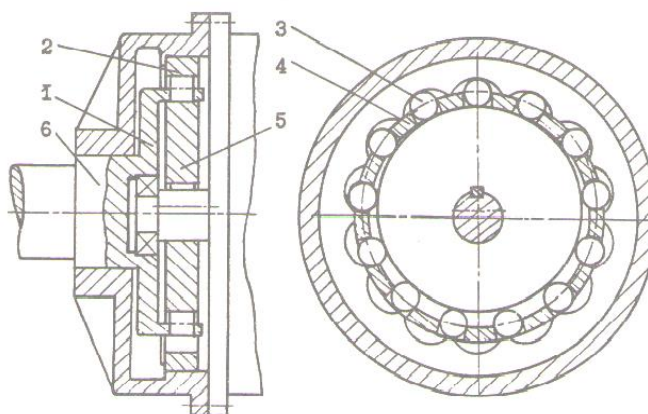


Рисунок 1.10 – Роликовый редуктор

В работе [62] отмечается, что нарезание зубьев специального профиля для роликовых передач невозможно осуществить на существующем зуборезном оборудовании с применением стандартного инструмента. Такие зубья можно изготовить методом копирования с применением специального инструмента, однако этот метод не может обеспечить необходимую точность. Для нарезания зубьев колес роликовых передач в [59] предлагается использовать специальное приспособление, состоящее из редуктора, кривошипно-шатунного механизма и пяти пар зубчатых колес. Причем для нарезания зубчатых колес с различным числом зубьев каждый раз необходимо менять гитару сменных шестерен.

КПД роликовых передач находится в пределах $\eta=0,6-0,7$ при $i=14$. С ростом передаточного отношения КПД резко падает и составляет $\eta=0,15$ при $i=100$ [63].

1.2.3 Волновые торцевые редукторы

Определенный интерес представляют волновые торцевые передачи, имеющие общие функциональные признаки – широкие кинематические возможности и относительную многопарность зацепления [64]. Специфика сферического движения сателлитного колеса позволяет применять в качестве непроницаемой стенки нормализованные сильфоны или гибкие мембраны [65]. Следовательно, волновые торцевые передачи обеспечивают возможность передачи вращения в герметизированное пространство через гибкую стенку [66]. Согласно

данным [67], количество одновременно зацепляющихся зубьев у волновых кривошипно-конических передач доходит до 10–12 пар зубьев.

По параметру кинематической точности известны волновые торцевые передачи с эвольвентным зацеплением. Это объясняется главным образом тем, что используемое в известных передачах коническое внутреннее эвольвентное зацепление не учитывает влияние особенностей сферического движения сателлита на постоянство передаточной функции. Волновые торцевые передачи с внутренним зацеплением являются сравнительно новым видом механических передач. Первое авторское свидетельство на такую передачу было выдано в Советском Союзе в 1949 г. [68]. Первая попытка теоретического исследования волновых торцевых передач была сделана в [69, 70].

В работе [64] сообщается о первой работающей конструкции волнового торцевого редуктора, схема которого представлена на рисунке 1.11.

На рисунке 1.11, а показана схема волнового торцевого редуктора с остановленным центральным колесом – 4 и механизмом связи сателлита – 3 с ведомым валом – 5 посредством универсального шарнира – 2. На рисунке 1.11, б приведена принципиальная схема волнового торцевого редуктора с подвижным упором сателлита в корпусе. В этом редукторе при вращении ведущего вала – 1 сателлит – 2, установленный на наклонном кривошипе, совершает прецессионное движение без вращения из-за жесткой связи с подвижным упором – 4. Вращение получает центральное коническое колесо – 3. По этой схеме был изготовлен опытный образец редуктора [69].

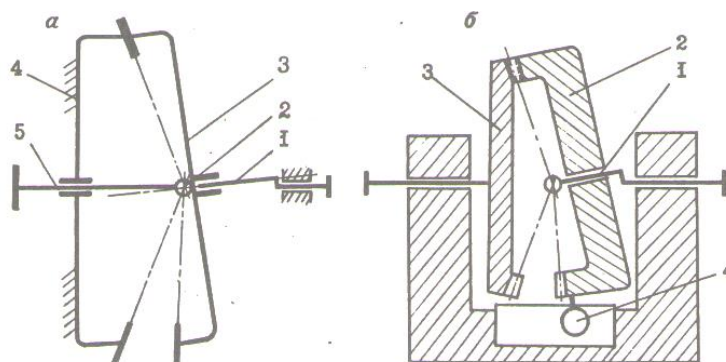


Рисунок 1.11 – Волновые торцевые редукторы: а) с неподвижным центральным колесом; б) с сателлитным колесом

В последующие годы за рубежом были запатентованы аналогичные конструкции волновых торцевых редукторов [71–75], которые различаются способом вращения сателлитного колеса, а также вариантами выполнения механизма связи сателлитного колеса с ведомым валом или корпусом.

В [72] рассматриваются конструкции двух торцевых передач с внутренним зацеплением, которые различаются способом сообщения вращения сателлитного колеса. Одна из передач схожа по конструкции с передачей из [69].

Рассмотрим конструкцию второй передачи, представленной на рисунке 1.12. На ведущем валу передачи – 1 закреплен генератор – 3 под небольшим углом γ к оси вращения ведущего вала. По торцевой поверхности генератора – 3 размещены шарики – 4, передающие колебательное движение без вращения сателлитному колесу – 2 с внутренним зацеплением. Сателлитное колесо – 2 удерживается от вращения вокруг собственной оси при помощи цилиндрического пальца – 5, скользящего в направляющем пазу корпуса редуктора – 6.

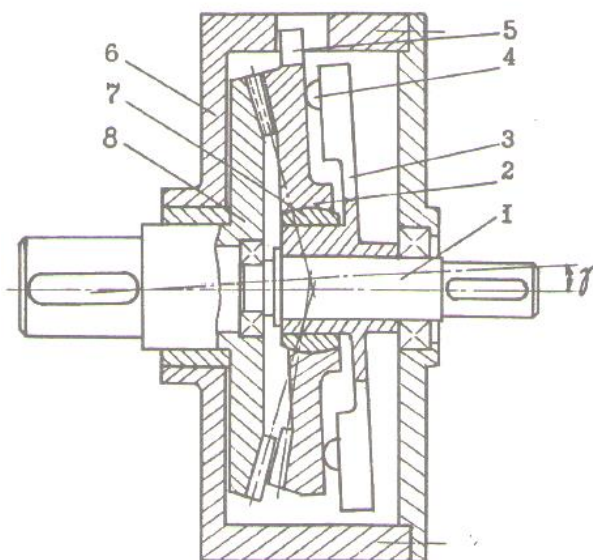


Рисунок 1.12 – Волновая торцевая передача с наклонной шайбой

Колебательное движение сателлитного колеса – 2 происходит на сферическом подшипнике скольжения – 7 в плоскости, проходящей через ось валика таким образом, что верхний зуб сателлитного колеса – 2 полностью входит в зацепление с колесом – 8. Из рисунка видно, что для правильного зацепления

зубьев конических колес – 2 и 8 коническое колесо – 2, кроме колебательного движения, должно совершать и радиальное перемещение. Это достигается при помощи эксцентрично выполненной втулки генератора – 3, на которой установлен подшипник.

Следует отметить, что в любом относительном положении колесо – 2 и 8 вершина делительного конуса наклонно установленного сателлитного колеса – 2 будет расположена на образующей делительного конуса колеса – 8. Максимальное радиальное перемещение сателлитного колеса – 2 в процессе работы передачи равно удвоенной величине эксцентриситета втулки диска – 3.

Среднее передаточное отношение такой волновой торцевой передачи определяется в [63] $i = -Z_2/(Z_3 - Z_2)$. Схожие по принципу работы конструкции приведены в [65]. Кинематические возможности рассмотренных передач оцениваются как $i = 10 - 100$ и выше [71].

Для уменьшения люфта в зацеплении в [71] предложена конструкция мотор-редуктора с люфтовывбиранием (рис. 1.13). Для этого ведомое колесо – 1, зацепляющееся с сателлитным колесом – 3, состоит из двух венцов, выполненных с возможностью поворота друг относительно друга, что позволяет регулировать зазор в зацеплении. Сильфон – 2 препятствует вращению колеса – 3 и одновременно разграничивает две зоны.

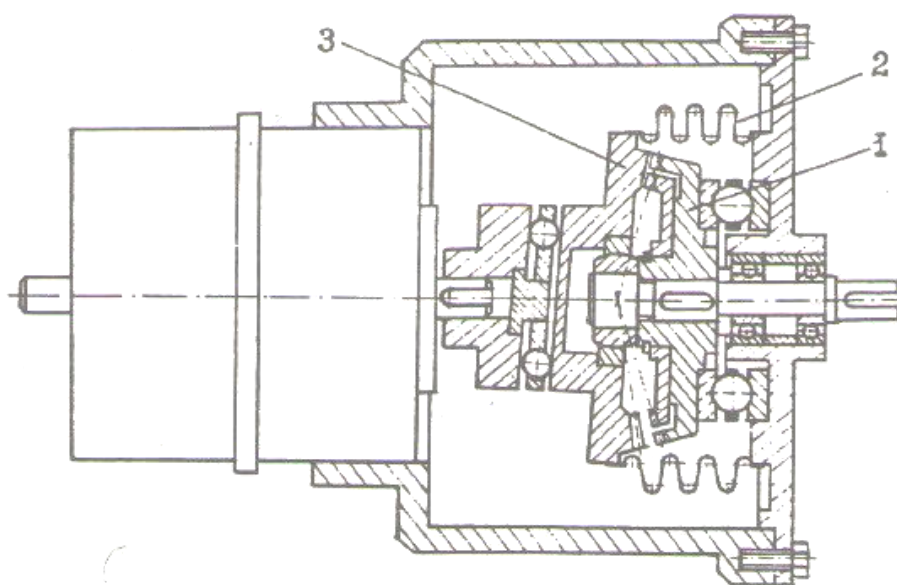


Рисунок 1.13 – Мотор-редуктор с люфтовывбиранием

В передаче на рисунке 1.14 [72] сателлитное колесо – 2 связано с ведомым валом – 3 посредством муфты – 1 постоянной угловой скорости. Муфта состоит из шариков – 5, расположенных в сферическом сепараторе – 4. В процессе работы редуктора шарики – 5 имеют постоянное направление движения по отношению к оси ведомого вала – 3. Они вращаются в плоскости, наклоненной к оси ведомого валика – 3, под углом, равным половине угла наклона ведущего конического колеса – 2.

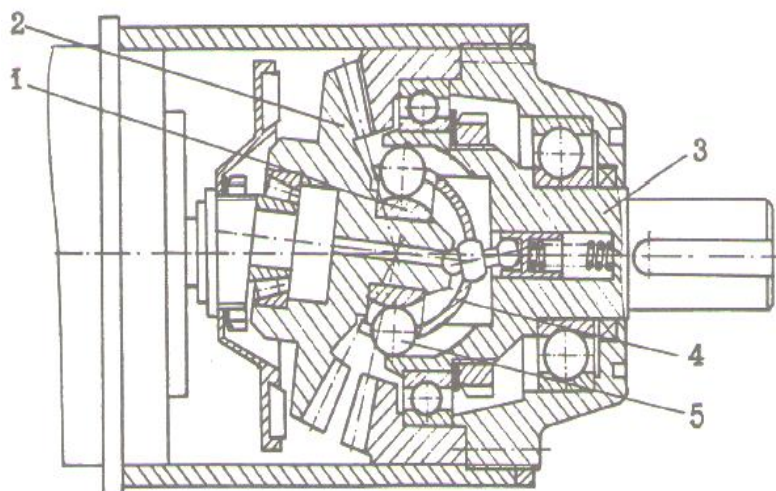


Рисунок 1. 14 – Волновая торцевая передача с муфтой, равной угловой скорости

1.3 Выводы по главе 1

Анализ исследований конструкций волновых передач показал, что волновые торцевые передачи с внутренним эвольвентным зацеплением имеют высокие показатели по металлоемкости, обеспечивают в компактных конструкциях реализацию широкого диапазона передаточных отношений, в том числе наиболее часто применяемых в промышленности (рис. 1.1); способствуют возможности передачи вращения в герметизированное пространство через гибкие непроницаемые мембраны; кинематика не накладывает ограничения на выбор модулей пар зубчатых колес и выполнение условий межосевых расстояний, что расширяет область их оптимального конструирования; обеспечивают низкие гидрпотери при их эксплуатации в сплошной смазочно-компенсационной среде; соосны, хорошо komponуются с электродвигателями.

Однако волновые торцевые передачи не нашли широкого промышленного применения как в России, так и за рубежом. Это объясняется рядом присущих им недостатков, обусловленных применением внутреннего конического эвольвентного зацепления, которое не учитывает многогранность особенностей взаимодействия зубьев со сферическим движением. Наиболее существенными недостатками являются: непостоянство передаточной функции, обуславливающее высокие кинематические погрешности положения ведомого вала, появление ударных нагрузок, шума и вибраций; наличие значительного скольжения в зацеплении, приводящего к скачкообразности вращения, вследствие чего появляются шум, вибрации, высокочастотные кинематические погрешности положения ведомого вала и др.; ограничения многопарности зацепления и технологические трудности нарезания зубьев с коническим внутренним эвольвентным зацеплением и др.

Учитывая достоинства волновых торцевых передач, при условии устранения присущих им недостатков, обусловленных использованием конического внутреннего эвольвентного зацепления, можно значительно повысить весь комплекс функциональных показателей этих передачи и расширить область их возможного применения.

Проведенный литературно-патентный анализ существующих редукторов показал, что волновой торцевой кинематический редуктор на данный момент является самым малоизученным. Его свойства, которые уже известны, говорят о том, что этот редуктор может успешно заменять другие виды редукторов.

Учитывая то, что до сих пор не отработана методика кинематического расчета геометро-кинематических параметров зацепления, возникает необходимость дальнейшего изучения волнового торцевого кинематического редуктора.

В соответствии с вышеизложенным, были сформулированы цель и задачи исследования, приведенные выше.

ГЛАВА 2 СТРУКТУРА И КИНЕМАТИКА ВОЛНОВОГО ТОРЦЕВОГО КИНЕМАТИЧЕСКОГО РЕДУКТОРА

В данной главе представлены геометрическая модель, принцип работы и кинематика волнового торцевого кинематического редуктора. В ней также подробно описаны компоненты волнового торцевого кинематического редуктора, архитектура, скорости и передаточное отношение.

2.1 Структура и геометрическая модель волнового торцевого кинематического редуктора

На рисунке 2.1. показана 3D виртуальная модель волнового торцевого кинематического редуктора, состоящего из следующих частей: 1 – генератора волн (ведущего вала); 2 – неподвижного колеса с количеством зубьев Z_2 ; 3 – блока шестерен с зубьями с двух торцов Z_3 и Z_4 (3); 4 – подвижного колеса с количеством зубьев Z_5 ; 5 – ведомого вала (6); 6 – корпуса [76].

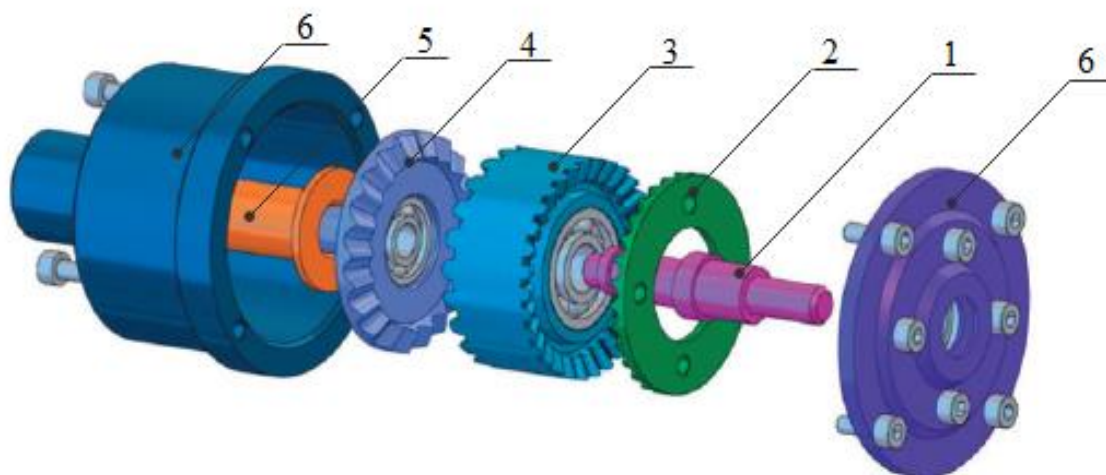


Рисунок 2.1 – Виртуальная 3D-модель волнового торцевого кинематического редуктора: 1 – ведущий вал (генератор волн); 2 – неподвижное колесо; 3 – блок шестерен; 4 – подвижное колесо; 5 – ведомый вал; 6 – корпус редуктора

В волновом торцевом кинематическом редукторе профиль зубьев неподвижного и подвижного колес в нормальном сечении является

криволинейным, а профиль зубьев блока шестерен в нормальном сечении является круговым.

На рисунке 2.2. показана сборка волнового торцевого кинематического редуктора. Чертежи волнового торцевого кинематического редуктора показаны в приложении № 2.

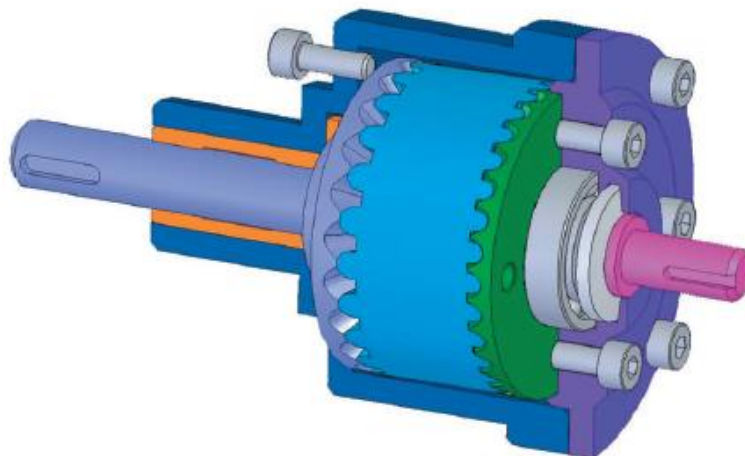


Рисунок 2.2 – Сборка волнового торцевого кинематического редуктора

2.2 Принцип работы

На рисунке 2.3 представлена структурная схема волнового торцевого кинематического редуктора, состоящего из пяти элементов: входного вала (генератора волн) – 1, выполненного в виде кривошипного валика; блока шестерен – 3, состоящего из двух конических колес внутреннего зацепления, которые свободно вращаются на входном валу; неподвижного конического колеса – 2 с наружным зацеплением; подвижного конического колеса – 4, жестко связанного с выходным валом – 5. Левый зубчатый конический венец (Z_3) блока шестерен – 3 находится в зацеплении с неподвижным коническим колесом – 2, а правый зубчатый конический венец (Z_4) – с подвижным коническим колесом – 4 [77].

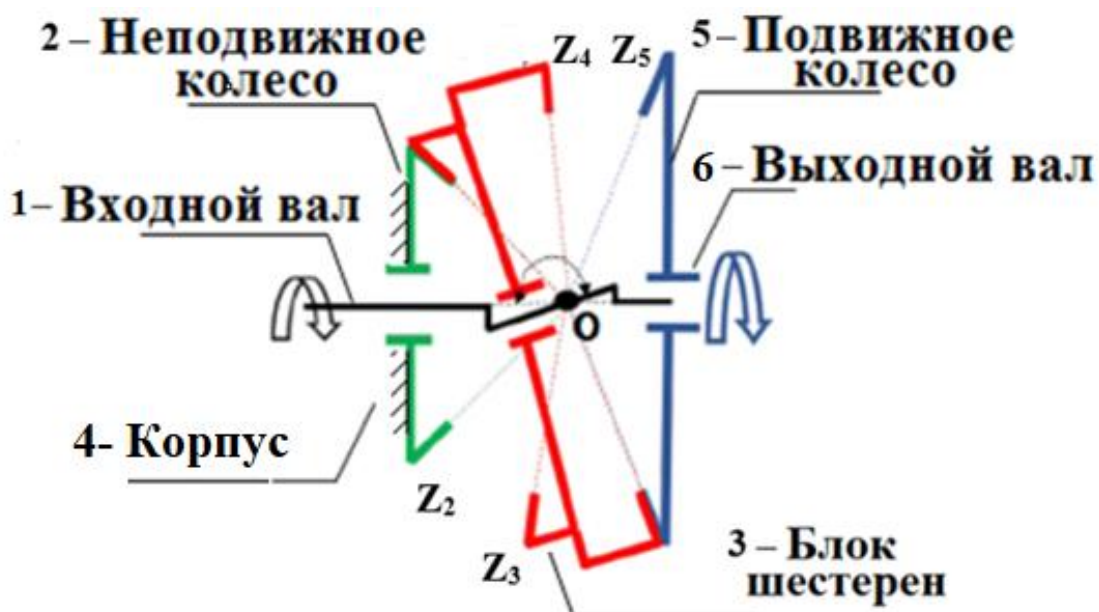


Рисунок 2.3 – Структурная схема волнового торцевого кинематического редуктора

Число зубьев неподвижного колеса и зубьев сопряженного с ним блока шестерен равно ($Z_3 = Z_2 + 1$), а число зубьев (Z_4) блока шестерен – 3 и подвижного колеса – 4 (Z_5) совпадает. В рассматриваемом редукторе делительные конусы неподвижного колеса – 2, блока шестерен – 3 и подвижного колеса – 4 имеют общую вершину, расположенную в точке O и лежащую на оси редуктора [78].

При вращении входного вала – 1 блок шестерен – 3 совершает сферическое движение относительно точки O посредством обкатывания зубьев венца Z_3 по зубьям неподвижного колеса – 2 (Z_2), входя одновременно в зацепление зубьями венца Z_4 с зубьями колеса Z_5 , блок шестерен – 3 передает вращение зубчатому колесу – 4, жестко соединенному с выходным валом – 5 [79].

2.3 Определение передаточного отношения

На рисунке 2.4 представлена принципиальная схема волнового торцевого кинематического редуктора. Сферическое движение блока шестерен – 7 в данный момент можно представить как вращение вокруг мгновенной оси вращения АОМ, описывающей в процессе движения поверхность неподвижного аксоида АОВ.

С другой стороны [80], это движение можно представить как результат сложения двух вращений вокруг осей, пересекающихся в точке О: переносного вращательного движения генератора – 1 вокруг оси O_2OO_5 с угловой скоростью ω_1 и относительного вращательного движения блока вокруг оси генератора O_1OO_4 с относительной угловой скоростью ω_{3r} . Абсолютная угловая скорость ω_3 блока шестерен – 7 будет равна сумме этих угловых скоростей и определяется по формуле

$$\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_{3r}. \quad (2.1)$$

Векторная диаграмма, иллюстрирующая формулу (2.1), представлена на рис. 2.4 справа. Здесь вектор $\vec{\omega}_1$ ориентирован по оси неподвижного и подвижного колес O_2OO_5 , вектор $\vec{\omega}_{3r}$ – по оси блока шестерен – 7 O_1OO_4 , вектор $\vec{\omega}_3$ – по мгновенной оси вращения АОМ.

Из параллелограмма векторов угловых скоростей видно, что

$$\frac{\omega_1}{\sin(180-\delta_2-\theta)} = \frac{\omega_1}{\sin(\delta_2+\theta)} = \frac{\omega_3}{\sin \theta} = \frac{\omega_{3r}}{\sin \delta_2}. \quad (2.2)$$

Из рис. 2.4 следует, что

$$\delta_2 + \theta = \delta_3; \quad \delta_5 + \theta = \delta_4.$$

Следовательно,

$$\frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_3} = \frac{r_2}{r_3} = \frac{Z_2}{Z_3} \quad (2.3)$$

$$\frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_3} = \frac{r_2}{r_3} = \frac{Z_2}{Z_3} \quad (2.4)$$

Из выражений (2.2)–(2.4) легко находится относительная и абсолютная скорости блока шестерен – 7

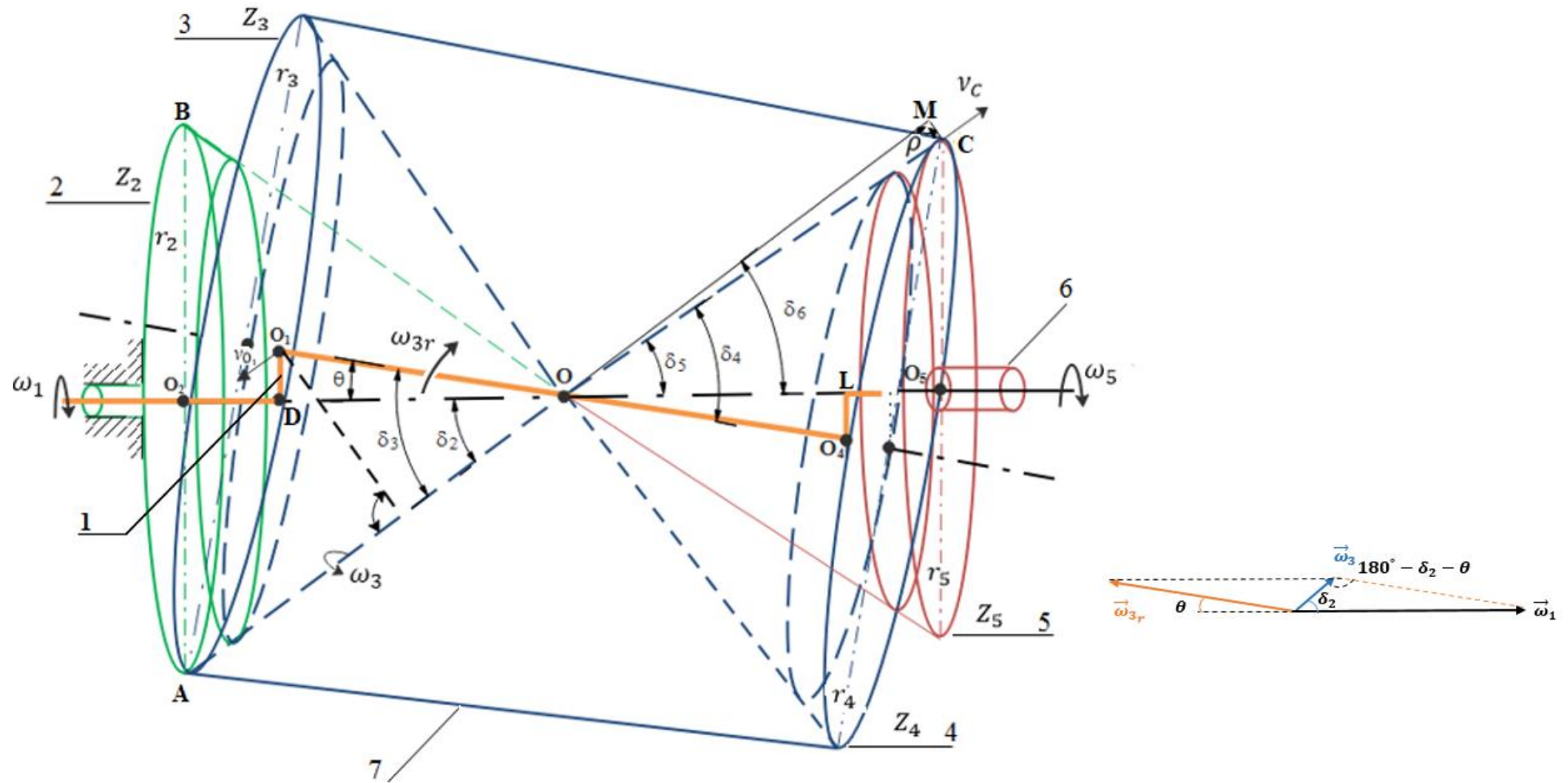


Рисунок 2.4 – Принципиальная схема волнового торцевого кинематического редуктора

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\sin \theta}{\sin \varphi_3}, \quad (2.5)$$

$$\omega_{3r} = \omega_1 \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_3} = \omega_1 \frac{Z_2}{Z_3}. \quad (2.6)$$

Для определения передаточного отношения редуктора используем метод Виллиса [81]. Мысленно сообщим основанию механизма угловую скорость $(-\omega_1)$, равную по модулю угловой скорости ведущего вала (генератора) – 1, но направленную в противоположную сторону. В этом случае обращенные угловые скорости всех звеньев редуктора будут следующими (рис. 2.4):

Для ведущего вала – 1

$$\omega_{обр1} = \omega_1 - \omega_1 = 0, \quad (2.7)$$

то есть ведущий вал остановлен;

для неподвижного колеса – 2

$$\omega_{обр2} = -\omega_1; \quad (2.8)$$

для блока шестерен – 7 (т. е. для венцов – 3 и 4)

$$\vec{\omega}_{обр3} = \vec{\omega}_1 + (-\vec{\omega}_1) + \vec{\omega}_{3r} = \vec{\omega}_{3r} = \vec{\omega}_{обр4} \Rightarrow$$

$$\omega_{обр3} = -\omega_{3r} = -\omega_1 \frac{Z_2}{Z_3} = \omega_{обр4}; \quad (2.9)$$

для подвижного колеса – 5

$$\omega_{обр5} = -\omega_5 - \omega_1. \quad (2.10)$$

Так как входной вал – 1 (рис. 2.4) остановлен, волновой торцевой кинематический редуктор превратился в передачу с последовательным соединением одноступенчатых конических передач, состоящих из пар зубчатых колес – 2, 3 и 4, 5. Для этих одноступенчатых передач справедливы соотношения

$$\frac{\omega_{обр2}}{\omega_{обр3}} = \frac{-\omega_1}{-\omega_{3r}} = \frac{\omega_1}{\omega_1 \frac{Z_2}{Z_3}} = \frac{Z_3}{Z_2} \quad (2.11)$$

и

$$\frac{\omega_{обр4}}{\omega_{обр5}} = \frac{-\omega_1 \frac{Z_2}{Z_3}}{-\omega_1 - \omega_5} = \frac{Z_5}{Z_4}. \quad (2.12)$$

Из соотношений (2.11) и (2.12) после ряда преобразований получаем

$$\begin{aligned}
\omega_1 \frac{Z_2}{Z_3} &= (\omega_1 + \omega_5) \frac{Z_5}{Z_4} = \omega_1 \frac{Z_5}{Z_4} + \omega_5 \frac{Z_5}{Z_4} \Rightarrow \\
\omega_1 \left(\frac{Z_2}{Z_3} - \frac{Z_5}{Z_4} \right) &= \omega_5 \frac{Z_5}{Z_4} \Rightarrow \\
\omega_1 \frac{Z_2 Z_4 - Z_3 Z_5}{Z_3 Z_4} &= \omega_5 \frac{Z_5}{Z_4}. \tag{2.13}
\end{aligned}$$

Таким образом, передаточное отношение волнового торцевого кинематического редуктора равно:

$$\begin{aligned}
i_{15}^2 &= \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{\frac{Z_5}{Z_4}}{\frac{Z_2 Z_4 - Z_3 Z_5}{Z_3 Z_4}} \Rightarrow \\
i_{15}^2 &= \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4 - Z_3 Z_5}. \tag{2.14}
\end{aligned}$$

Так как выходной вал волнового торцевого кинематического редуктора вращается в сторону, противоположную ведущему валу (генератору), формула (2.14) примет вид

$$\omega_{\text{обр}5} = i_{15}^2 = -\frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{Z_3 Z_5}{Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4}. \tag{2.15}$$

Тот же результат может быть получен другим способом (аналитическим) [82] при постоянной угловой скорости входного вала ω_1 .

Сферическое движение блока шестерен – 7 описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned}
\psi &= \omega_1 t; \\
\varphi &= -\omega_1 t \frac{r_2}{r_3}; \\
\theta &= \text{const}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Угловую скорость блока шестерен – 7 вокруг мгновенной оси определяем по формуле:

$$\omega_{\text{ш}} = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 + 2\dot{\psi}\dot{\varphi}\cos\theta}. \tag{2.17}$$

Дифференцируя уравнение (2.16) по времени и используя соотношение

$$\frac{r_2}{r_3} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_3},$$

уравнение (2.16) можно переписать в виде:

$$\omega_{III} = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{\sin^2 \delta_2}{\sin^2 \delta_3} - 2 \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_3} \cos \theta}, \quad (2.18)$$

подставляя в которое соотношение углов $\delta_2 = \delta_3 - \theta$, получаем

$$\omega_{III} = \omega_1 \frac{\sin \theta}{\sin \delta_3}. \quad (2.19)$$

Таким образом, блок шестерен – 7, входя в зацепление с неподвижным колесом – 2, сообщает последнему вращение вокруг мгновенной оси с угловой скоростью ω_{III} . Одновременно другой венец шестерни находится в зацеплении с зубьями подвижного колеса – 5 и сообщает ему вращение с угловой скоростью ω_5 . Зная угловую скорость блока шестерен – 7 ω_{III} и положение мгновенной оси, определяем скорость в точке С зацепления подвижного колеса – 5 с венцом блока шестерен – 3.

$$V = \omega_1 \cdot \rho = \omega_5 \cdot r_5, \quad (2.20)$$

где ρ – кратчайшее расстояние от точки С зацепления до мгновенной оси. Расстояние ρ , выраженное через параметры редуктора, подставляем в (2.20) и получаем формулу для определения угловой скорости подвижного колеса – 5.

$$\begin{aligned} \omega_5 = \omega_1 \frac{\rho}{r_5} &= -\omega_1 \frac{r_2 r_4 - r_3 r_5}{r_3 r_5} \Rightarrow \\ \omega_5 &= -\omega_1 \frac{Z_2 Z_4 - Z_3 Z_5}{Z_3 Z_5}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Передаточное отношение волнового торцевого кинематического редуктора определяем по формуле

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_5} = -\frac{Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4 - Z_3 Z_5} = \frac{Z_3 Z_5}{Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4}, \quad (2.22)$$

т. е. выражения (2.15) и (2.22) для передаточного отношения волнового торцевого кинематического редуктора, полученные различными способами, равноценны.

Анализ формулы (2.22) свидетельствует о том, что волновой торцевой кинематический редуктор позволяет реализовать широкий диапазон передаточных отношений. При этом максимальный кинематический эффект $i_{max} = Z_4^2 - 1$ достигается при соотношении зубьев:

$$Z_2 = Z_4; Z_3 = Z_4 + 1; Z_5 = Z_4 - 1. \quad (2.23)$$

При проектировании волнового торцевого кинематического редуктора возникает проблема оптимального подбора чисел зубьев, обеспечивающих заданное передаточное отношение. С целью упрощения поиска рациональных чисел зубьев по формуле (2.23) с помощью ЭВМ определены возможные варианты их соотношения для диапазона передаточных отношений i от 12 до 1900. Расчеты проводились при соотношении зубьев (2.23) (приложение № 1). На рисунке 2.5 показана зависимость передаточного отношения редуктора от соотношения количества зубьев.

