

## ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПЕРЕДАЧИ ВЫСОТЫ НА ГОРИЗОНТ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК ЧЕРЕЗ ВЕРТИКАЛЬНЫЙ СТВОЛ

А. И. ВОЛКОВ

Вопрос о предрасчете точности намеченной к производству работы и умение правильно оценить уже выполненную работу имеет большое производственное значение. В подтверждение этого достаточно сказать, что только на основе анализа точности может быть, например, правильно составлена программа наблюдений и подобраны надлежащие инструменты для производства работы. Если точность намеченной к производству работы задана наперед, как это почти всегда бывает в практике, то решение этой задачи без предварительного предрасчёта ожидаемой ошибки результата вообще невозможно. Тем не менее, мы вынуждены констатировать отсутствие такого рода расчетных формул для задачи определения высоты репера через вертикальный ствол шахты даже в литературе последних лет издания [1].

Настоящая работа в этом отношении является первой попыткой восполнить указанный пробел. С этой целью в работе рассмотрено влияние отдельных источников погрешностей на точность передачи высоты на горизонт подземных выработок, дана методика и формулы для предрасчёта ожидаемой погрешности определения высоты из однократного измерения, разности двукратных измерений и погрешности окончательного результата, с учётом степени зависимости отдельных измерений между собой. Дана также методика определения погрешности высоты из однократного измерения и разности из двукратных зависимых измерений по фактической разности уже произведенных наблюдений.

Кроме общих формул, в работе в качестве примеров приведены некоторые рабочие формулы и численные значения соответствующих средних и предельных погрешностей для различных глубин шахты.

Однако следует заметить, что мы не претендуем на полную безупречность принятых нами параметров рабочих формул, так как убеждены, что практика внесет в них свои коррективы, хотя и далеки от мысли, что предложенные нами формулы могут быть подвергнуты существенному изменению.

Приведенные в данной работе методика и формулы относятся к случаю передачи высоты на горизонт подземных выработок с помощью проволоки, однако общая методика предрасчёта погрешности остается справедливой и для случая решения данной задачи с помощью длинных и коротких лент.

### **Степень влияния отдельных источников погрешностей на точность передачи высоты на горизонт подземных выработок**

1. Погрешность за счёт неправильной оценки температуры проволоки на поверхности и в руднике. В связи с тем, что температурный режим воздуха в стволе шахты изменяется в об-

шем случае по закону кривой (особенно в верхней части ствола), а наблюдение температуры производится через определенные интервалы глубины, средняя температура проволоки в стволе шахты определяется практически всегда приближенно. Степень этого приближения зависит от характера температурной кривой и числа точек наблюдения температуры. Кроме того, так как определение средней температуры проволоки в стволе шахты и нанесение меток по визирным лучам нивелиров на проволоку производятся неодновременно, то найденная нами средняя температура наружного воздуха не будет вообще соответствовать той, какую имела проволока при нанесении на нее меток. Наконец, нанесение меток на проволоку и измерение ее длины на компараторе может производиться в момент, когда последняя не восприняла еще температуры окружающего ее воздуха. Все это вместе взятое, даже при самых тщательных наблюдениях, ведет к искажению результата измерения отрезка  $L$  (участок проволоки между горизонтами нивелиров). Принимая среднюю суммарную ошибку  $m_t$  определения температуры проволоки равной  $1-3^\circ$ , найдем погрешность  $M_1$  измерения  $L$  по формуле:

$$M_1 = \pm \alpha L m_t. \quad (1)$$

При  $L = 500$  м и  $m_t = \pm 1^\circ$  эта погрешность будет равна

$$M_1 = \pm 5,5 \text{ мм.}$$

2. Погрешность за счет неточного знания величины коэффициента линейного расширения проволоки и ленты-компаратора. При вычислении поправки за температуру проволоки и ленты обычно пользуются средним значением коэффициента  $\alpha$ , принимая его одинаковым для проволоки и ленты-компаратора. Однако нужно иметь в виду, что температурный коэффициент стали  $\alpha$  колеблется в довольно широких пределах. Так, для обычных стальных лент он колеблется в пределах от  $11,0 \cdot 10^{-6}$  до  $16,0 \cdot 10^{-6}$  [2].

Если для ленты-компаратора значение  $\alpha$  дано в паспорте ее и известно с точностью  $\pm 5 \cdot 10^{-7}$  [2], то для проволоки значение  $\alpha$  обычно условно принимается равным  $\alpha$  ленты. Имея в виду колебание  $\alpha$  в пределах от  $11,0 \cdot 10^{-6}$  до  $16,0 \cdot 10^{-6}$ , нужно считать, что погрешность линейного коэффициента расширения проволоки в указанном выше случае может достигать  $5,0 \cdot 10^{-6}$ . Такая погрешность в коэффициенте  $\alpha$  проволоки соответствует линейной ошибке, равной  $\pm 1$  см на каждые 200 м измеренной длины при разности температур в  $10^\circ$ . Так как такая линейная ошибка практически неприемлема, то следует рекомендовать пользоваться проволокой, линейный коэффициент расширения которой известен, в противном случае он должен быть определен опытным путем.

