

УДК 553.98:551.763:550.836

ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ФАЗОЧАСТОТНЫМ МЕТОДОМ ПО ОГРАНИЧЕННОМУ НАБОРУ СПЕКТРАЛЬНЫХ ОТСЧЁТОВ

Воеводин Кирилл Дмитриевич,
vovodin111197@gmail.com

Фаерман Владимир Андреевич,
fva@fb.tusur.ru

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40.

Актуальность исследования обусловлена тем обстоятельством, что одной из наиболее значимых задач обработки сигналов является локализация и позиционирование объектов, которые тесно связаны с оценкой времени запаздывания. В работе предлагается оригинальный фазочастотный метод оценки времени запаздывания по ограниченному набору спектральных отсчётов, применимый, например, в задачах локализации источников узкополосных сигналов с известной центральной частотой. В работе приводится теоретическое обоснование применимости метода и его вычислительных преимуществ, а также его апробация и эмпирическая валидация теоретических оценок вычислительной сложности. На основании теоретических оценок и эмпирических проверок на одноплатном компьютере Raspberry Pi 4 мотивировано определяются условия, в которых применение нового метода целесообразно. **Цель:** предложить новый фазочастотный метод оценки времени запаздывания, отличающийся высокой вычислительной эффективностью, применительно к узкополосным сигналам с известной центральной частотой. **Объекты:** фазочастотные методы оценки времени запаздывания. **Методы:** математические методы цифровой обработки сигналов; методы оценки вычислительной сложности алгоритмов; эмпирические методы оценки времени выполнения программ. **Результаты.** Предложен новый метод оценки времени запаздывания, опирающийся на вычисление ограниченного набора соседствующих спектральных отсчётов с помощью алгоритма Гёрцеля; теоретически обоснованы и эмпирически уточнены предельные параметры задачи, для которых применение нового метода эффективно с точки зрения времени вычислений.

Ключевые слова: оценка времени запаздывания, кросс-фазовая частотная характеристика, дискретное преобразование Фурье, алгоритм Гёрцеля, фазочастотный метод, Raspberry Pi 4.

Введение

Оценка времени запаздывания (ОВЗ) является одной из важнейших проблем обработки сигналов [1]. Она имеет место в многочисленных приложениях позиционирования источника (реже приёмника) сигналов по времени распространения сигнала (time of arrival, TOA) или по разнице во времени регистрации сигнала (time-difference of arrival, TDOA) [2]. Широко известными приложениями являются: радиолокация, гидролокация, глобальное позиционирование по радиоканалу, локальное позиционирование по акустическому или радиоканалам.

Задача ОВЗ может быть описана следующим образом. Пусть имеются сигналы $s_A(t)$ и $s_B(t)$, такие, что [3]

$$\begin{aligned}s_A(t) &= s_0(t) + n_A(t), \\ s_B(t) &= s_0(t - \tau_{AB}) + n_B(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где $s_0(t)$ – исходный сигнал; $n_A(t)$, $n_B(t)$ – некоррелированные случайные шумы. Тогда ОВЗ сводится к получению оценки $\bar{\tau}_{AB}$, такой, что

$$\bar{\tau}_{AB} = TDE[s_A(t), s_B(t)], |\bar{\tau}_{AB} - \tau_{AB}| \rightarrow \min.$$

Известны многочисленные методы ОВЗ, среди которых наибольшее распространение получили методы, основанные на вычислении и анализе корреляционных функций сигналов [4]. Также широко известным альтернативным подходом к ОВЗ является использование фазочастотных методов. Несмотря на меньшую распространённость и в целом более высокую алгоритмическую сложность, фазочастотные методы обладают рядом вычислительных преимуществ перед корреляционными методами [5].