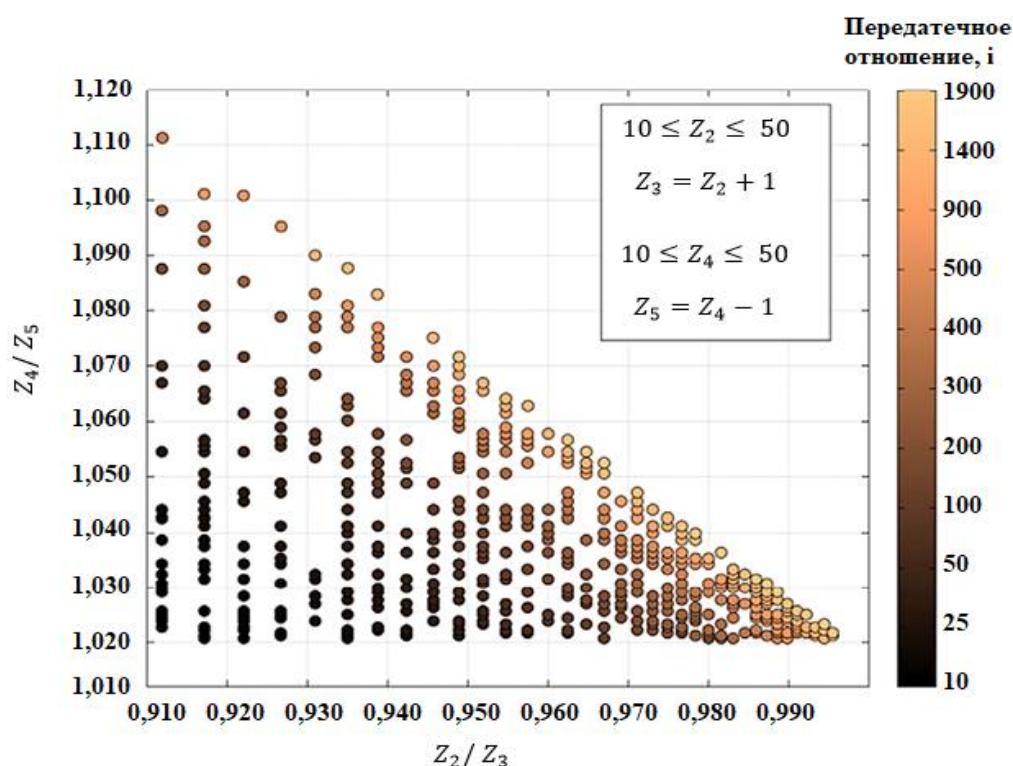


Рисунок 2.5 – Зависимость передаточного отношения редуктора i от соотношения числа зубьев неподвижного и подвижного колес и блока шестерен

Цветовая полоса представляет передаточное отношение редуктора (i). Как показано на рисунке 2.5, диапазон передаточного отношения в $12 \leq i \leq 1900$ при указанном соотношении количества зубьев неподвижного и подвижного колес и блока шестерен. Темные точки на рисунке представляют меньшие передаточные отношения, в то время как более светлые точки показывают более высокие передаточные отношения. Там, где светлые точки, может быть более одной

комбинации зубьев, чтобы выполнить один тип передаточного отношения. Например, существует три различных комбинации зубьев для передаточного отношения 25:1, но только одна комбинация зубьев для соотношения 50:1 [83].

2.4 Анализ влияния угла нутации θ на геометрию блока шестерен

Геометрия блока шестерен сильно зависит от угла нутации θ , который определяет размер и формы делительных конусов зубчатых колес блока шестерен. Математически мы можем рассчитать размер и форму этих конусов, учитывая количество зубьев зубчатых колес, шаг зацепления и угол нутации θ , а чтобы найти углы делительных конусов зубчатых колес – 2, 5 и блока шестерен – 7 были использованы следующие тригонометрические соотношения [84–86] :

$$\delta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\pi-\theta)}{\frac{z_3}{z_2} + \cos(\pi-\theta)} \right); \quad (2.24)$$

$$\delta_3 = \pi - \theta - \delta_2; \quad (2.25)$$

$$\delta_4 = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\pi-\theta)}{\frac{z_5}{z_4} + \cos(\pi-\theta)} \right); \quad (2.26)$$

$$\delta_5 = \pi - \theta - \delta_4. \quad (2.27)$$

Расстояние от центра нутации O до точек зацепления A и C (рис. 2.4) определится по формулам:

$$R_3 = \frac{d_3}{2\sin\delta_3}; \quad (2.28)$$

$$R_4 = \frac{d_4}{2\sin\delta_4}. \quad (2.29)$$

Используя предыдущие соотношения, можно определить размеры блока шестерен при разных величинах угла нутации θ . В таблице 2.1 приведены геометрические параметры редуктора, на рисунке 2.6 представлена зависимость размеров блока шестерен от различных углов нутации.

Таблица 2.1 – Геометрические параметры волнового торцевого кинематического редуктора

Число зубьев	$Z_2=30$	$Z_3=31$	$Z_4=22$	$Z_5=21$
Ширина венца, мм	$b_2=25$	$b_3=25$	$b_4=25$	$b_5=25$
Радиус окружности дугового профиля зубьев r , мм	$r=5$		$r=5$	
Передаточное отношение i	124			

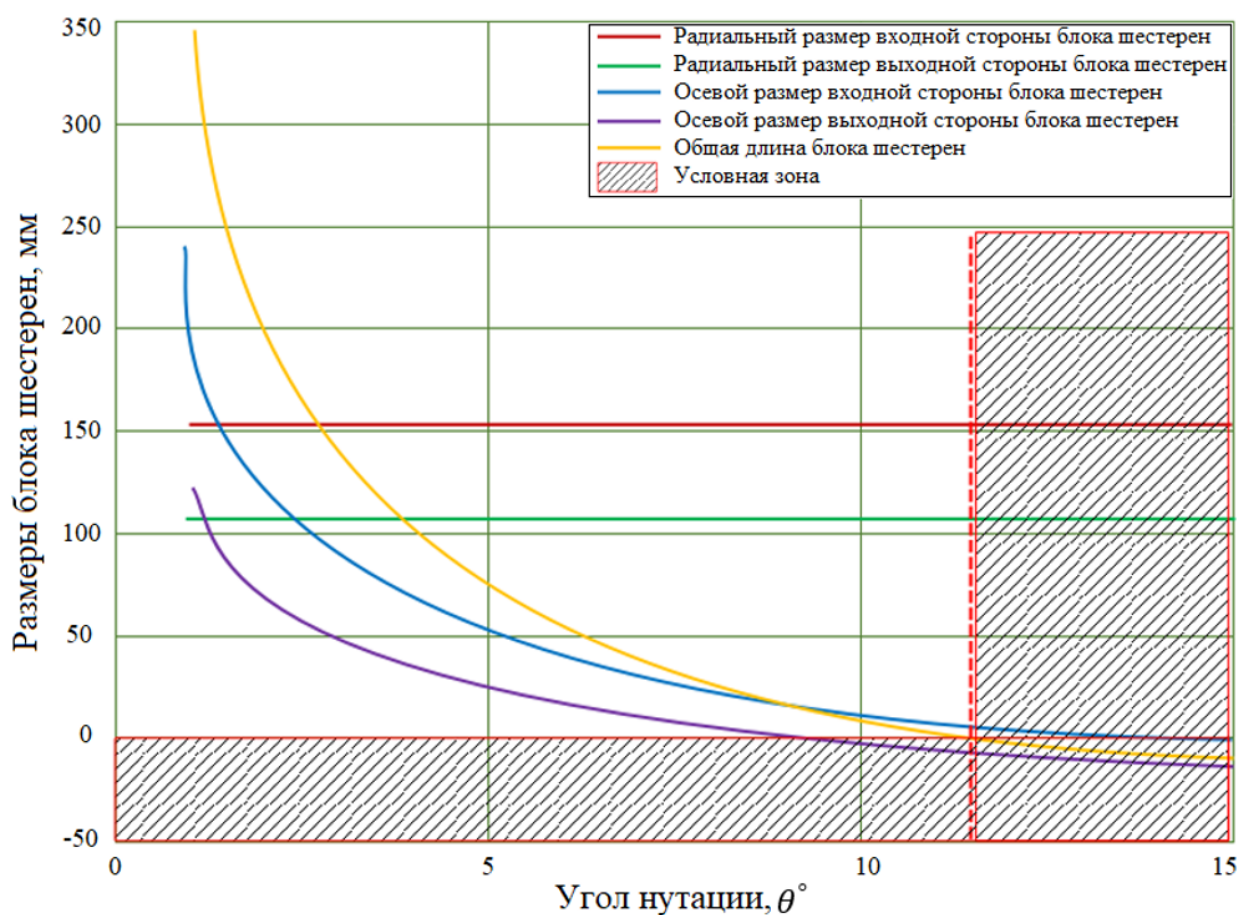


Рисунок 2.6 – Зависимость размеров блока шестерен от различных углов нутации θ°

Из рисунка 2.6 видно, что размер блока шестерен может сильно различаться благодаря небольшим вариациям угла нутации θ . Изменение угла нутации θ с 2° до 4° уменьшает общую длину блока шестерен от 180 до 100 мм. Видно, что при

незначительном изменении угла нутации θ достигается сильное уменьшение длины блока шестерен. Предполагая, что масса блока шестерен линейно пропорциональна объему, длина блока шестерен линейно связана с объемом, можно предположить, что масса линейно пропорциональна длине блока шестерен. Экспоненциальное снижение длины блока шестерен с изменением угла нутации напрямую приводит к экспоненциальному снижению массы блока шестерен, следовательно, и снижению критического веса от общего веса редуктора.

Радиальные размеры можно рассматривать как постоянную величину во время изменения угла нутации, это связано с их значением, полностью, привязанным к модулю и количеству зубьев блока шестерен, которые являются постоянными величинами в этой работе.

Еще одна важная особенность угла нутации θ заключается в том, что общая длина блока шестерен оказывается отрицательной при приближении к $\theta = 12^\circ$. Это связано с инверсией делительных конусов. За пределами угла нутации $\theta = 12^\circ$ передача больше не требует внутренних делительных конусов, а требует внешних [87]. Это можно увидеть на рисунке 2.7, где делительные конусы блока шестерен показаны при углах нутации θ в диапазоне от 2° до 20° .

При различных углах нутации блок шестерен первоначально направлен вниз в отрицательном осевом направлении. По мере увеличения угла нутации можно увидеть, как оба делительных конуса стремительно сжимаются по направлению к центральной точке делительных конусов (центр нутации), и примерно при $\theta \cong 12^\circ$ конусы сливаются. За этой точкой делительные конусы блока шестерен теперь перевернуты и направлены вверх или положительны по осевой длине. Эта инверсия делительных конусов резко меняет работу передачи, а также ее геометрию.

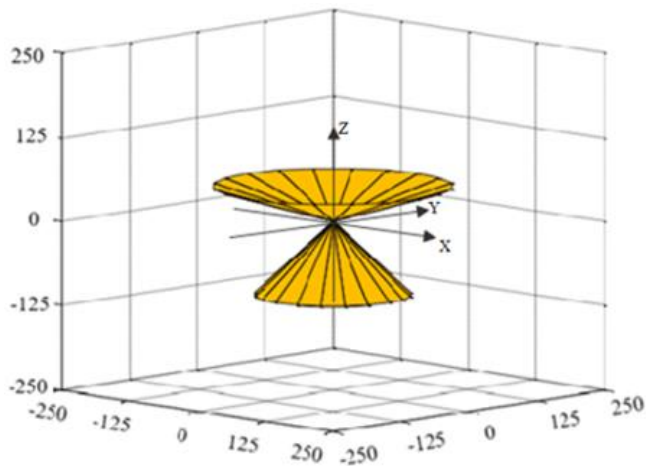
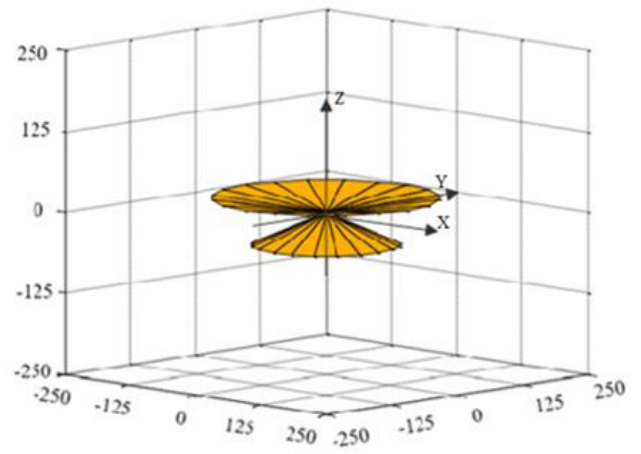
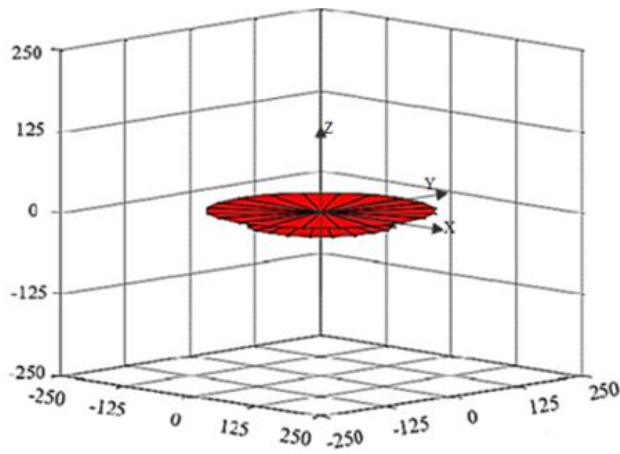
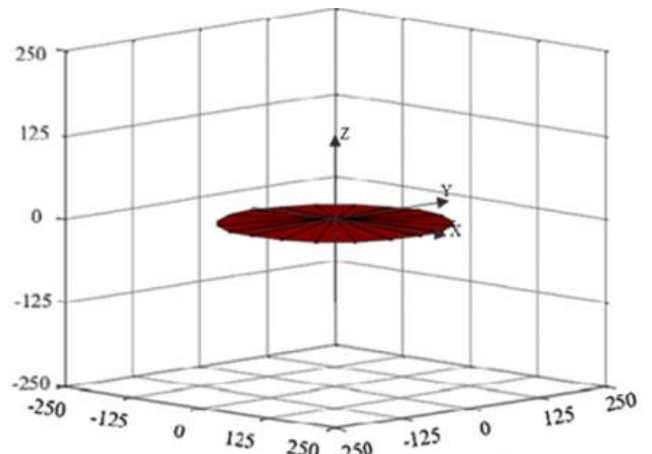
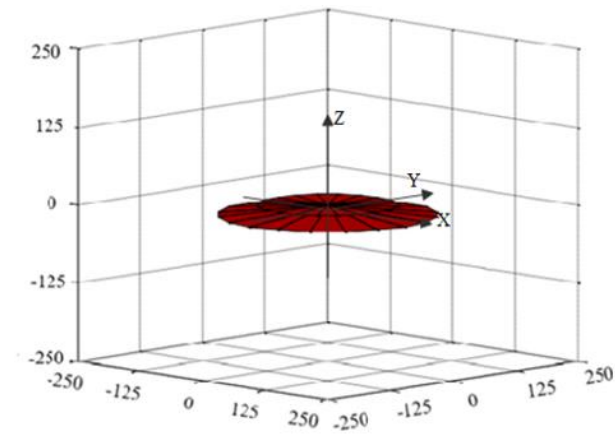
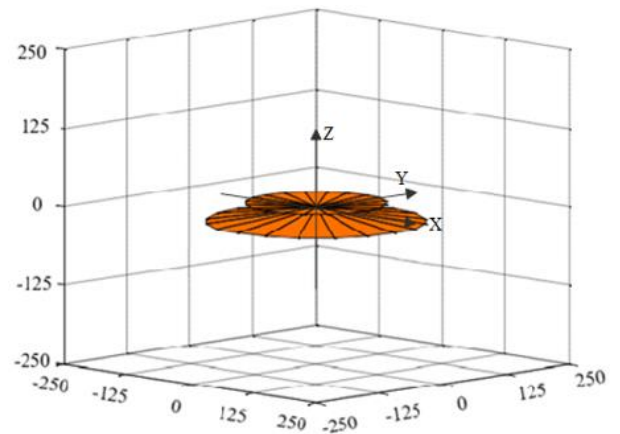
а) $\theta = 2^\circ$ б) $\theta = 4^\circ$ в) $\theta = 8^\circ$ г) $\theta = 12^\circ$ д) $\theta = 16^\circ$ е) $\theta = 20^\circ$

Рисунок 2.7 – Изменение размеров блока шестерен в зависимости от угла нутации: а) $\theta = 2^\circ$; б) $\theta = 4^\circ$; в) $\theta = 8^\circ$; г) $\theta = 12^\circ$; д) $\theta = 16^\circ$; е) $\theta = 20^\circ$

2.5 Анализ влияния угла нутации θ на скорость нутации и абсолютную угловую скорость блока шестерен

Угол нутации θ также имеет большое влияние на скорость нутации и абсолютную угловую скорость блока шестерен [88]. При углах нутации в диапазоне $\theta \leq 12^\circ$ и частоте вращения ведущего вала $n_{in} = 3000$ об/мин ($\omega_{in} = 314,16$ рад/с) скорость нутации и абсолютная угловая скорость блока шестерен могут быть найдены с использованием уравнений (2.5) и (2.6). На рисунке 2.8 отображены компоненты угловых скоростей при изменении угла нутации в пределах от 1° до 12° .

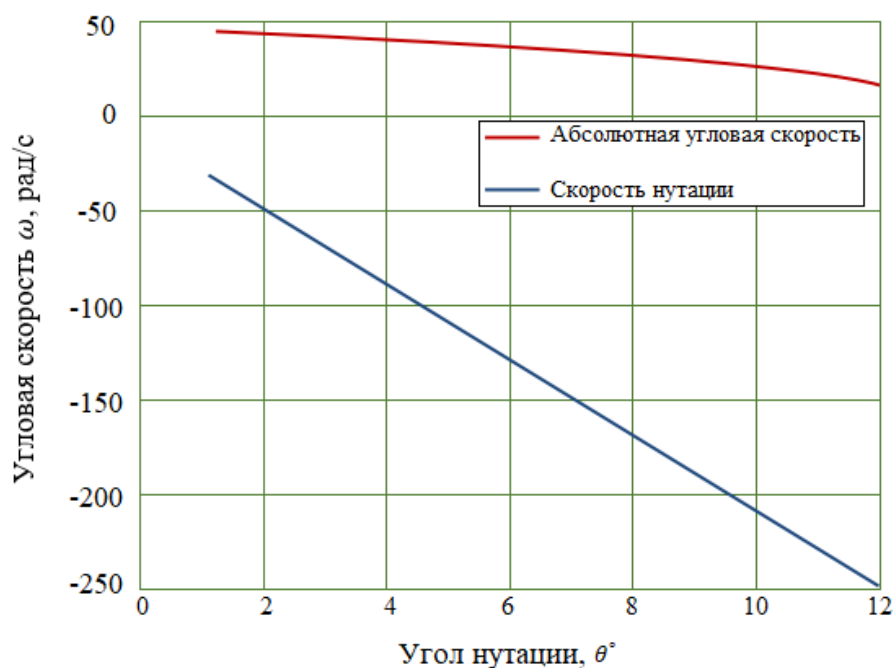


Рисунок 2.8 – Изменение угловых скоростей блока шестерен в зависимости от угла нутации θ при угловой скорости ведущего вала $\omega_{in} = 314,16$ рад/с

Из рисунка 2.8 можно заметить, что абсолютная угловая скорость блока шестерен показывает меньшую чувствительность к изменению угла нутации θ , в то время как модуль скорости нутации увеличивается непосредственно с увеличением угла нутации θ . При низких углах нутации θ обе скорости будут ближе друг к другу. Важно учитывать эти скорости при динамическом исследовании, поскольку они играют решающую роль в понимании взаимосвязи между динамическим моментом и углом нутации θ [89].

2.6 Выводы по главе 2

Волновой торцевой кинематический редуктор не требует выполнения условий равенства межосевых расстояний, что расширяет область его оптимального конструирования; кинематика волнового торцевого кинематического редуктора не накладывает ограничений на выбор модулей пар зубчатых колес или шага расположения зубьев, что расширяет набор возможных соотношений чисел зубьев колес и диапазон передаточных отношений, т. е. приводит к расширению кинематических возможностей волнового торцевого кинематического редуктора.

Разработана методика проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающая кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения; установлено, что при незначительном изменении угла нутации θ с 2° до 12° достигается сильное уменьшение длины блока шестерен и, следовательно, снижение общего веса редуктора.

ГЛАВА 3 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОФИЛЯ ЗУБЬЕВ

Эта глава посвящена геометро-кинематической теории зацепления волнового торцевого кинематического редуктора. Для этого была разработана математическая модель зацепления с учетом особенностей взаимодействия зубьев при пространственно-сферическом движении; описан профиль зубьев системой уравнений на сферическую поверхность и на нормальное сечение зубьев для внутреннего зацепления.

3.1 Аналитическое описание сферического движения блока шестерен волнового торцевого кинематического редуктора

В волновом торцевом кинематическом редукторе блок шестерен совершает сферическое движение вокруг одной неподвижной точки. Как известно в теоретической механике [90], тело, совершающее сферическое движение, имеет три степени свободы. Следовательно, положение такого тела относительно неподвижной системы координат $OXYZ$ может быть определено тремя параметрами.

Как правило, положение тела [90], совершающего сферическое движение, определяют при помощи углов Эйлера. Для этого систему координат $OX_1Y_1Z_1$ жестко свяжем с блоком шестерен – 2 (рис. 3.1), выбрав начало координат в неподвижной точке O . Эта система координат совершает вместе с блоком шестерен – 2 сферическое движение относительно неподвижной системы координат $OXYZ$. Координатная плоскость OX_1Y_1 пересекается с неподвижной плоскостью OXY вдоль некоторой прямой, называемой линией узлов. Угол, составляемый линией узлов с неподвижной осью OX , называется углом процессии и обозначается ψ . Угол, составляемый линией узлов с подвижной осью OX_1 , называется углом собственного вращения и обозначается φ . Угол между осями OZ и OZ_1 называется

углом нутации и обозначается θ . Указанные углы отсчитываются от линии узлов и от осей OX и OZ против хода часовой стрелки.

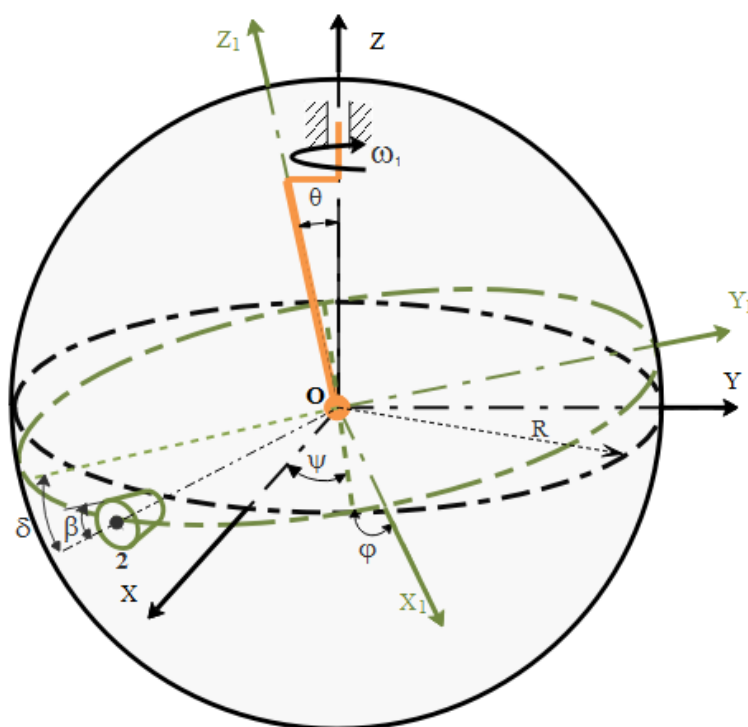


Рисунок 3.1 – Описание сферического движения блока шестерен волнового торцевого кинематического редуктора

Применительно к волновому торцевому кинематическому редуктору угол прецессии ψ – это угол поворота ведущего вала, угол нутации θ – угол наклона кривошипного участка ведущего вала к оси ведомого вала, φ – угол собственного вращения блока шестерен вокруг собственной геометрической оси.

Аналитические зависимости между координатами точек блока шестерен – 2, заданных в подвижной $OX_1Y_1Z_1$ и неподвижной $OXYZ$ системах координат, проще всего установить следующим образом. Рассмотрим два положения блока шестерен – 2 – начальное положение, в котором оси системы координат $OX_1Y_1Z_1$, связанные с блоком шестерен – 2, совпадают с осями неподвижной системы $OXYZ$ (рис. 3.2, а), и конечное положение, соответствующее положению, рассматриваемому на рисунке 3.2, г. Переход триедра $OX_1Y_1Z_1$ из начального положения в конечное можно осуществить с помощью трех поворотов, производимых в

последовательности вокруг оси OZ , линии узлов OX_1 и оси OZ_1 на углы Эйлера ψ, θ, φ .

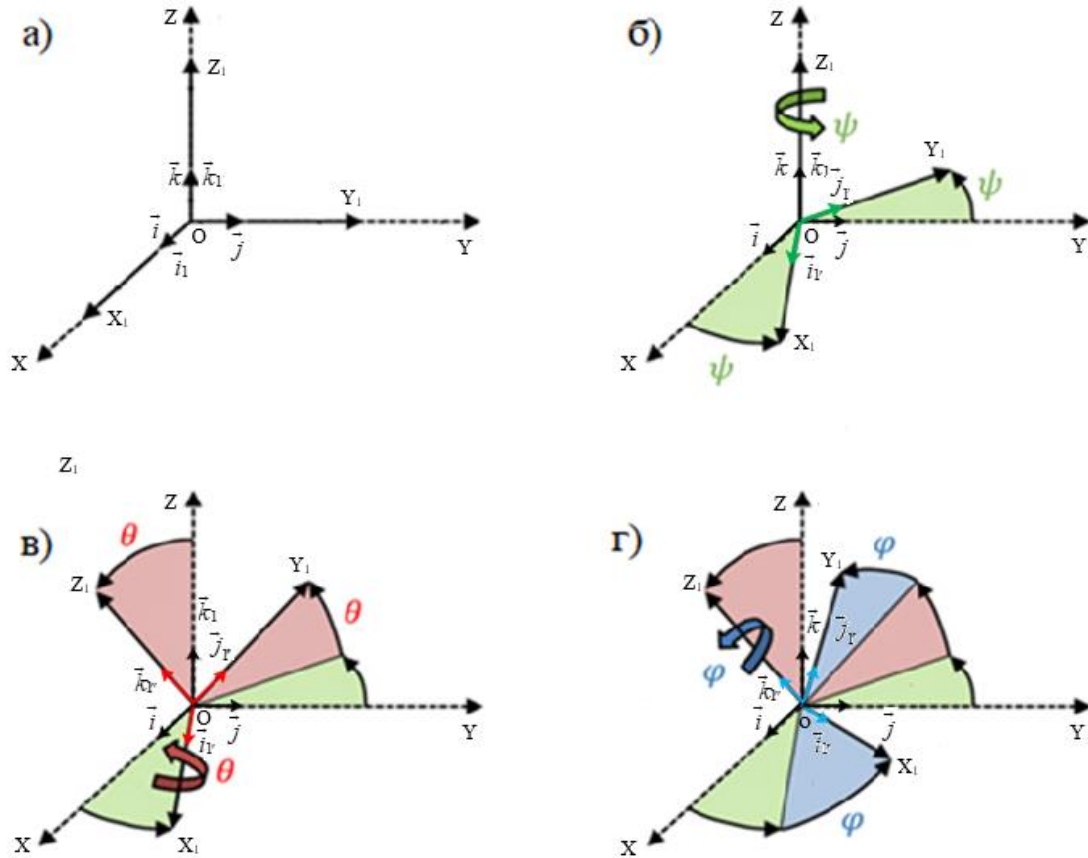


Рисунок 3.2 – Представление поворота системы координат через углы Эйлера: а) начальное положение, в котором оси подвижной системы координат $OX_1Y_1Z_1$ совпадают с осями неподвижной системы $OXYZ$; б) поворот осей подвижной системы координат на угол ψ вокруг оси OZ ; в) поворот осей подвижной системы координат на угол θ вокруг оси OX_1 ; г) поворот осей подвижной системы координат на угол φ вокруг оси OZ_1

Первый поворот на угол ψ производится вокруг оси OZ , совпадающей с осью OZ_1 , причем $0 \leq \psi \leq 2\pi$. После поворота единичные векторы $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$ примут направление $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$, причем первый вектор располагается по линии узлов ON и определяет положительное направление этой оси (рис. 3.2, б). Тогда, выразив

векторы $\vec{i}_{1'}, \vec{j}_{1'}, \vec{k}_{1'}$ через базовые векторы $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ неподвижной системы координат OXYZ, получим

$$\begin{aligned}\vec{i}_{1'} &= \vec{i} \cos \psi + \vec{j} \sin \psi; \\ \vec{j}_{1'} &= -\vec{i} \sin \psi + \vec{j} \cos \psi; \\ \vec{k}_{1'} &= \vec{k}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Второй поворот совершается на угол θ вокруг линии узлов ON, причем $0 \leq \theta \leq \pi$. После поворота единичные векторы $\vec{i}_{1'}, \vec{j}_{1'}, \vec{k}_{1'}$ примут направления $\vec{i}_{1''}, \vec{j}_{1''}, \vec{k}_{1''}$, причем $\vec{k}_{1''}$, совпадающий с $\vec{k}_{1'}$, определяет ось OZ₁ в ее конечном положении (рис. 3.2, в). Выразив векторы $\vec{i}_{1''}, \vec{j}_{1''}, \vec{k}_{1''}$ через векторы $\vec{i}_{1'}, \vec{j}_{1'}, \vec{k}_{1'}$, получим

$$\begin{aligned}\vec{i}_{1''} &= \vec{i}_{1'}; \\ \vec{j}_{1''} &= \vec{j}_{1'} \cos \theta + \vec{k}_{1'} \sin \theta; \\ \vec{k}_{1''} &= -\vec{j}_{1'} \sin \theta + \vec{k}_{1'} \cos \theta.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Плоскость векторов $\vec{i}_{1''}$ и $\vec{j}_{1''}$, перпендикулярная вектору $\vec{k}_{1''}$, есть плоскость OX₁Y₁. Чтобы построить в ней векторы \vec{i}_1, \vec{j}_1 осей OX₁ и OY₁, следует совершить третий поворот на угол φ , причем $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, вокруг оси OZ₁, приводящей векторы $\vec{i}_{1''}$ и $\vec{j}_{1''}$ к совпадению с \vec{i}_1, \vec{j}_1 (рис. 3.2, г).

Тогда, выразив единичные векторы $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$ через единичные векторы $\vec{i}_{1''}, \vec{j}_{1''}, \vec{k}_{1''}$, получим

$$\begin{aligned}\vec{i}_1 &= \vec{i}_{1''} \cos \varphi + \vec{j}_{1''} \sin \varphi; \\ \vec{j}_1 &= -\vec{i}_{1''} \sin \varphi + \vec{j}_{1''} \cos \varphi; \\ \vec{k}_1 &= \vec{k}_{1''}.\end{aligned}\tag{3.3}$$

Для перехода от координат какой-либо точки блока шестерён X₁, Y₁, Z₁, заданных в подвижной системе координат OX₁Y₁Z₁, к координатам X, Y, Z той же точки в неподвижной системе OXYZ используем теорию матриц [91]. Переход осуществляем по формулам:

$$X = \alpha_{11}X_1 + \alpha_{12}Y_1 + \alpha_{13}Z_1;$$

$$Y = \alpha_{21}X_1 + \alpha_{22}Y_1 + \alpha_{23}Z_1; \quad (3.4)$$

$$Z = \alpha_{31}X_1 + \alpha_{32}Y_1 + \alpha_{33}Z_1,$$

где X, Y, Z – координаты произвольной точки блока шестерен относительно неподвижной системы координат $OXYZ$; X_1, Y_1, Z_1 – координаты той же точки блока шестерен относительно системы координат $OX_1Y_1Z_1$; $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}$ – косинусы углов между осью OX и, соответственно, осями OX_1, OY_1, OZ_1 ; $\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}$ – косинусы углов между осью OY и, соответственно, осями OX_1, OY_1, OZ_1 ; $\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}$ – косинусы углов между осью OZ и, соответственно, осями OX_1, OY_1, OZ_1 .

Тогда

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= (\vec{i} \vec{i}_1); \quad \alpha_{12} = (\vec{i} \vec{j}_1); \quad \alpha_{13} = (\vec{i} \vec{k}_1); \\ \alpha_{21} &= (\vec{j} \vec{i}_1); \quad \alpha_{22} = (\vec{j} \vec{j}_1); \quad \alpha_{23} = (\vec{j} \vec{k}_1); \\ \alpha_{31} &= (\vec{k} \vec{i}_1); \quad \alpha_{32} = (\vec{k} \vec{j}_1); \quad \alpha_{33} = (\vec{k} \vec{k}_1). \end{aligned}$$

Используя формулы (3.1)–(3.4), а также учитывая, что

$$(\vec{i} \vec{i}) = (\vec{j} \vec{j}) = (\vec{k} \vec{k}) = 1,$$

$$(\vec{i} \vec{j}) = (\vec{i} \vec{k}) = (\vec{j} \vec{i}) = (\vec{j} \vec{k}) = (\vec{k} \vec{i}) = (\vec{k} \vec{j}) = 0,$$

находим формулу (3.5):

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= (\vec{i} \vec{i}_1) = \vec{i} (\vec{i}_1'' \cos \varphi + \vec{j}_1'' \sin \varphi) = (\vec{i} \vec{i}_1'') \cos \varphi + (\vec{i} \vec{j}_1'') \sin \varphi = \\ &= \vec{i} (\vec{i} \cos \psi + \vec{j} \sin \psi) \cos \varphi + \vec{i} (\vec{j}_1 \cos \theta + \vec{k}_1 \sin \theta) \sin \varphi = (\vec{i} \vec{i}) \cos \psi \cos \varphi + \\ &+ (\vec{i} \vec{j}) \sin \psi \cos \varphi + \vec{i} (-\vec{i} \sin \psi + \vec{j} \cos \psi) \cos \theta \sin \varphi + \vec{i} \vec{k} \sin \theta \sin \varphi = \cos \psi \cos \varphi - \\ &- \sin \psi \cos \theta \sin \varphi; \\ \alpha_{12} &= (\vec{i} \vec{j}_1) = \vec{i} (-\vec{i}_1'' \sin \varphi + \vec{j}_1'' \cos \varphi) = -(\vec{i} \vec{i}_1'') \sin \varphi + (\vec{i} \vec{j}_1'') \cos \varphi = \\ &= -(\vec{i} \vec{i}_1) \sin \varphi + \vec{i} (\vec{j}_1 \cos \theta + \vec{k}_1 \sin \theta) \cos \varphi = -\vec{i} (\vec{i}_1 \cos \psi + \vec{j}_1 \sin \psi) \sin \varphi + \\ &+ \vec{i} (-\vec{i}_1 \sin \psi + \vec{j}_1 \cos \psi) \cos \theta \cos \varphi + (\vec{i} \vec{k}) \sin \theta \cos \varphi = \\ &= -\cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \theta \cos \varphi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{13} &= (\vec{i}\vec{k}_1) = (\vec{i}\vec{k}_1'') = \vec{i}(-\vec{j}_1 \sin \theta + \vec{k}_1 \cos \theta) = -\vec{i}(-\vec{i}_1 \sin \psi + \vec{j}_1 \cos \psi) \sin \theta + \\
&\vec{i}\vec{k}_1 \cos \theta = \sin \psi \sin \theta ; \\
\alpha_{21} &= (\vec{j}\vec{i}_1) = \vec{j}(\vec{i}_1'' \cos \varphi + \vec{j}_1'' \sin \varphi) = (\vec{j}\vec{i}_1) \cos \varphi + (\vec{j}\vec{j}_1'') \sin \varphi = \\
&\vec{j}(\vec{i}_1 \cos \psi + \vec{j}_1 \sin \psi) \cos \varphi + \vec{j}(\vec{j}_1 \cos \theta + \vec{k}_1 \sin \theta) \sin \varphi = \\
&(\vec{j}\vec{i}_1) \cos \psi \cos \varphi + (\vec{j}\vec{j}_1) \sin \psi \cos \varphi + \vec{j}(-\vec{i}_1 \sin \psi + \vec{j}_1 \cos \psi) \cos \theta \sin \varphi + \\
&(\vec{j}\vec{k}_1) \sin \theta \sin \varphi = \sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \cos \theta \sin \varphi ; \\
\alpha_{22} &= (\vec{j}\vec{j}_1) = \vec{j}(-\vec{i}_1'' \sin \varphi + \vec{j}_1'' \cos \varphi) = (-\vec{j}\vec{i}_1) \sin \varphi + \vec{j}(\vec{j}_1 \cos \theta + \\
&\vec{k}_1 \sin \theta) \cos \varphi = -\vec{j}(\vec{i}_1 \cos \psi + \vec{j}_1 \sin \psi) \sin \varphi + \vec{j}(-\vec{i}_1 \sin \psi + \vec{j}_1 \cos \psi) \cos \theta \cos \varphi + \\
&(\vec{j}\vec{k}_1) \sin \theta \cos \varphi = -\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \theta \cos \varphi ; \\
\alpha_{23} &= (\vec{j}\vec{k}_1) = (\vec{j}\vec{k}_1'') = \vec{j}(-\vec{j}_1 \sin \theta + \vec{k}_1 \cos \theta) = -\vec{j}(-\vec{i}_1 \sin \psi + \vec{j}_1 \cos \psi) \sin \theta + \\
&\vec{j}\vec{k}_1 \cos \theta = -\cos \psi \sin \theta ; \\
\alpha_{31} &= (\vec{k}\vec{i}_1) = \vec{k}(\vec{i}_1'' \cos \varphi + \vec{j}_1'' \sin \varphi) = (\vec{k}\vec{i}_1) \cos \varphi + (\vec{k}\vec{j}_1'') \sin \varphi = \vec{k}(\vec{i} \cos \psi + \\
&\vec{j} \sin \psi) \cos \varphi + \vec{k}(\vec{j}_1 \cos \theta + \vec{k}_1 \sin \theta) \sin \varphi = (\vec{k}\vec{i}) \cos \psi \cos \varphi + (\vec{k}\vec{j}) \sin \psi \cos \varphi + \\
&\vec{k}(-\vec{i}_1 \sin \psi + \vec{j}_1 \cos \psi) \cos \theta \sin \varphi + (\vec{k}\vec{k}_1) \sin \theta \sin \varphi = \sin \theta \sin \varphi ; \\
\alpha_{32} &= (\vec{k}\vec{j}_1) = \vec{k}(-\vec{i}_1'' \sin \varphi + \vec{j}_1'' \cos \varphi) = (-\vec{k}\vec{i}_1) \sin \varphi + \vec{k}(\vec{j}_1 \cos \theta + \\
&\vec{k}_1 \sin \theta) \cos \varphi = -\vec{k}(\vec{i}_1 \cos \psi + \vec{j}_1 \sin \psi) \sin \varphi + \vec{k}(-\vec{i}_1 \sin \psi + \\
&\vec{j}_1 \cos \psi) \cos \theta \cos \varphi + (\vec{k}\vec{k}_1) \sin \theta \cos \varphi = \sin \theta \cos \varphi ; \\
\alpha_{33} &= (\vec{k}\vec{k}_1) = (\vec{k}\vec{k}_1'') = \vec{k}(-\vec{j}_1 \sin \theta + \vec{k}_1 \cos \theta) = -\vec{k}(-\vec{i}_1 \sin \psi + \vec{j}_1 \cos \psi) \sin \theta + \\
&(\vec{k}\vec{k}_1) \cos \theta = \cos \theta .
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Подставим (3.5) в (3.4) и найдем

$$\begin{aligned}
X &= X_1(\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \cos \theta \sin \varphi) + Y_1(\cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \theta \cos \varphi) + \\
&Z_1(\sin \psi \sin \theta); \\
Y &= X_1(\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \cos \theta \sin \varphi) - Y_1(\sin \psi \sin \varphi - \cos \psi \cos \theta \cos \varphi) - \\
&Z_1(\cos \psi \sin \theta); \\
Z &= X_1 \sin \theta \sin \varphi + Y_1 \sin \theta \cos \varphi + Z_1 \cos \theta.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

3.2 Математическая модель зацепления

В волновом торцевом кинематическом редукторе профиль зубьев неподвижного и подвижного колес в нормальном сечении является криволинейным, а профиль зубьев блока шестерен в нормальном сечении является круговым [92].