Принимая среднюю погрешность  $\alpha$  ленты и проволоки в  $\pm 5 \cdot 10^{-7}$ , линейную ошибку  $M_2$  в измерении отрезка  $L$ , при равенстве  $\alpha$ , найдем по формуле:

$$M_2 = \pm 7 \cdot 10^{-7} \cdot L (t_{np} - t_0) \text{ м}, \quad (2)$$

где  $L$  — измеренное значение проволоки между исходными метками горизонтов нивелиров;

$t_{np}$  — средняя температура проволоки в стволе шахты;

$t_0$  — температура компарирования ленты.

Если значения  $\alpha$  для ленты и проволоки не равны между собой, то линейная погрешность  $M'_2$  измеренного отрезка  $L$  определится по формуле:

$$M'_2 = \pm 5 \cdot 10^{-7} \cdot L \cdot \sqrt{(t_{np} - t_{из})^2 + (t_{из} - t_0)^2}. \quad (2a)$$

3. Погрешность за счет неточного учёта модуля упругости проволоки. При вычислении поправки за счет растяжения про-

волокни под действием собственного веса модуль упругости  $E$  обычно принимается равным среднему его значению для материала данной марки. Это среднее значение  $E$ , как указывает проф. И. М. Бахурин [3] и как об этом говорят другие литературные источники, известно нам с точностью  $\pm 10\%$ . На этом основании поправка, а следовательно, и значение  $L$  вычисляется с ошибкой  $M_3$ , равной <sup>1)</sup>

$$\left. \begin{aligned} M_3 &= \pm \frac{\gamma \cdot L}{200 E} \left[ 2(s \pm h) + l \right] \\ \text{или} \\ M_3 &= \pm \frac{\Delta L_q}{10} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\Delta L_q$  — поправка к измеренному значению  $L$ , за счет растяжения проволоки под действием собственного веса  $q$ .

Численное значение погрешности  $M_3$  даже для больших глубин выражается долями миллиметра. Так, при  $L = 1000$  м,  $S = l = 20$  м,  $M_3 = \pm 1,2$  мм. Таким образом эта погрешность практического значения не имеет.

4. Погрешность за счет трения в блоках. Из приведенного в работе [4] анализа влияния трения в блоках и рассмотренных там же примеров следует, что вполне исправный блок, диаметр барабана и ось которого соответственно равны 10 см и 1 см, вызывает линейную ошибку  $M_4$  в измеренном отрезке  $L$ , определяемую формулой

$$M_4 = \pm 0,00001 L, \quad (4)$$

т. е. 1 мм на каждые 100 м измеренной длины. Для исправных блоков с диаметром барабана в 25 см и диаметром оси в 1 см ошибка  $M_4$  в измерении  $L$  выразится формулой:

$$M_4 = \pm 0,000004 L, \quad (4a)$$

или 1 мм на каждые 250 м измеренной длины, т. е. практически почти нуль.

При употреблении блоков на шариковых подшипниках влияние трения практически равно нулю.

5. Погрешность за счет продольных колебаний проволоки. Признаком наличия продольных колебаний проволоки в момент измерения её длины на компараторе служит быстро затухающее ритмическое перемещение промежуточных меток вправо и влево (убывание и возрастание отсчета). Максимальная амплитуда этого перемещения, при  $l = s = 20$  м и  $P = 10$  кг, может достигать 2—3 см. Такой величины амплитуду можно наблюдать, предоставив отвесу „свободное“ падение.

Если при измерении проволоки на компараторе заметного перемещения промежуточных меток не наблюдается то это означает, что проволока или совсем не испытывает продольных колебаний, или они настолько малы, что лежат за пределами точности наблюдений, и следовательно, при решении данной задачи не имеют практического значения. Продольные колебания могут возникнуть при неплавном подъеме проволоки или резком обратном ходе ее в момент прекращения подъема.

Если допустить, что амплитуда перемещения меток в 0,2 мм не будет замеченной наблюдателем, то общая погрешность  $M_5$  в измерении отрезка  $L$  за счет этого будет равна

$$M_5 = \pm 0,0001 \sqrt{n}, \quad (5)$$

где  $n$  — число измеренных отрезков проволоки.

<sup>1)</sup> Условные обозначения формулы (3) приведены в работе [4], помещенной в данном томе Известий ТПИ.