Положим, что сигналы $s_A(t)$ и $s_B(t)$ представлены цифровыми отсчётами, полученными с интервалом дискретизации Δ , то есть представляют собой временные ряды $s_A(i)$, $s_B(i)$

$$\begin{aligned}s_A(i) &= s_A(t_i), \quad s_B(i) = s_B(t_i), \\ t_i &= t_0 + i \cdot \Delta, \quad i = 0, 1, \dots, M-1,\end{aligned}$$

где t_0 – момент начала регистрации сигналов; $T_M = (M-1) \cdot \Delta$ – время регистрации сигналов. В таком случае корреляционная ОВЗ сведётся к поиску максимума корреляционной функции $R_{AB}(j) = R_{AB}(j \cdot \Delta)$ в соответствии с [6]

$$\bar{\tau}_{AB} = \arg \max (R_{AB}(\tau_j)), \quad j = -N/2, -N/2 + 1, \dots, N/2 - 1, \quad (2)$$

$$R_{AB}(j) = F^{-1}[S_{AB}(k)], \quad k = 0, 1, \dots, N/2, \quad (3)$$

где $F^{-1}[\cdot]$ – обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ); N – размер временного окна. Кросс-спектр сигналов $S_{AB}(k)$ вычисляется в соответствии с

$$\begin{aligned}S_{AB}(k) &= F^* s_A(i) \quad F s_B(i), \\ i &= 0, 1, \dots, N-1, \quad k = 0, 1, \dots, N/2,\end{aligned}\quad (4)$$

где $F[\cdot]$ – дискретное преобразование Фурье (ДПФ); $*$ – операция поэлементного сопряжения комплексных значений; $\times$ – операция поэлементного перемножения комплексных значений.

Из (3) и (4) следует, что ОВЗ по N отсчётам исходного сигнала требует трех операций ДПФ. В то же время описанный в [7] и разбираемый далее фазочастотный метод требует только двух операций ДПФ. При этом для применения (2), в соответствии с (3), необходимо получить

все $(N/2+1)$ спектральных отсчётов, в то время как фазочастотный метод может применяться по отношению к ограниченному набору из M отсчётов. Последнее позволяет использовать альтернативные методы спектрального преобразования сигналов, которые потенциально позволят обеспечить более высокое быстродействие ОВЗ в тех случаях, когда спектр исходного $s_0(t)$ локализован и известен.

Данная работа посвящена обоснованию, разработке и исследованию быстродействующего фазочастотного метода ОВЗ для сигналов с локализованным известным спектром. Особенностью предложенного метода является применение для получения спектральных оценок алгоритма Гёрцеля вместо широко используемого быстрого преобразования Фурье (БПФ). Для проверки работоспособности алгоритма, а также гипотез в отношении его быстродействия используются тестовые вычисления на одноплатном компьютере Raspberry Pi 4.

Фазочастотная оценка времени запаздывания

Фазочастотный метод оценки времени запаздывания предполагает извлечение информации о времени запаздывания сигналов из фазового смещения некоторых их гармонических компонентов. Принимая во внимание (1) и (4) и для наглядности пренебрегая шумами, можно показать справедливость [8]

$$S_{AB}(k) = F^*[s_0(i)] \times F[s_0(i)] \times e^{-i \frac{2\pi \cdot k}{N \cdot \Delta} \cdot \tau_{AB}}. \quad (5)$$

В таком случае кросс-фазовый спектр может быть определён как

$$\Theta_{AB}(k) = \arg(S_{AB}(k)) = \Theta_{00}(k) - \tau_{AB} \cdot \frac{2\pi \cdot k}{N \cdot \Delta}.$$

В рассматриваемом тривиальном случае отсутствия шумов фазочастотная характеристика $\Theta_{00}(k)=0$, поскольку $S_{00}(k)$ является вещественной автоспектральной характеристикой дискретизированного исходного сигнала $s_0(i)$. Следовательно, в рассмотренном простейшем случае, (5) может быть представлен в виде

$$\Theta_{AB}(k) = -\tau_{AB} \cdot \frac{2\pi \cdot k}{N \cdot \Delta}. \quad (6)$$