Для определения формы профиля зубьев неподвижного и подвижного колес волнового торцевого кинематического редуктора рассмотрим упрощенную модель редуктора, в которой достаточно рассмотреть зацепление зубьев блока шестерен с зубьями одного из колес, к примеру, неподвижного колеса (профиль зубьев подвижного колеса определяется таким же способом).

В блоке шестерен волнового торцевого кинематического редуктора между углом прецессии ψ и углом собственного вращения φ имеется определенная связь. Для нахождения этой связи пусть в некоторый момент времени блок шестерен занимает такое положение, чтобы зуб блока шестерен контактировал со впадиной зуба неподвижного колеса в точке Q (рис. 3.3).

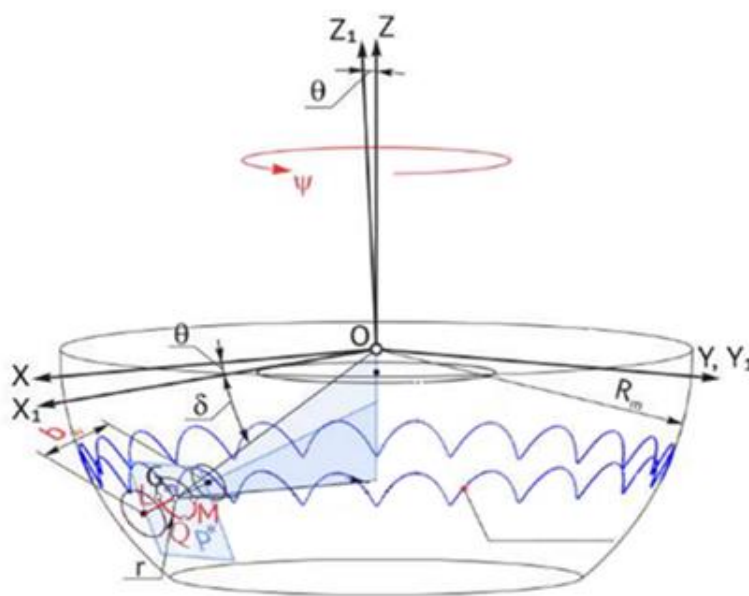


Рисунок 3.3 – Описание сферического движения блока шестерен волнового торцевого кинематического редуктора

Подвижная система $OX_1Y_1Z_1$ выбрана так, что ось зуба блока шестерен OS лежит в плоскости OY_1Z_1 и составляет с осью OY_1 угол δ (δ – угол аксоида зуба кругового профиля блока шестерен).

Так как зуб блока шестерен должен перемещаться без скольжения по рабочему профилю зубьев неподвижного колеса – 1, скорость точки Q зуба, находящегося в соприкосновении с неподвижным входным колесом – 1, должна быть равной нулю, т. е.

$$\vec{v}_Q = 0.$$

Но точка Q принадлежит зубу блока шестерен – 2, который совершает сферическое движение, поэтому

$$\vec{v}_Q = (\vec{\omega} \times \overrightarrow{OQ}),$$

где $\vec{\omega}$ – мгновенная угловая скорость сферического движения блока шестерен; \overrightarrow{OQ} – радиус-вектор точки Q .

Следовательно, связь между углами φ и δ находим, используя условие

$$\vec{v}_Q = (\vec{\omega} \times \overrightarrow{OQ}) = 0. \quad (3.7)$$

Поскольку сферическое движение блока шестерен может быть представлено как результат сложения трёх вращений вокруг пересекающихся осей, а именно вокруг оси OZ с угловой скоростью $\dot{\psi}\vec{k}$, вокруг линии узлов ON с угловой скоростью $\dot{\theta}\vec{i}_1$, вокруг оси OZ_1 с угловой скоростью $\dot{\phi}\vec{k}_1$,

$$\vec{\omega} = \dot{\psi}\vec{k} + \dot{\theta}\vec{i}_1 + \dot{\phi}\vec{k}_1,$$

где $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$ – производные по времени от углов Эйлера.

Так как для рассматриваемого редуктора $\theta = const$, то $\dot{\theta} = 0$ и

$$\vec{\omega} = \dot{\psi}\vec{k} + \dot{\phi}\vec{k}_1. \quad (3.8)$$

Подставив (3.8) в (3.7), найдем

$$\dot{\psi}(\vec{k} \times \overrightarrow{OQ}) + \dot{\phi}(\vec{k}_1 \times \overrightarrow{OQ}) = 0 \quad (3.9)$$

Векторные произведения $(\vec{k} \times \overrightarrow{OQ})$ и $(\vec{k}_1 \times \overrightarrow{OQ})$ можно представить в виде

$$(\vec{k} \times \overrightarrow{OQ}) = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ k_{x_1} & k_{y_1} & k_{z_1} \\ (\overrightarrow{OQ})_{x_1} & (\overrightarrow{OQ})_{y_1} & (\overrightarrow{OQ})_{z_1} \end{vmatrix}, \quad (3.10)$$

$$(\vec{k}_1 \times \overrightarrow{OQ}) = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ k_{1x_1} & k_{1y_1} & k_{1z_1} \\ (\overrightarrow{OQ})_{x_1} & (\overrightarrow{OQ})_{y_1} & (\overrightarrow{OQ})_{z_1} \end{vmatrix}$$

где $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$ – единичные векторы вдоль осей OX_1, OY_1, OZ_1 ; $k_{x_1}, k_{y_1}, k_{z_1}$ – соответственно проекции векторов \vec{k} на осях OX_1, OY_1, OZ_1 ; $k_{1x_1}, k_{1y_1}, k_{1z_1}$ – соответственно проекции векторов \vec{k}_1 на осях OX_1, OY_1, OZ_1 ; $(\overrightarrow{OQ})_{x_1}, (\overrightarrow{OQ})_{y_1}, (\overrightarrow{OQ})_{z_1}$ – соответственно проекции векторов \overrightarrow{OQ} на осях OX_1, OY_1, OZ_1 .

В нашем случае

$$k_{x_1} = 0; \quad k_{y_1} = \sin \theta; \quad k_{z_1} = \cos \theta;$$

$$k_{1x_1} = 0; \quad k_{1y_1} = 0; \quad k_{1z_1} = 1; \quad (3.11)$$

$$(\overrightarrow{OQ})_{x_1} = 0; \quad (\overrightarrow{OQ})_{y_1} = -OQ \cos(\beta + \delta); \quad (\overrightarrow{OQ})_{z_1} = -OQ \sin(\beta + \delta).$$

Подставив (3.11) в (3.10), после раскрытия определителей получим

$$\begin{aligned} (\vec{k} \times \overrightarrow{OQ}) &= \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & -OQ \cos(\beta + \delta) & -OQ \sin(\beta + \delta) \end{vmatrix} = \\ &= \vec{i}_1 OQ [-\sin(\beta + \delta) \sin \theta + \cos(\beta + \delta) \cos \theta] = \\ &= \vec{i}_1 OQ \cos(\beta + \delta) = \vec{i}_1 R_1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} (\vec{k}_1 \times \overrightarrow{OQ}) &= \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & 0 & k_{1z_1} \\ 0 & -OQ \cos(\beta + \delta) & -OQ \sin(\beta + \delta) \end{vmatrix} = \\ &= \vec{i}_1 OQ \cos(\beta + \delta) = \vec{i}_1 R_2. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Затем, подставив (3.12) и (3.13) в (3.9), найдем

$$\dot{\psi}(\vec{l}_1 R_1) + \dot{\varphi}(\vec{l}_1 R_2) = 0 \Rightarrow \vec{l}_1(\dot{\psi} R_1 + \dot{\varphi} R_2) = 0 \Rightarrow \dot{\psi} R_1 + \dot{\varphi} R_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\dot{\varphi} = -\frac{R_1}{R_2} \dot{\psi}.$$

Так как

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{Z_1}{Z_2},$$

где R_1, R_2 – соответственно радиусы сопряженных неподвижного колеса и блока шестерен; Z_1, Z_2 – соответственно число зубьев сопряженных неподвижного колеса и блока шестерен, то $\dot{\varphi} = -\frac{Z_1}{Z_2} \dot{\psi}$ и, следовательно,

$$\varphi = -\frac{Z_1}{Z_2} \psi. \quad (3.14)$$

Положение центра окружности кругового профиля зуба блока шестерен точки С (рис. 3.3) в подвижной системе координат $OX_1Y_1Z_1$ определяется координатами

$$X_{1C} = 0;$$

$$Y_{1C} = -R \cos \delta; \quad (3.15)$$

$$Z_{1C} = -R \sin \delta.$$

где R – расстояние от центра прецессии O до центра окружности кругового профиля C ; δ – угол аксоида расположения зубьев блока шестерен.

Подставляя (3.15) в (3.6) и учитывая (3.14), получаем координаты точки C в зависимости от угла прецессии ψ

$$X_C = -R \cos \delta \left[-\cos \psi \sin \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) + \sin \psi \cos \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \cos \theta \right] - R \sin \delta \sin \psi \sin \theta;$$

$$Y_C = -R \cos \delta \left[\sin \psi \sin \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) + \cos \psi \cos \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \cos \theta \right] + R \sin \delta \cos \psi \sin \theta;$$

$$Z_C = -R \cos \delta \cos \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \sin \theta - R \sin \delta \cos \theta. \quad (3.16)$$

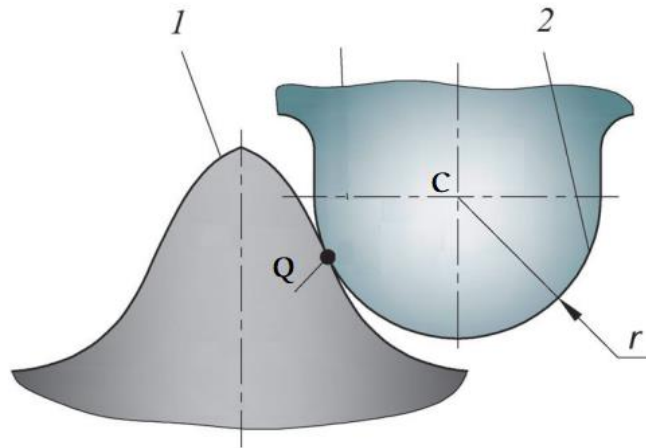


Рисунок 3.3 – Криволинейный профиль зубьев неподвижного колеса в нормальном сечении

Точка С движется по сферической поверхности радиусом R с центром прецессии в точке O (рис. 3.4). Зная траекторию движения центра зуба блока шестерен, находим положение точки его контакта Q с зубом неподвижного колеса, совокупность семейства которых за цикл прецессии представляет собой профиль зубьев этого колеса. Точка контакта зубьев при любом угловом положении ведущего вала расположена на расстоянии радиуса зуба r по нормали к вектору скорости центра зуба блока шестерен \vec{v}_C (рис. 3.4). Поэтому для описания профиля зубьев неподвижного колеса находим проекции вектора скорости центра зуба блока шестерен \vec{v}_C на подвижные оси координат. С этой целью продифференцируем по времени уравнения (3.16) и найдем проекции скорости точки С на оси неподвижной системы координат $OXYZ$:

$$\dot{X}_C = R\dot{\psi} \cos \delta \left[\sin \psi \sin \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) - \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \cos \psi \cos \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) + \cos \psi \cos \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \cos \theta - \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \sin \psi \sin \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \cos \theta \right] - R\dot{\psi} \sin \delta \cos \psi \sin \theta;$$

$$\dot{Y}_C = -R\dot{\psi} \cos \delta \left[\cos \psi \sin \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \sin \psi \cos \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) - \sin \psi \cos \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \cos \theta - \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \cos \psi \sin \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \cos \theta \right] - R\dot{\psi} \sin \delta \sin \psi \sin \theta;$$

$$\dot{Z}_C = R\dot{\psi} \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \cos \delta \sin \left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi \right) \sin \theta.$$

где $\dot{\psi}$ – угловая скорость ведущего вала.

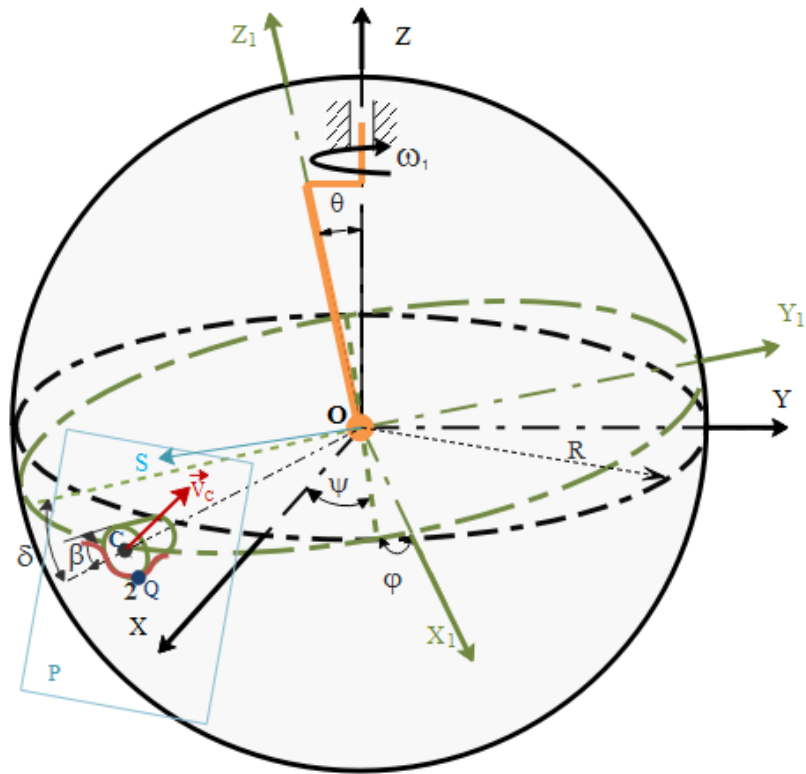


Рисунок 3.4 – Определение профиля зуба колеса в нормальном сечении

Для определения положения точки контакта Q зубьев на сферической поверхности найдем уравнение плоскости P , перпендикулярной скорости \vec{v}_C и проходящей через точки C и O . Уравнение искомой плоскости запишем в виде

$$(\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OS}) \cdot \vec{v}_C = 0 \quad (3.17)$$

где \overrightarrow{OC} и \overrightarrow{OS} – векторы, определяющие, соответственно, положение точек C зуба и произвольной точки S плоскости относительно начала системы координат $OXYZ$ (рис. 3.4).

Представим векторное произведение $(\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OS})$ в виде определителя третьего порядка и раскроем его по элементам первой строки. Тогда получим

$$(\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OS}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_C & Y_C & Z_C \\ X & Y & Z \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i}(Y_C Z - Z_C Y) + \vec{j}(Z_C X - X_C Z) + \vec{k}(X_C Y - Y_C X), \quad (3.18)$$

где X_D, Y_D, Z_D – координаты точки С зуба; X, Y, Z – координаты точки S плоскости Р.

Используя (3.18), аналогично расписываем векторное уравнение (3.17)

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ Y_C Z - Z_C Y & Z_C X - X_C Z & X_C Y - Y_C X \\ \dot{X}_C & \dot{Y}_C & \dot{Z}_C \end{vmatrix} = 0$$

или

$$\begin{aligned} \dot{Z}_C(Z_C X - X_C Z) - \dot{Y}_C(X_C Y - Y_C X) &= 0; \\ \dot{X}_C(X_C Y - Y_C X) - \dot{Z}_C(Y_C Z - Z_C Y) &= 0; \\ \dot{Y}_C(Y_C Z - Z_C Y) - \dot{X}_C(Z_C X - X_C Z) &= 0. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Уравнение (3.19) есть следствие двух предыдущих, поэтому принимаем его за уравнение искомой плоскости.

Теперь найдем координаты точки контакта зуба блока шестерен с зубьями неподвижного колеса, т. е. точки Q, принадлежащей одновременно плоскости Р и сфере радиуса R с центром в начале системы координат OXYZ (рис. 3.4). Поскольку точка Q принадлежит плоскости Р, ее координаты удовлетворяют уравнению плоскости Р, т. е.

$$(Z_C X_Q - X_C Z_Q) \dot{X}_C - (Y_C Z_Q - Z_C Y_Q) \dot{Y}_C = 0. \quad (3.20)$$

Так как точка Q принадлежит и сфере, ее координаты удовлетворяют уравнению сферы, т. е.

$$X_Q^2 + Y_Q^2 + Z_Q^2 - R^2 = 0. \quad (3.21)$$

Более того, углом раствора зуба дугового профиля угол является углом между \overrightarrow{OC} и \overrightarrow{OQ} , т.е.,

$$(\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OC}) = R^2 \cos \beta$$

или

$$X_Q X_C + Y_Q Y_C + Z_Q Z_C - R^2 \cos \beta = 0. \quad (3.22)$$

Из (3.22) находим

$$X_Q = \frac{R^2 \cos \beta - Y_Q Y_C - Z_Q Z_C}{X_C} . \quad (3.23)$$

Подставим (3.23) в (3.20) и найдем

$$Y_Q = k_1 Z_Q - d_1, \quad (3.24)$$

где введены обозначения

$$k_1 = \frac{[X_C(X_C \dot{X}_C + Y_C \dot{Y}_C) + Z_C^2 \dot{X}_C]}{(X_C \dot{Y}_C - Y_C \dot{X}_C) Z_C};$$

$$d_1 = \frac{R^2 \cos \beta \dot{X}_C}{(X_C \dot{Y}_C - Y_C \dot{X}_C)} .$$

Подставив (3.24) в (3.23), получим

$$X_Q = \frac{R^2 \cos \beta - (k_1 Z_Q - d_1) Y_C - Z_Q Z_C}{X_C} = \frac{-(k_1 Y_C + Z_C)}{X_C} Z_Q + \frac{(R^2 \cos \beta + d_1 Y_C)}{X_C}$$

\Rightarrow

$$X_Q = k_2 Z_Q + d_2, \quad (3.25)$$

где введены обозначения

$$k_2 = \frac{-(k_1 Y_C + Z_C)}{X_C};$$

$$d_2 = \frac{(R^2 \cos \beta + d_1 Y_C)}{X_C} .$$

Подставив (3.24) и (3.25) в (3.21) и решив полученное уравнение относительно Z_Q , найдем

$$Z_Q = \frac{(k_1 d_1 - k_2 d_2) \pm \sqrt{(k_1 d_1 - k_2 d_2)^2 + (k_1^2 + k_2^2 + 1)(R^2 - d_1^2 - d_2^2)}}{k_1^2 + k_2^2 + 1} .$$

Так как кривая профиля зуба расположена ниже кривой, описываемой точкой С зуба, необходимо, чтобы в любой момент $Z_Q < Z_C$.

Более детальный анализ показывает, что Z_Q можно вычислять по формуле

$$Z_Q = \frac{(k_1 d_1 - k_2 d_2) - \sqrt{(k_1 d_1 - k_2 d_2)^2 + (k_1^2 + k_2^2 + 1)(R^2 - d_1^2 - d_2^2)}}{k_1^2 + k_2^2 + 1} . \quad (3.26)$$

Таким образом, координаты точки контакта зубьев Q , совокупность которых представляет собой профиль зубьев входного колеса на сфере определяем по формулам (3.24) и (3.26).

Спроектируем профиль зубьев неподвижного колеса со сферы на плоскость P^* , перпендикулярную зубу для того чтобы рассматривать зубья в их нормальном сечении (рис. 3.5)

Для этого сначала определяем координаты точек Q_1 и Q_2 (рис. 3.4), соответствующие двум последовательными минимумами кривой профиля на сфере.

Легко заметить, что координата Z_Q достигает минимума одновременно с координатой Z_C . Поэтому исследуем на минимуме координату Z_C как функцию от угла прецессии ψ . Для этого вычислим производную $dZ_C/d\psi$ и приравняем ее к нулю, т. е.

$$\frac{dZ_C}{d\psi} = R \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) \cos \delta \sin\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) \sin \theta = 0,$$

откуда

$$\sin\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) = 0 \text{ и}$$

$$\psi = \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\pi \cdot n : n = (0, 1, 2, \dots).$$

Вычислим вторую производную $\frac{d^2Z_C}{d\psi^2}$, т. е.

$$\frac{d^2Z_C}{d\psi^2} = R^2 \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) \cos \delta \cos\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) \sin \theta.$$

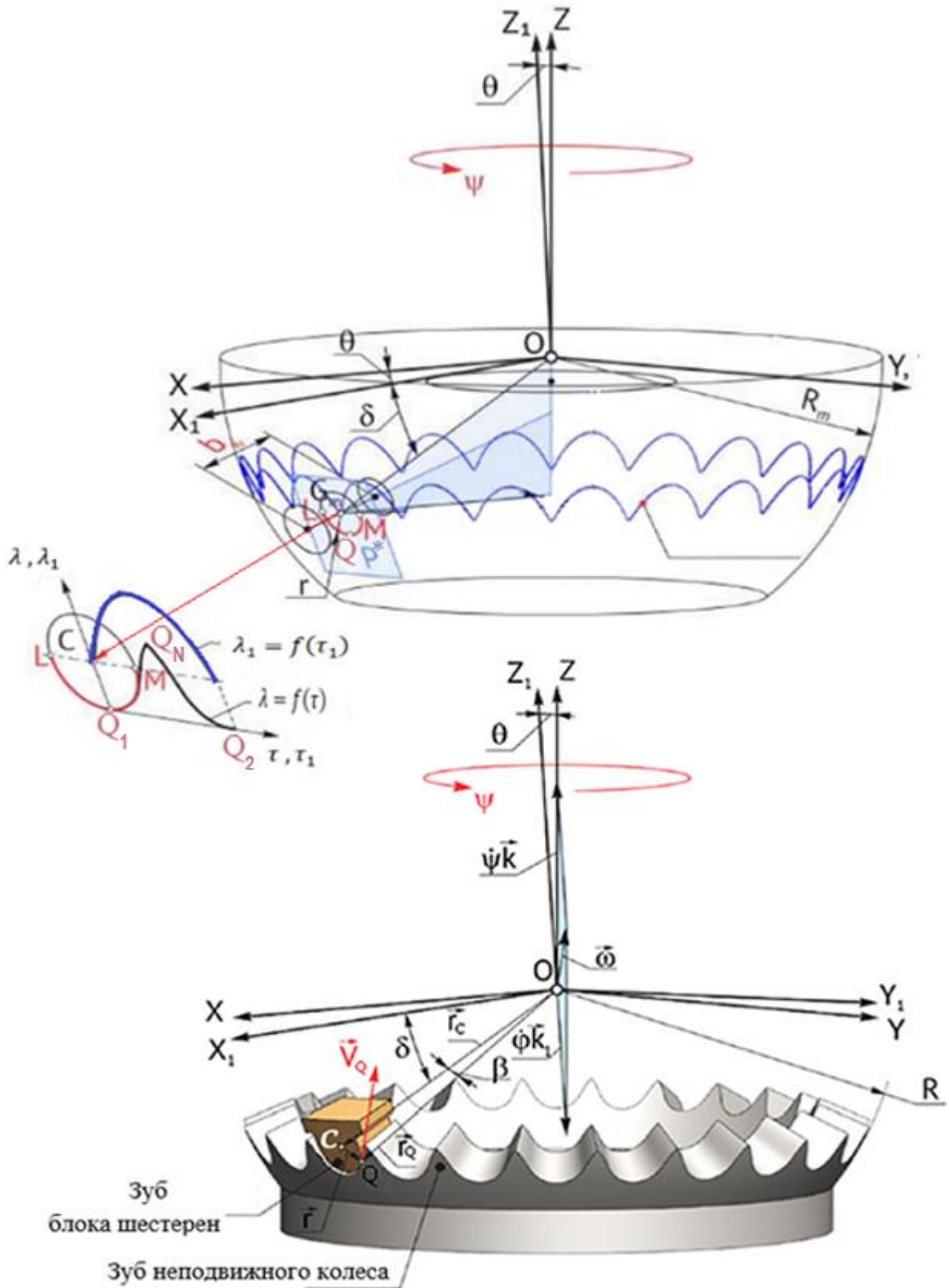


Рисунок 3.5 – Криволинейный профиль зуба неподвижного колеса в нормальном сечении

Так как $\left(\frac{d^2 Z_C}{d\psi^2}\right)_{\psi=\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\pi \cdot n} > 0$ только при $(n = 0, 2, 4, 6, \dots)$, Z_C имеет минимум, когда $\psi = \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)2 \cdot \pi \cdot n : n = 0, 1, 2, \dots$.

Следовательно, и координата Z_Q имеет минимум при тех же значениях ψ .

Теперь координаты точек Q_1 и Q_2 определяем по формулам (3.24)–(3.26), если, например, $\psi = 0$ и $\psi = 2\pi\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)$. Затем через точки Q_1 и Q_2 проведем плоскость P^* , перпендикулярную плоскости треугольника OQ_1Q_2 (рис. 3.5).

Уравнение искомой плоскости найдем из условия

$$\left(\overrightarrow{Q_1Q_2} \times \overrightarrow{Q_1Q}\right) \left(\overrightarrow{OQ_1} \cdot \overrightarrow{OQ_2}\right) = 0,$$

где Q – точка на плоскости P^* .

Вычислим векторное произведение

$$\begin{aligned} \left(\overrightarrow{Q_1Q_2} \times \overrightarrow{Q_1Q}\right) &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_{Q_2} - X_{Q_1} & Y_{Q_2} - Y_{Q_1} & Z_{Q_2} - Z_{Q_1} \\ X - X_{Q_1} & Y - Y_{Q_1} & Z - Z_{Q_1} \end{vmatrix} = \\ & [(Y_{Q_2} - Y_{Q_1})(Z - Z_{Q_1}) - (Y - Y_{Q_1})(Z_{Q_2} - Z_{Q_1})]\vec{i} + \\ & [(X - X_{Q_1})(Z_{Q_2} - Z_{Q_1}) - (Z - Z_{Q_1})(X_{Q_2} - X_{Q_1})]\vec{j} + \\ & [(Y - Y_{Q_1})(X_{Q_2} - X_{Q_1}) - (X - X_{Q_1})(Y_{Q_2} - Y_{Q_1})]\vec{k} \end{aligned} \quad (3.27) \end{aligned}$$

Также вычислим

$$\left(\overrightarrow{OQ_1} \times \overrightarrow{OQ_2}\right) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_{Q_1} & Y_{Q_1} & Z_{Q_1} \\ X_{Q_2} & Y_{Q_2} & Z_{Q_2} \end{vmatrix} = n_X \vec{i} + n_Y \vec{j} + n_Z \vec{k}, \quad (3.28)$$

где

$$\begin{aligned} n_X &= (Y_{Q_1}Z_{Q_2} - Y_{Q_2}Z_{Q_1}); \\ n_Y &= (X_{Q_2}Z_{Q_1} - X_{Q_1}Z_{Q_2}); \\ n_Z &= (X_{Q_1}Y_{Q_2} - X_{Q_2}Y_{Q_1}). \end{aligned}$$

Подставим (3.27) в (3.28), получим уравнение искомой плоскости P^*

$$\begin{aligned} & [(Y_{Q_2} - Y_{Q_1})(Z - Z_{Q_1}) - (Y - Y_{Q_1})(Z_{Q_2} - Z_{Q_1})]n_X + \\ & [(X - X_{Q_1})(Z_{Q_2} - Z_{Q_1}) - (Z - Z_{Q_1})(X_{Q_2} - X_{Q_1})]n_Y + \end{aligned}$$

$$[(Y - Y_{Q_1})(X_{Q_2} - X_{Q_1}) - (X - X_{Q_1})(Y_{Q_2} - Y_{Q_1})]n_Z = 0. \quad (3.29)$$

Проекцию профиля зубьев со сферы на плоскость P^* находим путем определения координат точек Q_N пересечения с этой плоскостью семейства прямых, проходящих через центр прецессии O , и соответствующих точек профиля зубьев на сфере. Уравнение прямой, проходящей через точку контакта Q и центр прецессии O , имеет вид

$$\begin{aligned} Y &= X \frac{Y_Q}{X_Q}, \\ Z &= X \frac{Z_Q}{X_Q}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Из (3.29) и (3.30) получаем

$$\begin{aligned} &\left[(Y_{Q_2} - Y_{Q_1}) \left(\frac{X}{X_Q} Z_Q - Z_{Q_1} \right) - \left(\frac{X}{X_Q} Y_Q - Y_{Q_1} \right) (Z_{Q_2} - Z_{Q_1}) \right] n_X + \\ &\left[(X - X_{Q_1}) (Z_{Q_2} - Z_{Q_1}) - \left(\frac{X}{X_Q} Z_Q - Z_{Q_1} \right) (X_{Q_2} - X_{Q_1}) \right] n_Y + \\ &\left[\left(\frac{X}{X_Q} Y_Q - Y_{Q_1} \right) (X_{Q_2} - X_{Q_1}) - (X - X_{Q_1}) (Y_{Q_2} - Y_{Q_1}) \right] n_Z = 0. \end{aligned}$$

Решая последнее уравнение относительно X , находим

$$X_N = X =$$

$$X_Q \frac{[(Y_{Q_2} - Y_{Q_1})(Z_{Q_1} n_X - X_{Q_1} n_Z) + (X_{Q_2} - X_{Q_1})(Y_{Q_1} n_Z - Z_{Q_1} n_X) + (Z_{Q_2} - Z_{Q_1})(X_{Q_1} n_Y - Y_{Q_1} n_X)]}{[(Z_{Q_2} - Z_{Q_1})(X_Q n_Y - Y_Q n_X) + (X_{Q_2} - X_{Q_1})(Y_Q n_Z - Z_Q n_Y) + (Y_{Q_2} - Y_{Q_1})(Z_Q n_X - X_Q n_Z)]}. \quad (3.31)$$

Остальные координаты Y_N и Z_N найдем по формулам (3.30), в которые вместе с X следует поставить X_N , вычисленное по (3.31)

$$\begin{aligned} Y_N &= X_N \frac{Y_E}{X_E}, \\ Z_N &= X_N \frac{Z_E}{X_E}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Выберем в плоскости P^* систему координат $Q_1 \tau \lambda$, ось $Q_1 \tau$ которой проходит через точку Q_2 (рис. 3.5). Для обеспечения возможности профилирования зубьев с помощью ЭВМ представляем проекцию профиля зубьев на плоскости P^* (рис. 3.5) в двухкоординатной системе $Q_1 \tau \lambda$, ось $Q_1 \tau$ которой проходит через точку Q_2 .

Переход от координат X_N, Y_N, Z_N к координатам τ, λ осуществляется по формулам

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{[(Q_1Q_2)^2 + (Q_1Q_N)^2 - (Q_2Q_N)^2]}{2(Q_1Q_2)}, \\ \lambda &= \sqrt{(Q_1Q_N)^2 - \tau^2},\end{aligned}\quad (3.33)$$

где

$$\begin{aligned}(Q_1Q_2)^2 &= (X_{Q_2} - X_{Q_1})^2 + (Y_{Q_2} - Y_{Q_1})^2 + (Z_{Q_2} - Z_{Q_1})^2 \\ (Q_1Q_N)^2 &= (X_N - X_{Q_1})^2 + (Y_N - Y_{Q_1})^2 + (Z_N - Z_{Q_1})^2 \\ (Q_2Q_N)^2 &= (X_N - X_{Q_2})^2 + (Y_N - Y_{Q_2})^2 + (Z_N - Z_{Q_2})^2\end{aligned}\quad (3.34)$$

С помощью формул (3.33) определяем координаты точки кривой профиля зуба на плоскости P^* .

Таким образом, профиль зуба, описанный в параметрической форме, находим путем изменения параметра ψ от 0 до $2\pi \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)$.

Для исследования влияния особенности сферического движения блока шестерен на профиль зубьев находим уравнение кривой, которую описывает ось зуба на плоскости P^* . Через X_G, Y_G, Z_G обозначим координаты точки пересечения оси, проходящей через центр зуба, с плоскостью P^* . Легко заметить, что координаты X_G, Y_G, Z_G определяются по тем же формулам, что и X_N, Y_N, Z_N , только следует X_Q, Y_Q, Z_Q заменить, соответственно, на X_C, Y_C, Z_C , т. е.

$$\begin{aligned}X_G &= X_C \frac{[(Y_{Q_2} - Y_{Q_1})(Z_{Q_1}n_X - X_{Q_1}n_Z) + (X_{Q_2} - X_{Q_1})(Y_{Q_1}n_Z - Z_{Q_1}n_X) + (Z_{Q_2} - Z_{Q_1})(X_{Q_1}n_Y - Y_{Q_1}n_X)]}{[(Z_{Q_2} - Z_{Q_1})(X_Cn_Y - Y_Cn_X) + (X_{Q_2} - X_{Q_1})(Y_Cn_Z - Z_Cn_Y) + (Y_{Q_2} - Y_{Q_1})(Z_Cn_X - X_Cn_Z)]}, \\ Y_G &= X_G \frac{Y_C}{X_C}, \\ Z_G &= X_G \frac{Z_C}{X_{DC}}.\end{aligned}$$

Переход от координат X_G, Y_G, Z_G к координатам τ_1, λ_1 осуществляем согласно формулам

$$\tau_1 = \frac{[(Q_1 Q_2)^2 + (Q_1 Q_G)^2 - (Q_2 Q_G)^2]}{2(Q_1 Q_2)},$$

$$\lambda_1 = \sqrt{(Q_1 Q_G)^2 - \tau_1^2}. \quad (3.35)$$

где

$$(Q_1 Q_2)^2 = (X_{Q_2} - X_{Q_1})^2 + (Y_{Q_2} - Y_{Q_1})^2 + (Z_{Q_2} - Z_{Q_1})^2;$$

$$(Q_1 Q_G)^2 = (X_G - X_{Q_1})^2 + (Y_G - Y_{Q_1})^2 + (Z_G - Z_{Q_1})^2; \quad (3.36)$$

$$(Q_2 Q_G)^2 = (X_G - X_{Q_2})^2 + (Y_G - Y_{Q_2})^2 + (Z_G - Z_{Q_2})^2.$$

Зависимость λ_1 от τ_1 представляет собой траекторию движения центра зуба блока шестерен на плоскости P^* .