Из формулы (5) следует, что численное значение этой поправки мало даже для глубоких шахт. Так, для глубины 1000 м ( $n = 50$ ) погрешность за счёт этого фактора будет лишь 0,8 мм. Если перемещение меток остается заметным на глаз и не имеет тенденции к затуханию под воздействием каких-либо внешних факторов (например, капежа), то отсчёт, соответствующий среднему положению меток, также сводит к нулю влияние продольных колебаний.

6. Погрешность за счёт неточного знания длины компаратора-ленты. Погрешность  $M_6$  измеренного отрезка  $L$  за счёт неточного знания длины компаратора ленты выражается формулой

$$M_6 = \pm \lambda L, \quad (6)$$

где  $\lambda$  — относительная ошибка длины компаратора-ленты.

Так как при решении данной задачи употребляются рулетки, длина которых известна примерно с относительной ошибкой  $\frac{1}{40000}$  [5], то погрешность  $L$  в этом случае будет равна:

$$M_6 = \pm 0,000025 L, \quad (6a)$$

или 1 см на каждые 400 м измеренной длины.

7. Погрешность за счёт ошибки отсчитывания по компаратору-ленте. При измерении длины проволоки между исходными метками мы обычно имеем условия, благоприятствующие производству отсчитывания с повышенной точностью: проволока и лента имеют постоянное натяжение и, как правило, неподвижны.

В таких условиях точность отсчитывания не может быть ниже  $\pm 0,5$  мм, а при использовании накладной линейки, если сама лента не имеет миллиметровых делений, точность отсчитывания может быть даже несколько выше, особенно если при отсчитывании употребляются лупы.

При точности отсчитывания в  $\pm 0,5$  мм погрешность любого измеренного отрезка проволоки будет равна  $\pm 0,7$  мм или округленно  $\pm 1$  мм. Отсюда, общая погрешность  $M_7$ , измеренного отрезка  $L$  за счёт ошибки отсчитывания будет равна:

$$M_7 = \pm 0,001 \sqrt{n}, \quad (7)$$

где  $n$  — число измеренных отрезков проволоки.

При  $L$  равном 500 м ( $n = 25$ )  $M_7 = \pm 5$  мм.

8. Погрешность за счёт точности отсчитывания по рейкам и точности нанесения исходных меток на проволоку. Всего при передаче высоты на горизонт подземных выработок производится два отсчёта по рейкам и наносятся две исходных метки на проволоку. Обе эти операции выполняются примерно с одинаковой точностью. Принимая среднюю погрешность нанесения меток на проволоку и отсчёта по рейкам, с учётом ошибки нанесения делений рейки и колебания отвесов,  $\pm 1,5$  мм, получим общую погрешность  $M_8$  за счёт этого фактора равной

$$M_8 = \pm 0,003 \text{ м} \quad (8)$$

Эта погрешность, как видно из формулы, от глубины шахты не зависит.

Из приведенного выше анализа отдельных источников погрешностей видно, что наибольшее влияние на результат передачи высоты на горизонт подземных выработок оказывает ошибка в определении средней температуры проволоки в стволе шахты и погрешность компарирования ленты. Ошибки за счёт остальных факторов или малы, или могут быть сделаны малыми путем применения соответствующей методики выполнения отдельных измерительных операций.

## Погрешность высоты, переданной на горизонт подземных выработок однократным измерением

В связи с тем, что все рассмотренные нами выше погрешности имеют случайные знаки, общую погрешность результата определения высоты  $H$  найдем по формуле:

$$M_H = \pm \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 + M_4^2 + M_5^2 + M_6^2 + M_7^2 + M_8^2}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{где } M_1 &= \pm \alpha L m_i; \quad M_2 = \pm 7 \cdot 10^{-7} L; \quad M_3 = \pm \frac{\Delta L_q}{10} = \\ &= \pm \frac{\gamma L}{200 E} [2(s \pm h) + l]; \end{aligned}$$

$$M_4 = \begin{cases} \pm 10 \cdot 10^{-6} L, & \text{при диаметре блока в } 10 \text{ см,} \\ \pm 4 \cdot 10^{-6} L, & \text{" " " " } 25 \text{ см,} \\ 0, & \text{для блока на шариковых под-} \\ & \text{шипниках;} \end{cases}$$

$$M_5 = \pm 10^{-4} \sqrt{n}; \quad M_6 = \pm \lambda L; \quad M_7 = \pm 10^{-3} \sqrt{n}; \quad M_8 = \pm 3 \cdot 10^{-3}.$$

$$\text{Принимая } \alpha = 11 \cdot 10^{-5}; \quad m_i = \pm 2^\circ; \quad s \pm h = 5 \text{ м}; \quad l = 20 \text{ м}; \quad \gamma = 7,8;$$