Простейшим способом получить τ_{AB} из $\Theta_{AB}(k)$, согласно (6), является определение угла наклона в уравнении линейной регрессии без постоянного члена. Предварительно в отношении $\Theta_{AB}(k)$ выполняется операция разворачивания фазы для того, чтобы сделать наклонный линейный участок характеристики более выраженным [7]

$$\Phi_{AB}(k) = U[\Theta_{AB}(k)]. \quad (7)$$

Задача ОВЗ в таком случае сводится к

$$\varepsilon = \sum_k \left(\Phi_{AB}(k) - \left(-\bar{\tau}_{AB} \cdot \frac{2\pi \cdot k}{N \cdot \Delta} \right) \right)^2, \quad \varepsilon \rightarrow \min. \quad (8)$$

Поставленная в (8) задача может быть аналитически решена

$$\frac{d\varepsilon}{d\bar{\tau}_{AB}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{N \cdot \Delta} \cdot \sum_k k \cdot \left(\Phi_{AB}(k) + \bar{\tau}_{AB} \cdot \frac{2\pi \cdot k}{N \cdot \Delta} \right). \quad (9)$$

Приравнявая (9) к нулю, можно получить (10)

$$\sum_k k \cdot \Phi_{AB}(k) + \frac{2\pi}{N \cdot \Delta} \cdot \sum_k k^2 \cdot \bar{\tau}_{AB} = 0. \quad (10)$$

Выполнив дальнейшие тривиальные преобразования, можно получить расчётную формулу

$$\bar{\tau}_{AB} = -\frac{N \cdot \Delta}{2\pi} \cdot \frac{\sum_k k \cdot \Phi_{AB}(k)}{\sum_k k^2}. \quad (11)$$

На практике непосредственное применение (11) затруднено. Поскольку имеет место влияние шумов, то развёртывание фазы (7) может привести к накоплению ошибки в той ситуации, когда на низких частотах преобладают шумы. Скорректированная формула, учитывающая эту проблему, предложена в [7]. Там же предложено решение, учитывающее взвешивание в частотной области, которое широко применяется для противодействия шумам и динамическим искажениям, вносимым в информационные каналы.

С точки зрения данной работы применяемая вычислительная схема не имеет принципиального значения. Альтернативные вычислительные схемы для ОВЗ сложнее, чем (11), однако имеют ту же асимптотическую сложность $O(M)$ ($M \leq N/2$), где M – число используемых спектральных отсчётов.

Преимуществом (11) и альтернативных соотношениях является то обстоятельство, что для ОВЗ могут использоваться произвольные соседствующие спектральные отсчёты и по этой причине отсутствует необходимость производить оценку отсчётов по всему спектру. Последняя особенность даёт возможность использования методов спектральных преобразований, нацеленных на получение отдельных спектральных отсчётов, а не спектра целиком. Наиболее известным из таких методов является алгоритм Гёрцеля [9].

Алгоритм Гёрцеля

Алгоритм Гёрцеля обычно рассматривается как специальный алгоритм ДПФ, направленный на оценку конкретного k_0 -го спектрального отсчёта $S_A(k)=F[s_A(i)]$, $k=k_0$. Для этого Гёрцелем было предложено следующее соотношение [9]

$$S_A(k_0) = \cos \frac{2\pi}{N} \cdot k_0 + i \cdot \sin \frac{2\pi}{N} \cdot k_0 \cdot X_{N-1}(k_0) - X_{N-2}(k_0), \quad (12)$$

где X_{N-1} , X_{N-2} – члены последовательности X_i ($i = 0, 1, \dots, N-1$), заданной рекуррентным соотношением

$$X_i(k_0) = 2 \cdot \cos \frac{2\pi}{N} \cdot k_0 \cdot X_{i-1}(k_0) - X_{i-2}(k_0) + s_A(i), \quad X_{-1}(k) = X_{-2}(k) = 0 \quad \forall k. \quad (13)$$

Увеличение N , как в (12), так и в БПФ, позволяет повысить спектральное разрешение и способствует подавлению случайных шумов за счёт увеличения длительности временного окна [6].

