

3. Попкова И.С. Селективное лазерное плавление как инновационная технология изготовления сложно-профильных изделий / И.С. Попкова – Москва, 2015. – С. 276–279.  
URL: [https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/41926/1/sch\\_met\\_XVI\\_2015\\_2\\_082.pdf](https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/41926/1/sch_met_XVI_2015_2_082.pdf), (дата обращения: 05.03.2024). – Текст: электронный.
4. Соколов И.А. Разработка рекомендаций по внедрению аддитивных технологий в Российское металлургическое производство: магистерская диссертация / И.А. Соколов. – Екатеринбург, 2018. – 124 с. – URL: [https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/61446/1/m\\_th\\_i.a.sokolov\\_2018.pdf](https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/61446/1/m_th_i.a.sokolov_2018.pdf), <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35075248> (дата обращения: 05.03.2024). – Текст: электронный.
5. Дорофеева В.В. Аддитивные технологии как инновационный тренд в развитии производства / В.В. Дорофеева – Калининград, 2020. – С. 23-27. – URL: [https://brstu.ru/static/unit/journal\\_2/docs/number-41/23-27.pdf](https://brstu.ru/static/unit/journal_2/docs/number-41/23-27.pdf), <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35075248> (дата обращения: 05.03.2024). – Текст: электронный.

### ПАРАДОКС ФЕРМИ–ПАСТЫ–УЛАМА

*В.В. Купарев<sup>a</sup>, студент гр. 10А31*

*Научный руководитель: Соболева Э.Г., к.ф.-м.н., доц.*

*Юргинский технологический институт (филиал)*

*Национального исследовательского Томского политехнического университета*

*652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

*E-mail: <sup>a</sup>Ivanov@mail.ru*

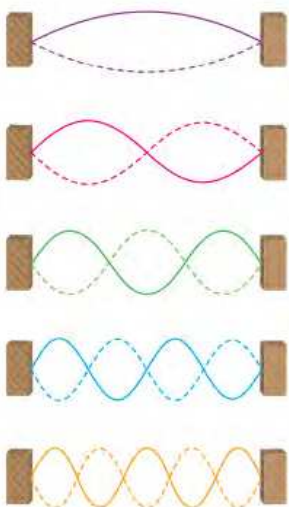
**Аннотация:** В статье дается обзор актуальных проблем нелинейной физики, в которых исследования Ферми–Пасты–Улама находят применение в области математики и физики.

**Ключевые слова:** нелинейные системы, солитоны, энергия.

**Abstract:** the article provides an overview of current problems in nonlinear physics, in which Fermi–Pasta–Ulam research finds application in the fields of mathematics and physics.

**Keywords:** nonlinear systems, solitons, energy.

Научные сотрудники Лос-Аламосской национальной лаборатории в 1953 году подбирали задачу для одного из первых электронных компьютеров. Было решено рассмотреть простейшую одномерную систему, состоящую из цепочки грузов, соединённых последовательно пружинами с нелинейной упругостью. Результаты моделирования были следующие: после начала возбуждения колебаний система была предоставлена самой себе, далее энергия распространялась равномерно по оставшимся колебательным модам, и движения цепочки приобретали характер белого шума. Но в один момент, машину решили оставить включенной намного больше, чем всегда. Через какое-то время, научные сотрудники поспешили проверить свои и результаты и обнаружили, что расчётная система, в результате теплового равновесия, вышла из него, а энергия колебалась только между наиболее длиноволновыми модами, не обращая внимание на коротковолновые колебания. И, в результате, система возвращалась из хаоса в исходное состояние! Этот парадокс встал в основу компьютерного моделирования, теории детерминированного хаоса и солитоники.



В настоящее время научные исследования сложных задач невозможны без компьютерного моделирования, необходимого для изучения большинства задач в естественных, технических и математических науках. Строгие математические доказательства, например, «задачи о четырёх красках», происходят только благодаря компьютерам. Например, в гидродинамике компьютерные визуализации сложных, зависящих от времени потоков имеют огромную роль для выявления глубинных физических механизмов. Современные эксперименты в физике твердого тела, изучение явлений в астрофизике, в биоинформатике также невозможны без компьютеров. После первого эксперимента Ферми-Пасты-Улама прошло немало лет, и нам интересно знать, с чего начинались их исследования.

Вместе с Джоном Паста и Уламом, Ферми начал изучать очень простую нелинейную динамическую систему, последовательно соединённых пружинами, с продольными колебаниями. Выбранный набор масс и пружин без внутреннего нагрева могли колебаться бесконечно без потери энергии.