$$\lambda = 0,000025,$$

получим:

$$\begin{aligned} M_1 &= \pm 22 \cdot 10^{-6} L & M_5 &= \pm 10^{-4} \sqrt{n} \\ M_2 &= \pm 0,7 \cdot 10^{-6} L & M_6 &= \pm 25 \cdot 10^{-6} L \\ M_3 &= \pm 0,585 \cdot 10^{-6} L & M_7 &= \pm 10^{-3} \sqrt{n} \\ M_4 &= \begin{cases} \pm 10 \cdot 10^{-6} L \\ \pm 4 \cdot 10^{-6} L \\ 0 \end{cases} & M_8 &= \pm 3 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

При данных значениях  $M_i$  погрешность  $M_H$  для различных глубин шахт размеров и конструкций блоков выражается табл. 1—3.

### Блоки с диаметром барабана 10 см и диаметром оси 1 см

Средняя квадратическая погрешность в данном случае выражается формулой:

$$M_H = \pm \sqrt{12,098 \cdot 10^{-10} L^2 + 1,01 \cdot 10^{-6} \cdot n + 9 \cdot 10^{-6}} \quad (10)$$

Предельную погрешность принимаем равной:

$$M_{H \text{ пр}} = \pm 3 M_H \quad (11)$$

Численное значение погрешностей  $M_H$  и  $M_{H \text{ пр}}$  для  $L = 50, 100, 200, \dots, 1000 \text{ м}$ , вычисленных в качестве примера по формулам (10) и (11), приведено в табл. 1.

Значение этих погрешностей достаточно точно может быть вычислено по следующим приближенным формулам:

$$M_H = \pm (0,033 H + 2) \text{ мм} \quad (12)$$

$$M_{H \text{ пр}} = \pm (0,1 \cdot H + 6) \text{ мм}, \quad (13)$$

где  $H$  — превышение между исходным и определяемым реперами в метрах.

Таблица 1

$M_{HMM}$ \ $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	3,8	5,2	8,2	11,5	14,9	18,3	21,8	25,2	28,7	32,2	35,6
Предельная . . . . .	11,4	15,6	24,6	34,5	44,7	54,9	65,4	75,6	86,1	96,6	106,8

Таблица 2

$M_{HMM}$ \ $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	3,8	5,1	8,0	11,2	14,4	17,7	21,1	24,4	27,7	31,1	34,4
Предельная . . . . .	11,4	15,3	24,0	33,6	43,2	53,1	63,3	73,2	83,1	93,3	103,2

Таблица 3

$M_{HMM}$ \ $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	3,8	5,1	8,0	11,1	14,4	17,6	20,9	24,2	27,5	30,8	34,2
Предельная . . . . .	11,4	15,3	24,0	33,3	43,2	52,8	62,7	72,6	82,5	92,4	102,6

### Блоки с диаметром барабана в 25 см и диаметром оси 1 см

Общим выражением для вычисления средней квадратической погрешности в данном случае будет:

$$M_{H.M} = \pm \sqrt{11,238 \cdot 10^{-10} L^2 + 1,01 \cdot 10^{-6} n + 9 \cdot 10^{-5}} \quad (14)$$

Значение погрешностей  $M_H$  и  $M_{H пр}$ , вычисленных по формулам (11) и (14), приведено в табл. 2.

Данные табл. 2 могут быть получены по приближенным формулам:

$$M_H = \pm (0,032 H + 2) \text{ мм} \quad (15)$$

$$M_{H пр} = \pm (0,096 H + 6) \text{ мм} \quad (16)$$

### Блоки с шариковыми подшипниками

Средняя квадратическая погрешность  $M_H$  в данном случае выражается формулой:

$$M_H = \pm \sqrt{11,078 \cdot 10^{-10} L^2 + 1,01 \cdot 10^{-6} n + 9 \cdot 10^{-6}} \quad (17)$$

Значение погрешностей  $M_H$  и  $M_{H пр}$ , вычисленных по формуле (17), приведено в табл. 3.

В качестве приближенных формул в данном случае могут быть приняты следующие:

$$M_H = \pm (0,031 H + 2) \text{ мм} \quad (18)$$

$$M_{H пр} = \pm (0,094 H + 6) \text{ мм} \quad (19)$$

Данные табл. 1—3 показывают, что точность передачи высоты на подземный горизонт мало зависит от размеров и конструкции подшипников блоков. Однако несмотря на это, в практике все же следует рекомендовать применение блоков с шариковыми подшипниками, так как последние в силу конструктивных особенностей обладают устойчивым коэффициентом трения, чего нельзя сказать относительно обычных блоков в связи с большей возможностью проникновения на их оси пыли, резко изменяющей коэффициент трения.