Зависимость $\lambda = f(\tau)$ представляет собой огибающую кривую множества дуг окружностей радиусом R , центры которых расположены на траектории движения точки C , описываемой уравнением $\lambda_1 = f(\tau_1)$.

3.3 Выводы по главе 3

Важно отметить, что угол нутации (θ), угол аксоида расположения зубьев блока шестерен (δ), угол раствора дугового профиля зубьев блока шестерен (β), радиус окружности дугового профиля зубьев блока шестерен ($r_p = R \operatorname{tg} \beta$), соотношение зубьев (Z_1, Z_2) существенно влияют на форму профиля зубьев неподвижного колеса.

ГЛАВА 4 ПРОФИЛИРОВАНИЕ ЗУБЬЕВ С ПОМОЩЬЮ САПР И АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ НА ФОРМУ ПРОФИЛЯ

В данной главе представлено описание профилирования зубьев блока шестерен и колес волнового торцевого кинематического редуктора с помощью САПР и анализ влияния геометрических параметров зацепления на форму профиля.

4.1 Профилирование зубьев блока шестерен и колеса

Анализ зависимостей (3.23), (3.24) и (3.26) показал, что на форму профиля зубьев существенно влияют: угол конического аксоида зубьев δ , угол при вращении конуса роликов β , число зубьев Z и угол нутации θ .

Выявление степени направленности влияния этих параметров на профиль зубьев осуществлялось графоаналитически, для этого по полученным формулам (3.33) и (3.35) разработан алгоритм и составлена зависимость в программе «MathCAD 2010 Professional».

В пакете математического моделирования MathCAD для каждого переменного параметра был разработан ряд профилей боковых поверхностей зубьев неподвижного колеса. С помощью системы CAD/CAM/CAE CATIA V5R7 с использованием теоретических соотношений, полученных в третьей главе, на разных этапах моделировались проекции профилей зубьев блока шестерен отдельно и только на финальном этапе они синтезировались как единое целое [92].

На начальном этапе на сфере радиуса R траектория движения точки C центра окружности дугового профиля зуба блока шестерен описывалась функцией $\lambda_1 = f(\tau_1)$, а профиля зуба неподвижного колеса – функцией $\lambda = f(\tau)$, полученными из соотношений (3.33) и (3.35). На рисунках 4.1–4.4 показаны плоские проекции траектории центра окружности дугового профиля ($LEMBDAI=F(TAU1)$) и профиля зуба неподвижного колеса ($LEMBDA=F(TAU)$).

Первоначально описаны на сфере траектория движения произвольной точки оси зуба блока шестерен с дугового профиля C (рис. 3.5) и профиль зуба параметрическими уравнениями (3.16), (3.23) и (3.25).

Вывод результатов расчетов по уравнениям, описывающим профиль зуба на сфере, дает определенную погрешность, так как в этом случае профиль зуба представляет его развертку со сферы на плоскость. Профиль зуба в развертке не дает полного представления о форме, а тем более о характере влияния геометрических параметров зацепления.

В связи с этим требовалось спроектировать траекторию движения центра дугового профиля зуба блока шестерен (точки C) и профиль зуба со сферы на плоскость P^* , расположенную перпендикулярно плоскости треугольника OQ_1Q_2 (рис. 3.4). Переход от траектории движения точки C шестерни и профиля зуба со сферы на плоскость P^* позволяет получить форму профиля в нормальном сечении зуба и интерпретировать его графопостроителем без искажения.

На рисунке 3.4 представлены проекция на плоскость P^* траектории движения точки C блока шестерен, построенной по зависимости $\lambda_1 = f(\tau_1)$ из (3.35) и (3.36), и проекция профиля зуба, построенная по зависимости $\lambda = f(\tau)$ согласно (3.33) и (3.34), где $\tau = f(\psi)$.

Графическое построение функций $\lambda = f(\tau)$ и $\lambda_1 = f(\tau_1)$ осуществлялась в совмещенных координатах $\lambda_1\lambda - \tau_1\tau$ при значениях угла прецессии $0 < \psi < 2\pi$, т. е. при одном обороте ведущего вала. При этих значениях ψ уравнениями (3.33) и (3.34) описывается профиль одного зуба колеса.

Зависимость $\lambda = f(\tau)$ представляет собой огибающую кривую (эквидистанту) множества дуг окружностей радиусом R , центры которых расположены на траектории движения точки C , описываемой уравнением $\lambda_1 = f(\tau_1)$.

4.2 Влияние числа зубьев на их профиль

Влияние числа зубьев сопряженных колес на профиль неподвижного колеса показано на рисунке 4.1.

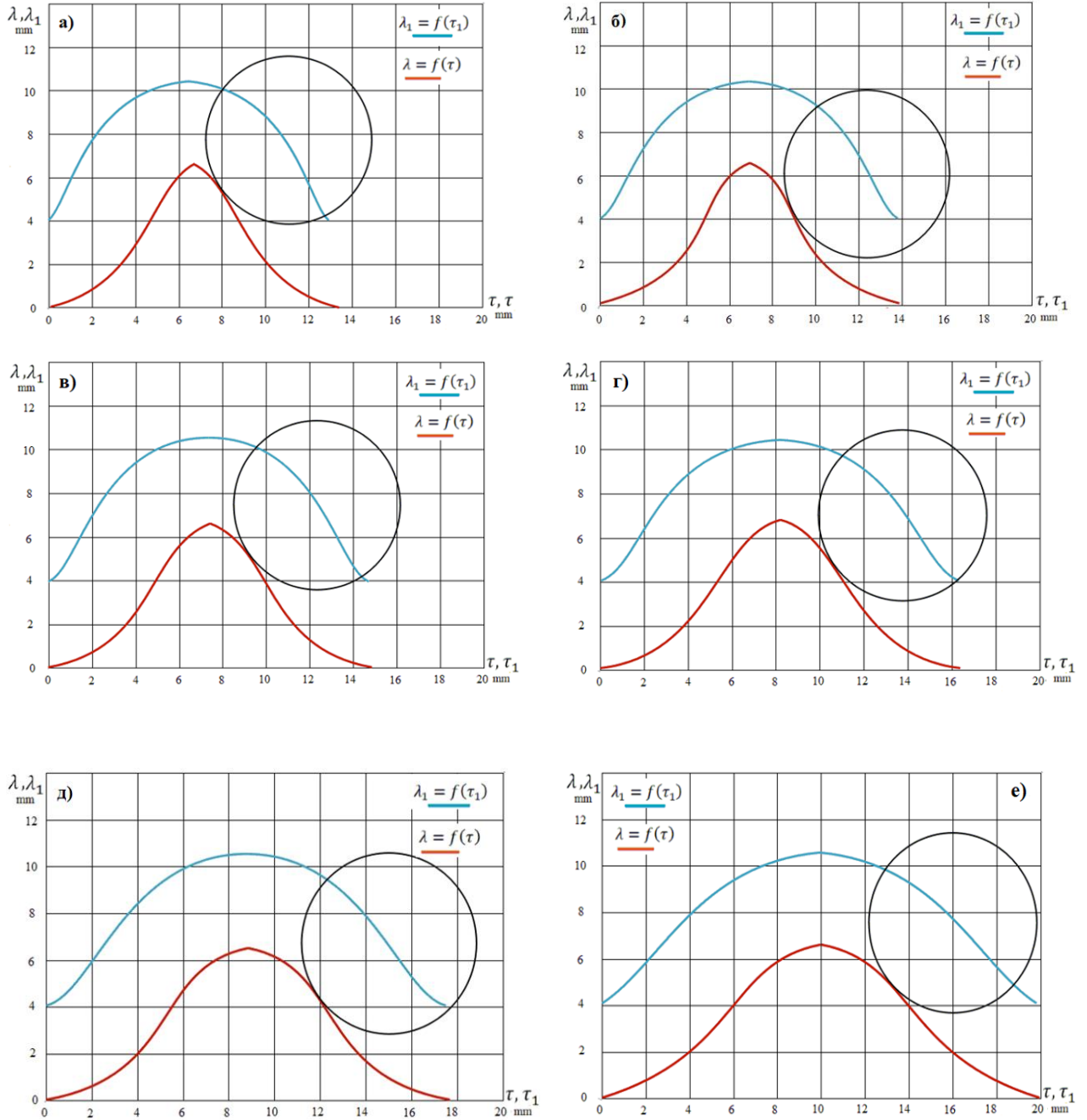


Рисунок 4.1– Влияние числа зубьев неподвижного колеса Z_1 на их профиль при параметрах а) $Z_1 = 31, Z_2 = 32, \beta = 3^\circ, \theta = 2,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм; б) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 3^\circ, \theta = 2,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм; в) $Z_1 = 27, Z_2 = 28, \beta = 3^\circ, \theta = 2,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм; г) $Z_1 = 25, Z_2 = 26, \beta = 3^\circ, \theta = 2,5^\circ, \delta =$

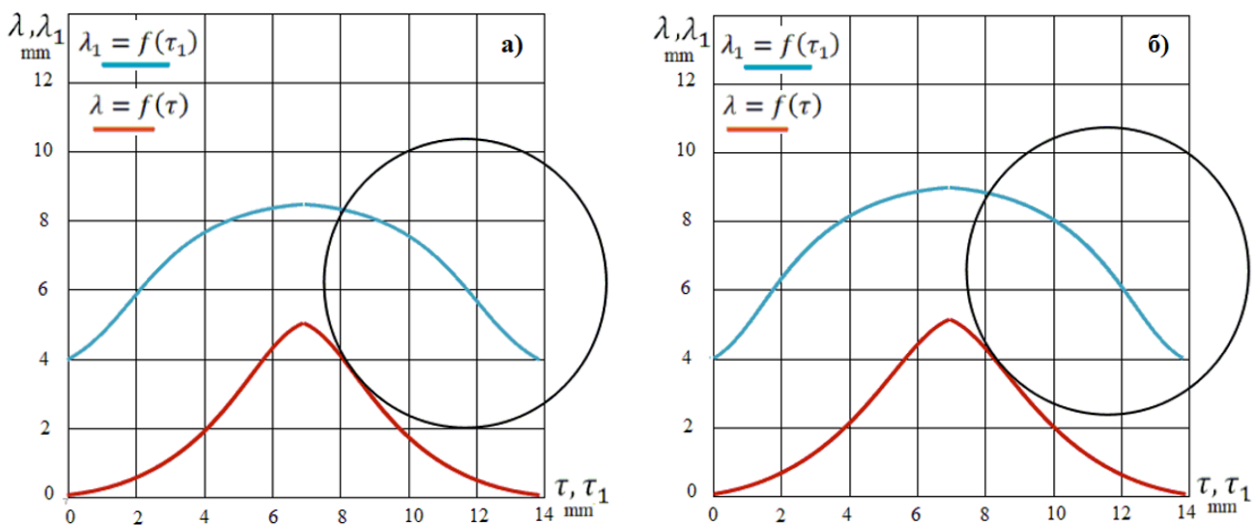
22,5°, D = 150 мм; д) $Z_1 = 23, Z_2 = 24, \beta = 3^\circ, \theta = 2,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм ;
 е) $Z_1 = 21, Z_2 = 22, \beta = 3^\circ, \theta = 2,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм.

Установлено, что соотношение числа зубьев оказывает определенное воздействие на форму профиля зубьев. Анализ профилей, показанных на рисунке 4.1, свидетельствует о том, что при конкурентных значениях угла раствора β , угла нутации θ , угла аксоида δ и числа зубьев сопряженных колес (Z_1, Z_2) сечения зубьев на любом коническом расстоянии (диаметре) подобны. Количество зубьев влияет на угловую скорость и направление вращения подвижного колеса, а также определяет передаточное отношение редуктора.

Число и соотношение зубьев определяют угловую скорость и направление вращения блока шестерен и подвижного колеса, взаимодействие которых влияет на общее передаточное отношение редуктора. Установлено, что форма профиля зубьев сопряженных колес зависит их от соотношения. Так, на рисунке 4.1 представлены профилограммы зубьев зацепления: $\beta = 3^\circ, \theta = 2,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм при различных числах зубьев $Z_2 = 31, 29, 27, 25, 23, 21$ и соотношениях $Z_2 = Z_1 + 1$.

4.3 Влияние угла нутации θ на профиль зубьев

Влияние угла нутации θ на профиль зубьев показано на рисунке 4.2.



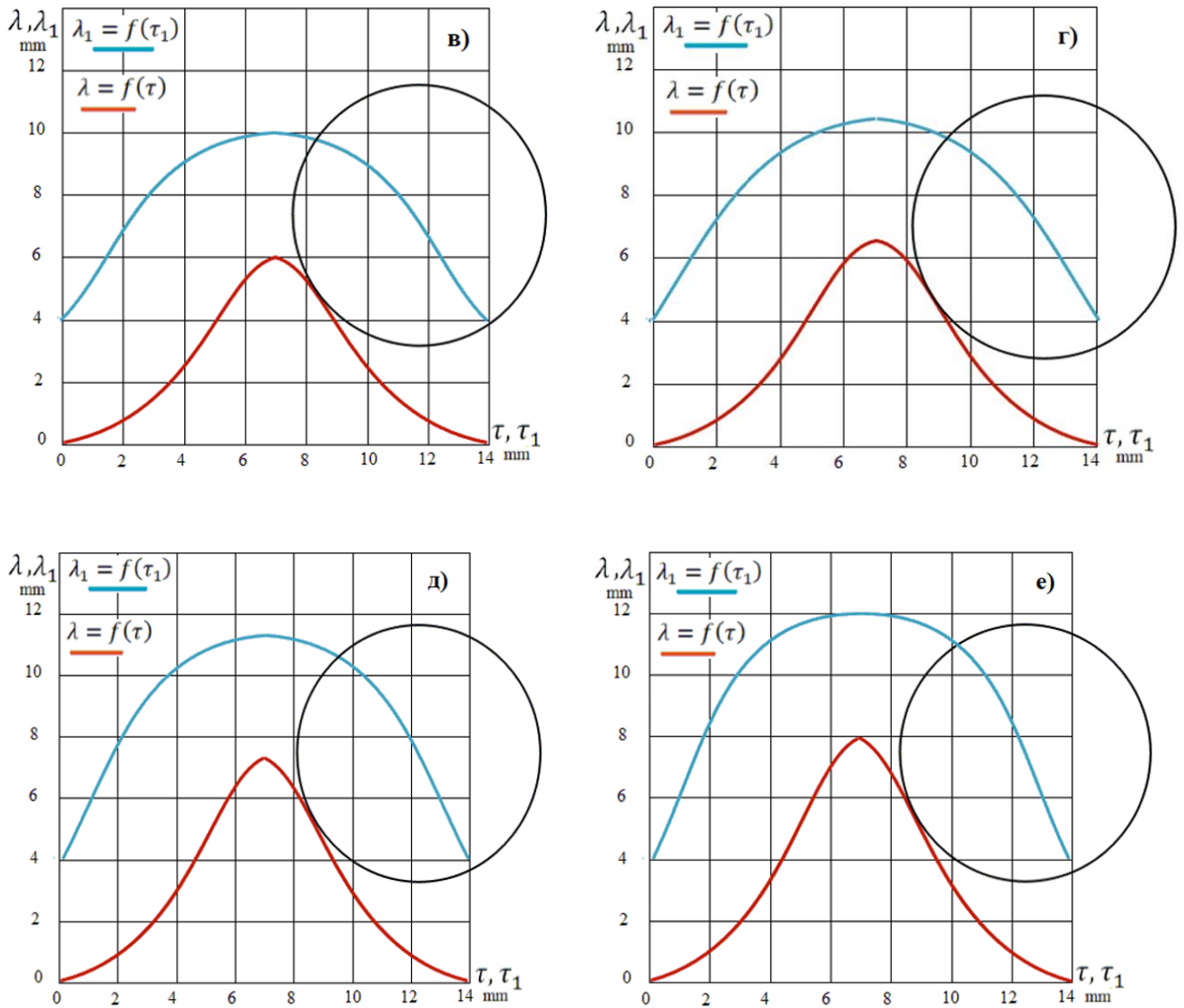


Рисунок 4.2 – Влияние угла нутации θ на профиль зубьев при параметрах

- а) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 1,8^\circ$; б) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2^\circ$; в) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,2^\circ$; г) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ$; д) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,8^\circ$; е) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 3^\circ$.

Видно, что при известном диаметре D и конкурентных значениях углов раствора β и аксоида δ , угол нутации θ предопределяет высоту зуба неподвижного колеса, а вместе с количеством зубьев в этом диаметре – отношение толщины зуба к его высоте. Из анализа профилограмм следует, что угол нутации θ должен выбираться с учетом его влияния на геометрию зуба.

4.4 Влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на профиль зубьев

Известно, что контактные напряжения в зацеплении обратно пропорциональны приведенному радиусу кривизны в точках контакта профилей сопряженных зубьев [93]. Следовательно, для повышения контактной прочности зубчатого зацепления необходимо увеличить радиус каждого из сопряженных профилей [94]. Однако, как установлено, увлечение радиуса зуба блока шестерен приводит, с одной стороны, к уменьшению многопарности зацепления, а с другой – к изменению кривизны профиля сопряженных зубьев [95]. В связи с этим определение степени влияния радиуса роликов на профиль зубьев представляет особый интерес. Ранее установлено, что любые нормальные сечения зубьев, имеющие общую точку контакта, являются подобными. С учетом этого свойства, а также того, что продолжения образующих зубьев и роликов пересекаются в центре прецессии, следует, что размеры сечений зубьев и роликов вдоль их длины растут прямо пропорционально росту диаметра их расположения.

Из вышеуказанного следует, что изучение влияния угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на профиль зубьев будет более обобщающим, а не радиуса окружности дугового профиля. Это позволит определить пропорцию кривизны сопряженных профилей и оценить их размеры по одной профилограмме при любом диаметре колес. На рисунке 4.3 показано влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на профиль неподвижного колеса, выраженного радиусами $r_1 = 2,7$ мм (а), $r_1 = 3,4$ мм (б), $r_1 = 4$ мм (в), $r_1 = 4,7$ мм (г), $r_1 = 5,7$ мм (д), $r_1 = 6,2$ мм (е). Из анализа профилограмм установлено, что увеличение радиуса r_1 приводит к уменьшению многопарности зацепления и радиуса кривизны профиля зубьев неподвижного колеса, т. е. к благоприятным условиям для создания геометрии выпукло-вогнутого контакта зубьев с небольшой разницей радиусов кривизны.

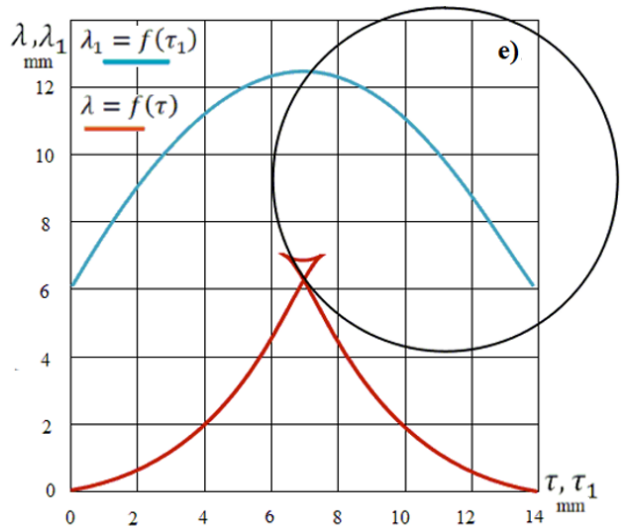
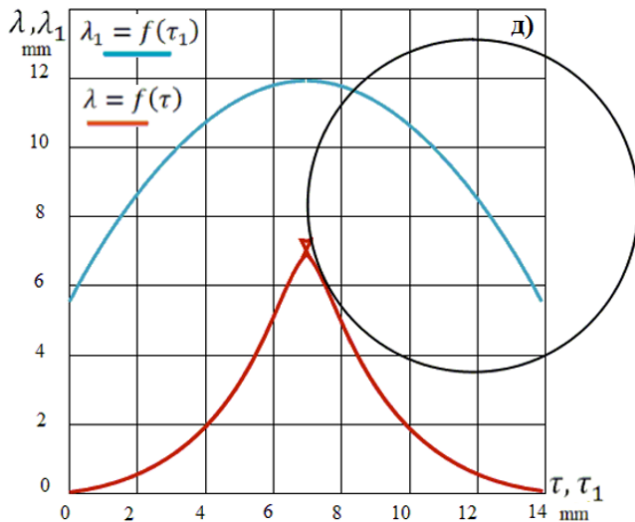
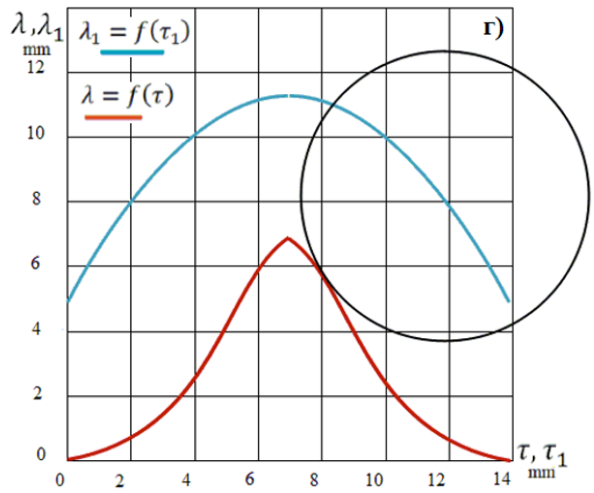
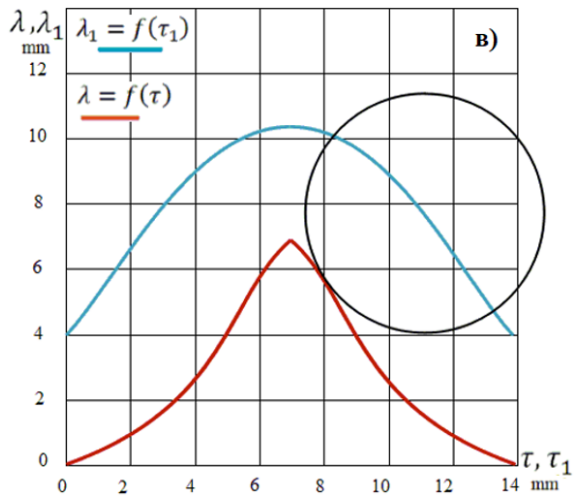
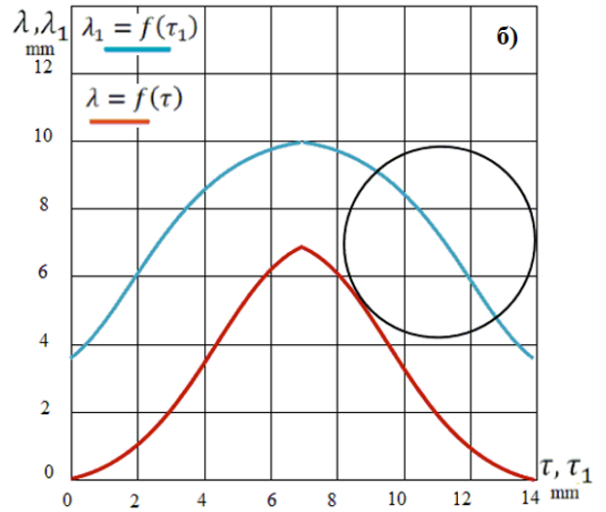
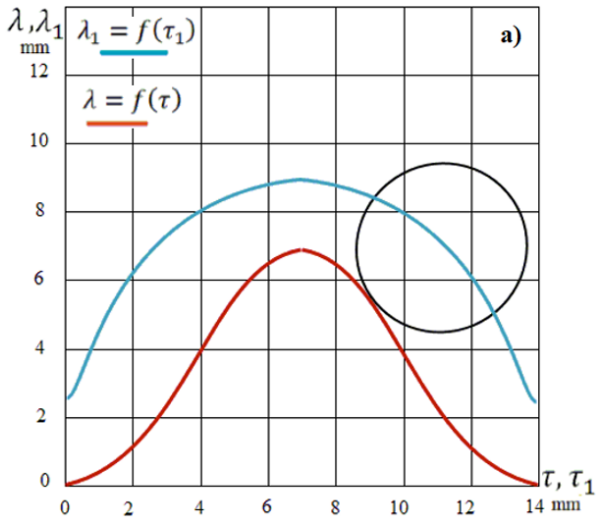


Рисунок 4.3 – Влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на профиль зубьев при соотношении а) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм, $\theta = 2,5^\circ, \beta = 2,6^\circ$; б) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм, $\theta = 2,5^\circ$,

$\beta = 3,2^\circ$; в) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,2^\circ, \beta = 3,8^\circ$; г) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4,4^\circ$; д) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 5^\circ$; е) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 5,6^\circ$.

4.5 Влияние угла аксоида расположения зубьев блока шестерен δ на профиль зубьев

На рисунке 4.4. представлена схема с расположением зуба блока шестерен волнового торцевого кинематического редуктора на коническом аксоиде с углом при вершине, равным δ . Точка к блока шестерен (расположенная в плоскости, перпендикулярной оси Z_1) и центр C торца зуба описывают на сфере траектории с одинаковым периодом, но разной кривизной.

На профиль зуба оказывает влияние угол конического аксоида δ , на поверхности которого расположены оси зубьев, причем чем больше угол δ , тем больше степень изменения профиля зуба.

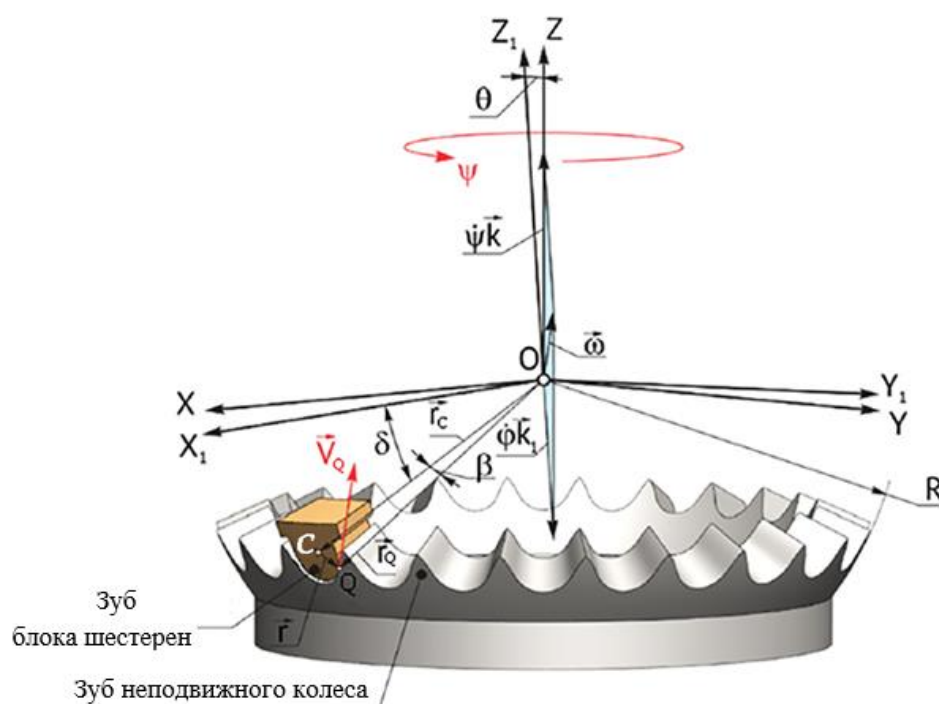
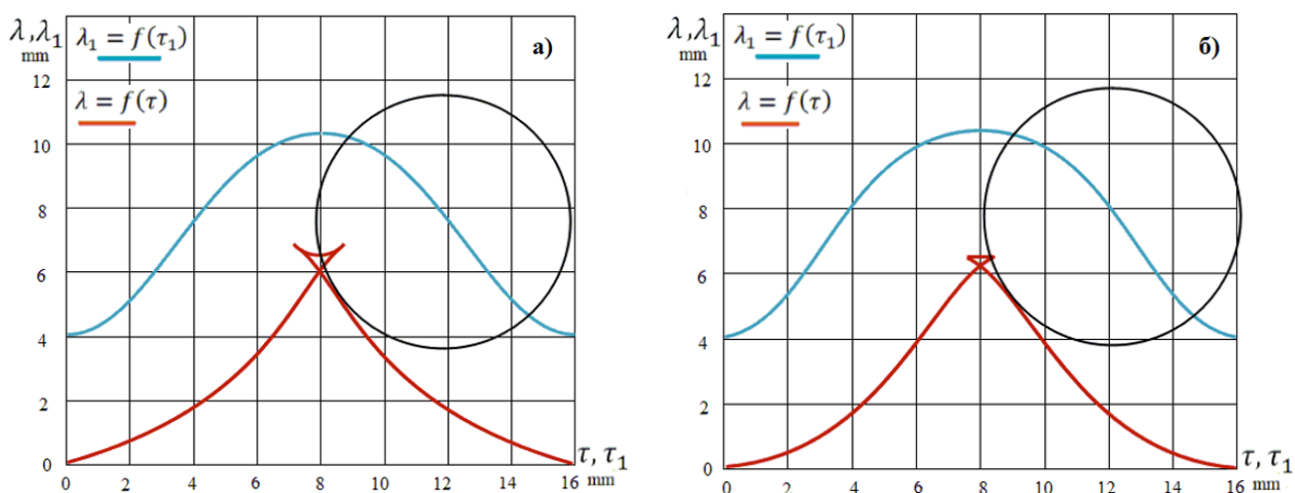


Рисунок 4.4 – Пространственная схема взаимодействия зубьев в волновом торцевом кинематическом редукторе с углом конического аксоида $\delta > 0$

Для выявления влияния угла конического аксоида δ на форму профиля зубьев колеса на рисунке 4.5 приведены профилограммы зубьев при различных значениях угла δ . Анализ профилограмм показывает, что с увлечением угла аксоида δ и при прочих равных параметрах форма профиля зубьев значительно меняется.

Следует отметить, что переход количественных изменений параметров δ, β, θ и Z к качественным изменениям профиля зубьев приводит к возможности создания профилей, удовлетворяющих требованиям проектируемого редуктора. Более того, определить степень и направленность влияния параметров δ, β, θ и Z на форму профиля зубьев разрешит на стадии проектирования выбирать их рациональное соотношение, обеспечивающее постоянство передаточного отношения и многопарное зацепление. Таким образом, выбирая правильное соотношение параметров δ, β, θ и Z , устраняем основные недостатки волнового торцевого кинематического редуктора и расширяем область их применения.



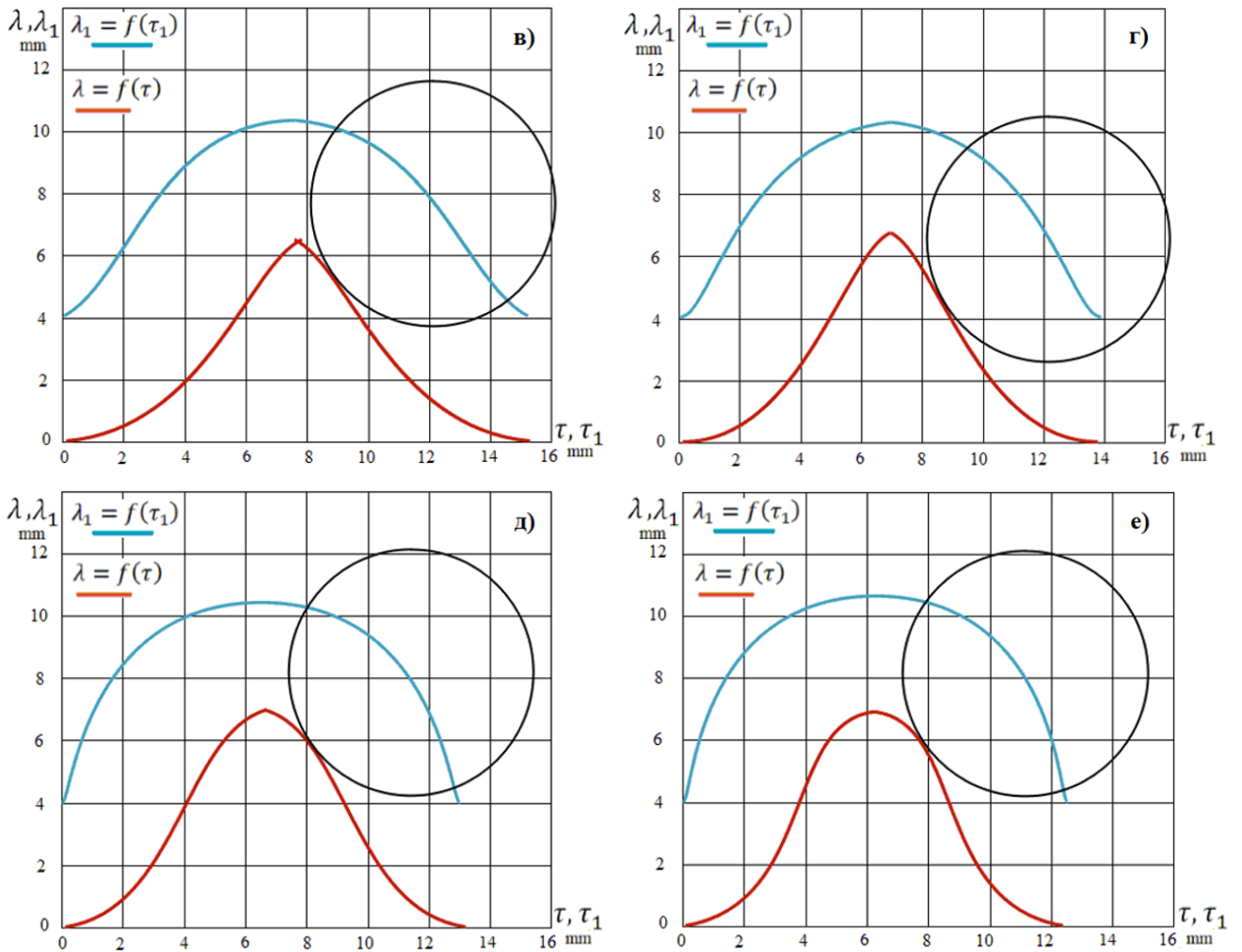


Рисунок 4.5 – Влияние угла конического аксоида δ на профиль зубьев при соотношении а) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 0,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4^\circ$; б) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 7,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4^\circ$; в) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 15^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,2^\circ, \beta = 4^\circ$; г) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 22,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4^\circ$; д) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \delta = 30^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4^\circ$; е) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 4^\circ, \delta = 33,5^\circ, D = 150 \text{ мм}, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4^\circ$.

4.6 Аналитическое определение многопарности зацепления

О многопарности зацепления можно судить по графикам функций $\lambda_1 = f(\tau_1)$ и $\lambda = f(\tau)$ (рис. 4.6, а), представляющих соответственно проекцию траектории движения центра С зуба блока шестерен и профиля зуба колеса на плоскости P^* (рис. 3.5). Каждому значению функции $\lambda_1 = f(\tau_1)$ соответствует определенная точка на графике функции $\lambda = f(\tau)$, являющаяся точкой контакта

взаимодействующих зубьев. Положение любой точки контакта на графике $\lambda = f(\tau)$ определяется фазой прецессии, т. е. углом прецессии ψ .