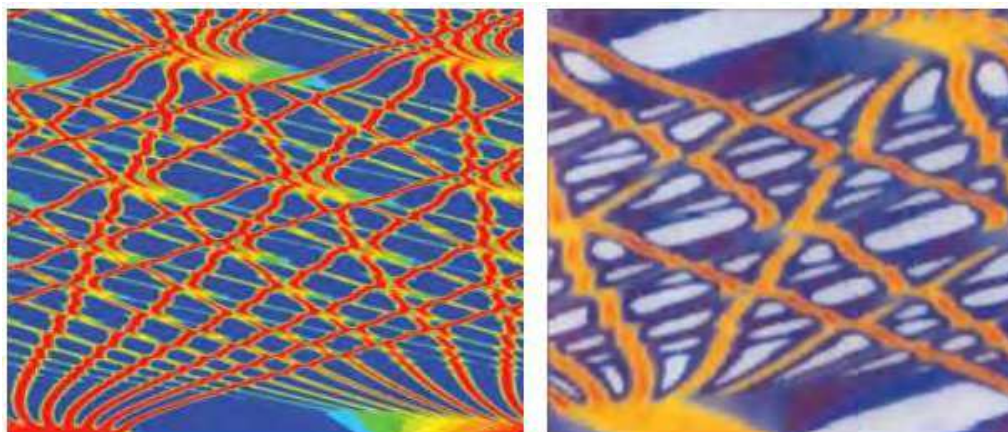
Стоит также отметить, что полученная в результате сила не была линейно пропорциональна величине сжатия или растяжения, а в математическую зависимость были учтены нелинейные компоненты между деформацией и результирующей восстанавливающей силой.

Ферми, Паста и Улам предполагали, что энергия в их системе «масса-пружина» будет распределяться поровну между различными модами колебания, также как и между модами вибрации струн скрипки. Главная мода колебаний такой струны, как показано на рисунке фиолетовая и соответствует слышимой ноте. Более высокочастотные колебания порождают различные гармоники этой ноты. Показанные здесь движения соответствуют второй (розовой), третьей (зелёной), четвёртой (синей) и пятой (оранжевой) гармоникам.

Для дальнейшего своего исследования ФПУ (вместе с Мэри Цингу) решили рассмотреть различные количества масс (16, 32 или 64) в своих научных экспериментах. Ученые вычислили связанные нелинейные уравнения, управляющие движением масс, задали время с большим числом периодов колебаний, после чего получили ошеломляющие результаты. Изначально энергия была получена между несколькими различными режимами, далее через какое-то время система снова возвращалась в начальное состояние. Таким образом, только 97 % энергии было восстановлено в состоянии, близкое к исходному. Бильярдные шары каким-то волшебным образом вернулись из своего хаотичного состояния, образуя идеальный исходный треугольник!

Нелинейные системы в отличие от линейных имеют зависящие от амплитуды частоты колебаний, кроме того, в линейной системе удвоение амплитуды входного сигнала приводит к удвоению амплитуды выходного сигнала. Например, кто-то поёт в два раза громче в микрофон в караоке-клубе, в результате чего усиленное пение, выходящее из колонок, будет в два раза громче. Приведем еще один пример, если два человека поют дуэтом, то результат будет просто суммой (или «суперпозицией») того, что получилось бы, если бы каждый пел свою партию отдельно. Кроме того, если всё действительно линейно, голоса не будут искажаться. Ноты, которые слышны, будут именно теми, которые дуэт ввёл, независимо от амплитуды.

В 1895 году голландский физик Дидерик Кортевег и его студент Густав де Врис (де Фриз) получили нелинейное дифференциальное уравнение, известное в настоящее время как уравнение Кортевега-де Фриза (КдФ), раскрывающее результаты экспериментов Рассела. Данное уравнение указывает на то, что скорость изменения амплитуды определяется суммой нелинейного параметра, приводящий к амплитудно-зависимым скоростям и линейного параметра, вызывающий дисперсию и зависящий от длины волны. К сожалению, их результаты были не замечены в то время учеными, которые тоже изучали водные волны. Однако, в начале 1960-х годов ученые Забуски и Мартин Крускал из Принстонского университета все-таки приступили к изучению цепочки ФПУ, используя численное моделирование, они смогли полностью повторить их результаты. Для описания своих решений уравнения Кортевега-де Фриза (КдФ) они ввели новый термин, который впоследствии стал широко использоваться для обозначения явления уединённой волны: солитон. Было доказано, что солитоны развиваются из своего начального состояния, после чего начинают свои перемещения то влево, то вправо до тех пор, пока не поменяют свое место дислокации для создания их снова в другой точке пространства.