### Погрешность разности двукратной передачи высоты на горизонт подземных выработок

О точности передачи высоты обычно судят путем сравнения фактической разности двукратных измерений с возможной теоретической. Чтобы правильно предрасчитать возможное расхождение измерений, необходимо знать:

1. Точность отдельных операций, связанных с передачей высоты.
2. Степень зависимости отдельных измерений между собой.

Наблюдения, связанные однократно измеренной исходной температурой проволоки (проволок) или производившиеся одними и теми же инструментами (имеется в виду проволока и компаратор), являются зависимыми измерениями. Наблюдения, не имеющие указанной выше зависимости, являются независимыми. Разности между зависимыми наблюдениями и разности между независимыми наблюдениями слагаются из различного числа ошибок и, следовательно, численно, при прочих равных условиях, будут различны.

Последнее обстоятельство объясняется тем, что в оба зависимых измерения входят равные по величине и одинаковые по знаку ошибки, взаимно исключаящиеся при составлении разности. Для разности из независи-

ных наблюдений указанное выше взаимное исключение отдельных ошибок мало вероятно.

Эти соображения приводят нас к следующим выводам:

1. Общего выражения погрешности в разности двух измерений для зависимых и независимых наблюдений дать нельзя. Нельзя дать общего выражения погрешности и для разности зависимых наблюдений, имеющих различную степень зависимости.

2. При определении (предрасчете) средней квадратической погрешности в разности двух зависимых измерений, ошибки за счет общих факторов должны быть исключены.

3. По фактической разности двух зависимых измерений нельзя определить погрешность одного измерения и погрешность окончательного результата, если не учесть систематических ошибок в зависимых измерениях.

Погрешность  $M_d$  разности  $d$  двух независимых определений высоты одной и той же точки на подземном горизонте ( $d = z - z'$ ) найдем по формуле:

$$M_d = \pm \sqrt{2(M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 + M_4^2 + M_5^2 + M_6^2 + M_7^2 + M_8^2)} \quad (20)$$

Для определения погрешности разности двух зависимых измерений может быть использована также формула (20), однако предварительно из нее должны быть исключены ошибки за счет общих факторов.

Руководствуясь указанными выше соображениями, определим погрешность разности двух измерений для зависимых и независимых наблюдений. С этой целью рассмотрим некоторые возможные в практике случаи.

Случай 1. Первое и второе определения высоты производились одними и теми же проволокой и компаратором. Исходная температура была принята общей для обоих измерений. В данном случае из формулы (20) подлежат исключению погрешности за счет точности: исходной температуры проволоки, коэффициента линейного расширения, модуля упругости и компарирования.

После исключения из формулы (20) указанных выше погрешностей и подстановки численных значений остальных, получим:

а) при применении блоков обычной конструкции с диаметром барабана в 10 см

$$M_d = \pm \sqrt{2,0 \cdot 10^{-10} L^2 + 2,02 \cdot 10^{-6} n + 18 \cdot 10^{-6}}, \quad (21)$$

б) при применении блоков с шариковыми подшипниками

$$M_d = \pm \sqrt{2,02 \cdot 10^{-6} n + 18 \cdot 10^{-6}} \quad (22)$$

Величины погрешностей, вычисленных для различных значений  $L$  по формуле (21), приведены в табл. 4, а по формуле (22)—в табл. 5.

Данные табл. 4 могут быть получены по приближенным формулам:

$$M_d = \pm (0,014N + 4) \text{ мм}, \quad (23)$$

$$M_{d \text{ пр}} = \pm (0,042N + 12) \text{ мм}. \quad (24)$$

Данные табл. 5 могут быть получены по приближенным формулам:

$$M_d = \pm (0,006N + 5) \text{ мм}, \quad (25)$$

$$M_{d \text{ пр}} = \pm (0,018N + 15) \text{ мм}. \quad (26)$$

Случай 2. Первое и второе определения высоты производились одними и теми же проволокой и компаратором, но при самостоятельном каждый раз определении исходной температуры проволоки.



Таблица 4

$M_{д.м.}$ \ $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	4,8	5,5	6,8	8,1	9,5	10,9	12,3	13,7	15,1	16,4	17,8
Предельная . . . . .	14,4	16,5	20,4	24,3	28,5	32,7	36,9	41,4	45,3	49,2	53,4

Таблица 5

$M_{д.м.}$ \ $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	4,8	5,3	6,2	6,9	7,6	8,3	8,9	9,4	9,9	10,4	10,9
Предельная . . . . .	14,4	15,9	18,6	20,7	22,8	24,9	26,7	28,2	29,7	31,2	32,7

Таблица 6

$M_{д.м.}$ \ $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	5,1	6,3	9,2	12,4	15,7	19,0	22,3	25,7	29,1	32,5	35,7
Предельная . . . . .	15,3	18,9	27,6	37,2	47,1	57,0	66,6	77,1	87,3	97,5	107,1

В данном случае из формулы (20) подлежат исключению ошибки за счет неточности коэффициента линейного расширения, модуля упругости и компарирования.