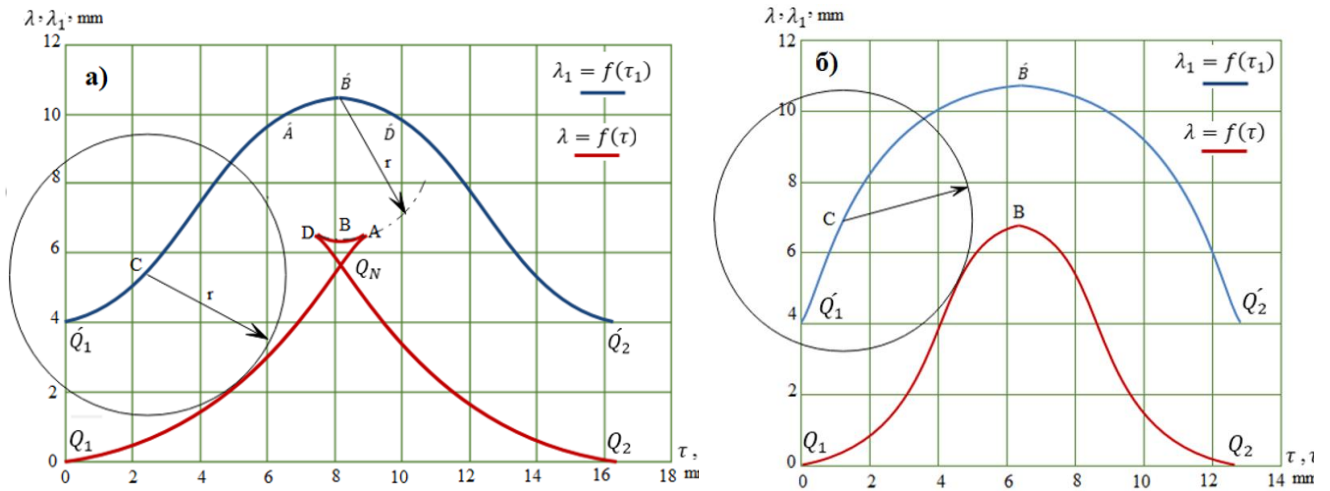


Рисунок 4.6 – Взаимодействие зубьев за один цикл прецессии при параметрах: а) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, D = 150 \text{ mm}, r = 4 \text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 0^\circ, \varepsilon < 100$; б) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, D = 150 \text{ mm}, r = 4 \text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 30^\circ, \varepsilon = 100\%$

Например, точка С на графике $\lambda_1 = f(\tau_1)$ соответствует точке Q на графике $\lambda = f(\tau)$.

Эта взаимосвязь функций определена уравнениями (3.17), (3.24) и (3.26). Исходные условия получения функции $\lambda = f(\tau)$ обеспечивают следующее взаимодействие зубьев: ролик с центром, расположенным в точке С, контактирует с профилем зуба колеса в точке Q.

При этом, множество окружностей (рис. 4.6, а) с центрами, расположенными на участке $\dot{Q}_1\dot{A}$ траектории движения центра С зуба, огибается кривой Q_1A . Аналогично множество окружностей с центрами, расположенными на участках $\dot{Q}_1\dot{A}, \dot{A}\dot{B}, \dot{B}\dot{D}$ и $\dot{D}\dot{Q}_2$, огибается кривыми Q_1A, AB, BD и DQ_2 , соответственно.

Видно, что кривые Q_1A и Q_2D пересекаются в точке Q_N . Кривая линия $Q_1Q_NQ_2$, где происходит взаимодействие зубьев блока шестерен и неподвижного колеса, представляет собой профиль зуба неподвижного колеса. На участке Q_NABDQ_N взаимодействие зубьев прекращается. Поскольку продолжительность взаимодействия зубьев определяет степень многопарности зацепления, итак можно определить многопарность зацепления по размерам кривой Q_NABDQ_N , которой характеризует продолжительность отсутствия контакта между зубьями.

При отсутствии этой кривой многопарность зацепления составляет $\varepsilon = 100\%$, так как зубья блока шестерен и колес непрерывно взаимодействуют между собой (рис. 4.6, б), а наличие этой кривой свидетельствует об уменьшении многопарности зацепления, следовательно, чем больше размеры этой кривой, тем меньше многопарность зацепления.

Многопарность зацепления волнового торцевого кинематического редуктора определяется продолжительностью сопряжения зубьев за один цикл прецессии $0 < \varphi < \frac{z_1\psi}{z_2}$ [96, 97].

Из рис. 4.6 видно, что продолжительность сопряжения зубьев зависит от формы их рабочего профиля [98].

Определение длины рабочего профиля Q_1Q_N (рис. 4.6) требует огромного количества вычислений, поэтому данная задача решена с помощью ЭВМ и устройства отображения графической информации. Для определения рабочего профиля зубьев в программе MathCAD 2010 Professional исследована зависимость $\tau = \tau(\varphi)$ в интервале $0 < \varphi < \frac{z_1\psi}{z_2}$, т. е. за один цикл прецессии.

Поскольку продолжительность контакта зубьев и, следовательно, многопарность зацепления зависят от формы профиля зубьев [99], для исследования были приняты функции $\tau = \tau(\varphi)$ характерных профилей: с наличием у вершины фигуры Q_NABDQ_N (рис. 4.6, а) с острой вершиной и закругленной (рис. 4.6, б).

Из рисунке 4.7, а, в, г видно, что функция $\tau = \tau(\varphi)$ имеет два экстремума – А и D, соответствующие точкам А и D функции $\lambda = f(\tau)$, а функция на рисунке 4.7, б непрерывно растет. Непрерывный рост функции $\tau = \tau(\varphi)$ свидетельствует о том, что многопарность зацепления $\varepsilon = 100\%$, а наличие экстремумов – о прерывистом контакте зубьев, т. е. многопарность $\varepsilon < 100\%$.

Анализ функции $\tau = \tau(\varphi)$ показывает также, что уравнение

$$\tau\left(\frac{z_2}{z_1}\right)\varphi - \left[\tau\left(\frac{z_2}{z_1}\right)\pi\right] = 0, \quad (4.1)$$

определяющее продолжительность рабочего профиля, имеет три корня:

$$\varphi_{Q_{1N}}, \varphi_B = \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\pi \quad \text{и} \quad \varphi_{Q_{2N}}.$$

Рабочий профиль зубьев существует на участке $Q_1 Q_n$ графика функции $\tau = \tau(\varphi)$, т. е. при $0 < \varphi < \varphi_{Q_{1N}}$ определяется из условия

$$\tau(\varphi) - \tau\left[\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\pi\right] < 0. \quad (4.2)$$

Исходя из вышеизложенного, многопарность зацепления (в %) определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\varphi_{Q_{1N}}}{\varphi_B} 100\%, \quad (4.3)$$

где $\varphi_{E_{1N}}$ – наименьший корень уравнения (4.3)

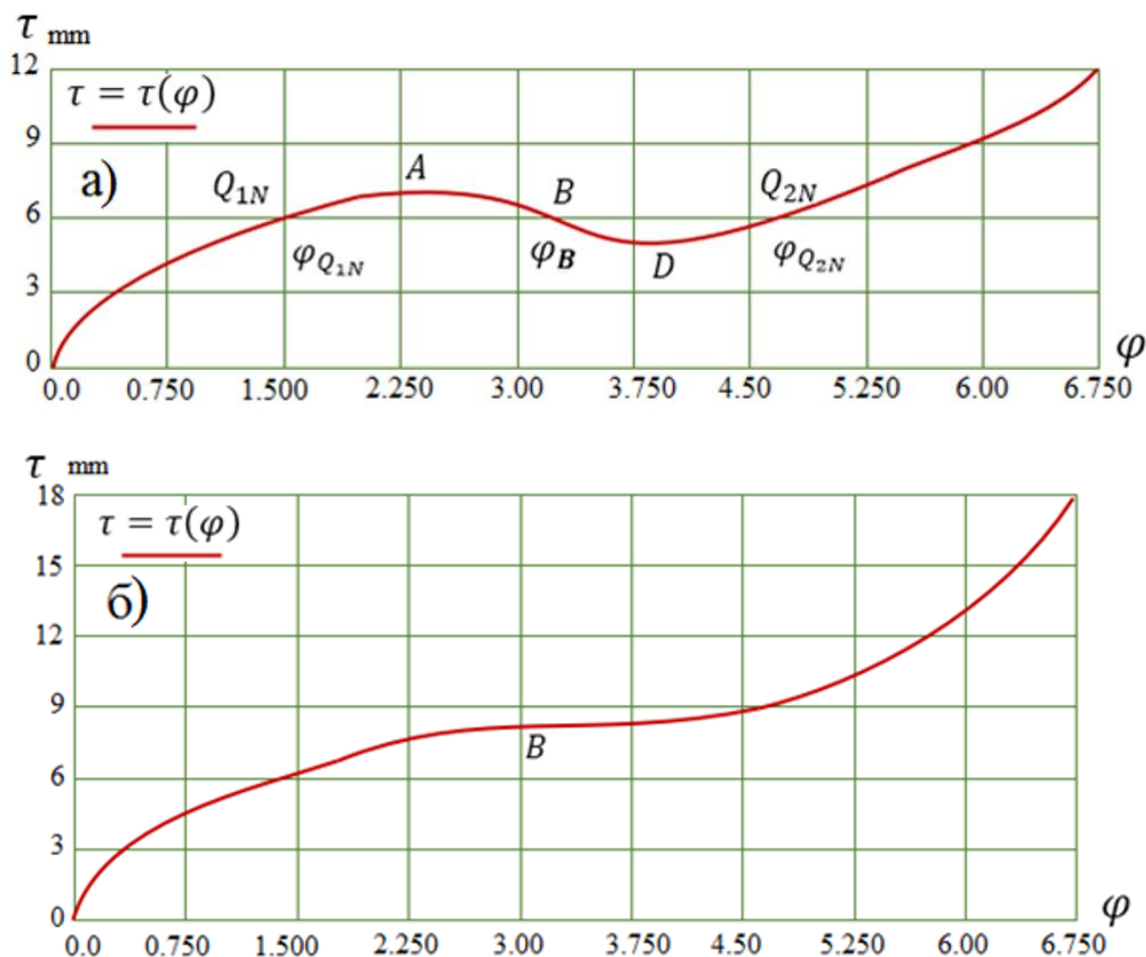


Рисунок 4.7 – Определение многопарности зацепления при: а) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, D = 150 \text{ mm}, r = 4 \text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 0^\circ$; б) $Z_1 = 29, Z_2 = 30, D = 150 \text{ mm}, r = 4 \text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 30^\circ$.

4.7 Влияние геометрических параметров на многопарность зацепление ε

В установлено, что многопарность зацепления в волновом торцевом кинематическом редукторе определяется продолжительностью сопряжения зубьев за один прецессионный цикл, а продолжительность сопряжения зубьев в свою очередь зависит от формы их профиля. На основании этого вывода многопарность зацепления следует исследовать при параметрах, которые оказывают наибольшее влияние на форму профиля зубьев, а именно: число зубьев Z ; угол нутации θ ; угол раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β и угол конического аксоида δ .

Для исследования влияние геометрических параметров на многопарность зацепление по формулам (3.33) и (3.34), приведенным в третьей главе, а также по уравнениям (4.1)–(4.3) разработан алгоритм и составлена программа на MathCAD 2010 Professional за один прецессионный цикл [100].

4.7.1 Влияние числа зубьев Z на многопарность зацепления ε

На рисунке 4.8 представлена зависимость многопарности зацепления от числа зубьев Z_1 при различных углах раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β .

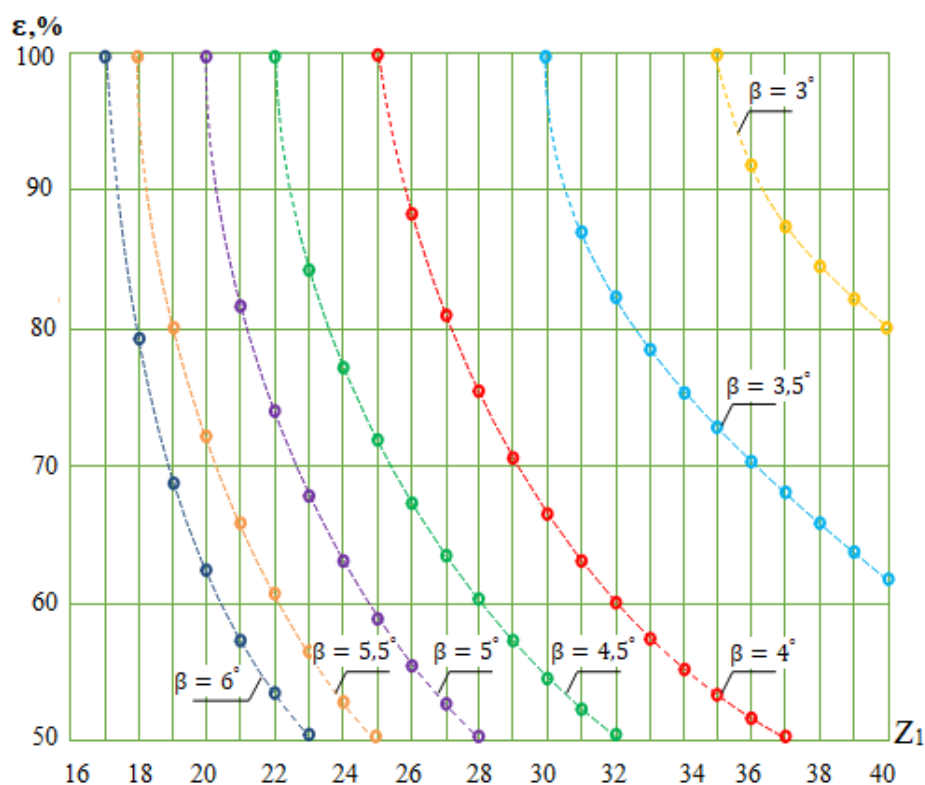


Рисунок 4.8 – Зависимость многопарности зацепления ε от числа зубьев Z_1 при различных углах угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β и параметрах: $\theta = 2,5^\circ$, $\delta = 22,5^\circ$

По зависимости $\varepsilon = f(Z_1)$ с учетом заданного передаточного отношения выбирают рациональное число зубьев Z_1 , которое обеспечивает оптимальную многопарность зацепления редуктора.

4.7.2 Влияние угла нутации θ на многопарность зацепления ε

Влияние угла нутации θ на многопарность зацепления ε при различных числах зубьев Z_1 представлено на рисунке 4.9.

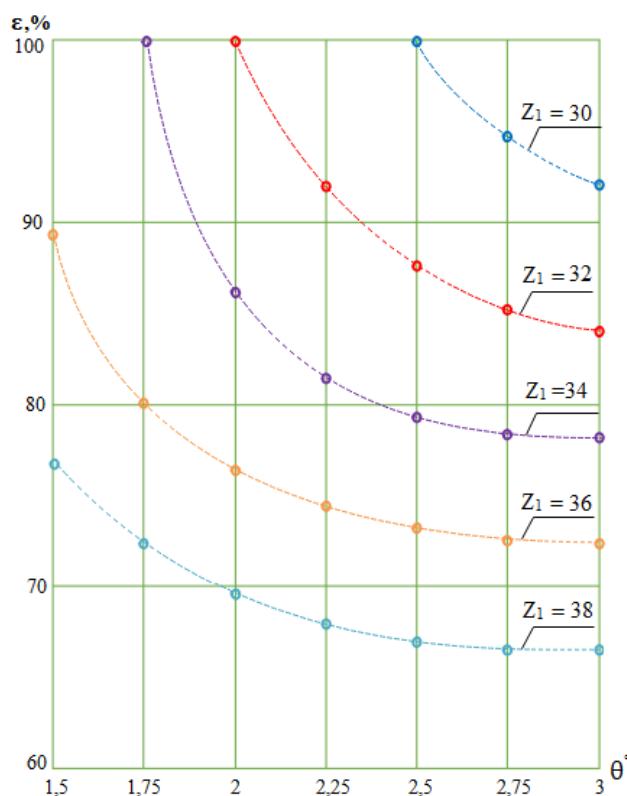


Рисунок 4.9 – Зависимость многопарности зацепления ε от угла нутации θ при различных числах зубьев Z_1 и параметрах: $\beta = 3^\circ$, $\delta = 22,5^\circ$

Анализ зависимостей показывает, что при увеличении угла нутации θ от $1,5^\circ$ до 3° , многопарность зацепления зубьев незначительно меняется, следовательно, угол нутации θ не является ценным параметром для увеличения кратности зацепления зубьев ε путем его изменения.

4.7.3 Влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на многопарность зацепления ε

На рисунке 4.10 показано влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на многопарность зацепления зубьев при различных углах конического аксоида δ .

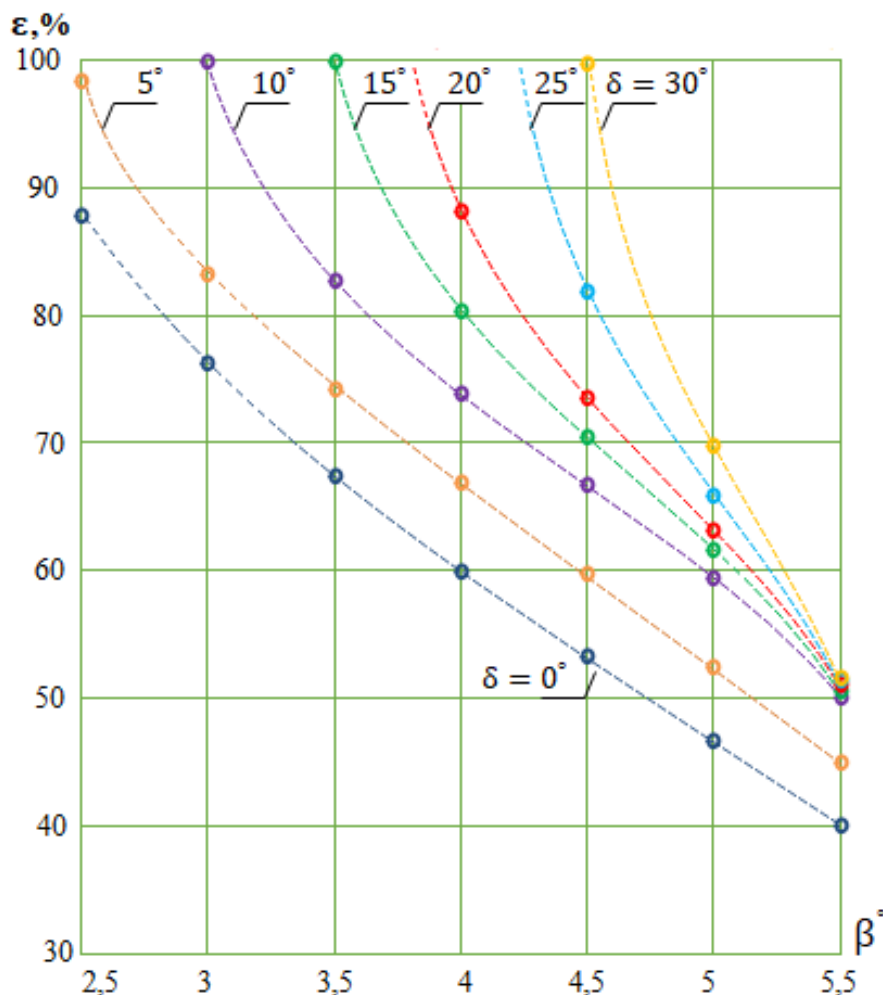


Рисунок 4.10 – Зависимость многопарности зацепления ε от угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β при различных углах конического аксоида δ и параметрах: $Z_2 = 29$, $\theta = 2,5^\circ$

Видно, что с увеличением угла β многопарность зацепления существенно уменьшается. Именно поэтому на этапе проектирования необходимо выполнить пробные расчеты, которые позволят установить, какой из параметров β и ε обеспечивает наибольшее повышение несущей способности редуктора.

4.7.4 Влияние угла конического аксоида δ на многопарность зацепления ε

На рисунке 4.11 представлены графики влияния угла конического аксоида δ на многопарность зацепления при разных углах раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β .

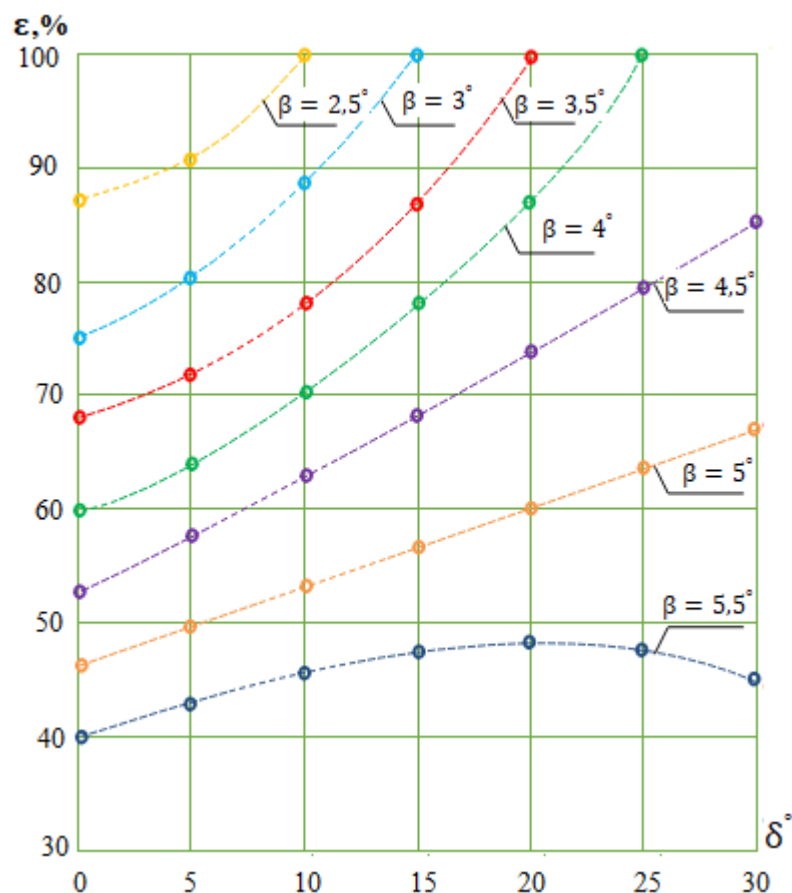


Рисунок 4.11 – Зависимость многопарности зацепления ε от угла конического аксоида δ раствора при различных углах дугового профиля зубьев блока шестерен β и параметрах: $Z_1 = 29$, $\theta = 2,5^\circ$

Видно, что угол конического аксоида δ оказывает существенное влияние на многопарность зацепления зубьев ε . Увеличение угла конического аксоида δ приводит к увеличению многопарности зацепления ε .

4.8 Кривизна контактирующих поверхностей зубьев

4.8.1 Пространственный радиус кривизны профиля неподвижного и подвижного колес

Профиль боковых сторон зубьев неподвижного колеса представляет собой кривую на сфере радиусом R с началом в центре прецессии O . Положение произвольной точки Q определяется параметрическими уравнениями (глава 3) по формулам (3.23), (3.24) и (3.26) координат X_Q, Y_Q и Z_Q в зависимости от угла прецессии ψ , который в свою очередь представляет собой линейную функцию времени.

Для описания координатного профиля разделим зуб на 360 сегментов, представленных функционально углом прецессии ψ . Для определения радиуса кривизны в пространстве произвольного участка профиля зуба через три последовательные точки на этом участке (рис. 4.12) проводим плоскость P_1 , на которой будет расположен центр кривизны соответствующего сегмента профиля.

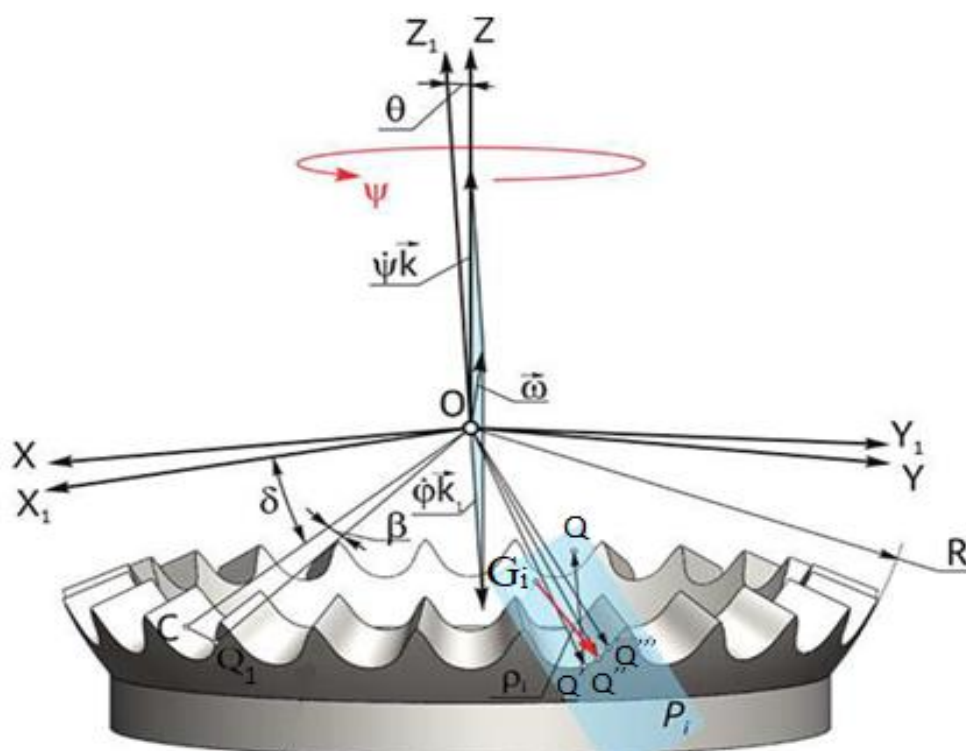


Рисунок 4.12 – Векторная диаграмма положения центра радиуса кривизны O_i для части профиля центрального колеса, определенной с помощью $i = f(\psi)$

Обозначим через Q', Q'', Q''' три последовательные точки $i-1, i$ и $i+1$, расположенные в плоскости P_1 , кривой активного профиля зуба, соответствующие углам $\psi_{Q'} = \psi_{i-1}$, $\psi_{Q''} = \psi_i$, $\psi_{Q'''} = \psi_{i+1}$.

Уравнение плоскости P_1 , проходящей через точки Q', Q'', Q''' , можно записать в векторной форме (рис. 4.12):

$$\left[\overrightarrow{Q'Q''} \times \overrightarrow{Q'Q'''} \right] \times \overrightarrow{Q'Q} = 0 \quad (4.4)$$

где $\overrightarrow{Q'Q}$ – вектор положения произвольной точки Q плоскости P_1 ,

$$\overrightarrow{Q'Q''} = (X_i - X_{i-1})\vec{i} + (Y_i - Y_{i-1})\vec{j} + (Z_i - Z_{i-1})\vec{k},$$

$$\overrightarrow{Q'Q'''} = (X_{i+1} - X_{i-1})\vec{i} + (Y_{i+1} - Y_{i-1})\vec{j} + (Z_{i+1} - Z_{i-1})\vec{k},$$

$$\overrightarrow{Q'Q} = (X - X_{i-1})\vec{i} + (Y - Y_{i-1})\vec{j} + (Z - Z_{i-1})\vec{k}.$$

Векторное произведение представим в виде определителя:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{Q'Q''} \times \overrightarrow{Q'Q'''} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_i - X_{i-1} & Y_i - Y_{i-1} & Z_i - Z_{i-1} \\ X_{i+1} - X_{i-1} & Y_{i+1} - Y_{i-1} & Z_{i+1} - Z_{i-1} \end{vmatrix} \\ &= \vec{i} \left[(Y_i - Y_{i-1})(Z_{i+1} - Z_{i-1}) - (Y_{i+1} - Y_{i-1})(Z_i - Z_{i-1}) \right] \\ &+ \vec{j} \left[(X_{i+1} - X_{i-1})(Z_i - Z_{i-1}) - (X_i - X_{i-1})(Z_{i+1} - Z_{i-1}) \right] \\ &+ \vec{k} \left[(X_i - X_{i-1})(Y_{i+1} - Y_{i-1}) - (X_{i+1} - X_{i-1})(Y_i - Y_{i-1}) \right] \\ &= a_i \vec{i} + b_i \vec{j} + c_i \vec{k} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Уравнение плоскости P_1 , проходящей через три последовательные точки $i-1, i$ и $i+1$

$$a_i X + b_i Y + c_i Z = a_i X_i + b_i Y_i + c_i Z_i, \quad (4.6)$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta X_i &= X_i - X_{i-1} \\
\Delta Y_i &= Y_i - Y_{i-1} \\
\Delta Z_i &= Z_i - Z_{i-1} \\
\Delta X_{i+1} &= X_{i+1} - X_i \\
\Delta Y_{i+1} &= Y_{i+1} - Y_i \\
\Delta Z_{i+1} &= Z_{i+1} - Z_i \\
a_i &= \Delta Y_i \times \Delta Z_{i+1} - \Delta Y_{i+1} \times \Delta Z_i \\
b_i &= \Delta Z_i \times \Delta X_{i+1} - \Delta Z_{i+1} \times \Delta X_i \\
c_i &= \Delta X_i \times \Delta Y_{i+1} - \Delta X_{i+1} \times \Delta Y_i
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Уравнение окружности, проходящей через намеченные точки, можно записать по формуле:

$$d_i = a_i X_{G_i} + b_i Y_{G_i} + c_i Z_{G_i}. \tag{4.8}$$

Центр G_i окружности, проходящей через намеченные точки, принадлежит плоскости P_1 и имеет радиус ρ_i , поэтому:

$$(X_{i-1} - X_{G_i})^2 + (Y_{i-1} - Y_{G_i})^2 + (Z_{i-1} - Z_{G_i})^2 = \rho_i^2, \tag{4.9}$$

$$(X_i - X_{G_i})^2 + (Y_i - Y_{G_i})^2 + (Z_i - Z_{G_i})^2 = \rho_i^2, \tag{4.10}$$

$$(X_{i+1} - X_{G_i})^2 + (Y_{i+1} - Y_{G_i})^2 + (Z_{i+1} - Z_{G_i})^2 = \rho_i^2, \tag{4.11}$$

После преобразований из уравнений (4.9)–(4.11) получаем систему уравнений, из которой можно определить значения координат X_{G_i} , Y_{G_i} и Z_{G_i} :

$$\Delta X_i \times X_{G_i} + \Delta Y_i \times Y_{G_i} + \Delta Z_i \times Z_{G_i} = 0, \tag{4.12}$$

$$\Delta X_{i+1} \times X_{G_i} + \Delta Y_{i+1} \times Y_{G_i} + \Delta Z_{i+1} \times Z_{G_i} = 0, \tag{4.13}$$

$$a_i X_{G_i} + b_i Y_{G_i} + c_i Z_{G_i} = d_i. \tag{4.14}$$

Детерминантами системы уравнений являются:

$$\begin{aligned}
\Delta_i &= \begin{vmatrix} \Delta X_i & \Delta Y_i & \Delta Z_i \\ \Delta X_{i+1} & \Delta Y_{i+1} & \Delta Z_{i+1} \\ a_i & b_i & c_i \end{vmatrix} = \Delta X_i (c_i \times \Delta Y_{i+1} - b_i \times \Delta Z_{i+1}) ; \\
&+ \Delta Y_i (a_i \times \Delta Z_{i+1} - c_i \times \Delta X_{i+1}) + \Delta Z_i (b_i \times \Delta X_{i+1} - a_i \times \Delta Y_{i+1})
\end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\Delta_{1_i} = \begin{vmatrix} 0 & \Delta Y_i & \Delta Z_i \\ 0 & \Delta Y_{i+1} & \Delta Z_{i+1} \\ d_i & b_i & c_i \end{vmatrix} = d_i (\Delta Y_i \times \Delta Z_{i+1} - \Delta Y_{i+1} \times \Delta Z_i); \quad (4.16)$$

$$\Delta_{2_i} = \begin{vmatrix} \Delta X_i & 0 & \Delta Z_i \\ \Delta X_{i+1} & 0 & \Delta Z_{i+1} \\ a_i & d_i & c_i \end{vmatrix} = d_i (\Delta Z_i \times \Delta X_{i+1} - \Delta Z_{i+1} \times \Delta X_i); \quad (4.17)$$

$$\Delta_{3_i} = \begin{vmatrix} \Delta X_i & \Delta Y_i & 0 \\ \Delta X_{i+1} & \Delta Y_{i+1} & 0 \\ a_i & b_i & d_i \end{vmatrix} = d_i (\Delta X_i \times \Delta Y_{i+1} - \Delta X_{i+1} \times \Delta Y_i). \quad (4.18)$$

Координаты центра кривизны G_i равны:

$$X_{G_i} = \frac{\Delta_{1_i}}{\Delta_i}, \quad Y_{G_i} = \frac{\Delta_{2_i}}{\Delta_i}, \quad Z_{G_i} = \frac{\Delta_{3_i}}{\Delta_i}. \quad (4.19)$$

Радиус кривизны рассчитывается по формуле (4.9)

$$\rho_i = \sqrt{(X_i - X_{G_i})^2 + (Y_i - Y_{G_i})^2 + (Z_i - Z_{G_i})^2}, \quad (4.20)$$

где

$$X_{i-1}^2 + Y_{i-1}^2 + Z_{i-1}^2 = R^2, \quad (4.21)$$

$$X_i - X_{i-1} = \Delta X_i. \quad (4.22)$$

Для $i=0$ считаем $X_{-1} = -X_1$, $Y_{-1} = -Y_1$, $Z_{-1} = -Z_1$, что обусловлено симметричностью профиля зуба неподвижного колеса.

Радиус кривизны ρ_i участка профиля зубьев неподвижного колеса, определяемого $i = f(\psi)$, зависит от геометрических параметров сопряженных колес $Z_1, Z_2, \delta, \beta, R$.

По формулам, приведенным во второй и третьей главах, а также по уравнениям (4.20)–(4.22) разработан алгоритм и составлена программа в программе MathCAD 2010 Professional за один цикл.

На рисунке 4.13 показано изменение радиуса кривизны в пространстве профиля боковых сторон зубьев неподвижного колеса в зависимости от угла прецессии. Заметим, что при значениях угла прецессии $\psi = 43^\circ$ (активная сторона)

и $\psi = 327^\circ$ (пассивная сторона) радиус кривизны ρ_i боковой поверхности зубьев стремится к бесконечности, так как на этом отрезке геометрическая форма боков меняется с вогнутой на выпуклую. Следует отметить, что в волновом торцовом кинематическом редукторе с геометрическими параметрами $Z_1=24, Z_2=25, \theta=3^\circ, \delta=22,5^\circ, \beta=4,78^\circ, D=150$ мм геометрия контакта зубьев при $0 < \psi < 43^\circ$ имеет выпукло-вогнутую форму, а при $43^\circ < \psi < 156^\circ$ – выпукло-выпуклую. С точки зрения повышения несущей способности прецессионного колеса очевидно, что его конструкция должна обуславливать наличие необходимых зубьев при наибольшей нагрузке, а именно в районе $0 < \psi < 43^\circ$.

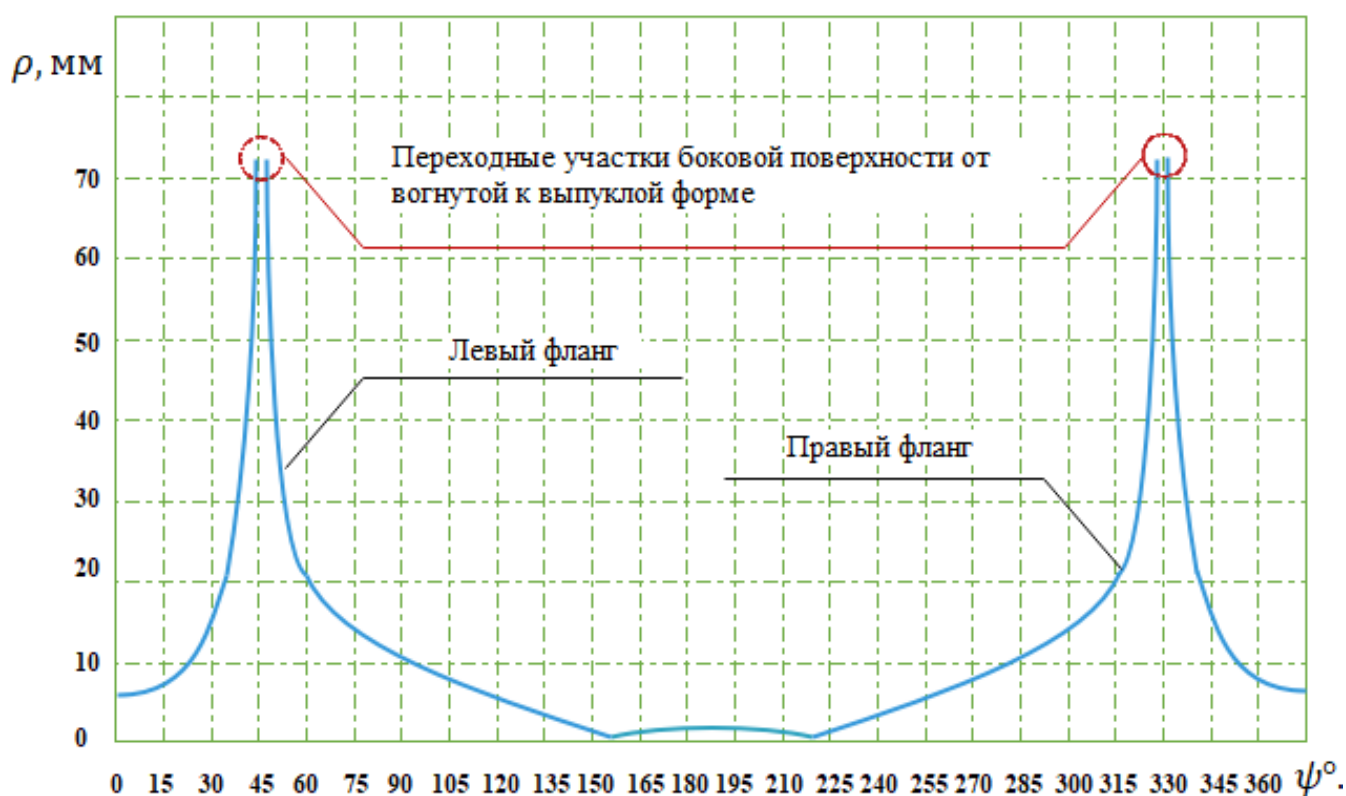


Рисунок 4.13 – Изменение радиуса кривизны выпукло-вогнутого профиля зуба колеса в зависимости от $Z_1=30, Z_2=31-1$ и $\delta=22,5^\circ, \theta=3,5^\circ, r=4,65$ мм, $D=150$

мм

4.8.2 Разность радиусов кривизны боковых поверхностей зубьев в контакте

Геометрия контакта зубьев определяет несущую способность волнового торцевого кинематического редуктора в зависимости от величины разности радиусов кривизны сопряженных профилей в точках контакта.