Несмотря на то, что использование (12) и (13) существенно проигрывает БПФ в плане быстродействия при необходимости получения всего спектра или существенной его части, такая вычислительная схема может быть более эффективна при оценке малого числа изолированных спектральных отсчётов. Практическая значимость этого заключается, например, в возможности локализации источника сигнала $s_0(t)$, если центральная частота сигнала априори известна.

Оценка вычислительной сложности

Применение фазочастотного метода требует спектральных оценок сигналов $s_A(i)$, $s_B(i)$. Классическим решением этой задачи является оценка полного спектра, в соответствии с одним из классических алгоритмов ДПФ. Вычисление ДПФ в соответствии с алгоритмом БПФ, согласно [6], требует $(N/2) \cdot \log_2(N)$ комплексных умножений и $N \cdot \log_2(N)$ комплексных сложений. Поскольку каждое комплексное умножение требует четырех вещественных умножений и двух вещественных сложений, а комплексное сложение – двух вещественных сложений, общее число операций для вычисления двух спектров составляет $(4 \cdot N) \cdot \log_2(N)$ умножений и $(6 \cdot N) \cdot \log_2(N)$ сложений. Классическая оптимизация, учитывающая вещественность входной последовательности, позволяет снизить число операций вдвое [6]. Асимптотическая сложность такого преобразования, соответственно, составляет $O(N \cdot \log_2(N))$.

Последующие операции (5), (7), (11) имеют асимптотическую сложность $O(M) = M$ ($M \leq N/2$) и, следовательно, не оказывают существенного влияния на быстродействие алгоритма при достаточно больших N . Необходимо отметить, что в зависимости от приложений на практике обычно используются $2^9 \leq N \leq 2^{18}$.

Использование алгоритма Гёрцеля требует около N вещественных умножений и $2 \cdot N$ вещественных сложений на каждый искомый спектральный отсчёт. Таким образом, для вычисления M отсчётов двух спектров потребуется $2 \cdot M \cdot N$ вещественных умножений и $4 \cdot M \cdot N$ вещественных сложений. Асимптотическая сложность вычисления спектральных оценок в соответствии с алгоритмом Гёрцеля составляет $O(M \cdot N)$ ($M \leq N/2$).

Очевидно, что при использовании всего доступного спектра, то есть при $M \approx N/2$ применение алгоритма Гёрцеля неэффективно. Однако при достаточно малых M оно имеет смысл [10]. Для того чтобы оценить число отсчётов M_0 , при котором применение алгоритма Гёрцеля целесообразно с точки зрения быстродействия, рассмотрим прежде всего соотношение числа операций вещественного умножения

$$2 \cdot M_0 \cdot N < 2 \cdot N \cdot \log_2(N),$$

откуда получим

$$M_0' < \log_2(N).$$

Произведя аналогичную оценку и считая все вычислительные операции эквивалентными, получим

$$M_0'' < \frac{5}{6} \cdot \log_2(N).$$

Учитывая, что, как правило, операции умножения занимают больше процессорного времени по сравнению с операциями сложения, корректная оценка M_0 , вероятно, находится в интервале

$$\frac{5}{6} \cdot \log_2(N) < M_0 < \log_2(N). \quad (14)$$

С точки зрения используемой памяти, алгоритм Гёрцеля требует хранения $2 \cdot M$ констант, используемых в (12). В то же время алгоритм БПФ требует хранения N комплексных поворотных множителей, то есть $2 \cdot N$ действительных констант. Принимая во внимание, что все другие операции имеют порядок используемой памяти $O(M)$ ($M \leq N/2$), в данном аспекте алгоритм Гёрцеля имеет некоторое преимущество. Последнее может быть актуально в случае применения маломощных встраиваемых устройств.