Поступая аналогично предыдущему, получим:

а) при использовании блоков обычной конструкции с диаметром барабана в 10 см:

$$M_a = \pm \sqrt{11,68 \cdot 10^{-10} L^2 + 2,02 \cdot 10^{-6} n + 18 \cdot 10^{-6}}, \quad (27)$$

б) при использовании блоков с шариковыми подшипниками:

$$M_a = \pm \sqrt{9,68 \cdot 10^{-10} L^2 + 2,02 \cdot 10^{-6} n + 18 \cdot 10^{-6}} \quad (28)$$

Значения погрешностей, вычисленных для различных  $L$  по формуле (27), приведены в табл. 6, а по формуле (28)—в табл. 7.

Данные табл. 6 могут быть получены по приближенным формулам:

$$M_a = \pm (0,032 N + 3) \text{ мм}, \quad (29)$$

$$M_{a \text{ пр}} = \pm (0,096 N + 9) \text{ мм}. \quad (30)$$

Данные табл. 7 могут быть получены по приближенным формулам:

$$M_a = \pm (0,03 N + 3), \quad (31)$$

$$M_{a \text{ пр}} = \pm (0,089 N + 9). \quad (32)$$

Случай 3. Первое и второе определения высоты производились различными проволоками, при различных компараторах и при различном определении исходной температуры проволоки.

Интересующая нас погрешность в этом случае вычисляется непосредственно по формуле (20), без исключения каких-либо входящих в нее величин.

После подстановки в формулу (20) численных значений входящих в нее величин получим:

а) при использовании блоков обычной конструкции с диаметром барабана в 10 см:

$$M_a = \pm \sqrt{24,2 \cdot 10^{-10} L^2 + 2,02 \cdot 10^{-6} n + 18 \cdot 10^{-6}}, \quad (33)$$

б) при использовании блоков с шариковыми подшипниками:

$$M_a = \pm \sqrt{22,16 \cdot 10^{-10} L^2 + 2,02 \cdot 10^{-6} n + 18 \cdot 10^{-6}} \quad (34)$$

Значение погрешностей для различных  $L$ , вычисленных по формуле (33), приведено в табл. 8, а вычисленных по формуле (34)—в табл. 9.

Приближенными формулами, соответствующими данным табл. 8, будут:

$$M_a = \pm (0,048 N + 2) \text{ мм}, \quad (35)$$

$$M_{a \text{ пр}} = \pm (0,144 N + 6) \text{ мм}. \quad (36)$$

Приближенными формулами, соответствующими данным табл. 9, будут:

$$M_a = \pm (0,046 N + 2), \quad (37)$$

$$M_{a \text{ пр}} = \pm (0,138 N + 6). \quad (38)$$

Во всех рассмотренных выше примерах вычисления погрешности в разности двух независимых определений высоты средняя ошибка исходной температуры проволоки принималась равной  $\pm 2^\circ$ , а предельная, следовательно,  $\pm 6^\circ$ . Практически среднюю исходную температуру проволоки можно определить значительно точнее путем увеличения числа точек на-

Таблица 1

$M_{d \text{ мм}}$ \diagdown $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	5,1	6,1	8,8	11,6	14,6	17,6	20,7	23,7	26,8	29,8	32,9
Предельная . . . . .	15,3	18,3	26,4	34,8	43,8	52,8	62,1	71,1	80,4	89,4	98,7

Таблица 8

$M_{d \text{ мм}}$ \diagdown $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	5,4	7,2	11,6	16,3	21,1	26,0	30,8	35,7	40,6	45,5	50,4
Предельная . . . . .	16,2	21,6	34,8	48,9	63,3	78,0	92,4	107,1	121,8	136,5	151,2

Таблица 9

$M_{d \text{ мм}}$ \diagdown $L_m$	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	5,4	7,1	11,3	15,7	20,3	24,9	29,5	34,2	38,9	43,6	48,7
Предельная . . . . .	16,2	21,3	33,9	47,1	60,9	73,7	88,5	102,6	116,7	130,8	146,1

блюдения, применяя метод среднего взвешенного [4]. Особенно хорошие результаты могут быть получены при незначительной разности температуры воздуха в стволе и на поверхности. Кроме того, точность определения средней температуры проволоки значительно повышается для сухих стволов, особенно при большой скорости воздушной струи. Принимая среднюю ошибку определения температуры в  $\pm 1^\circ$ , получим следующее выражение для определения погрешности в разности значений высоты из двукратных независимых измерений (блоки на шариковых подшипниках):

$$M_d = \pm \sqrt{14,94 \cdot 10^{-10} L^2 + 2,02 \cdot 10^{-6} n + 18 \cdot 10^{-6}} \quad (39)$$

Значение погрешностей, вычисленных для различных  $L$  по формуле (39), приведено в табл. 10.

