

УДК 532.5, 536.21

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В КАНАЛАХ
С НАГРЕВАТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ НА ОСНОВЕ РЕШЁТОЧНОГО МЕТОДА
БОЛЬЦМАНА**

Н.С. Гибанов

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru

**NUMERICAL SIMULATION OF MIXED CONVECTION IN CHANNELS WITH HEAT
GENERATING ELEMENTS USING LATTICE BOLTZMANN METHOD**

N.S. Gibanov

Scientific Supervisor: Professor, Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: Gibanov@mail.tsu.ru

Abstract. *In this work, mathematical modeling of mixed convection in a channel with heating elements has been carried out using the lattice Boltzmann method. The developed mathematical model has been verified by comparison with the results obtained by other authors, as well as using other numerical methods. The conducted comparative analysis confirms the operability of the developed numerical algorithm. The double distribution function approach has been used in the research process, the BGK operator has been used as the decomposition of the collision operator. As a result of the research, distributions of temperature and velocity fields have been obtained at different flow rates of the cooling medium.*

Введение. На сегодняшний день имеется множество различных численных методов, позволяющих решать задачи теплообмена. Одним из наиболее динамично развивающихся численных методов является решёточный метод Больцмана. Данный метод является относительно новым, и обладает рядом преимуществ перед уже зарекомендовавшими себя ранее вычислительными подходами [1-5]. Кроме того, решёточный метод Больцмана позволяет проводить вычисления процессов тепломассопереноса в случае разреженных сред, однофазных и многофазных, пористых и с добавлением наночастиц, а также позволяет учитывать многие другие особенности физических процессов [6-8].

В настоящей работе рассматривается задача смешанной конвекции в канале с нагревательным элементом с использованием решёточного метода Больцмана и метода конечных разностей. В процессе исследования была проведена оценка скорости потока несжимаемой ньютоновской жидкости, а также высоты h нагревательного элемента на распределение термогидродинамических характеристик.

Физическая и математическая постановка. На рисунке 1 представлена область решения задачи. В двумерном канале высотой H и длиной L в начальный момент времени располагается покоящаяся ньютоновская несжимаемая жидкость с постоянными теплофизическими свойствами и с температурой T_{in} . На нижней стенке канала, на расстоянии H от входа располагается нагревательный элемент длиной

H и высотой h с температурой T_h . Верхняя и нижняя стенки канала считаются адиабатическими. На входе в канал задаётся входящий поток среды с температурой T_0 и горизонтальной составляющей вектора скорости U_0 . Представленная задача была решена с помощью метода конечных разностей и решёточного метода Больцмана.

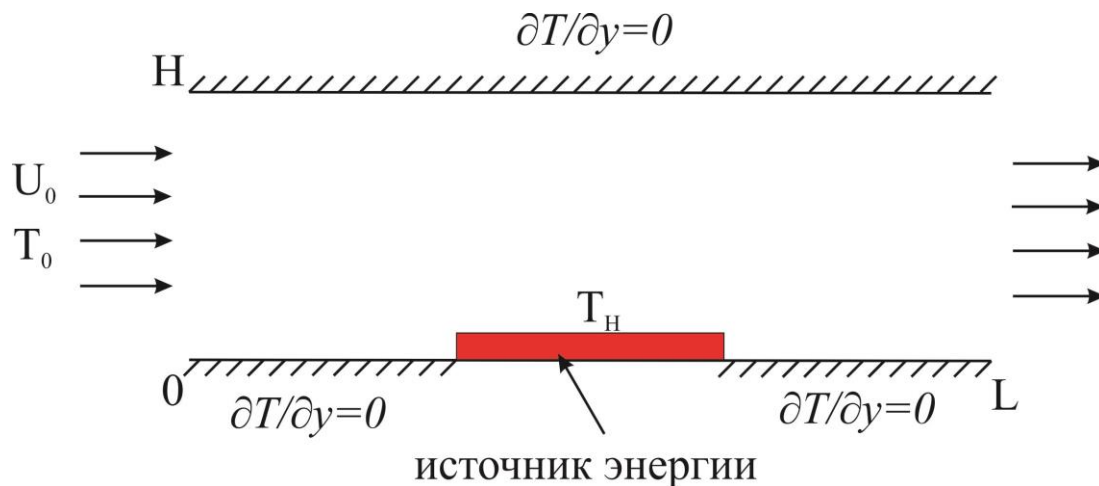


Рис. 1. Область решения задачи

При решении задачи решёточным методом Больцмана, в качестве основного уравнения выступает кинетическое уравнение Больцмана [2, 3, 9]:

$$f_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t)(1 - \omega_f) + \omega_f f_k^{eq}(x, y, t) + \Delta t F_i c_{y_i} \quad (1)$$

$$g_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = g_k(x, y, t)(1 - \omega_g) + \omega_g g_k^{eq}(x, y, t) \quad (2)$$

где f_k – k -ая функция распределения (количество связей k определяются в зависимости от структуры решетки, на основе которой будут проводиться дальнейшие расчёты),

$$f_k^{eq} = w_k \rho \left(1 + \frac{\bar{u} \cdot \bar{c}_k}{c_s^2} + \frac{(\bar{u} \cdot \bar{c}_k)^2}{2c_s^4} - \frac{\bar{u} \cdot \bar{u}}{2c_s^2} \right) - k\text{-ая функция локального равновесного распределения, } w_k -$$

весовые коэффициенты, $\omega_f = \frac{1}{3\nu + 0.5}$ – формула для расчёта функции распределения для движения (ν –

кинематическая вязкость), f_k и f_k^{eq} – функции распределения и локального равновесного распределения, используемые для определения макроскопических параметров скорости и плотности, g_k и g_k^{eq} – функции распределения и локального равновесного распределения для определения температуры,

$\omega_g = \frac{1}{3a + 0.5}$ – параметр, используемый при расчете функций распределения для температуры (a – коэффициент температуропроводности).

В случае решения задачи методом конечных разностей, система уравнений в естественных переменных может быть представлена в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

$$(\rho c_p)_f \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

где x, y – координаты; t – время; u, v – проекции вектора скорости на оси x, y ; p – давление; ρ – плотность; μ – коэффициент динамической вязкости; T – температура; λ – коэффициент теплопроводности.

Результаты и заключение. В процессе решения представленной задачи, был проведен анализ влияния скорости потока газа ($10^2 \leq Re \leq 10^3$) и высоты нагревательного элемента ($0.05H \leq h \leq 0.2H$) на распределение термогидродинамических характеристик в исследуемой области. При решении задачи решёточным методом Больцмана использовалась двумерная схема D2Q9, а также link-wise схема граничных условий упругого отскока. При решении задачи методом конечных разностей использовались преобразованные безразмерные переменные «функция тока – завихренность».

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда № 22-79-00291.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wolf-Gladrow D. A. Lattice-gas cellular automata and lattice Boltzmann models – an introduction. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
2. Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A., Shardt O., Silva G. Viggien E.M. The Lattice Boltzmann Method. Springer International Publishing Switzerland 2017.
3. Mohamad A. A. Lattice Boltzmann Method: Springer-Verlag London, 2011.
4. Sobhani M. Taguchi optimization of combined radiation/natural convection of participating medium in a cavity with a horizontal fin using LBM /M. Sobhani, H. A. Tighchi, J.A. Esfahani // Physica A. – 2018. – Vol. 509. – P. 1062-1079.
5. Wolf-Gladrow D.A. Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models // Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2000. – P. 319.
6. Sukop M.C., D.T. Thorne Jr. Lattice Boltzmann Modeling // Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. – P. 177.
7. Succi S. The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond // Clarendon Press. Oxford, 2001. – P. 304.
8. Farhat H., Lee J.S., Kondaraju S. Accelerated Lattice Boltzmann Model for Colloidal Suspensions // New York: Springer Science Business Media, 2014. – 158.
9. Gibanov N.S., Rashidi M.M., Sheremet M.A. Comparative analysis of the lattice Boltzmann method and the finite difference technique of thermal convection in closed domains with heaters // International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow. – 2022. – Vol. 32(11). – P. 3579-3597.