На рисунке 4.15 показано изменение разности радиусов кривизны ($\rho_{Q_i} - r$) профилей зубьев неподвижного колеса ρ_{Q_i} и блока шестерен r в точках контакта Q_i сопряженных боков в зависимости от угла прецессии ψ .

Профили боковых поверхностей зубьев центральных колес описываются функцией $\lambda = f(\tau)$, построенной по параметрическим уравнениям (3.33) или обертыванием (3.34) дуг окружностей радиуса r с началом, расположенным на траектории его движения $\lambda_1 = f(\tau_1)$. Профиль зубьев-сателлитов задается кривой по дуге окружности с началом радиусов кривизны, расположенных на той же кривой $\lambda_1 = f(\tau_1)$.

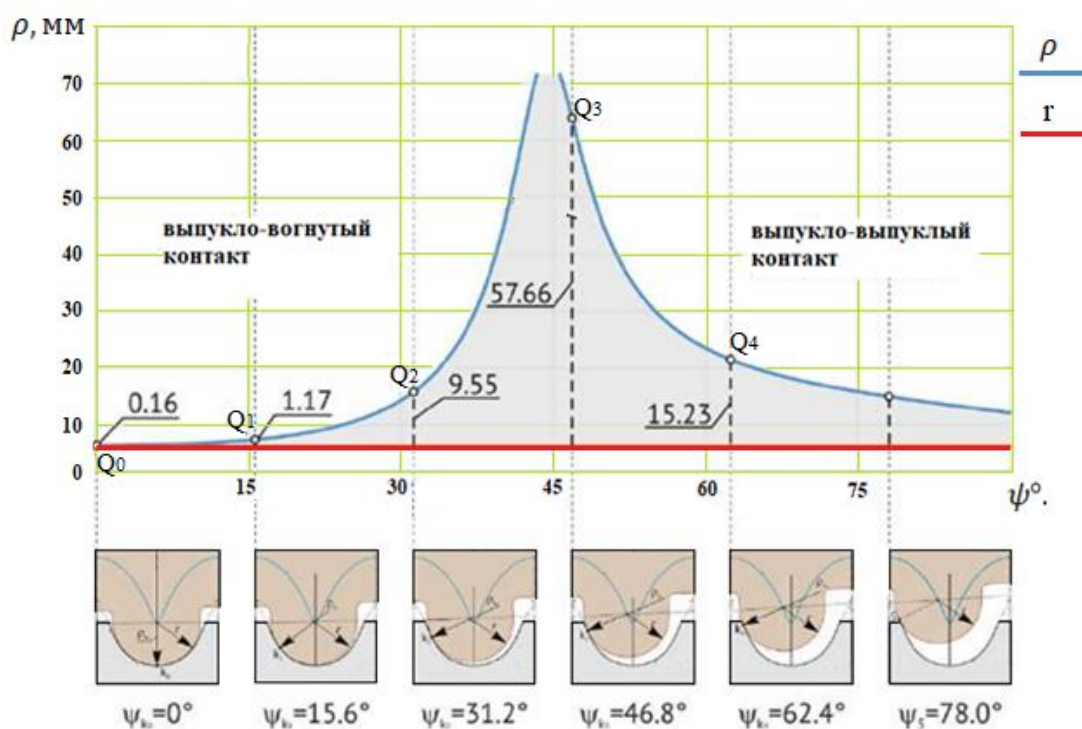


Рисунок 4.15 – Разность радиусов кривизны ($\rho_{Q_i} - r$) профилей зубьев центрального колеса r и сателлита r в контакте Q при: $Z_1=30$, $Z_2=31-1$ и $\delta=22,5^\circ$, $\theta=3^\circ$, $r=4,65$ мм, $D=150$ мм

В волновом торцовом кинематическом редукторе с параметрами $Z_1=24, Z_2=25, \theta = 3,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, \beta = 4,78^\circ, D=150$ мм, показанном на рисунке 4.15, в точке контакта Q_0 , соответствующей углу прецессии $\psi = 0^\circ$, разность радиусов кривизны сопряженных профилей $(\rho_{Q_0} - r) = 0,16$ мм, в точке контакта Q_1 , соответствующей $\psi = 15,6^\circ$, $(\rho_{Q_1} - r) = 1,17$ мм, в точке контакта Q_2 , соответствующей $\psi = 31,25^\circ$, $(\rho_{Q_2} - r) = 9,55$ мм, а в точке контакта Q_3 , соответствующей $\psi = 46,8^\circ$, геометрия контакта меняется с выпукло-вогнутой в выпукло-выпуклую форму с радиусом внешней кривизны профиля зубьев неподвижного колеса $(\rho_{Q_3} - r) = 57,66$ мм.

Из классической теории Герца о контакте деформируемых тел [101, 102] следует, что в зубчатых передачах с выпукло-вогнутым контактом зубьев их несущая способность обратно пропорциональна разности радиусов кривизны профилей боковых сторон зубьев шестерни. Так, при выпукло-вогнутом контакте чем меньше разница радиусов кривизны профилей боковых поверхностей зубьев, тем больше несущая способность контакта боковых поверхностей зубьев.

Поэтому проектирование волнового торцевого кинематического редуктора должно сопровождаться анализом влияния параметров зацепления на геометрию контакта зубьев. Из рисунка 4.15 следует, что контактная геометрия зубьев выпукло-вогнутая для 2, 4 пар одновременно зацепленных зубьев, охватываемых углом установки входного вала $0 < \psi < 43^\circ$, а для $\psi > 43^\circ$ контактная геометрия меняется на выпукло-выпуклую.

4.9 Выводы по главе 4

Для повышения несущей способности волнового торцевого кинематического редуктора необходимо увеличить приведенный радиус кривизны ρ_Q , сопряженных зубьев и многопарность зацепления.

Установлено, что многопарность зацепления следует исследовать при параметрах, которые оказывают наибольшее влияние на форму профиля зубьев, а именно: число зубьев Z ; угол нутации θ ; угол раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β и угол конического аксоида δ .

Проведенные исследования показали, что наибольшее влияние на многопарность зацепления оказывает угол конического аксоида δ , изменение которого не ограничено передаточным отношением либо его влиянием на другие параметры (β, θ, Z) , также воздействующие на многопарность зацепления. Поэтому при проектировании волнового торцевого кинематического редуктора повышение многопарности зацепления представляется наиболее целесообразным путем поиска рационального угла конического аксоида δ . Установлено, что для повышения многопарности, следовательно, и несущей способности редуктора при любых значениях угла конического аксоида δ следует принять соотношение числа зубьев, а углы β и θ – минимальными.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Результаты, полученные в процессе подготовки данной диссертации к защите, позволили сформулировать несколько выводов и рекомендаций, которые могут быть полезны для разработки волнового торцевого кинематического редуктора с перспективой его более широкого практического применения во многих отраслях техники.

1. Проведен многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора по следующим критериям: а) угол нутации – θ ; б) угол аксоида расположения зубьев блока шестерен – δ ; в) угол раствора дугового профиля зубьев блока шестерен – β ; г) радиус окружности дугового профиля зубьев блока шестерен – $r_p = R \operatorname{tg} \beta$; д) соотношение зубьев – Z_1, Z_2), которые существенно влияют на форму профиля зубьев неподвижного колеса. Показано, что при конкурентных значениях угла раствора β , угла нутации θ , угла аксоида δ и числе зубьев сопряженных колес (Z_1, Z_2) диаметр неподвижного колеса не оказывает влияния на форму профиля зубьев, т. е. форма зубьев не зависит от диаметра неподвижного колеса, а только от числа зубьев Z_2 в этом диаметре. Установлено влияние на профиль зубьев неподвижного колеса не радиуса зуба шестерни, а угла его конуса β , что позволяет по одной профилограмме определить пропорцию кривизны сопряженных профилей или оценить их размеры при любом диаметре колес, при β, δ и $Z_2 - \text{const}$. Угол нутации θ оказывает определенное влияние на профиль зубьев. При известном диаметре d , угол нутации θ предопределяет высоту зубьев.
2. Разработана методика проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающая кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения. Установлено, что при незначительном изменении угла нутации θ с 2° до 4° достигается

уменьшение длины блока шестерен, следовательно, и снижение массо-габаритных параметров на 20–55 %.

3. Создана методика обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и проведена оценка условия существования многопарного зацепления. Установлено, что наибольшее влияние на многопарность зацепления оказывает угол конического аксоида δ , изменение которого не ограничено передаточным отношением либо его влиянием на другие параметры $((\beta, \theta, Z))$, также воздействующие на многопарность зацепления. Поэтому при проектировании волнового торцевого кинематического редуктора повышение многопарности зацепления представляется наиболее целесообразным путем поиска рационального угла конического аксоида δ . Установлено, что для повышения многопарности, следовательно, и несущей способности редуктора при любых значениях угла конического аксоида δ следует принять соотношение числа зубьев, а углы (β, θ, Z) – минимальными. Проведенные теоретические исследования позволят обосновать диапазон рациональных геометрических параметров зацепления и наметить пути повышения многопарности сопряжения зубьев. Установлено, что при числах зубьев от 16 до 60, обеспечивающих передаточного отношения от 12 до 1900, многопарность зацепления сопряжения зубьев ε от 50 до 100% достигается при варьировании геометрических параметров в диапазонах: для δ от 0° до 30° , для β от 2° до 6° , для θ от $1,5^\circ$ до 3° .

РЕКОМЕНДАЦИИ

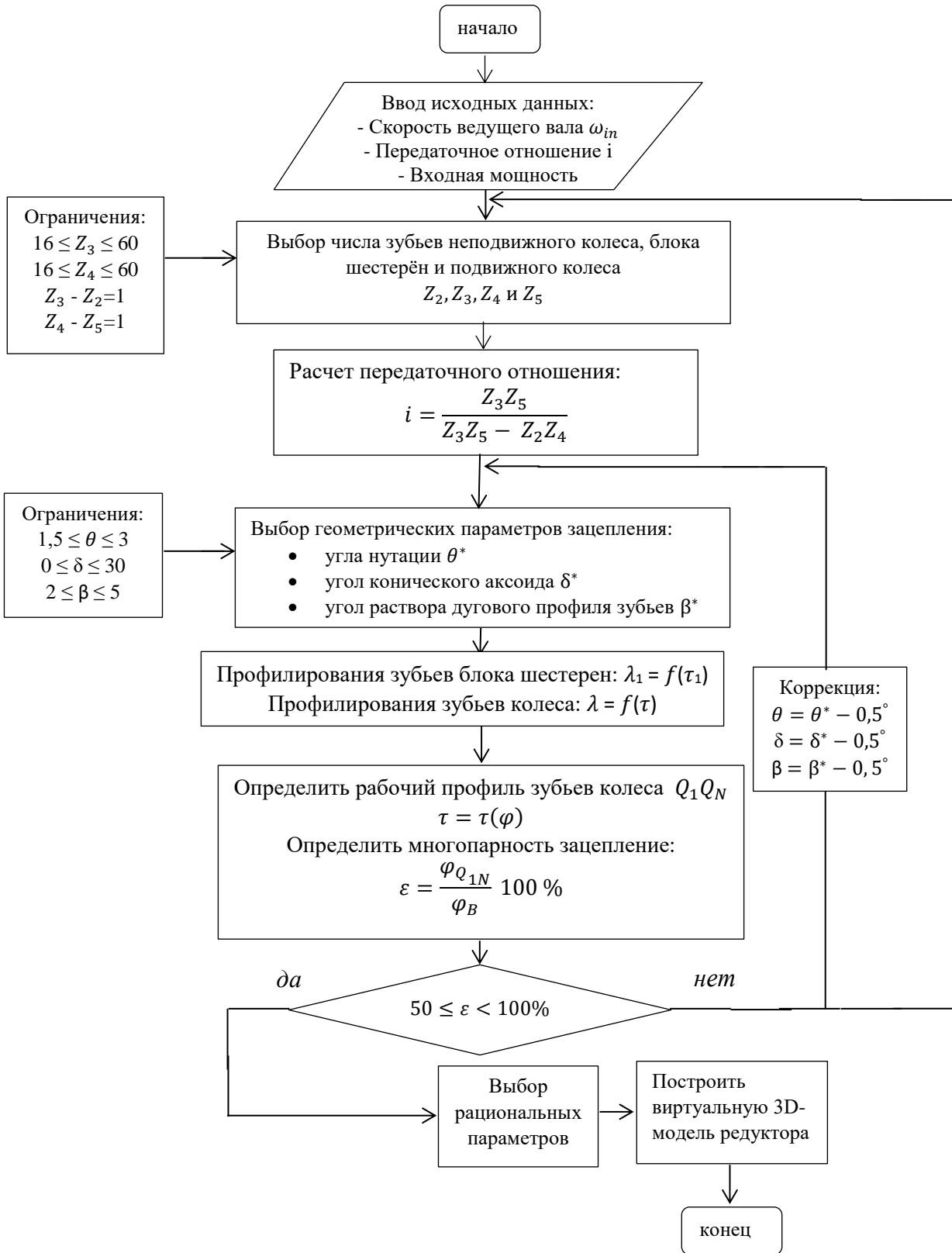
По результатам исследования на ЭВМ разработаны рекомендации по выбору рациональных значений геометрических параметров, обеспечивающих от 50 до 100% многопарность зацепления сопряжения зубьев и блок-схема расчета рациональных параметров волнового торцевого кинематического редуктора с учетом многопарности зацепления.

Диапазон изменения рациональных геометрических параметров зацепления волнового торцевого кинематического редуктора							
$90\% \leq \varepsilon \leq 100\%$		$70\% \leq \varepsilon \leq 80\%$		$50\% \leq \varepsilon \leq 60\%$		δ°	θ°
Z_1	β°	Z_1	β°	Z_1	β°		
16-18	5-4	16-20	5-4	16-24	5-4	0-10	1,5-2,5
18-20	4-3	20-23	4-3	24-30	4-3		
20-27	3-2	23-32	3-2	30-40	3-2		
16-19	5-4	16-22	5-4	16-26	5-4	10-15	1,75-2,5
19-22	4-3	22-25	4-3	26-32	4-3		
22-29	3-2	25-34	3-2	32-42	3-2		
16-20	5-4	16-23	5-4	16-27	5-4	15-20	2-3
20-24	4-3	23-27	4-3	27-34	4-3		
24-31	3-2	27-36	3-2	34-44	3-2		
16-21	6-5	16-25	6-4	16-28	6-4	20-25	2-3
21-27	5-4	25-30	4-3	28-34	4-3		
27-35	4-3	30-40	3-2	36-48	3-2		
16-23	6-5	16-26	6-4	16-29	6-4	25-30	2-3
23-29	5-4	26-32	4-3	29-38	4-3		
29-45	4-3	32-50	3-2	38-60	3-2		

Приведенные рекомендации в таблице позволяют проектировщикам правильно выбрать рациональные значения геометрических параметров волнового торцевого кинематического редуктора с учетом многопарности зацепления, что в итоге обеспечивает уменьшение габаритов и повышение несущей способности проектируемого редуктора.

Следует отметить, что рекомендации основаны только на кинематических методах, без учета динамических нагрузок и контактных деформаций зубьев.

Блок-схема расчета и выбора рациональных параметров волнового торцевого кинематического редуктора с учетом многопарности зацепления



ОБОЗНАЧЕНИЯ

Z_1, Z_2 – соотношение зубьев, взаимодействующих блока шестерен и неподвижного колеса;

δ – угол аксоида расположения зубьев блока шестерен;

r_p – радиус окружности дугового профиля зубьев блока шестерен;

β – угол раствора дугового профиля зубьев блока шестерен;

θ – угол нутации;

ψ – угол процессии;

ε – многопарность зацепления;

i – передаточное отношение;

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шестерня – символ индустриализации // Символ шестеренка: значение и значение в символике. URL: <https://psk-group.su/znacheniya/simvol-sesterenka-znachenie-i-znachenie-v-simvolike> (дата обращения: 15.04.2022).
2. Lewis M.J.T. Gearing in the ancient world // Endeavour. – 1993. – V. 17. – Iss. 3. – P. 110–115.
3. Джасем М. История эволюции шестерни: от древности к современной науке // Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов: сборник докладов VIII Всероссийской научно-практической конференции, 16–18 мая 2018 г.: / Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ). – Томск: Изд-во ТПУ, 2018. – С. 152–159.
4. Гербы и флаги // Геральдическая энциклопедия Флагшток. URL: <http://f-gl.ru> (дата обращения: 15.04.2022).
5. Снесарев Г.А. Оптимизация зубчатых редукторов / Г.А. Снесарев // Вестник машиностроения. – 1985. – № 9. – С. 30–35.
6. Шейнблит А.Е. Курсовое проектирование деталей машин: учебное пособие / А.Е. Шейнблит. 2-е изд. – Калининград: Янтар. сказ., 2002. – 454 с.
7. Косевич Ю.А. Нетрадиционные методы обработки материалов: учебное пособие для высших учебных заведений. – М.: Изд-во «Станкин», 1997. – 163 с.
8. Мельников В.З. Зубчатые передачи с многопарным зацеплением: учебное пособие. – М.: МГИУ, 2006. – 60 с.
9. Колчин И.И. Аналитический расчет плоских и пространственных зацеплений / И. И Колчин. – Л.: Машгиз, 1949. – 209 с.
10. Фрайфельд И.А. Инструменты работающие методом обкатки / И.А. Фрайфельд. – М.-Л.: Машгиз, 1948. – 253 с.
11. Кетов Х.Ф. Эвольвентное зацепление. Общая теория. Характеристика стандартных систем / Х.Ф. Кетов. Л. – М.: ГНТИ по машиностроению и металлообработ., 1934. – 135 с.

12. Дикер Я.И. Эвольвентное зацепление с прямыми зубцами / Я.И. Дикер. – М.: Оргаметалл, 1935. – 223 с.
13. Чудаков В.А. Новые методы расчета шестерен / В.А. Чудаков. – М.: АН СССР, 1934. – 302 с.
14. Решетов Л.Н. Корригированные эвольвентных зацеплений / Л.Н. Решетов. – М.: ОНТИ, 1935. – 144 с.
15. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи / В.А. Гавриленко. – М.: Машиностроение, 1969. – 432 с.
16. Кудрявцев В.Н. Упрощенные расчеты зубчатых передач. 4-е изд. / В.Н. Кудрявцев. – Л.: Машиностроение, 1967. – 113 с.
17. Болотовский И.А. Некоторые вопросы анализа и синтеза эвольвентного зубчатого-реечного зацепления / И.А. Болотовский, Б.И. Шендерей // Теория передач в машинах. – М.: Машиностроение, 1970. – С. 96–107.
18. Калашников Н.А. Исследование зубчатых передач / Н.А. Калашников. – Л.: Машгиз, 1941. – 551 с.
19. Кудрявцев В.Н. О методах оценки несущей способности цилиндрических зубчатых передач / В.Н. Кудрявцев, Д.Н. Решетов, И.С. Кузьмин, А.Л. Филипенков // Вестник Машиностроения. – 1989. – № 9. – С. 29–36.
20. Юдин В.А. Основы теории планетарно-цевочного редуктора с внутренним внеполюсным зацеплением // Труды семинара по теории машин и механизмов. – М.: Изд-во АН СССР, 1948. – Т. IV. – Вып. 13. – С. 42–76.
21. Шанников В.М. Планетарные редукторы с внецентренным цевочным зацеплением / В.М. Шанников. – М.: Машгиз, 1948. – 172 с.
22. Вулгаков Э.Б. Возможности косоугого эвольвентного зацепления / Э.Б. Вулгаков, А.Л. Калелевич // Машиноведение. – 1982. – № 2. – С. 12–14.
23. Вулгаков Э.Б. Проектирование зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев / Э.Б. Вулгаков, Г.В. Ривкин // Машиноведение. – 1976. – № 5. – С. 35–39.
24. Капелевич А.Л. Синтез несимметричного эвольвентного зацепления / А.Л. Капелевич // Машиностроение. – 1987. – № 1. – С. 62–67.

25. Панюхин В.И. Самотормозящие зубчатые передачи / В.И. Панюхин // Вестник машиностроения. – 1979. – № 2. – С. 22–24.
26. Турпаев А.И. Самотормозящие механизмы / А.И. Турпаев. – М.: Машиностроение, 1976. – 208 с.
27. Popper B., The twinworm drive – a self-locking worm – gear transmission of high efficiency / B. Popper, D. Pessen // Transactions of the ASME. – 1960, August. – P. 191–199.
28. Новиков М.Л. Зубчатые передачи с новым зацеплением / М.Л. Новиков. – М.: Изд-во ВВИА, 1958. – 186 с.
29. Краснощеков Н.Н. Теория зацепления передач Новикова / Н.Н. Краснощеков // Детали машин. – М.: Наука, 1976. – Т. 3. – 175 с.
30. Касуя К. Анализ контакта зубьев и оценка контактной прочности поверхности симметричных зубчатых передач с локализованным пятном контакта / К. Касуя, М. Негман, Т. Мацунага, М. Ватанабэ // Конструирование и технология машиностроения. Сер. В. – 1981. – Т. 103, № 1. – С. 54–63.
31. Funk W. Geräuschminderung an Zahnradgetrieben durch Einsatz von Sonderwerkstoffen im Bereich der Wellen–Naben–verbindungen / W. Funk, D. Aberle // VDI – Berichte. – 1983. – № 488. – S. 165–172.
32. Патент № 2310111 Российская Федерация. Планетарный цевочный редуктор: № 31: заявл. 21.04.2006; опубл. 10.11.2007. / И.А. Кудрявцев.
33. Фуминори М. Новый ряд цевочных редукторов / М. Фуминори // Санге Кикай. – 1980. – № 359. – С. 34–37.
34. Blanche J. G., Yang D. C. H. (September 1, 1989). Cycloid Drives With Machining Tolerances / J. G. Blanche, D. C. H. Yang // ASME. J. Mech., Trans., and Automation. – 1989, September. – P. 337–344.
35. Генкин М.Д. Динамика зубчатых колес с подрессорным ободом / М.Д. Генкин, В.К. Гринкевич, В.И. Порядков // Виброакустические процессы в машинах и присоединенных конструкциях. – М.: Наука, 1974. – С. 42–48.
36. Ковалев В.А. Колебания зубчатых передач с размыканием зубьев / В.А. Ковалев // Теория передач в машинах. – М.: Машиностроение, 1966. – С. 248–261.

37. Решетов Д.Н. Детали машин и механизмы металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1972. – Т. 1. – 659 с.
38. Бойко Л.С. Редукторы и мотор-редукторы общемашиностроительного применения: справочник – М.: Машиностроение, 1984. – 247 с.
39. Иванов М.Н. Детали машин / М.Н. Иванов. – М.: Высш. шк., 1999. – 400 с.
40. American society of mechanical engineers. ASME.ORG. URL: <http://www.asme.org> (дата обращения: 15.04.2022).
41. Джасем М. Сравнительный анализ редукторов с большим передаточным отношением по виду движения промежуточного звена / М. Джасем, П.Я. Крауиньш // Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов: сборник докладов I Международной научно-практической конференции, Томск, 27–29 апреля 2021 г.: в 2 т. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск, 2021. – Т. 1. – С. 112–117.
42. Ступин В.В. Проектирование и результат испытаний передач многопарного зацепления трансмиссии тракторов «Беларус» / В.В. Ступин // Наука и техника – 2012. – № 6 – С. 64–70.
43. Mathur T. Pericyclic transmission prototype: detailed component design. Analysis and Fabrication / T. Mathur et al. // Vertical Flight Society 75th Annual Forum & Technology Display. – 2019. – P. 17.
44. А.с. № 68211 СССР МКИ Н 02 К 41/06 Тихоходный электродвигатель / Москвитин А.И. – 4 с.
45. Torque equalizer: patent 3006215 USA. Fil.: 10.11.1960; Publ.: 10.31.1961/ М.С. Walton. – 9 p.
46. Амосова Э.П. Конструкция и расчет торцевой волновой зубчатой передачи, составленной из эвольвентно-конических колес / Э. П. Амосова, О.А. Чихачева, А.Н. Таранников // Известия вузов. Машиностроение. – 1980. – № 6. – С. 40–45.
47. Шувалов С.А. Основные критерии работоспособности волновых зубчатых передач / С.А. Шувалов // Вестник машиностроения. – 1976. – № 11. – С. 17–20.

48. Фурсяк Ф.И. Экспериментальное исследование точности приборной волновой зубчатой передачи / Ф.И. Фурсяк // Известия вузов. Машиностроение. – 1970. – № 12. – С. 55–60.
49. Попов П.К. Частотный спектр кинематических ошибок волновых зубчатых передач / П.К. Попов и др. // Известия вузов. Машиностроение. – 1973. – № 1. – С. 42–45.
50. Линдроп Н.Г. Расчет кинематической точности малогабаритных редукторов / Н.Г. Линдроп // Расчет, проектирование, технология изготовления и контроль малогабаритных редукторов. – Л.: Машиностроение, 1968. – С. 14–19.
51. Шувалов С.А. Характеристики точности и жесткости волновых зубчатых передач / С.А. Шувалов, П.К. Попов, В.А. Финогенов // Известия вузов. Машиностроение. – 1970. – № 6. – С. 56–61.
52. Волков Д.П. Волновые передачи / Д.П. Волков, А.Ф. Крайнев. – Киев: Техника, 1976. – 221 с.
53. А.с. № 484335 СССР МКИ F 16Н 1/00 Волновая зубчатая передача / Гнубкин В.В., Филиппов А.А., Малышев А.И., Кудрин Н.В. – 2 с.
54. А.с. № 1409803 СССР МКИ F 16Н 1/00 Волновая зубчатая передача / Полетучий А.И. – 3 с.
55. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи / М.Н. Иванов. – М. : Высш. школа, 1981. – 184 с.
56. Ковалев Н.А. Передачи с гибкими колесами. – М.: Машиностроение, 1979. – 200 с.
57. А.с. № 323594 СССР МКИ F 16Н 1/00 Волновая передача / Малкес В.Л. – 3 с.
58. Шанников В.М. Планетарные редукторы с внеполюсным зацеплением / В.М. Шанников. – М.: Машгиз, 1948. – 320 с.
59. Лобастов В.К. О распределении усилий в цевочном зацеплении планетарноцевочного редуктора / В.К. Лобастов // Известия вузов. Машиностроение. – 1970. – № 7. – С. 23–28.
60. Фомин М. В. Планетарно-цевочные передачи: учебное пособие / Фомин М. В. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 64 с.

61. Киреев С.О. Лобастов В.К. Планетарные передачи с внецентроидным внутренним цевочным зацеплением в машиностроении / С.О. Киреев В.К. Лобастов // Вестник Донского государственного технического университета. – 2011. – Т. 11. – №. 7. – С. 1051–1058.
62. Нагорный А.И. Нарезание зубчатых колес роликовых передач / А.И. Нагорный, Ю.К. Остапенко // Гидродинамика. Твердое тело. – Днепропетровск: б.и., 1971. – С. 43–50.
63. Нагорный А.И. Коэффициент полезного действия роликовых передач / А.И. Нагорный // Решение некоторых физико-технических задач. – Днепропетровск: Изд-во [б.и.], 1972. – С. 28–32.
64. Elu P. Performance of a nutating traction drive / P. Elu, Y. Kemper // American Society of Mechanical Engineers. – 1980. – Paper n 80-C2/DET-63. – 6 p.
65. Kemper Y. The nutating traction drive / Y. Kemper // American Society of Mechanical Engineers. – 1980. – Paper n 80-GT-99.
66. Rouse N.E. Efficient new drive has a secret – it wobbles / N.E. Rouse // Power Transmission Design. – 1983. – V. 25, Iss. 2. – pp. 21–24.
67. Опря А.Г. Создание прецессионной передачи с зубчато-роликовым зацеплением: автореф. дис... канд. техн. наук / А.Г. Опря. – Минск, 1986. – 16 с.
68. А.с. № 87494 СССР МКИ F16H 1/32 Соосная коническая зубчатая передача / Котов Н.В., Херсонская В.А. – 2 с.
69. Малкин Л.Х. Малогабаритные редукторы с коническими колесами / Л.Х. Малкин // Вестник машиностроения. – 1961. – № 3. – С. 7–11.
70. Николаев Б.В., Кичаев П.М. Планетарные механизмы для передачи движения в герметизированное пространство / Б.В. Николаев, П.М. Кичаев // Вестник машиностроения. – 1968. – № 5. – С. 14–16.
71. Павлов Б.И. Механизмы приборов и систем управления / Б.И. Павлов. – Л: Машиностроение, 1972. – 226 с.
72. Mécanisme de transmission à démultiplication: Patent 1440594 France. Fil. 07.21.1965 Publ. 05.27.1966 / Baldanello U. – 4 p.

73. Klein B. Die Einflüsse des Raflerns in Gefriebeformen mit einer Schneckenstufe / B. Klein // Maschinenmarkt. – 1985. – № 3. – P. 2240–2242.
74. Dispositif de transmission du mouvement de rotation entre deux arbres coaxiaux: Patent 2286984 France. Fil. 10.03.1974 Publ. 04.30.1976 / Asti L. – 5 p.
75. De transmission du mouvement de rotation entre deux arbres coaxiaux: Patent 2082558 France. Fil. 03.19.1970 Publ. 12.10.1971/1966 / Asti L. – 11 p.
76. Jasem M. Kinematical analysis of the nutation speed reducer / M. Jasem, P.Ya. Krauinsh // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – V. 510: High Technology: Research and Applications (HTRA-2018). – 012022, 7 p.
77. Джасем М. Особенности зацепления кинематического торцевого волнового редуктора / М. Джасем, П.Я. Крауинш // Проблемы механики современных машин: материалы VII Международной научной конференции, Улан-Удэ, 29–30 июня 2018: в 3 т. / Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления; Российская академия наук, Институт машиноведения им. А. А. Благонравова. – Улан-Удэ, 2018. – Т. 1. – С. 25–29.
78. Jasem M. Kinematical and power flow analysis of the nutation speed reducer / M. Jasem // Высокие технологии в современной науке и технике (ВТСНТ-2018): сборник научных трудов VII Международной научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, г. Томск, 26–30 ноября 2018 г. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет; под ред. А.Н. Яковлева. – Томск: Изд-во ТПУ, 2018. – С. 159–160.
79. Джасем М. Математическое моделирование контакта зубьев волнового торцевого кинематического редуктора / М. Джасем // Современные проблемы машиностроения: сборник трудов XIII Международной научно-технической конференции, г. Томск, 26–30 октября 2020 г. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет; под ред. Е.Н. Пашкова. – Томск: Томский политехнический университет, 2020. – С. 202–203.
80. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. 2-е изд. / В.Ф. Журавлев. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.

81. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Машиностроение, 1979. – 640 с.
82. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: учебное пособие / И.И. Артоболевский. 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
83. Джасем М. Внедрение волнового торцевого кинематического редуктора в насосные технологии добычи тяжелой высоковязкой нефти в экстремальных условиях / М. Джасем, П.Я. Крауиньш // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2022. – Т. 333, № 7. – С. 45–53.
84. Elmoznino M. The nature of power flow through the pericyclic continuously variable transmission: M.Sc. Thesis / M. Elmoznino. – Connecticut, CT., 2008. – 163 p.
85. Buckingham E. Analytical mechanics of gears. 2nd ed. / E. Buckingham. – Mineola, New York: Dover Publications, 1963. – 546 p.
86. Litvin F.L. Gear geometry and applied theory. 2nd ed. / F.L. Litvin, A. Fuentes. – New York: Cambridge University Press, 2004. – 800 p.
87. Nelson C.A. Similarity and equivalence of nutating mechanisms to bevel epicyclic gear trains for modeling and analysis / C.A. Nelson, R.J. Cipra // Journal of Mechanical Design. – March, 2005. – V. 127 (2). – P. 269–277.
88. Джасем М.А. Анализ напряженно-деформированного состояния под статической нагрузкой волнового торцевого кинематического редуктора / М.А. Джасем, П.Я. Крауиньш // Вестник ИрГТУ. – 2019. – № 5 (148). – С. 854–862.
89. Jasem M.A. Analysis of the Stress-strain State (SSS) under static load of nutation speed reducer / M.A. Jasem, P.Y. Krauinsh // Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems. – 2019. – V. 11, № 5-SI. – P. 137–141.
90. Фролов К.В. Теория механизмов и механика машин: учебник для вузов / К.В. Фролов и др. – М.: Высш. шк., 2009. – 496 с.
91. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Физматлит, 2010. – 559 с.
92. Джасем М.А. Математическая модель зацепления и аналитическое описание профиля зубьев волнового торцевого кинематического редуктора / М.А.