Приближенными формулами, соответствующими этому случаю, будут:

$$M_d = \pm (0,036 H + 3) \text{ мм}, \quad (40)$$

$$M_{d \text{ пр}} = \pm (0,108 H + 9) \text{ мм}. \quad (41)$$

Заканчивая рассмотрение вопроса о погрешности в разности двукратной передачи высоты на горизонт подземных выработок, считаем необходимым еще раз указать, что величина этой разности, при одной и той же точности наблюдений, в значительной степени зависит от характера наблюдений, т. е. являются ли наблюдения зависимыми или нет. Так, для глубины шахты в 500 м, в зависимости от характера наблюдений, получим следующее значение предельных погрешностей (при применении обычных блоков с диаметром барабана в 10 см):  $\pm 32,7$  мм,  $\pm 57,0$  мм,  $\pm 78,0$  мм, хотя точность наблюдений во всех случаях была одинаковой. Таким образом, применяемая в настоящее время методика оценки точности разности двукратного определения высоты, без учета характера наблюдений, является неправильной. Согласно этой методике приведенные выше три случая определения одной и той же высоты были бы признаны неравноточными. Следует также указать, что полученное нами предельное значение разности, даже для независимых наблюдений, значительно меньше той, которая допускается в настоящее время [5]. Таким образом, возникает вопрос о необходимости дифференциации допустимой погрешности разности и установления соответствующих нормативов по степени зависимости наблюдений.

### **Средняя погрешность передачи высоты, полученной из двукратных измерений**

Так как передача высоты на подземный горизонт производится всегда минимум дважды, то за окончательный результат принимается среднее из двух измерений. Погрешность среднего значения высоты из двух измерений определяется по формуле:

$$M_{H \text{ ср}} = \pm \frac{M_H}{\sqrt{2}}, \quad (42)$$

где  $M_H$  — погрешность одного измерения за счет всех факторов, влияющих на точность определения высоты,

или

$$M_{H \text{ ср}} = \pm \sqrt{\frac{1}{2} (M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 + M_4^2 + M_5^2 + M_6^2 + M_7^2 + M_8^2)} \quad (43)$$

Таблица 10

$M_d$ мм \ $L$ м	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Средняя квадратическая . . . . .	5,2	6,5	9,9	13,5	17,2	21,0	24,9	28,6	32,5	36,3	40,2
Предельная . . . . .	15,6	19,5	29,7	40,5	51,6	63,0	74,7	85,8	97,5	108,9	120,6

Однако следует иметь в виду, что применение этих формул может быть распространено лишь на независимые наблюдения. Если измерения зависимые, то погрешность среднего значения высоты должна вычисляться по формуле:

$$M_{H\text{ ср}} = \pm \sqrt{\frac{(M'_H)^2}{2} + (M''_H)^2}, \quad (44)$$

где  $M'_H$  — погрешность одного измерения за счёт независимых факторов.

$M''_H$  — погрешность одного измерения за счёт зависимых факторов.

Значение  $M'_H$  вычисляется по формуле (9), из которой предварительно исключены погрешности за счёт зависимых факторов.  $M''_H$  вычисляется также по формуле (9), однако в этом случае, наоборот, из неё должны быть исключены погрешности за счёт независимых факторов. Формулы (42), (43) и (44) могут служить для предрасчёта ожидаемой погрешности результата, когда точность отдельных операций известна. Из сравнения их следует, что независимые наблюдения позволяют определить среднее значение высоты точнее, чем зависимые. Так, при независимых наблюдениях для глубины в 500 м,  $M_{H\text{ ср}} = \pm 13$  мм (или предельная  $\pm 39$  мм), а для зависимых наблюдений (при определении высоты одной и той же проволокой и лентой-компаратором и при общей для обоих измерений исходной температуре проволоки)  $M_{H\text{ ср}} = \pm 17,5$  мм (или предельная  $\pm 52,5$  мм).

При наличии фактической разности двух независимых наблюдений погрешность одного измерения и погрешность среднего из 2 измерений определяются соответственно по формулам:

$$M_H = \pm \frac{d_H}{\sqrt{2}}, \quad (45)$$

$$M_{H\text{ ср}} = \pm \frac{d_H}{2}, \quad (46)$$

где  $d_H$  — фактическая разность двух независимых измерений.