Апробация и оценка производительности

Для апробации на языке C++ был реализован алгоритм обобщённой фазочастотной ОБЗ, описанный в [7]. Оценка спектров сигналов осуществлялась как в соответствии с алгоритмом БПФ (использовалась библиотека `fftw 3.3.10`), так и в соответствии с алгоритмом Гёрцеля. Корректность ОБЗ осуществлялась с применением набора эталонных сигналов.

Оценки времени вычислений производились для того, чтобы проверить теоретические предположения, сформулированные в предыдущем разделе. В качестве вычислительной платформы во всех экспериментах выступал одноплатный компьютер Raspberry Pi 4. Все временные замеры производились многократно. Некоторые результаты сведены в таблицу. В дальнейшем для построения зависимостей использовались средние значения. Необходимо отметить, что использование в качестве оценок времени выполнения минимальных значений не меняет характер зависимостей и не влияет на выводы.

На рис. 1 представлена зависимость времени вычислений, в соответствии с алгоритмом Гёрцеля, от размеров временного окна N для фиксированного числа M искомых спектральных отсчётов. Характер представленных на рисунке зависимостей соответствует $O(N)$ для фиксированного M .

На рис. 2 представлена зависимость времени вычислений, в соответствии с алгоритмом Гёрцеля, от числа M искомых спектральных отсчётов для различных размеров временного окна N . Характер представленных на рисунке зависимостей соответствует $O(M)$ для фиксированного N .

Зависимость максимального M , обеспечивающего меньшее время вычисления, в соответствии с алгоритмом Гёрцеля, по сравнению с БПФ, отражено на рис. 3. Сравнение времени вычислений показало, что оценка (14) не соответствует действительности. Тем не менее из рис. 3 видно, что M_0 можно считать пропорциональным $\log_2(N)$ при $N \geq 32768$, где эмпирический коэффициент пропорциональности соответствует приблизительно двум.

Таблица. Оценки времени вычислений в соответствии с алгоритмом Гёрцеля

Table. Estimates of computation time in accordance with the Goertzel algorithm

N	M=3			M=5			M=10		
	Минимальное Значение Minimum value	Среднее Значение Average value	Среднее квадратическое отклонение Mean-square deviation	Минимальное значение Min- imum value	Среднее значение Average value	Среднее квадратическое отклонение Mean-square deviation	Минимальное значение Minimum value	Среднее значение Average value	Среднее квадратическое отклонение Mean-square deviation
1 024	33	34	0,978	56	67,63	1,635	114	116,16	2,941
2 048	65	68,02	0,872	111	112,05	0,921	220	221,14	1,257
4 096	134*	139,1	2,427	224	232,03	5,636	458	464,43	10,838
8 192	267*	283,87	2,477	466*	474,79	1,813	917	949,34	6,675
16 384	539*	570,16	6,243	900*	949,93	9,338	1858	1901,57	9,634
32 768	1060*	1139,33	11,973	1850*	1901,27	16,206	3679	3839,06	371,466
65 536	2023*	2264	43,244	3655*	3783,9	37,316	7401	7573,1	48,825

* – конфигурации, превосходящие БПФ по быстродействию/configurations which exceed Fourier fast transformation in speed of response.