- Джасем, П.Я. Крауиньш // Омский научный вестник. – 2021. – № 1 (175). – С. 22–31.
93. Пинегин С.В. О механизме качения при силовом контакте упругих тел / С.В. Пинегин // Контактная прочность машиностроительных материалов. – М.: Машиностроение, 1964. – С. 42–44.
94. Пинегин С.В. Контактная прочность в машинах / С.В. Пинегин. – М.: Машиностроение, 1965. – 156 с.
95. Пинегин С.В. Контактная прочность и сопротивление качению / С.В. Пинегин. – М.: Машиностроение, 1969. – 243 с.
96. Гольдфарб В.И. Варианты спироидных передач с точки зрения реализации винтового параметра / В.И. Гольдфарб, Н.В. Исакова // Передачи и трансмиссии. – 1995. – № 1. – С. 25–34.
97. Лагутин С.А. Синтез пространственных зацеплений методом винтов / С.А. Лагутин // Передачи и трансмиссии. – 1999. – № 2. – С. 59–70.
98. Колесников В.К. О технологическом синтезе пространственных зубчатых передач с локализованным контактом / В.К. Колесников, В.Я. Котликова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993. – № 1. – С. 86–91.
99. Журавлев Г.А. Оценка применимости решения Герца в задачах о контакте зубьев колес / Г.А. Журавлев // Техника машиностроения. – 2001. – № 2. – С. 82–90.
100. Джасем М. Волновой торцевой кинематический редуктор для поршневых насосов при добыче тяжелой нефти / М. Джасем, П.Я. Крауиньш // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2022. – Т. 333, № 2. – С. 17–25.
101. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper / H. Hertz // J. reine und angewandte Math. – 1882. – Bd. 92. – S. 156–171.
102. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 1

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-255	16	17	16	15	-135	17	18	16	15	-95	18	19	16	15
0	16	17	17	16	-288	17	18	17	16	-152	18	19	17	16
289	16	17	18	17	0	17	18	18	17	-323	18	19	18	17
153	16	17	19	18	324	17	18	19	18	0	18	19	19	18
107,7	16	17	20	19	171	17	18	20	19	361	18	19	20	19
85	16	17	21	20	120	17	18	21	20	190	18	19	21	20
71,4	16	17	22	21	94,5	17	18	22	21	133	18	19	22	21
62,3	16	17	23	22	79,2	17	18	23	22	104	18	19	23	22
55,9	5116	17	24	23	69	17	18	24	23	87	18	19	24	23
51	16	17	25	24	61,7	17	18	25	24	76	18	19	25	24
47,2	16	17	26	25	56,3	17	18	26	25	67,9	18	19	26	25
44,2	16	17	27	26	52	17	18	27	26	61,8	18	19	27	26
41,7	16	17	28	27	48,6	17	18	28	27	57	18	19	28	27
39,7	16	17	29	28	45,8	17	18	29	28	53,2	18	19	29	28
37,9	16	17	30	29	43,5	17	18	30	29	50,1	18	19	30	29
36,4	16	17	31	30	41,5	17	18	31	30	47,5	18	19	31	30
35,1	16	17	32	31	39,9	17	18	32	31	45,3	18	19	32	31
34	16	17	33	32	38,4	17	18	33	32	43,4	18	19	33	32
33	16	17	34	33	37,1	17	18	34	33	41,8	18	19	34	33
32,1	16	17	35	34	36	17	18	35	34	40,4	18	19	35	34
31,3	16	17	36	35	35	17	18	36	35	39,1	18	19	36	35
30,6	16	17	37	36	34,1	17	18	37	36	38	18	19	37	36
30	16	17	38	37	33,3	17	18	38	37	37	18	19	38	37
29,4	16	17	39	38	32,6	17	18	39	38	36,1	18	19	39	38
28,8	16	17	40	39	31,9	17	18	40	39	35,3	18	19	40	39
28,3	16	17	41	40	31,3	17	18	41	40	34,5	18	19	41	40
27,9	16	17	42	41	30,8	17	18	42	41	33,9	18	19	42	41
27,5	16	17	43	42	30,2	17	18	43	42	33,3	18	19	43	42
27,1	16	17	44	43	29,8	17	18	44	43	32,7	18	19	44	43
26,7	16	17	45	44	29,3	17	18	45	44	32,2	18	19	45	44
26,4	16	17	46	45	28,9	17	18	46	45	31,7	18	19	46	45
26,1	16	17	47	46	28,6	17	18	47	46	31,2	18	19	47	46
25,8	16	17	48	47	28,2	17	18	48	47	30,8	18	19	48	47
25,5	16	17	49	48	27,9	17	18	49	48	30,4	18	19	49	48
25,2	16	17	50	49	27,6	17	18	50	49	30	18	19	50	49
25	16	17	51	50	27,3	17	18	51	50	29,3	18	19	51	50
24,8	16	17	52	51	27	17	18	52	51	29,4	18	19	52	51
24,6	16	17	53	52	26,7	17	18	53	52	29,1	18	19	53	52

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
24,4	16	17	54	53	26,5	17	18	54	53	28,8	18	19	54	53
24,2	16	17	55	54	26,3	17	18	55	54	28,5	18	19	55	54
24	16	17	56	55	26,1	17	18	56	55	28,2	18	19	56	55
23,8	16	17	57	56	25,8	17	18	57	56	28	18	19	57	56
23,6	16	17	58	57	25,7	17	18	58	57	27,8	18	19	58	57
23,5	16	17	59	58	25,5	17	18	59	58	27,6	18	19	59	58
23,3	16	17	60	59	25,3	17	18	60	59	27,3	18	19	60	59
-75	19	20	16	15	-63	20	21	16	15	-55	21	22	16	15
-107	19	20	17	16	-84	20	21	17	16	-70,4	21	22	17	16
-170	19	20	18	17	-119	20	21	18	17	-93,5	21	22	18	17
-360	19	20	19	18	-189	20	21	19	18	-132	21	22	19	18
0	19	20	20	19	-399	20	21	20	19	-209	21	22	20	19
400	19	20	21	20	0	20	21	21	20	-440	21	22	21	20
210	19	20	22	21	441	20	21	22	21	0	21	22	22	21
146,7	19	20	23	22	231	20	21	23	22	484	21	22	23	22
115	19	20	24	23	161	20	21	24	23	253	21	22	24	23
96	19	20	25	24	126	20	21	25	24	176	21	22	25	24
83,3	19	20	26	25	105	20	21	26	25	137,5	21	22	26	25
74,3	19	20	27	26	91	20	21	27	26	114,4	21	22	27	26
67,5	19	20	28	27	81	20	21	28	27	99	21	22	28	27
62,2	19	20	29	28	73,5	20	21	29	28	88	21	22	29	28
58	19	20	30	29	67,7	20	21	30	29	79,8	21	22	30	29
54,5	19	20	31	30	63	20	21	31	30	73,3	21	22	31	30
51,7	19	20	32	31	59,2	20	21	32	31	68,2	21	22	32	31
49,2	19	20	33	32	56	20	21	33	32	64	21	22	33	32
47,1	19	20	34	33	53,3	20	21	34	33	60,5	21	22	34	33
45,3	19	20	35	34	51	20	21	35	34	57,5	21	22	35	34
43,8	19	20	36	35	49	20	21	36	35	55	21	22	36	35
42,4	19	20	37	36	47,3	20	21	37	36	52,8	21	22	37	36
41,1	19	20	38	37	45,7	20	21	38	37	50,9	21	22	38	37
40	19	20	39	38	44,3	20	21	39	38	49,2	21	22	39	38
39	19	20	40	39	43,1	20	21	40	39	47,7	21	22	40	39
38,1	19	20	41	40	42	20	21	41	40	46,3	21	22	41	40
37,3	19	20	42	41	41	20	21	42	41	45,1	21	22	42	41
36,5	19	20	43	42	40,1	20	21	43	42	44	21	22	43	42
35,8	19	20	44	43	39,3	20	21	44	43	43	21	22	44	43
35,2	19	20	45	44	38,5	20	21	45	44	42,1	21	22	45	44
34,6	19	20	46	45	37,8	20	21	46	45	41,3	21	22	46	45
34,1	19	20	47	46	37,2	20	21	47	46	40,5	21	22	47	46
33,6	19	20	48	47	36,6	20	21	48	47	39,8	21	22	48	47

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
33,1	19	20	49	48	36	20	21	49	48	39,1	21	22	49	48
32,7	19	20	50	49	35,5	20	21	50	49	38,5	21	22	50	49
32,3	19	20	51	50	35	20	21	51	50	37,9	21	22	51	50
31,9	19	20	52	51	34,5	20	21	52	51	37,4	21	22	52	51
31,5	19	20	53	52	34,1	20	21	53	52	36,9	21	22	53	52
31,2	19	20	54	53	33,7	20	21	54	53	36,4	21	22	54	53
30,9	19	20	55	54	33,4	20	21	55	54	36	21	22	55	54
30,6	19	20	56	55	33	20	21	56	55	35,6	21	22	56	55
30,3	19	20	57	56	32,7	20	21	57	56	35,2	21	22	57	56
30	19	20	58	57	32,4	20	21	58	57	34,8	21	22	58	57
29,7	19	20	59	58	32,1	20	21	59	58	34,5	21	22	59	58
29,5	19	20	60	59	31,8	20	21	60	59	34,2	21	22	60	59
-49,3	22	23	16	15	-45	23	24	16	15	-41,7	24	25	16	15
-61,3	22	23	17	16	-54,9	23	24	17	16	-50	24	25	17	16
-78,2	22	23	18	17	-68	23	24	18	17	-60,7	24	25	18	17
-103	22	23	19	18	-86,4	23	24	19	18	-75	24	25	19	18
-146	22	23	20	19	-114	23	24	20	19	-95	24	25	20	19
-230	22	23	21	20	-160	23	24	21	20	-125	24	25	21	20
-483	22	23	22	21	-252	23	24	22	21	-175	24	25	22	21
0	22	23	23	22	-528	23	24	23	22	-275	24	25	23	22
529	22	23	24	23	0	23	24	24	23	-575	24	25	24	23
276	22	23	25	24	576	23	24	25	24	0	24	25	25	24
191,7	22	23	26	25	300	23	24	26	25	625	24	25	26	25
149,5	22	23	27	26	208	23	24	27	26	325	24	25	27	26
124,2	22	23	28	27	162	23	24	28	27	225	24	25	28	27
107,3	22	23	29	28	134,4	23	24	29	28	175	24	25	29	28
95,3	22	23	30	29	116	23	24	30	29	145	24	25	30	29
86,3	22	23	31	30	102,9	23	24	31	30	125	24	25	31	30
79,2	22	23	32	31	93	23	24	32	31	110,7	24	25	32	31
73,6	22	23	33	32	85,3	23	24	33	32	100	24	25	33	32
69	22	23	34	33	79,2	23	24	34	33	91,7	24	25	34	33
65,2	22	23	35	34	74,2	23	24	35	34	85	24	25	35	34
61,9	22	23	36	35	70	23	24	36	35	79,5	24	25	36	35
59,1	22	23	37	36	66,5	23	24	37	36	75	24	25	37	36
56,7	22	23	38	37	63,4	23	24	38	37	71,2	24	25	38	37
54,6	22	23	39	38	60,8	23	24	39	38	67,9	24	25	39	38
52,8	22	23	40	39	58,5	23	24	40	39	65	24	25	40	39
51,1	22	23	41	40	56,5	23	24	41	40	62,5	24	25	41	40
49,6	22	23	42	41	54,7	23	24	42	41	60,3	24	25	42	41
48,3	22	23	43	42	53,1	23	24	43	42	58,3	24	25	43	42

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
47,1	22	23	44	43	51,6	23	24	44	43	56,6	24	25	44	43
46	22	23	45	44	50,3	23	24	45	44	55	24	25	45	44
45	22	23	46	45	49,1	23	24	46	45	53,6	24	25	46	45
44,1	22	23	47	46	48	23	24	47	46	52,3	24	25	47	46
43,2	22	23	48	47	47	23	24	48	47	51,1	24	25	48	47
42,5	22	23	49	48	46,1	23	24	49	48	50	24	25	49	48
41,7	22	23	50	49	45,2	23	24	50	49	49	24	25	50	49
41,1	22	23	51	50	44,4	23	24	51	50	48,1	24	25	51	50
40,4	22	23	52	51	43,7	23	24	52	51	47,2	24	25	52	51
39,9	22	23	53	52	43	23	24	53	52	46,4	24	25	53	52
39,3	22	23	54	53	42,4	23	24	54	53	45,7	24	25	54	53
38,8	22	23	55	54	41,8	23	24	55	54	45	24	25	55	54
38,3	22	23	56	55	41,3	23	24	56	55	44,4	24	25	56	55
37,9	22	23	57	56	40,7	23	24	57	56	43,8	24	25	57	56
37,5	22	23	58	57	40,2	23	24	58	57	43,2	24	25	58	57
37,1	22	23	59	58	39,8	23	24	59	58	42,6	24	25	59	58
36,7	22	23	60	59	39,3	23	24	60	59	42,1	24	25	60	59
-39	25	26	16	15	-36,8	26	27	16	15	-35	27	28	16	15
-46,2	25	26	17	16	-43,2	26	27	17	16	-40,7	27	28	17	16
-55,3	25	26	18	17	-51	26	27	18	17	-47,6	27	28	18	17
-66,9	25	26	19	18	-60,8	26	27	19	18	-56	27	28	19	18
-82,3	25	26	20	19	-73,3	26	27	20	19	-66,5	27	28	20	19
-104	25	26	21	20	-90	26	27	21	20	-80	27	28	21	20
-136,5	25	26	22	21	-113,4	26	27	22	21	-98	27	28	22	21
-190,7	25	26	23	22	-148,5	26	27	23	22	-123,2	27	28	23	22
-299	25	26	24	23	-207	26	27	24	23	-161	27	28	24	23
-624	25	26	25	24	-324	26	27	25	24	-224	27	28	25	24
0	25	26	26	25	-675	26	27	26	25	-350	27	28	26	25
676	25	26	27	26	0	26	27	27	26	728	27	28	27	26
351	25	26	28	27	729	26	27	28	27	0	27	28	28	27
242,7	25	26	29	28	378	26	27	29	28	784	27	28	29	28
188,5	25	26	30	29	261	26	27	30	29	406	27	28	30	29
156	25	26	31	30	202,5	26	27	31	30	280	27	28	31	30
134,3	25	26	32	31	167,4	26	27	32	31	217	27	28	32	31
118,9	25	26	33	32	144	26	27	33	32	179,2	27	28	33	32
107,3	25	26	34	33	127,3	26	27	34	33	154	27	28	34	33
98,2	25	26	35	34	114,8	26	27	35	34	136	27	28	35	34
91	25	26	36	35	105	26	27	36	35	122,5	27	28	36	35
85,1	25	26	37	36	97,2	26	27	37	36	112	27	28	37	36
80,2	25	26	38	37	90,8	26	27	38	37	103,6	27	28	38	37

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
76	25	26	39	38	85,5	26	27	39	38	96,7	27	28	39	38
72,4	25	26	40	39	81	26	27	40	39	91	27	28	40	39
69,3	25	26	41	40	77,1	26	27	41	40	86,2	27	28	41	40
66,6	25	26	42	41	73,8	26	27	42	41	82	27	28	42	41
64,2	25	26	43	42	70,9	26	27	43	42	78,4	27	28	43	42
62,1	25	26	44	43	68,3	26	27	44	43	75,3	27	28	44	43
60,2	25	26	45	44	66	26	27	45	44	72,5	27	28	45	44
58,5	25	26	46	45	63,9	26	27	46	45	70	27	28	46	45
57	25	26	47	46	62,1	26	27	47	46	67,8	27	28	47	46
55,5	25	26	48	47	60,4	26	27	48	47	65,8	27	28	48	47
54,3	25	26	49	48	58,9	26	27	49	48	64	27	28	49	48
53,1	25	26	50	49	57,5	26	27	50	49	62,4	27	28	50	49
52	25	26	51	50	56,3	26	27	51	50	60,9	27	28	51	50
51	25	26	52	51	55,1	26	27	52	51	59,5	27	28	52	51
50	25	26	53	52	54	26	27	53	52	58,2	27	28	53	52
49,2	25	26	54	53	53	26	27	54	53	57,1	27	28	54	53
48,4	25	26	55	54	52,1	26	27	55	54	56	27	28	55	54
47,7	25	26	56	55	51,2	26	27	56	55	55	27	28	56	55
47	25	26	57	56	50,4	26	27	57	56	54,1	27	28	57	56
46,3	25	26	58	57	49,6	26	27	58	57	53,2	27	28	58	57
45,7	25	26	59	58	48,9	26	27	59	58	52,4	27	28	59	58
45,1	25	26	60	59	48,3	26	27	60	59	51,6	27	28	60	59
-33,5	28	29	16	15	-32,1	29	30	16	15	-31	30	31	16	15
-38,7	28	29	17	16	-36,9	29	30	17	16	-35,4	30	31	17	16
-44,8	28	29	18	17	-42,5	29	30	18	17	-40,5	30	31	18	17
-52,2	28	29	19	18	-49,1	29	30	19	18	-46,5	30	31	19	18
-61,2	28	29	20	19	-57	29	30	20	19	-53,5	30	31	20	19
-72,5	28	29	21	20	-66,7	29	30	21	20	-62	30	31	21	20
-87	28	29	22	21	-78,8	29	30	22	21	-72,3	30	31	22	21
-106,3	28	29	23	22	-94,3	29	30	23	22	-85,3	30	31	23	22
-133,4	28	29	24	23	-115	29	30	24	23	-101,9	30	31	24	23
-174	28	29	25	24	-144	29	30	25	24	-124	30	31	25	24
-241,7	28	29	26	25	-187,5	29	30	26	25	-155	30	31	26	25
-377	28	29	27	26	-260	29	30	27	26	-201,5	30	31	27	26
-783	28	29	28	27	-405	29	30	28	27	-279	30	31	28	27
0	28	29	29	28	-840	29	30	29	28	-434	30	31	29	28
841	28	29	30	29	0	29	30	30	29	-899	30	31	30	29
435	28	29	31	30	900	29	30	31	30	0	30	31	31	30
299,7	28	29	32	31	456	29	30	32	31	961	30	31	32	31
232	28	29	33	32	320	29	30	33	32	496	30	31	33	32

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
191,4	28	29	34	33	247,5	29	30	34	33	341	30	31	34	33
164,3	28	29	35	34	204	29	30	35	34	263,5	30	31	35	34
145	28	29	36	35	175	29	30	36	35	217	30	31	36	35
130,5	28	29	37	36	154,3	29	30	37	36	186	30	31	37	36
119,2	28	29	38	37	138,8	29	30	38	37	163,9	30	31	38	37
110,2	28	29	39	38	126,7	29	30	39	38	147,3	30	31	39	38
102,8	28	29	40	39	117	29	30	40	39	134,3	30	31	40	39
96,7	28	29	41	40	109,1	29	30	41	40	124	30	31	41	40
91,5	28	29	42	41	102,5	29	30	42	41	115,5	30	31	42	41
87	28	29	43	42	96,9	29	30	43	42	108,5	30	31	43	42
83,1	28	29	44	43	92,1	29	30	44	43	102,5	30	31	44	43
79,8	28	29	45	44	88	29	30	45	44	97,4	30	31	45	44
76,8	28	29	46	45	84,4	29	30	46	45	93	30	31	46	45
74,1	28	29	47	46	81,2	29	30	47	46	89,1	30	31	47	46
71,7	28	29	48	47	78,3	29	30	48	47	87,7	30	31	48	47
69,6	28	29	49	48	75,8	29	30	49	48	82,7	30	31	49	48
67,7	28	29	50	49	73,5	29	30	50	49	79,9	30	31	50	49
65,9	28	29	51	50	71,4	29	30	51	50	77,5	30	31	51	50
64,3	28	29	52	51	69,5	29	30	52	51	75,3	30	31	52	51
62,8	28	29	53	52	67,8	29	30	53	52	73,3	30	31	53	52
61,5	28	29	54	53	66,3	29	30	54	53	71,4	30	31	54	53
60,2	28	29	55	54	64,8	29	30	55	54	69,8	30	31	55	54
59,1	28	29	56	55	63,5	29	30	56	55	68,2	30	31	56	55
58	28	29	57	56	62,2	29	30	57	56	66,8	30	31	57	56
57	28	29	58	57	61,1	29	30	58	57	65,4	30	31	58	57
56,1	28	29	59	58	60	29	30	59	58	64,2	30	31	59	58
55,2	28	29	60	59	59	29	30	60	59	63,1	30	31	60	59
-30	31	32	16	15	-29,1	32	33	16	15	-28,3	33	34	16	15
-34,1	31	32	17	16	-33	32	33	17	16	-32	33	34	17	16
-38,9	31	32	18	17	-37,4	32	33	18	17	-36,1	33	34	18	17
-44,3	31	32	19	18	-42,4	32	33	19	18	-40,8	33	34	19	18
-50,7	31	32	20	19	-48,2	32	33	20	19	-46,1	33	34	20	19
-58,2	31	32	21	20	-55	32	33	21	20	-52,3	33	34	21	20
-67,8	31	32	22	21	-63	32	33	22	21	-59,5	33	34	22	21
-78,2	31	32	23	22	-72,6	32	33	23	22	-68	33	34	23	22
-92	31	32	24	23	-84,3	32	33	24	23	-78,2	33	34	24	23
-109,7	31	32	25	24	-99	32	33	25	24	-90,7	33	34	25	24
-133,3	31	32	26	25	-117,9	32	33	26	25	-106,3	33	34	26	25
-166,4	31	32	27	26	-143	32	33	27	26	-126,3	33	34	27	26
-216	31	32	28	27	-178,2	32	33	28	27	-153	33	34	28	27

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-298,7	31	32	29	28	-231	32	33	29	28	-190,4	33	34	29	28
-464	31	32	30	29	-319	32	33	30	29	-246,5	33	34	30	29
-960	31	32	31	30	-495	32	33	31	30	-340	33	34	31	30
0	31	32	32	31	-1023	32	33	32	31	-527	33	34	32	31
1024	31	32	33	32	0	32	33	33	32	-1088	33	34	33	32
528	31	32	34	33	1089	32	33	34	33	0	33	34	34	33
362,7	31	32	35	34	561	32	33	35	34	1156	33	34	35	34
280	31	32	36	35	385	32	33	36	35	595	33	34	36	35
230,4	31	32	37	36	297	32	33	37	36	408	33	34	37	36
197,3	31	32	38	37	244,2	32	33	38	37	314,5	33	34	38	37
173,7	31	32	39	38	209	32	33	39	38	258,4	33	34	39	38
156	31	32	40	39	183,9	32	33	40	39	221	33	34	40	39
142,2	31	32	41	40	165	32	33	41	40	194,3	33	34	41	40
131,2	31	32	42	41	150,3	32	33	42	41	174,3	33	34	42	41
122,2	31	32	43	42	138,6	32	33	43	42	158,7	33	34	43	42
114,7	31	32	44	43	129	32	33	44	43	146,2	33	34	44	43
108,3	31	32	45	44	121	32	33	45	44	136	33	34	45	44
102,9	31	32	46	45	114,2	32	33	46	45	127,5	33	34	46	45
98,1	31	32	47	46	108,4	32	33	47	46	120,3	33	34	47	46
94	31	32	48	47	103,4	32	33	48	47	114,1	33	34	48	47
90,4	31	32	49	48	99	32	33	49	48	108,8	33	34	49	48
87,1	31	32	50	49	95,1	32	33	50	49	104,1	33	34	50	49
84,2	31	32	51	50	91,7	32	33	51	50	100	33	34	51	50
81,6	31	32	52	51	88,6	32	33	52	51	96,3	33	34	52	51
79,2	31	32	53	52	85,8	32	33	53	52	93,1	33	34	53	52
77,1	31	32	54	53	83,3	32	33	54	53	90,1	33	34	54	53
75,1	31	32	55	54	81	32	33	55	54	87,4	33	34	55	54
73,3	31	32	56	55	78,9	32	33	56	55	85	33	34	56	55
71,7	31	32	57	56	77	32	33	57	56	82,8	33	34	57	56
70,2	31	32	58	57	75,2	32	33	58	57	0	33	34	58	57
98,7	31	32	59	58	73,6	32	33	59	58	78,9	33	34	59	58
67,4	31	32	60	59	72,1	32	33	60	59	77,2	33	34	60	59
-27,6	34	35	16	15	-27	35	36	16	15	-26,4	36	37	16	15
-31,1	34	35	17	16	-30,3	35	36	17	16	-29,6	36	37	17	16
-35	34	35	18	17	-34	35	36	18	17	-33,1	36	37	18	17
-39,4	34	35	19	18	-38,1	35	36	19	18	-37	36	37	19	18
-44,3	34	35	20	19	-42,8	35	36	20	19	-41,4	36	37	20	19
-50	34	35	21	20	-48	35	36	21	20	-46,3	36	37	21	20
-56,5	34	35	22	21	-54	35	36	22	21	-51,8	36	37	22	21
-94,2	34	35	23	22	-60,9	35	36	23	22	-58,1	36	37	23	22

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-73,2	34	35	24	23	-69	35	36	24	23	-65,5	36	37	24	23
-84	34	35	25	24	-78,5	35	36	25	24	-74	36	37	25	24
-97,2	34	35	26	25	-90	35	36	26	25	-84,1	36	37	26	25
-114	34	35	27	26	-104	35	36	27	26	-96,2	36	37	27	26
-134	34	35	28	27	-121	35	36	28	27	-111	36	37	28	27
-163	34	35	29	28	-144	35	36	29	28	-129	36	37	29	28
-203	34	35	30	29	-174	35	36	30	29	-153	36	37	30	29
-262	34	35	31	30	-216	35	36	31	30	-185	36	37	31	30
-362	34	35	32	31	-279	35	36	32	31	-229	36	37	32	31
-560	34	35	33	32	-384	35	36	33	32	-296	36	37	33	32
-1155	34	35	34	33	-594	35	36	34	33	-407	36	37	34	33
0	34	35	35	34	-1224	35	36	35	34	-629	36	37	35	34
1225	34	35	36	35	0	35	36	36	35	-1295	36	37	36	35
630	34	35	37	36	1296	35	36	37	36	0	36	37	37	36
431,7	34	35	38	37	666	35	36	38	37	1369	36	37	38	37
332,5	34	35	39	38	456	35	36	39	38	703	36	37	39	38
273	34	35	40	39	351	35	36	40	39	481	36	37	40	39
233,3	34	35	41	40	288	35	36	41	40	370	36	37	41	40
205	34	35	42	41	246	35	36	42	41	303,4	36	37	42	41
183,8	34	35	43	42	216	35	36	43	42	259	36	37	43	42
167,2	34	35	44	43	193,5	35	36	44	43	227,3	36	37	44	43
154	34	35	45	44	176	35	36	45	44	203,5	36	37	45	44
143,2	34	35	46	45	162	35	36	46	45	185	36	37	46	45
134,2	34	35	47	46	150,5	35	36	47	46	170,2	36	37	47	46
126,5	34	35	48	47	141	35	36	48	47	158,1	36	37	48	47
120	34	35	49	48	132,9	35	36	49	48	148	36	37	49	48
114,3	34	35	50	49	126	35	36	50	49	139,5	36	37	50	49
109,4	34	35	51	50	120	35	36	51	50	132,1	36	37	51	50
105	34	35	52	51	114,8	35	36	52	51	125,8	36	37	52	51
101,1	34	35	53	52	110,1	35	36	53	52	120,3	36	37	53	52
97,6	34	35	54	53	106	35	36	54	53	115,4	36	37	54	53
94,5	34	35	55	54	102,3	35	36	55	54	111	36	37	55	54
91,7	34	35	56	55	99	35	36	56	55	107,1	36	37	56	55
89,1	34	35	57	56	96	35	36	57	56	103,6	36	37	57	56
86,7	34	35	58	57	93,3	35	36	58	57	100,4	36	37	58	57
84,6	34	35	59	58	90,8	35	36	59	58	97,54	36	37	59	58
82,6	34	35	60	59	88,5	35	36	60	59	94,9	36	37	60	59
-25,9	37	38	16	15	-25,4	38	39	16	15	-25	39	40	16	15
-29	37	38	17	16	-28,4	38	39	17	16	-27,8	39	40	17	16
-32,3	37	38	18	17	-31,6	38	39	18	17	-30,9	39	40	18	17

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-36	37	38	19	18	-35,1	38	39	19	18	-34,3	39	40	19	18
-40,1	37	38	20	19	-39	38	39	20	19	-38	39	40	20	19
-44,7	37	38	21	20	-43,3	38	39	21	20	-42,1	39	40	21	20
-49,9	37	38	22	21	-48,2	38	39	22	21	-46,7	39	40	22	21
-55,7	37	38	23	22	-53,6	38	39	23	22	-51,8	39	40	23	22
-62,4	37	38	24	23	-59,8	38	39	24	23	-57,5	39	40	24	23
-70,2	37	38	25	24	-66,9	38	39	25	24	-64,0	39	40	25	24
-79,2	37	38	26	25	-75	38	39	26	25	-71,4	39	40	26	25
-89,8	37	38	27	26	-84,5	38	39	27	26	-80	39	40	27	26
-102,6	37	38	28	27	-95,7	38	39	28	27	-90	39	40	28	27
-118,2	37	38	29	28	-109,2	38	39	29	28	-101,8	39	40	29	28
-137,8	37	38	30	29	-125,7	38	39	30	29	-116	39	40	30	29
-162	37	38	31	30	-146,3	38	39	31	30	-133,3	39	40	31	30
-196	37	38	32	31	-172,7	38	39	32	31	-155	39	40	32	31
-243	37	38	33	32	-208	38	39	33	32	-182,9	39	40	33	32
-313	37	38	34	33	-257,4	38	39	34	33	-220	39	40	34	33
-431	37	38	35	34	-33,1	38	39	35	34	-272	39	40	35	34
-665	37	38	36	35	-455	38	39	36	35	-350	39	40	36	35
-1368	37	38	37	36	-702	38	39	37	36	-480	39	40	37	36
0	37	38	38	37	-1443	38	39	38	37	-740	39	40	38	37
1444	37	38	39	38	0	38	39	39	38	-1520	39	40	39	38
741	37	38	40	39	1521	38	39	40	39	0	39	40	40	39
506,1	37	38	41	40	780	38	39	41	40	1600	39	40	41	40
389,5	37	38	42	41	533	38	39	42	41	820	39	40	42	41
319,2	37	38	43	42	409,5	38	39	43	42	560	39	40	43	42
272,3	37	38	44	43	335,4	38	39	44	43	430	39	40	44	43
238,9	37	38	45	44	286	38	39	45	44	352	39	40	45	44
213,8	37	38	46	45	250,7	38	39	46	45	300	39	40	46	45
194,2	37	38	47	46	224,3	38	39	47	46	262,9	39	40	47	46
178,6	37	38	48	47	203,7	38	39	48	47	235	39	40	48	47
165,8	37	38	49	48	187,2	38	39	49	48	213,3	39	40	49	48
155,2	37	38	50	49	173,7	38	39	50	49	196	39	40	50	49
146,2	37	38	51	50	162,5	38	39	51	50	181,8	39	40	51	50
138,4	37	38	52	51	153	38	39	52	51	170	39	40	52	51
131,7	37	38	53	52	144,9	38	39	53	52	160	39	40	53	52
125,9	37	38	54	53	137,8	38	39	54	53	151,4	39	40	54	53
120,7	37	38	55	54	131,6	38	39	55	54	144	39	40	55	54
116,1	37	38	56	55	126,2	38	39	56	55	137,5	39	40	56	55
112	37	38	57	56	121,3	38	39	57	56	131,8	39	40	57	56
108,3	37	38	58	57	117	38	39	58	57	126,7	39	40	58	57
105	37	38	59	58	113,1	38	39	59	58	122,1	39	40	59	58

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
101,9	37	38	60	59	109,6	38	39	60	59	118	39	40	60	59
-24,6	40	41	16	15	-24,2	41	42	16	15	-23,9	42	43	16	15
-27,3	40	41	17	16	-26,9	41	42	17	16	-26,5	42	43	17	16
-30,3	40	41	18	17	-29,8	41	42	18	17	-29,2	42	43	18	17
-33,5	40	41	19	18	-32,9	41	42	19	18	-32,3	42	43	19	18
-37,1	40	41	20	19	-36,3	41	42	20	19	-35,5	42	43	20	19
-41	40	41	21	20	-40	41	42	21	20	-39,1	42	43	21	20
-45,3	40	41	22	21	-44,1	41	42	22	21	-43	42	43	22	21
-50,1	40	41	23	22	-48,6	41	42	23	22	-47,3	42	43	23	22
-55,5	40	41	24	23	-53,7	41	42	24	23	-52,1	42	43	24	23
-61,5	40	41	25	24	-59,3	41	42	25	24	-57,3	42	43	25	24
-68,3	40	41	26	25	-65,6	41	42	26	25	-63,2	42	43	26	25
-76,1	40	41	27	26	-72,8	41	42	27	26	-69,9	42	43	27	26
-85,2	40	41	28	27	-81	41	42	28	27	-77,4	42	43	28	27
-95,7	40	41	29	28	-90,5	41	42	29	28	-86	42	43	29	28
-108,1	40	41	30	29	-101,5	41	42	30	29	-95,9	42	43	30	29
-123	40	41	31	30	-114,5	41	42	31	30	-107,5	42	43	31	30
-141,2	40	41	32	31	-130,2	41	42	32	31	-121,2	42	43	32	31
-164	40	41	33	32	-149,3	41	42	33	32	-137,6	42	43	33	32
-193,3	40	41	34	33	-173,3	41	42	34	33	-157,7	42	43	34	33
-232,3	40	41	35	34	-204	41	42	35	34	-182,8	42	43	35	34
-287	40	41	36	35	-245	41	42	36	35	-215	42	43	36	35
-369	40	41	37	36	-302,4	41	42	37	36	-258	42	43	37	36
-505,7	40	41	38	37	-388,5	41	42	38	37	-318,2	42	43	38	37
-779	40	41	39	38	-532	41	42	39	38	-408,5	42	43	39	38
-1599	40	41	40	39	-819	41	42	40	39	-559	42	43	40	39
0	40	41	41	40	-1680	41	42	41	40	-860	42	43	41	40
1681	40	41	42	41	0	41	42	42	41	-1763	42	43	42	41
861	40	41	43	42	1764	41	42	43	42	0	42	43	43	42
587,7	40	41	44	43	903	41	42	44	43	1849	42	43	44	43
451	40	41	45	44	616	41	42	45	44	946	42	43	45	44
369	40	41	46	45	472,5	41	42	46	45	645	42	43	46	45
314,3	40	41	47	46	386,4	41	42	47	46	494,5	42	43	47	46
275,3	40	41	48	47	329	41	42	48	47	404,2	42	43	48	47
246	40	41	49	48	288	41	42	49	48	344	42	43	49	48
223,2	40	41	50	49	257,3	41	42	50	49	301	42	43	50	49
205	40	41	51	50	233,3	41	42	51	50	268,8	42	43	51	50
190,1	40	41	52	51	214,2	41	42	52	51	243,7	42	43	52	51
177,7	40	41	53	52	198,5	41	42	53	52	223,6	42	43	53	52
167,2	40	41	54	53	185,5	41	42	54	53	207,2	42	43	54	53

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
158,1	40	41	55	54	174,5	41	42	55	54	193,5	42	43	55	54
150,3	40	41	56	55	165	41	42	56	55	181,9	42	43	56	55
143,5	40	41	57	56	156,8	41	42	57	56	172	42	43	57	56
137,5	40	41	58	57	149,6	41	42	58	57	163,4	42	43	58	57
132,1	40	41	59	58	143,3	41	42	59	58	155,9	42	43	59	58
127,3	40	41	60	59	137,7	41	42	60	59	149,2	42	43	60	59
-23,6	43	44	16	15	-23,3	44	45	16	15	-23	45	46	16	15
-26,1	43	44	17	16	-25,7	44	45	17	16	-25,4	45	46	17	16
-28,8	43	44	18	17	-28,3	44	45	18	17	-27,9	45	46	18	17
-31,7	43	44	19	18	-31,2	44	45	19	18	-30,7	45	46	19	18
-34,8	43	44	20	19	-34,2	44	45	20	19	-33,6	45	46	20	19
-38,3	43	44	21	20	-37,5	44	45	21	20	-36,8	45	46	21	20
-42	43	44	22	21	-41,1	44	45	22	21	-40,3	45	46	22	21
-46,1	43	44	23	22	-45	44	45	23	22	-44	45	46	23	22
-50,6	43	44	24	23	-49,3	44	45	24	23	-48,1	45	46	24	23
-55,6	43	44	25	24	-54	44	45	25	24	-52,6	45	46	25	24
-61,1	43	44	26	25	-59,2	44	45	26	25	-57,5	45	46	26	25
-67,3	43	44	27	26	-65	44	45	27	26	-62,9	45	46	27	26
-74,3	43	44	28	27	-71,5	44	45	28	27	-69	45	46	28	27
-82,1	43	44	29	28	-78,8	44	45	29	28	-75,8	45	46	29	28
-91,1	43	44	30	29	-87	44	45	30	29	-83,4	45	46	30	29
-101,5	43	44	31	30	-96,4	44	45	31	30	-92	45	46	31	30
-113,7	43	44	32	31	-107,3	44	45	32	31	-101,9	45	46	32	31
-128	43	44	33	32	-120	44	45	33	32	-11,2	45	46	33	32
-145,2	43	44	34	33	-135	44	45	34	33	-126,5	45	46	34	33
-166,2	43	44	35	34	-153	44	45	35	34	-142,2	45	46	35	34
-192,5	43	44	36	35	-175	44	45	36	35	-161	45	46	36	35
-226,3	43	44	37	36	-202,5	44	45	37	36	-184	45	46	37	36
-271,3	43	44	38	37	-237,9	44	45	38	37	-212,8	45	46	38	37
-334,4	43	44	39	38	-285	44	45	39	38	-249,7	45	46	39	38
-429	43	44	40	39	-351	44	45	40	39	-299	45	46	40	39
-586,7	43	44	41	40	-450	44	45	41	40	-368	45	46	41	40
-902	43	44	42	41	-615	44	45	42	41	-471,5	45	46	42	41
-1848	43	44	43	42	-945	44	45	43	42	-644	45	46	43	42
0	43	44	44	43	-1935	44	45	44	43	-989	45	46	44	43
1936	43	44	45	44	0	44	45	45	44	-2024	45	46	45	44
990	43	44	46	45	2025	44	45	46	45	0	45	46	46	45
674,7	43	44	47	46	1035	44	45	47	46	2116	45	46	47	46
517	43	44	48	47	705	44	45	48	47	1081	45	46	48	47
422,4	43	44	49	48	540	44	45	49	48	736	45	46	49	48

