

УДК 536.2

**Анализ влияния модели пористой среды на особенности теплообмена  
в полости при наличии пористого ребра**С.Х.К. Лэ

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет  
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [lexuanhoangkhoa@gmail.com](mailto:lexuanhoangkhoa@gmail.com)**Analysis of the influence of a porous medium model on the features of heat transfer  
in a cavity in the presence of a porous fin**X.H.K. Le

Scientific Supervisor: Prof. Dr., M.A. Sheremet  
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [lexuanhoangkhoa@gmail.com](mailto:lexuanhoangkhoa@gmail.com)

**Abstract.** *The objective of this study is to compare the three models used for describing the flow of fluid inside porous fins attached to the heated wall of a differentially-heated square cavity: Darcy, Brinkman and Brinkman-Forchheimer models. A wide range of Rayleigh and Darcy numbers were investigated while the fin length, position and relative thermal coefficient were kept constant. Finite-difference method was used for solving governing equations. It was found that the Brinkman and Brinkman-Forchheimer models yield almost the same results at any Darcy numbers while the Darcy model is unstable at high Darcy numbers.*

**Key words:** *natural convection, porous fin, Darcy, Brinkman and Brinkman-Forchheimer models.*

**Введение**

Реберная структура как развитая поверхность теплообмена является эффективным методом для интенсификации теплообмена и часто встречается во многих инженерных системах, таких как теплообменники, солнечные коллекторы и элементы системы охлаждения реакторов и т.д. Однако, при использовании твердых ребер для улучшения теплообмена возникают сложности, вызванные низкой эффективностью и высокой стоимостью изготовления твердых ребер. Переход от твердых ребер к пористым является лучшим решением этой проблемы, так как расход материала уменьшается в  $1/(1-\varepsilon)$  раз [1], где  $\varepsilon$  – пористость ребер, в то же время положительный эффект для интенсификации теплообмена существенно повышается [2]. Во многих опубликованных работах используется модель Бринкмана для описания движения и распределения температуры внутри пористых ребер. В данной работе будем сравнивать три модели: Дарси, Бринкмана и Форхгеймера для описания гидродинамики внутри пористого ребра, расположенного на левой стенке квадратной дифференциально-обогреваемой полости.

**Физико-математическая постановка задачи**

Область решения представляет собой квадратную полость размера  $L$  с твердыми непроницаемыми стенками. Две противоположные вертикальные стенки имеют постоянные температуры  $T_h$  (при  $y = 0$ ) и  $T_c$  (при  $y = L$ ), причем  $T_h > T_c$ . Другие горизонтальные стенки являются теплоизолированными. Сила тяжести направлена вертикально вниз по оси  $y$ . На нагретой стенке устанавливается одно пористое ребро, которое находится на высоте  $d$  от нижнего основания полости и имеет длину  $l$ , толщину  $h$  и пористость  $\varepsilon$ . Ребро изготавливается из медной пены.

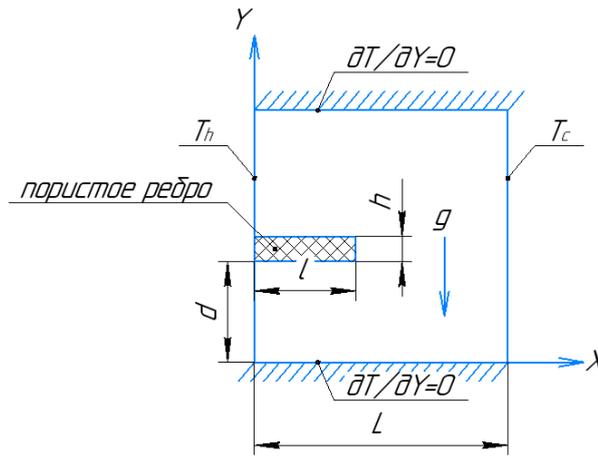


Рис. 1. Область решения задачи

Дифференциальные уравнения, описывающие процесс нестационарного конвективного теплопереноса в приближении Буссинеска в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность», имеют следующий вид:

– внутри воздушной полости:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \sqrt{Pr} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial x},$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right),$$

– внутри пористых ребер:

Для трех моделей уравнение энергии является общим:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\lambda_{eff} / \lambda_f}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right).$$

Уравнение дисперсии завихренности в случае модели Бринкмана имеет вид:

$$\varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{\varepsilon^2}{Da} \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \omega + \varepsilon^2 \frac{\partial \theta}{\partial x}.$$

Уравнение дисперсии завихренности в случае модели Форхгеймера выражается как:

$$\varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \varepsilon \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \varepsilon^2 \left( \frac{1}{Da} \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{C|\bar{V}|}{\sqrt{Da}} \right) \omega - \frac{C}{\sqrt{Da}} \left( v \frac{\partial |\bar{V}|}{\partial x} - u \frac{\partial |\bar{V}|}{\partial y} \right) + \varepsilon^2 \frac{\partial \theta}{\partial x}.$$

Уравнение Пуассона для функции тока в случае моделей Бринкмана и Форхгеймера является общим:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega.$$

В модели Дарси инерционные эффекты жидкости не учитываются. Вследствие этого, уравнение Пуассона для функции тока в случае модели Дарси принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -Da \sqrt{\frac{Ra}{Pr}} \frac{\partial \theta}{\partial x}.$$

Безразмерные начальные и граничные условия для системы дифференциальных уравнений имеют вид:  $\tau = 0 \rightarrow u = v = \psi = \omega = 0, \theta = 0,5$ .

При  $\tau > 0$  имеем:

– на твердой стенке  $x = 0$ :  $u = v = 0$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \theta = 1$

– на твердой стенке  $x = 1$ :  $u = v = 0$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \theta = 0$

– на твердых стенках  $y = 0$  и  $y = 1$ :  $u = v = 0$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$

– на поверхности пористого ребра:

- для моделей Бринкмана и Форхгеймера:

$$\psi_p = \psi_f, \omega_p = \omega_f, \theta_p = \theta_f, \frac{\partial \psi_p}{\partial n} = \frac{\partial \psi_f}{\partial n}, \frac{\partial \omega_p}{\partial n} = \frac{\partial \omega_f}{\partial n}, \frac{\partial \theta_p}{\partial n} = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_f}{\partial n},$$

- для модели Дарси:

$$u_f = u_p, \frac{\partial v_f}{\partial x} = \frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{Da}} (v_f - v_p), \omega_f = \frac{\partial v_f}{\partial x} - \frac{\partial u_f}{\partial y}.$$

Система дифференциальных уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями решалась методом конечных разностей. Разработанный алгоритм решения был протестирован на модельных задачах в сравнении с экспериментальными и численными данными других авторов.

### Результаты

Результаты показывают, что модели Бринкмана и Форхгеймера дают похожие результаты при всех числах Дарси и Рэлея. При этом модель Дарси хорошо работает при малых числах Дарси (при высоких числах Дарси она дает грубые результаты).

### Заключение

В ходе решения задачи было проведено сравнение трех моделей: Дарси, Бринкмана и Форхгеймера, предназначенных для описания гидродинамики внутри пористого ребра, расположенного на нагретой стенке в дифференциально-обогреваемой квадратной полости. Была определена возможность использования этих трех моделей при низких числах Дарси ( $Da < 10^4$ ). При больших числах Дарси подходят только модели Бринкмана и Форхгеймера, так как модель Дарси дает грубые результаты. Также было замечено, что необходимо варьировать коэффициент Биверса–Джозефа в модели Дарси в зависимости от числа Дарси, что приводит к неудобству применения данной модели.

### Список литературы

1. Kiwan S., Al-Nimr. M.A. Using porous fins for heat transfer enhancement // J. Heat Transfer. – 2001. – V. 123. – P. 790–795.
2. Asl A.K., Hossainpour S., Rashidi M.M., Sheremet M.A., Yang Z. Comprehensive investigation of solid and porous fins influence on natural convection in an inclined rectangular enclosure // Int. J. Heat Mass Transf. – 2018. – V. 133. – P.729–744.