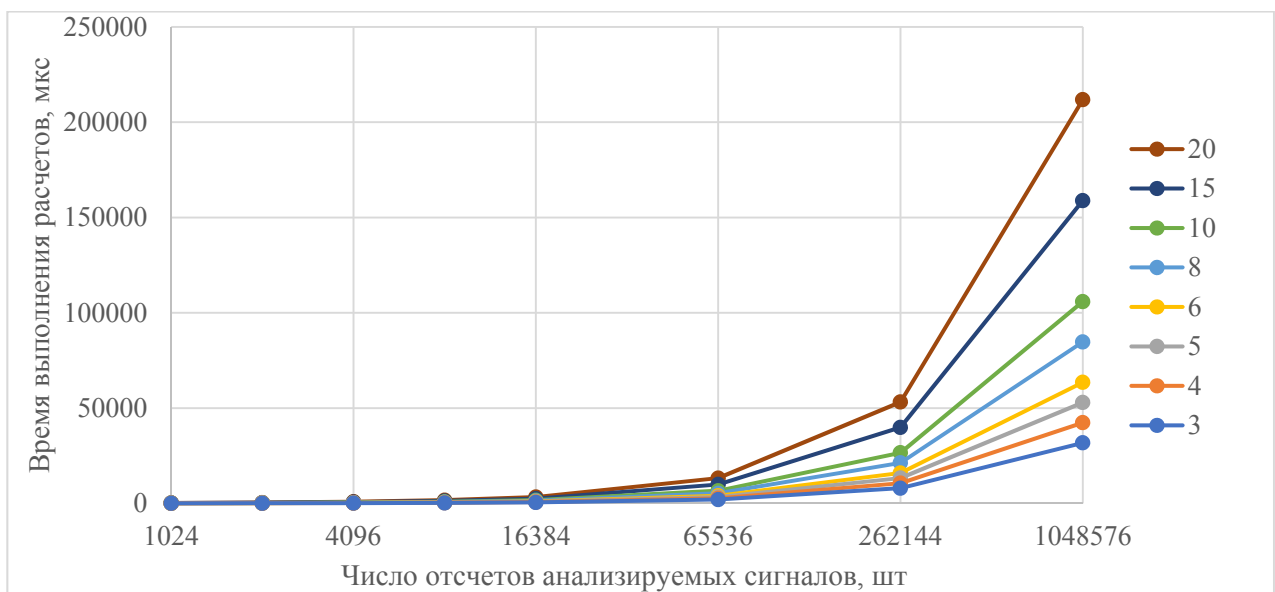


Рис. 1. Время вычислений, в соответствии с алгоритмом Гёрцеля, в зависимости от N для фиксированных M (шкала абсцисс имеет логарифмический масштаб)

Fig. 1. Calculation time in accordance with the Goertzel algorithm depending on N for fixed M (the abscissa scale has a logarithmic scale)

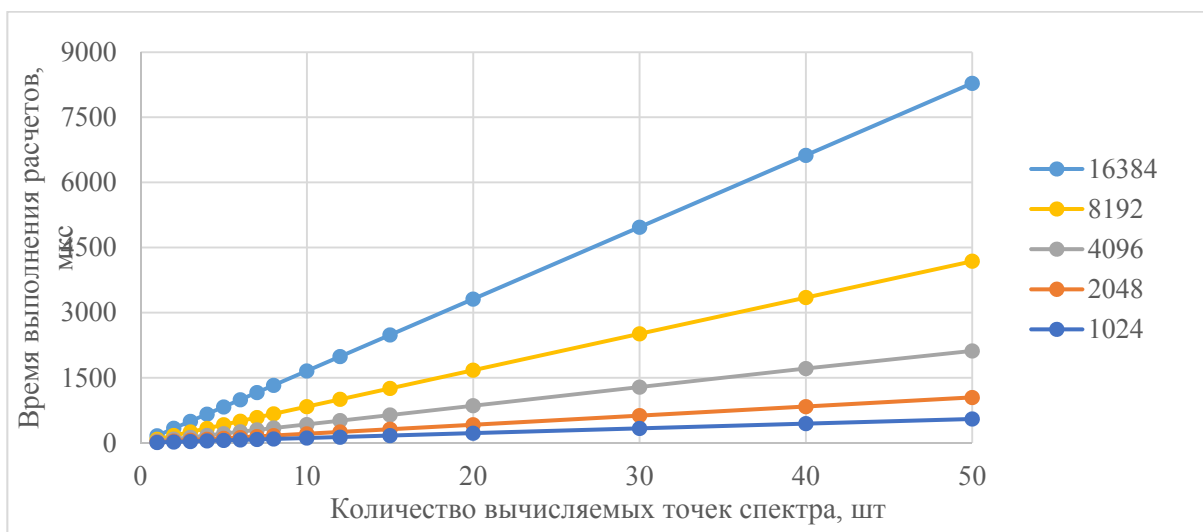


Рис. 2. Время вычислений, в соответствии с алгоритмом Гёрцеля, в зависимости от M для фиксированных N