Если наблюдения зависимые, то по их разности нельзя определить как погрешность одного измерения, так и погрешность среднего, поскольку разность в этом случае складывается только за счёт ошибок независимых факторов. Таким образом, применение в этом случае формул (45) и (46) привело бы к определению соответствующих погрешностей только за счёт ошибок некоторых факторов (независимых), что с точки зрения общей оценки точности решения данной задачи не представляет интереса, хотя, как увидим ниже, и не лишено некоторого практического смысла.

Погрешность  $M_H$  глубины  $H$  из однократного измерения и погрешность  $M_{H\text{ ср}}$  среднего  $H_{\text{ ср}}$  из двух зависимых наблюдений, при наличии фактической разности измерений, могут быть определены соответственно по формулам:

$$M_H = \pm \sqrt{\frac{(d'_H)^2}{2} + (M''_H)^2}, \quad (47)$$

$$M_{H\text{ ср}} = \pm \sqrt{\frac{(d'_H)^2}{4} + (M''_H)^2}, \quad (48)$$

где  $d'_H$  — фактическая разность двух зависимых измерений.

Из рассмотрения данного вопроса вытекает два основных вывода:

1. Среднее значение высоты из независимых измерений точнее, чем из зависимых.

2. Оценка точности измерения и результата по фактической разности зависимых наблюдений невозможна. Погрешность измерения и результата может быть определена в данном случае лишь теоретически, с учетом фактической разности, по формулам (47) и (48).

Однако эти выводы не должны быть поняты в смысле необходимости полного исключения зависимых наблюдений из практики передачи высоты на горизонт подземных выработок. Наоборот, при проведении, например, сбойки встречными забоями из двух различных шахт следует рекомендовать производить передачу высот на горизонт первой и второй шахт одной и той же проволокой и лентой, так как в этом случае погрешность за счет ошибок общих факторов на результате сбойки не отразится, и несовпадение сбиваемых выработок по высоте будет меньше, чем если бы наблюдения были полностью независимыми.

Погрешности сбоек за счет ошибок передачи высоты, при зависимых и независимых измерениях, соответственно будут:

$$M_1 = \pm \sqrt{\frac{(M'_{H_1})^2}{2} + \frac{(M'_{H_2})^2}{2}},$$

$$M_2 = \pm \sqrt{\frac{M'_{H_1^2}}{2} + \frac{M'_{H_2^2}}{2}},$$

где  $M'_{H_1}$  и  $M'_{H_2}$  — погрешности передачи высоты на горизонт первой и второй шахт только за счет ошибок независимых факторов (измерения зависимые);

$M_{H_1}$  и  $M_{H_2}$  — то же за счет всех факторов (измерения независимые).

Если зависимые измерения для отдельных шахт будут независимыми между собой, то погрешность сбойки по высоте за счет ошибок передачи высоты будет наибольшей и равной:

$$M_3 = \pm \sqrt{\frac{(M'_{H_1})^2}{2} + \frac{(M'_{H_2})^2}{2} + (M''_{H_1})^2 + (M''_{H_2})^2},$$

где  $M''_{H_1}$  и  $M''_{H_2}$  — погрешности передачи высоты на горизонт первой и второй шахт за счет зависимых (общих) факторов.

Этот второй случай зависимых измерений действительно следует исключить из практики передачи высоты, в то время как первый следует рекомендовать.

### Выводы

1. При измерении глубины шахты следует рекомендовать блоки на шариковых подшипниках, как имеющие устойчивый коэффициент трения и, следовательно, гарантирующие более точный результат измерения.

2. На определение средней температуры проволоки должно быть обращено особое внимание, так как температурный фактор оказывает наибольшее влияние на точность измерений. С этой целью исходную температуру проволоки следует определять по способу, изложенному в работе [4].

3. Пользоваться лентами и проволоками, для которых неизвестна их техническая характеристика, недопустимо.

4. Оценку точности передачи высоты следует производить дифференцированно, с учетом степени зависимости измерений. С этой целью можно было бы рекомендовать, например, формулы (24), (30), (36).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Казаковский — Маркшейдерское дело и геометризация недр, 1948.
2. М. И. Гусев — Курс маркшейдерского дела, 1, 1948.
3. Выдрин Ф. И. — Геодезия и маркшейдерское дело, 1948.
4. Труды Всесоюзного научно-исследовательского маркшейдерского института.
5. Проф. И. М. Бахурин — Вопросы маркшейдерского искусства. Дополнение к курсу „Маркшейдерское искусство“, 1936.
6. А. И. Волков — К вопросу измерения глубины шахты проволокой (напечатано в данном томе „Известий ТПИ“)
7. Техническая инструкция по производству маркшейдерских работ, 1939.