В начале 19 века было проведено много исследований по изучению теплопроводности с использованием моделей, подобных ФПУ. Задача ФПУ затрагивает удивительно широкий спектр тем в нелинейной динамике, статистической механике и вычислительной физике. Результаты этих экспериментов способствовали развитию науки и получению огромных достижений в области физики и математики.

Список использованных источников:

1. Иванченко М.В.  $q$ -бризеры: от парадокса Ферми-Пасты-Улама до аномальной теплопроводности / М.В. Иванченко // Изв. вузов «ПНД». – 2011. – Т. 19, № 1.
2. Discrete breathers in a triangular  $\beta$ -Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou lattice / R.I. Babicheva, A.S. Semenov, E.G. Soboleva [et al.] // Physical Review E. – 2021. – Vol. 103. – Iss. 5.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ПОЛИМЕРНО-БИТУМНОЙ СМЕСИ

*А.В. Юркевич<sup>а</sup>, студент гр. 10А31*

*Научный руководитель: Сапрыкин А.А.<sup>б</sup>, к.т.н., доц.*

*Юргинский технологический институт (филиал)*

*Национального исследовательского Томского политехнического университета*

*652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

*E-mails: <sup>а</sup>avy64@tpu.ru, <sup>б</sup>sapraa@tpu.ru*

**Аннотация.** Для развития производственного процесса предприятия необходимо обеспечить сокращение времени изготовления новой продукции. В статье рассмотрены факторы, влияющие на перемешивание модифицированного битума и битумных эмульсий в процессе приготовления и хранения. Разработана модель перемешивания полимерно-битумной смеси для определения оптимальной конструкции установки и лопастей. Использование модели позволит сократить время на переналадку установки для перемешивания составов другой вязкости.

**Ключевые слова:** модель, полимерно-битумная смесь, оптимальная конструкция установки, лопасть.

**Abstract:** To develop the production process of an enterprise, it is necessary to ensure a reduction in the production time of new products. The article discusses the factors influencing the mixing of modified bitumen and bitumen emulsions during preparation and storage. A model for mixing a polymer-bitumen mixture has been developed to determine the optimal design of the installation and blades. The use of the model will reduce the time for readjusting the installation for mixing compositions of different viscosity.

**Keywords:** model, polymer-bitumen mixture, optimal installation design, blade.

Для развития производственного процесса предприятия необходимо обеспечить сокращение времени изготовления новой продукции. При производстве строительных материалов применяются составы разной вязкости, для оптимального перемешивания которых необходимо учитывать характеристики емкости для перемешивания (объем, габариты), параметры мотор-редуктора (мощность, скорость вращения) и свойства смеси (вязкость, вид течения). Сократить время на переналадку установки для перемешивания составов различной вязкости позволит модель, которая и будет учитывать все перечисленные параметры.

При создании модели, проведена оценка влияния параметров скорости вращения и угла атаки лопасти устройства, перемешивающего полимерно-битумную смесь с динамической вязкостью 350 Па·с (при 60 °С), и плотностью 1032 кг/м<sup>3</sup> на перемешивание среды и области застоя в емкости, скорости потоков. Процесс проанализирован в программном комплексе. В исследовании рассмотрены углы атаки лопасти относительно горизонтальной поверхности 90° (рис. 1, а) и 35° (рис. 1, б). Оптимальная скорость вращения определена из следующих значений: 60, 90 и 120 об/мин.

На рисунках 2–4 показан процесс смешивания смеси при скоростях вращения 60, 90, 120 об/мин соответственно, угол атаки в сечении лопасти 35°. На рисунках 5–7 показана смешиваемость состава при скоростях вращения 60, 90, 120 об/мин соответственно, угол атаки в сечении лопасти 90°.

Одной из причин формирования областей застоя является неправильно подобранный угол атаки в сечении лопасти. По полученным результатам установлено, что наибольшая максимальная скорость потока (1.5 м/с) получена в исследовании с углом атаки в сечении лопасти 35° и скоростью вращения 120 об/мин, но наименьшую застойную область в опыте с углом атаки в сечении лопасти 35° и скоростью вращения 90 об/мин.