Fig. 2. Computation time according to the Goertzel algorithm depending on M for fixed N



Рис. 3. Зависимость максимального числа M спектральных отсчётов, для которых алгоритм Гёрцеля имеет вычислительное преимущество перед БПФ

Fig. 3. Dependence of the maximum number M of spectral samples for which the Goertzel algorithm has a computational advantage over the Fourier fast transformation

Из рис. 3 видно, что реализованный в fftw 3.3.10 алгоритм БПФ превосходит по быстродействию классическую версию, оценки сложности которой использовались в расчётах. При этом одной из ключевых особенностей реализации в fftw является высокая эффективность использования аппаратных возможностей вычислительной платформы, которая позволяет несколько снизить время, затрачиваемое на одну операцию, за счёт применения конвейерных инструкций и специальных приёмов управления памятью. Предложенная реализация алгоритма Гёрцеля не учитывает эти особенности и в силу этого имеет некоторый потенциал оптимизации.

Заключение

В работе предложен алгоритм фазочастотной ОВЗ, ориентированный на задачи, в которых спектр исходного сигнала локализован в узкой полосе частот, а его центральная частота априорно известна. Отличительной особенностью предлагаемого алгоритма является вычисление с помощью алгоритма Гёрцеля только тех спектральных отсчётов, которые используются непосредственно для ОВЗ.

Такой подход, в соответствии с теоретической оценкой числа выполняемых вычислительных операций, позволяет повысить вычислительную эффективность ОВЗ относительно фазочастотного метода в сочетании с БПФ в случае, когда число M используемых спектральных отсчётов $M \leq \log_2(N)$, где N – число отсчётов во временном окне ДПФ. В ряде прикладных задач выбор больших N обоснован и преследует цель обеспечить высокую разрешающую способность по частоте и высокую толерантность к случайным аддитивным шумам. В этих случаях,

если известна область спектральной локализации исходного сигнала, предложенный алгоритм может рассматриваться как хорошая альтернатива известному методу, сочетающему ОВЗ в частотной области и оценку спектра посредством БПФ.

Эмпирические исследования быстродействия предложенного алгоритма и сравнения его с аналогом были проведены с использованием одноплатного компьютера Raspberry Pi 4. Результаты исследования показали, что порог целесообразности применения предложенного алгоритма находится существенно выше, чем показал теоретический анализ. Последнее обусловлено прежде всего тем обстоятельством, что метод оценки вычислительной сложности на основе количества операций не учитывает среднюю интенсивность их выполнения, которая может варьироваться в зависимости от контекста производимых вычислений. В частности, многие современные процессоры допускают конвейеризацию инструкций, векторные инструкции и другие формы параллелизма вычислений. Поскольку для вычисления БПФ использовалась актуальная версия библиотеки fftw v. 3.3.10, которая отличается высокой степенью оптимальности использования аппаратных возможностей вычислителя, эмпирически определённый порог эффективности применения алгоритма Гёрцеля составил $M \leq -28 + 2 \cdot \log_2(N)$ для $N \geq 32768$.