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
359,3	43	44	50	49	441	44	45	50	49	563,5	45	46	50	49
314,3	43	44	51	50	375	44	45	51	50	460	45	46	51	50
280,5	43	44	52	51	327,9	44	45	52	51	391	45	46	52	51
254,2	43	44	53	52	292,5	44	45	53	52	341,7	45	46	53	52
233,2	43	44	54	53	265	44	45	54	53	304,8	45	46	54	53
216	43	44	55	54	243	44	45	55	54	276	45	46	55	54
201,7	43	44	56	55	225	44	45	56	55	253	45	46	56	55
189,5	43	44	57	56	210	44	45	57	56	234,2	45	46	57	56
179,1	43	44	58	57	197,3	44	45	58	57	218,5	45	46	58	57
170,1	43	44	59	58	186,4	44	45	59	58	205,2	45	46	59	58
162,3	43	44	60	59	177	44	45	60	59	193,9	45	46	60	59
-22,7	46	47	16	15	-22,5	47	48	16	15	-22,3	48	49	16	15
-25,1	46	47	17	16	-24,8	47	48	17	16	-24,5	48	49	17	16
-27,6	46	47	18	17	-27,2	47	48	18	17	-26,9	48	49	18	17
-30,2	46	47	19	18	-29,8	47	48	19	18	-29,4	48	49	19	18
-33,1	46	47	20	19	-32,6	47	48	20	19	-32,1	48	49	20	19
-36,2	46	47	21	20	-35,6	47	48	21	20	-35	48	49	21	20
-39,5	46	47	22	21	-38,8	47	48	22	21	-38,1	48	49	22	21
-43,1	46	47	23	22	-42,2	47	48	23	22	-41,5	48	49	23	22
-47	46	47	24	23	-46	47	48	24	23	-45,1	48	49	24	23
-51,3	46	47	25	24	-50,1	47	48	25	24	-49	48	49	25	24
-56	46	47	26	25	-54,5	47	48	26	25	-53,3	48	49	26	25
-61,1	46	47	27	26	-59,4	47	48	27	26	-57,9	48	49	27	26
-66,8	46	47	28	27	-94,8	47	48	28	27	-63	48	49	28	27
-73,1	46	47	29	28	-70,7	47	48	29	28	-68,6	48	49	29	28
-80,2	46	47	30	29	-77,3	47	48	30	29	-74,8	48	49	30	29
-88,1	46	47	31	30	-84,7	47	48	31	30	-81,7	48	49	31	30
-97,1	46	47	32	31	-93	47	48	32	31	-89,4	48	49	32	31
-107,4	46	47	33	32	-102,4	47	48	33	32	-98	48	49	33	32
-119,3	46	47	34	33	-113,1	47	48	34	33	-107,8	48	49	34	33
-133,2	46	47	35	34	-125,5	47	48	35	34	-119	48	49	35	34
-149,5	46	47	36	35	-140	47	48	36	35	-131,9	48	49	36	35
-169,2	46	47	37	36	-157,1	47	48	37	36	-147	48	49	37	36
-193,2	46	47	38	37	-177,6	47	48	38	37	-164,8	48	49	38	37
-223,3	46	47	39	38	-202,7	47	48	39	38	-186,2	48	49	39	38
-261,9	46	47	40	39	-234	47	48	40	39	-212,3	48	49	40	39
-313,3	46	47	41	40	-274,3	47	48	41	40	-245	48	49	41	40
-493,5	46	47	43	42	-403,2	47	48	43	42	-343	48	49	43	42
-673,7	46	47	44	43	-516	47	48	44	43	-421,4	48	49	44	43
-1034	46	47	45	44	-704	47	48	45	44	-539	48	49	45	44

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-2115	46	47	46	45	-1080	47	48	46	45	-735	48	49	46	45
0	46	47	47	46	-2208	47	48	47	46	-1127	48	49	47	46
2209	46	47	48	47	0	47	48	48	47	-2303	48	49	48	47
1128	46	47	49	48	2304	47	48	49	48	0	48	49	49	48
767,7	46	47	50	49	1176	47	48	50	49	2401	48	49	50	49
587,5	46	47	51	50	800	47	48	51	50	122,5	48	49	51	50
479,4	46	47	52	51	612	47	48	52	51	833	48	49	52	51
407,3	46	47	53	52	499,2	47	48	53	52	637	48	49	53	52
355,9	46	47	54	53	424	47	48	54	53	519,4	48	49	54	53
317,3	46	47	55	54	370,3	47	48	55	54	441	48	49	55	54
287,2	46	47	56	55	330	47	48	56	55	385	48	49	56	55
263,2	46	47	57	56	298,7	47	48	57	56	343	48	49	57	56
243,5	46	47	58	57	273,6	47	48	58	57	310,3	48	49	58	57
227,2	46	47	59	58	253,1	47	48	59	58	284,2	48	49	59	58
213,3	46	47	60	59	236	47	48	60	59	262,8	48	49	60	59
-22,1	49	50	16	15	-21,9	50	51	16	15	-21,7	51	52	16	15
-24,2	49	50	17	16	-24	50	51	17	16	-23,8	51	52	17	16
-26,6	49	50	18	17	-26,3	50	51	18	17	-26	51	52	18	17
-29	49	50	19	18	-28,7	50	51	19	18	-28,4	51	52	19	18
-31,7	49	50	20	19	-31,3	50	51	20	19	-30,9	51	52	20	19
-34,5	49	50	21	20	-34	50	51	21	20	-33,5	51	52	21	20
-37,5	49	50	22	21	-36,9	50	51	22	21	-36,4	51	52	22	21
-40,7	49	50	23	22	-40,1	50	51	23	22	-39,4	51	52	23	22
-44,2	49	50	24	23	-43,4	50	51	24	23	-42,7	51	52	24	23
-48	49	50	25	24	-47,1	50	51	25	24	-46,2	51	52	25	24
-52,1	49	50	26	25	-51	50	51	26	25	-50	51	52	26	25
-56,5	49	50	27	26	-55,3	50	51	27	26	-54,1	51	52	27	26
-61,4	49	50	28	27	-59,9	50	51	28	27	-58,5	51	52	28	27
-66,7	49	50	29	28	-64,9	50	51	29	28	-63,3	51	52	29	28
-72,5	49	50	30	29	-70,4	50	51	30	29	-68,5	51	52	30	29
-78,9	49	50	31	30	-76,5	50	51	31	30	-74,3	51	52	31	30
-86,1	49	50	32	31	-83,2	50	51	32	31	-80,6	51	52	32	31
-94,1	49	50	33	32	-90,7	50	51	33	32	-87,6	51	52	33	32
-103,1	49	50	34	33	-99	50	51	34	33	-65,3	51	52	34	33
-113,3	49	50	35	34	-108,4	50	51	35	34	-104	51	52	35	34
-125	49	50	36	35	-119	50	51	36	35	-113,8	51	52	36	35
-138,5	49	50	37	36	-131,1	50	51	37	36	-124,8	51	52	37	36
-154,2	49	50	38	37	-145,2	50	51	38	37	-137,4	51	52	38	37
-172,7	49	50	39	38	-161,5	50	51	39	38	-152	51	52	39	38
-195	49	50	40	39	-180,8	50	51	40	39	-169	51	52	40	39

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-222,2	49	50	41	40	-204	50	51	41	40	-189,1	51	52	41	40
-256,3	49	50	42	41	-322,3	50	51	42	41	-213,2	51	52	42	41
-300	49	50	43	42	-267,8	50	51	43	42	-242,7	51	52	43	42
-358,3	49	50	44	43	-313,3	50	51	44	43	-279,5	51	52	44	43
-440	49	50	45	44	-374	50	51	45	44	-326,9	51	52	45	44
-562,5	49	50	46	45	-459	50	51	46	45	-390	51	52	46	45
-766,7	49	50	47	46	-586,5	50	51	47	46	-478,4	51	52	47	46
-117,5	49	50	48	47	-799	50	51	48	47	-611	51	52	48	47
-2400	49	50	49	48	-1224	50	51	49	48	-832	51	52	49	48
0	49	50	50	49	-2499	50	51	50	49	-1274	51	52	50	49
25000	49	50	51	50	0	50	51	51	50	-2600	51	52	51	50
1275	49	50	52	51	2601	50	51	52	51	0	51	52	52	51
866,7	49	50	53	52	1326	50	51	53	52	2704	51	52	53	52
662,5	49	50	54	53	901	50	51	54	53	1378	51	52	54	53
540	49	50	55	54	688,5	50	51	55	54	936	51	52	55	54
458,3	49	50	56	55	561	50	51	56	55	715	51	52	56	55
400	49	50	57	56	476	50	51	57	56	582,4	51	52	57	56
356,3	49	50	58	57	415,3	50	51	58	57	494	51	52	58	57
322,2	49	50	59	58	369,8	50	51	59	58	430,9	51	52	59	58
295	49	50	60	59	334,3	50	51	60	59	383,5	51	52	60	59
-21,5	52	53	16	15	-21,3	53	54	16	15	-21,2	54	55	16	15
-23,6	52	53	17	16	-23,4	53	54	17	16	-23,2	54	55	17	16
-25,7	52	53	18	17	-25,5	53	54	18	17	-25,3	54	55	18	17
-28,1	52	53	19	18	-27,8	53	54	19	18	-27,5	54	55	19	18
-30,5	52	53	20	19	-30,2	53	54	20	19	-29,9	54	55	20	19
-33,1	52	53	21	20	-32,7	53	54	21	20	-32,4	54	55	21	20
-35,9	52	53	22	21	-35,4	53	54	22	21	-35	54	55	22	21
-38,9	52	53	23	22	-38,3	53	54	23	22	-37,8	54	55	23	22
-42	52	53	24	23	-41,4	53	54	24	23	-40,8	54	55	24	23
-45,4	52	53	25	24	-44,7	53	54	25	24	-44	54	55	25	24
-49,1	52	53	26	25	-48,2	53	54	26	25	-47,4	54	55	26	25
-53	52	53	27	26	-52	53	54	27	26	-51,1	54	55	27	26
-57,2	52	53	28	27	-56,1	53	54	28	27	-55	54	55	28	27
-61,8	52	53	29	28	-60,5	53	54	29	28	-59,2	54	55	29	28
-66,8	52	53	30	29	-65,3	53	54	30	29	-63,8	54	55	30	29
-72,3	52	53	31	30	-70,4	53	54	31	30	-68,8	54	55	31	30
-78,2	52	53	32	31	-76,1	53	54	32	31	-74,1	54	55	32	31
-84,8	52	53	33	32	-82,3	53	54	33	32	-80	54	55	33	32
-92,1	52	53	34	33	-89,1	53	54	34	33	-86,4	54	55	34	33
-100,1	52	53	35	34	-96,6	53	54	35	34	-93,5	54	55	35	34

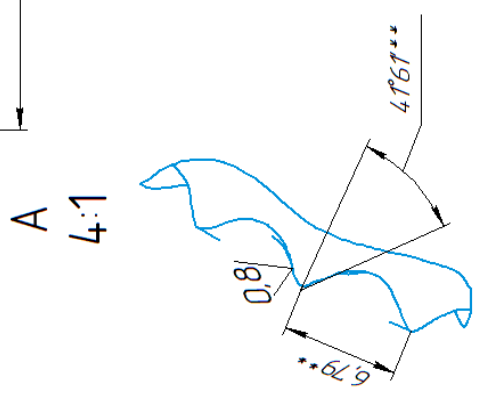
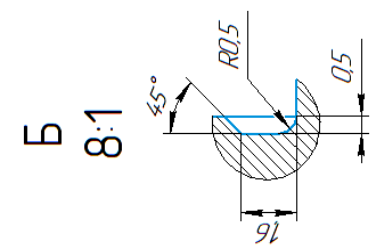
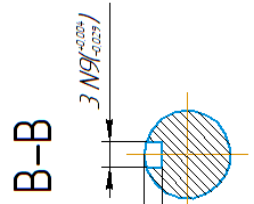
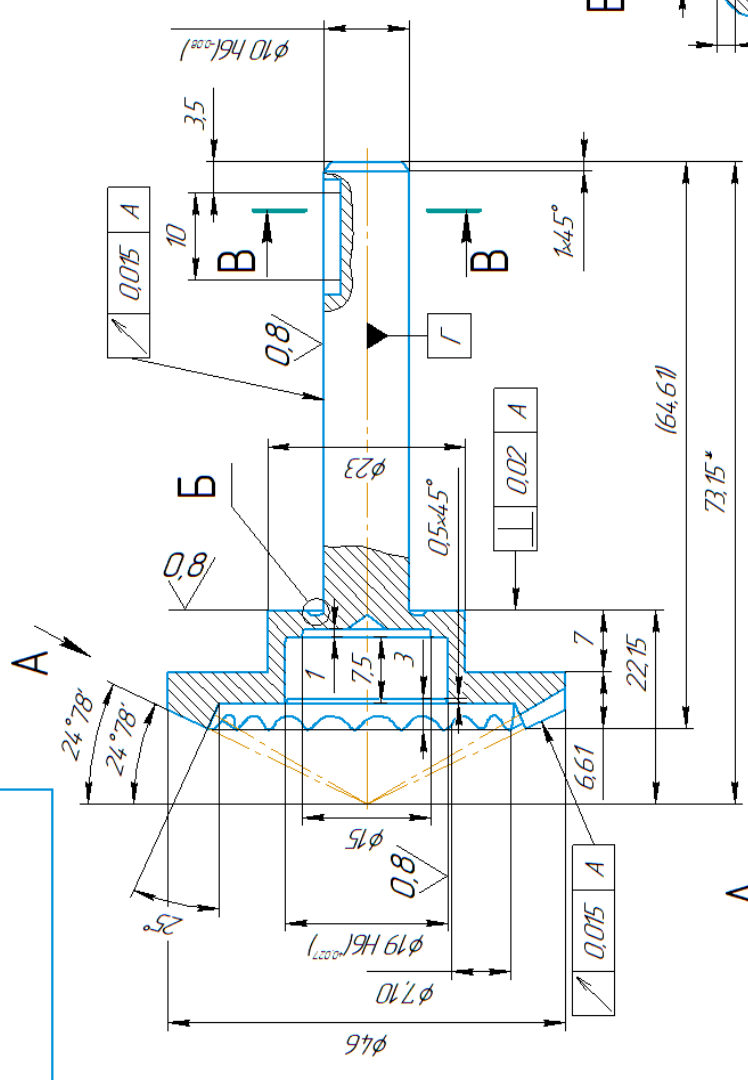
i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-109,1	52	53	36	35	-105	53	54	36	35	-101,3	54	55	36	35
-119,3	52	53	37	36	-114,4	53	54	37	36	-110	54	55	37	36
-130,7	52	53	38	37	-124,9	53	54	38	37	-119,7	54	55	38	37
-143,9	52	53	39	38	-136,8	53	54	39	38	-130,6	54	55	39	38
-159	52	53	40	39	-150,4	53	54	40	39	-143	54	55	40	39
-176,7	52	53	41	40	-166,2	53	54	41	40	-157,1	54	55	41	40
-197,5	52	53	42	41	-184,5	53	54	42	41	-173,5	54	55	42	41
-22,6	52	53	43	42	-206,2	53	54	43	42	-192,5	54	55	43	42
-253,2	52	53	44	43	-232,2	53	54	44	43	-215	54	55	44	43
-291,5	52	53	45	44	-264	53	54	45	44	-242	54	55	45	44
-340,7	52	53	46	45	-303,8	53	54	46	45	-275	54	55	46	45
-406,3	52	53	47	46	-354,9	53	54	47	46	-316,3	54	55	47	46
-498,2	52	53	48	47	-423	53	54	48	47	-369,3	54	55	48	47
-636	52	53	49	48	-518,4	53	54	49	48	-440	54	55	49	48
-865,7	52	53	50	49	-661,5	53	54	50	49	-539	54	55	50	49
-1325	52	53	51	50	-900	53	54	51	50	-687,5	54	55	51	50
-2703	52	53	52	51	-1377	53	54	52	51	-935	54	55	52	51
0	52	53	53	52	-2808	53	54	53	52	-1430	54	55	53	52
2809	52	53	54	53	0	53	54	54	53	-2915	54	55	54	53
1431	52	53	55	54	2916	53	54	55	54	0	54	55	55	54
971,7	52	53	56	55	1485	53	54	56	55	3025	54	55	56	55
742	52	53	57	56	1008	53	54	57	56	1540	54	55	57	56
604,2	52	53	58	57	769,5	53	54	58	57	1045	54	55	58	57
512,3	52	53	59	58	626,4	53	54	59	58	797,5	54	55	59	58
446,7	52	53	60	59	531	53	54	60	59	649	54	55	60	59
-21	55	56	16	15	-20,9	56	57	16	15	-20,7	57	58	16	15
-23	55	56	17	16	-22,8	56	57	17	16	-22,6	57	58	17	16
-25,1	55	56	18	17	-24,8	56	57	18	17	-24,7	57	58	18	17
-27,2	55	56	19	18	-27	56	57	19	18	-26,8	57	58	19	18
-29,6	55	56	20	19	-29,3	56	57	20	19	-29	57	58	20	19
-32	55	56	21	20	-31,7	56	57	21	20	-31,4	57	58	21	20
-34,6	55	56	22	21	-34,2	56	57	22	21	-33,8	57	58	22	21
-37,3	55	56	23	22	-36,9	56	57	23	22	-36,5	57	58	23	22
-40,3	55	56	24	23	-39,7	56	57	24	23	-39,2	57	58	24	23
-43,4	55	56	25	24	-42,8	56	57	25	24	-42,2	57	58	25	24
-46,7	55	56	26	25	-46	56	57	26	25	-45,3	57	58	26	25
-50,2	55	56	27	26	-49,4	56	57	27	26	-48,6	57	58	27	26
-54	55	56	28	27	-53,1	56	57	28	27	-52,2	57	58	28	27
-58,1	55	56	29	28	-57	56	57	29	28	-56	57	58	29	28
-62,5	55	56	30	29	-61,2	56	57	30	29	-60,1	57	58	30	29

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-67,2	55	56	31	30	-65,8	56	57	31	30	-64,4	57	58	31	30
-72,3	55	56	32	31	-70,7	56	57	32	31	-69,2	57	58	32	31
-77,9	55	56	33	32	-76	56	57	33	32	-74,2	57	58	33	32
-84	55	56	34	33	-81,8	56	57	34	33	-79,8	57	58	34	33
-90,7	55	56	35	34	-88,1	56	57	35	34	-85,7	57	58	35	34
-98	55	56	36	35	-95	56	57	36	35	-92,3	57	58	36	35
-106,1	55	56	37	36	-102,6	56	57	37	36	-99,4	57	58	37	36
-115,1	55	56	38	37	-111	56	57	38	37	-107,3	57	58	38	37
-125,2	55	56	39	38	-120,3	56	57	39	38	-116	57	58	39	38
-136,5	55	56	40	39	-130,8	56	57	40	39	-125,7	57	58	40	39
-149,3	55	56	41	40	-142,5	56	57	41	40	-136,5	57	58	41	40
-164	55	56	42	41	-155,8	56	57	42	41	-148,6	57	58	42	41
-180,9	55	56	43	42	-177,1	56	57	43	42	-162,4	57	58	43	42
-200,7	55	56	44	43	-188,5	56	57	44	43	-178,1	57	58	44	43
-224	55	56	45	44	-209	56	57	45	44	-196,3	57	58	45	44
-252	55	56	46	45	-233,2	56	57	46	45	-217,5	57	58	46	45
-286,2	55	56	47	46	-262,2	56	57	47	46	-242,5	57	58	47	46
-329	55	56	48	47	-297,7	56	57	48	47	-272,6	57	58	48	47
-384	55	56	49	48	-342	56	57	49	48	-309,3	57	58	49	48
-457,3	55	56	50	49	-399	56	57	50	49	-355,3	57	58	50	49
-560	55	56	51	50	-475	56	57	51	50	-414,3	57	58	51	50
-714	55	56	52	51	-581,4	56	57	52	51	-493	57	58	52	51
-970,7	55	56	53	52	-741	56	57	53	52	-603,2	57	58	53	52
-1484	55	56	54	53	-1007	56	57	54	53	-768,5	57	58	54	53
-3024	55	56	55	54	-1539	56	57	55	54	-1044	57	58	55	54
0	55	56	56	55	-3135	56	57	56	55	-1595	57	58	56	55
3136	55	56	57	56	0	56	57	57	56	-3248	57	58	57	56
1596	55	56	58	57	3249	56	57	58	57	0	57	58	58	57
1082,7	55	56	59	58	1653	56	57	59	58	3364	57	58	59	58
826	55	56	60	59	1121	56	57	60	59	1711	57	58	60	59
-20,6	58	59	16	15	-20,5	59	60	16	15	-20,3	60	61	16	15
-22,5	58	59	17	16	-22,3	59	60	17	16	-22,2	60	61	17	16
-24,5	58	59	18	17	-24,3	59	60	18	17	-24,1	60	61	18	17
-26,6	58	59	19	18	-26,3	59	60	19	18	-26,1	60	61	19	18
-28,7	58	59	20	19	-28,5	59	60	20	19	-28,3	60	61	20	19
-31,1	58	59	21	20	-30,8	59	60	21	20	-30,5	60	61	21	20
-33,5	58	59	22	21	-33,2	59	60	22	21	-32,8	60	61	22	21
-36,1	58	59	23	22	-35,7	59	60	23	22	-35,3	60	61	23	22
-38,8	58	59	24	23	-38,3	59	60	24	23	-37,9	60	61	24	23
-41,6	58	59	25	24	-41,1	59	60	25	24	-40,7	60	61	25	24

i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅	i	Z₂	Z₃	Z₄	Z₅
-44,7	58	59	26	25	-44,1	59	60	26	25	-43,6	60	61	26	25
--47,9	58	59	27	26	-47,3	59	60	27	26	-46,6	60	61	27	26
-51,4	58	59	28	27	-50,6	59	60	28	27	-49,9	60	61	28	27
-55,1	58	59	29	28	-54,2	59	60	29	28	-53,4	60	61	29	28
-59	58	59	30	29	-58	59	60	30	29	-57,1	60	61	30	29
-63,2	58	59	31	30	-62,1	59	60	31	30	-61	60	61	31	30
-67,7	58	59	32	31	-66,4	59	60	32	31	-65,2	60	61	32	31
-72,6	58	59	33	32	-71,1	59	60	33	32	-69,7	60	61	33	32
-77,9	58	59	34	33	-76,2	59	60	34	33	-74,6	60	61	34	33
-83,6	58	59	35	34	-81,6	59	60	35	34	-79,8	60	61	35	34
-89,8	58	59	36	35	-87,5	59	60	36	35	-85,4	60	61	36	35
-96,5	58	59	37	36	-93,9	59	60	37	36	-91,5	60	61	37	36
-104	58	59	38	37	-100,9	59	60	38	37	-98,1	60	61	38	37
-112,1	58	59	39	38	-108,6	59	60	39	38	105,4	60	61	39	38
-121,1	58	59	40	39	-117	59	60	40	39	-113,3	60	61	40	39
-131,1	58	59	41	40	-126,3	59	60	41	40	-122	60	61	41	40
-142,3	58	59	42	41	-136,7	59	60	42	41	-131,6	60	61	42	41
-154,9	58	59	43	42	-148,2	59	60	43	42	-142,3	60	61	43	42
-169,1	58	59	44	43	-161,3	59	60	44	43	-154,3	60	61	44	43
-185,4	58	59	45	44	-176	59	60	45	44	-167,8	60	61	45	44
-204,2	58	59	46	45	-192,9	59	60	46	45	-183	60	61	46	45
-226,2	58	59	47	46	-212,3	59	60	47	46	-200,4	60	61	47	46
-252,1	58	59	48	47	-235	59	60	48	47	-220,5	60	61	48	47
-283,2	58	59	49	48	-261,8	59	60	49	48	-244	60	61	49	48
-321,2	58	59	50	49	-294	59	60	50	49	-271,7	60	61	50	49
-368,8	58	59	51	50	-333,3	59	60	51	50	-305	60	61	51	50
-429,9	58	59	52	51	-382,5	59	60	52	51	-345,7	60	61	52	51
-511,3	58	59	53	52	-445,7	59	60	53	52	-396,5	60	61	53	52
-625,4	58	59	54	53	-530	59	60	54	53	-461,9	60	61	54	53
-796,5	58	59	55	54	-648	59	60	55	54	-549	60	61	55	54
-1082	58	59	56	55	-825	59	60	56	55	-671	60	61	56	55
-1652	58	59	57	56	-1120	59	60	57	56	-854	60	61	57	56
-3363	58	59	58	57	-1710	59	60	58	57	0	60	61	58	57
0	58	59	59	58	-3480	59	60	59	58	-1769	60	61	59	58
3481	58	59	60	59	0	59	60	25	24	-3599	60	61	25	24

3.2 (✓)

Число зубьев	Z	21
Тип зуба	прямой	
Ширина венца зубьев, мм	b	5
Угол нутации	θ	25°
Угол конического огиба	δ	22,5°
Угол заточки/конусности инструмента	β	4,77°
Внешнее конусное расстояние	R_e	25,4
Среднее конусное расстояние	R_m	22,55
Внешняя высота зуба	H_e	2,08



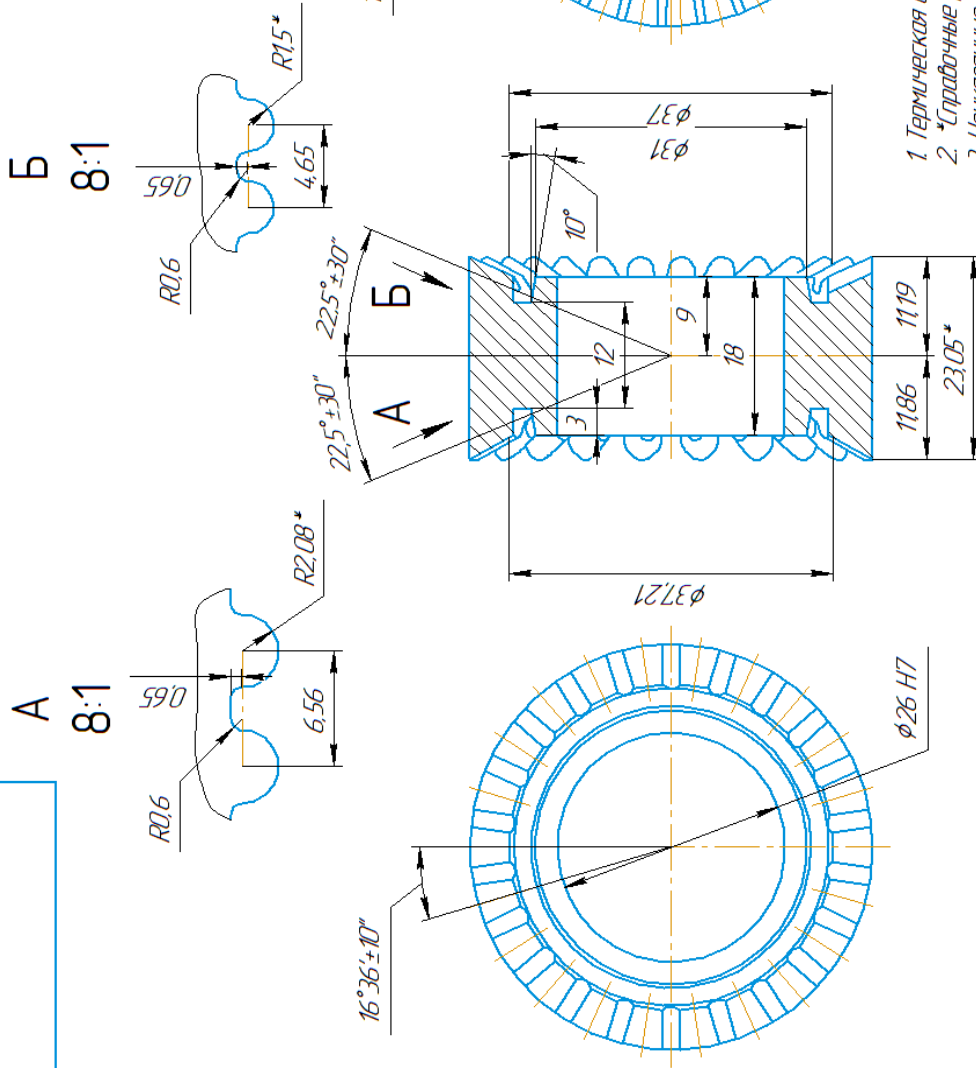
1. Термическая обработка: глубокая закалка и возврат к 45...55
2. *Справочные размеры
3. **Размеры сделаны при прорезывании зубьев
4. Неуказанные предельные отклонения размеров НЧ, Н14

Изм./Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лист	Масштаб
Разраб.				21	
Проб.				Лист	Листов
Т.контр.				1	1
Н.контр.					
Утв.					
Подвижное КОЛЕСО					

Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инд. №	Инд. № подл.	Подп. и дата	Спроб. №	Лерб. пружен.

√ 3,2 (√1)

Блок шестерен	Z	I	II
Число зубьев	22	31	31
Тип зуба	прямой		
Внешнее конусное расстояние	R _e	24,9	24,9
Угол заточки/конусности инструмента	β	4,77°	3,45°

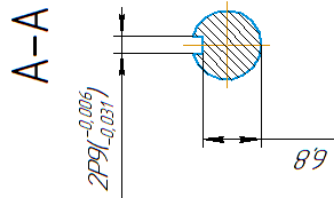
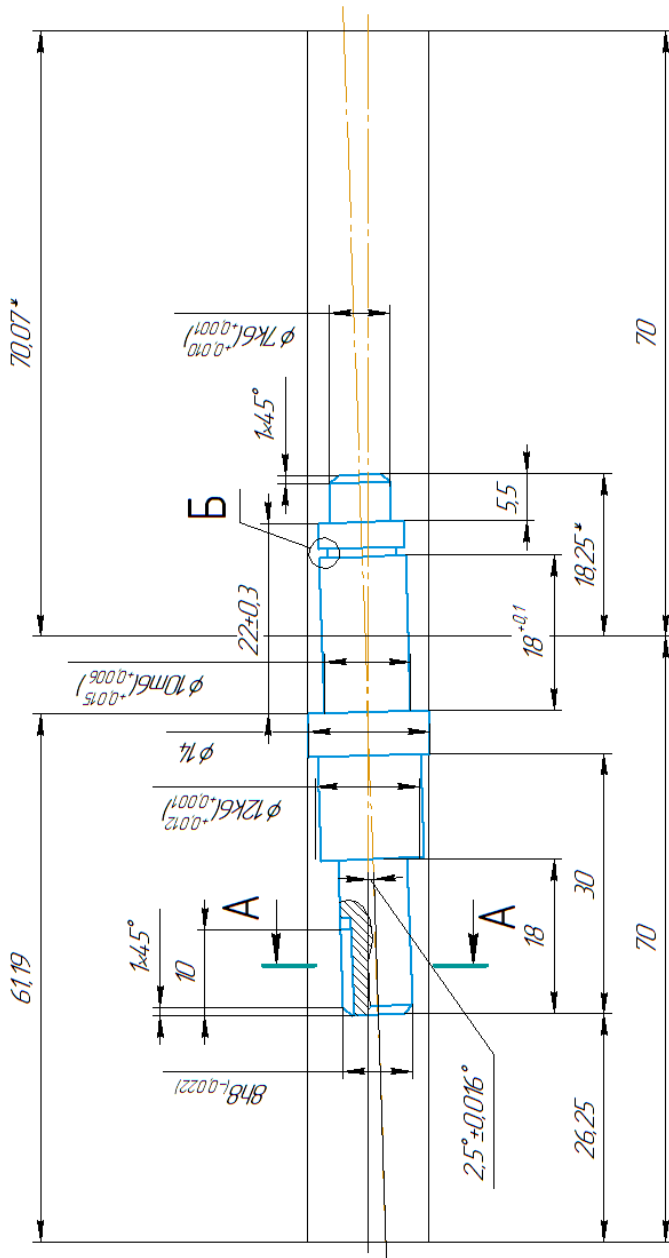


- 1 Термическая обработка глубокая закалка и возврат к 45...55
- 2 *Справочные размеры
- 3 Неуказанные предельные отклонения размеров Н14, h14

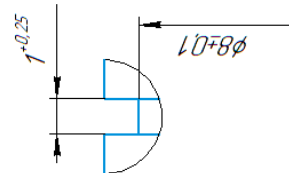
Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инд. №	Инд. № дубл.	Инд. № дубл.	Спроб. №	Испр. пункт

Изм./Лист	№ докум.	Подп.	Дата
Разработ.			
Проб.			
Т. контрол.			
Н. контрол.			
Утв.			
Лист	Масса	Масштаб	
1		2:1	
Лист	Листов		1

√ 3,2 (√1)



Б(8:1)



1. Термическая обработка: глубокая закалка и отпуск до твердости 45...55
2. *Справочные размеры
3. Неуказанные предельные отклонения размеров Н14, h14

Инд. № подл.	Подп. и дата	Инд. № подл.	Подп. и дата	Инд. № подл.	Подп. и дата	Инд. № подл.	Подп. и дата	Инд. № подл.	Подп. и дата

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Масштаб
							2:1
Разработ.					Лист	Листов	1
Провер.							
Т. контрол.							
Н. контрол.							
Утв.							

Коленчатый вал

Формат А3

Калибрвал

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ

УТВЕРЖДАЮ

Директор ООО «СИБИРСКАЯ
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНАЯ КОМПАНИЯ»

«08/06/23»  Панкратов Э.Н.
2023г.



АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов научно-исследовательской работы, выполненной в рамках кандидатской диссертации в ООО «СИБИРСКАЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНАЯ КОМПАНИЯ»

Комиссия в составе начальника конструкторского бюро Семенова М.В., начальника технологического бюро Яконена В.С. составили настоящий акт о том, что в ООО «СИБИРСКАЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНАЯ КОМПАНИЯ» внедрены следующие положения диссертационной работы автора Джасем М. «Разработка кинематического торцевого волнового редуктора с модифицированным зубом улучшенной несущей способности»:

1. Методика профилирования выпукло-вогнутого зацепления волнового торцевого кинематического редуктора.
2. Требования и условия существования многопарного зацепления

Начальник конструкторского бюро


08.06.23

Семенов М.В.

Начальник технологического бюро


08.06.23

Яконен В.С.



Общество с ограниченной ответственностью

«Луквис»

ИНН 7017335488 КПП 701701001

Почтовый адрес: 634063, г. Томск, ул. С.Лазо, дом 27/1 - 57
Фактический: 634058, г. Томск, ул. Кузовлевский тракт, д. 6/1
тел/факс (3822) 90-56-78, 22-65-02

www.lukvis.ru

e-mail: uzorluk@mail.ru lukvis@mail.ru

Исх. №189-06.23
от «08» июня 2023г

УТВЕРЖДАЮ

Главный инженер ООО «Луквис»

Федоров А.Б.

«08» июня.2023 г.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов научно-исследовательской работы, выполненной в рамках кандидатской диссертации в ООО «Луквис»

Комиссия в составе ведущего инженера Федорова Алексея Борисовича., главного технолога Шрамова Михаила Михайловича. составили настоящий акт в том, что в ООО «Л» внедрены следующее положение диссертационной работы автора Джасем М. «Разработка кинематического торцевого волнового редуктора с модифицированным зубом улучшенной несущей способности»:

1. методика выбора оптимальных геометрических параметров зацепления с выпукло-вогнутым контактом зубьев оценка условия существования многопарного зацепления волнового торцевого кинематического редуктора.

Ведущий инженер

Главный технолог



Федоров А.Б.

Шрамов М.М.



УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора по образовательной
деятельности НИ ТПУ

М.А. Соловьев

2023 г.

« 22 » 05

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов научно-исследовательской работы, выполненной в рамках кандидатской диссертации в учебный процесс

Материалы кандидатской диссертации старшего преподавателя отделения общетехнических дисциплин Джасема Мохамеда Али «Разработка кинематического торцевого волнового редуктора с модифицированным зубом улучшенной несущей способности» включены в учебное пособие «Machine Design». Данные материалы используются при изучении дисциплины «Математическое моделирование в машиностроении» при подготовке бакалавров и магистров по направлению 15.03.01 «Машиностроение».

Результаты исследований, полученных Джасем М.А., используются в лекционных курсах и на практических занятиях по следующим дисциплинам:

- «Детали машин и основы конструирования»;
- «Основы технологии машиностроения»;
- «САПР технологических процессов»;
- «Математическое моделирование процессов в машиностроении».

И.о. руководителя отделения
общетехнических дисциплин
к.т.н. доцент

 Пашков Е.Н.