Несмотря на весьма ограниченную применимость предложенного метода на одноплатных компьютерах, его преимущества в части более низких требований к памяти могут быть полезны при работе с маломощными встраиваемыми вычислителями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chen T. Highlights of statistical signal and array processing // IEEE Signal Processing Magazine. – 1998. – V. 15. – № 5. – P. 21–64. DOI: <https://doi.org/10.1109/79.708539>
2. So H.C. Source localization: algorithms and analysis // Handbook of position location: theory, practice, and advances / Eds. S.A. (Reza) Zekavat, R.M. Buehrer. – NY: Wiley-IEEE Press, 2011. – P. 25–66. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781118104750.ch2>
3. Björklund S. A survey and comparison of time-delay estimation methods in linear systems. Linköping. – Linköping: Linköpings universitet, 2003. – 170 p.
4. Knapp C., Carter G. The generalized correlation method for estimation of time delay // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1976. – V. 24. – № 4. – P. 320–327. DOI: 10.1109/TASSP.1976.1162830
5. Zhao Z., Zi-Qiang H. The generalized phase spectrum method for time delay estimation // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – San, 1984. DOI: 10.1109/ICASSP.1984.1172709
6. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход. – М.: Вильямс, 2004. – 989 с.
7. Study of generalized phase spectrum time delay estimation method for source positioning in small room acoustic environment / V. Faerman, V. Avramchuk, K. Voevodin, I. Sidorov, E. Kostyuchenko // Sensors. – 2022. – V. 22. – № 3. – P. 1–17. DOI: <https://doi.org/10.3390/s22030965>
8. Brennan M.J., Gao Y., Joseph P.F. On the relationship between time and frequency domain methods in time delay estimation for leak detection in water distribution pipes // Journal of Sound and Vibration. – 2007. – V. 304. – № 1–2. – P. 213–223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.02.023>
9. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб: Питер, 2002. – 608 с.
10. Обобщение алгоритмов Гёрцеля и скользящего параметрического дискретного преобразования Фурье / В.А. Пономарёв, О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 1. – С. 3–11. EDN: TKVOHD

Дата поступления: 10.03.2023 г.

Дата принятия: 01.06.2023 г.

Информация об авторах

Воеводин К.Д., аспирант кафедры комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники.

Фаерман В.А., старший преподаватель кафедры комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники.

UDC 553.98:551.763:550.836

ESTIMATION OF THE DELAY TIME BY THE PHASE-FREQUENCY METHOD ON A LIMITED SET OF SPECTRAL READINGS

Kirill D. Voevodin,
voevodin111197@gmail.com

Vladimir A. Faerman,
fva@fb.tusur.ru

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics,
40, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russia.

The relevance of the research is caused by the fact that one of the most significant tasks of signal processing is the localization and positioning of objects, which are closely related to the estimation of the delay time. The paper proposes an original phase-frequency method for estimating the delay time from a limited set of spectral readings and applicable, for example, in problems of localizing sources of narrow-band signals with known center frequency. The paper provides theoretical justification for the applicability of the method and its computational advantages, as well as its approval and empirical validation of theoretical estimates of computational complexity. Based on theoretical assessments and empirical tests on a Raspberry Pi 4 single-board computer, the conditions under which the application of the new method is advisable are determined. **Purpose:** to propose a new phase-frequency method for estimating the delay time, which is characterized by high computational efficiency in relation to narrow-band signals with known center frequency. **Objects:** phase-frequency methods for estimating the delay time. **Methods:** mathematical methods of digital signal processing; methods for estimating the computational complexity of algorithms; empirical methods for estimating program execution time. **Results.** The authors have proposed the new method for estimating the delay time, based on the calculation of a limited set of neighboring spectral readings using Goertzel algorithm; theoretically substantiated and empirically refined the limiting parameters of the problem, for which the application of the new method is efficient in terms of computation time.

Key words: delay time estimation, cross-phase frequency response, discrete Fourier transform, Goertzel algorithm, phase-frequency method, Raspberry Pi 4.

REFERENCES

1. Chen T. Highlights of statistical signal and array processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1998, vol. 15, no. 5, pp. 21–64. DOI: <https://doi.org/10.1109/79.708539>.
2. So H.C. Source localization: algorithms and analysis. *Handbook of position location: theory, practice, and advances*. Eds. S.A. (Reza) Zekavat, R.M. Buehrer. NY, Wiley-IEEE Press, 2011. pp. 25–66. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781118104750.ch2>.
3. Björklund S. *A survey and comparison of time-delay estimation methods in linear systems*. Linköping, Linköpings universitet, 2003. 170 p.
4. Knapp C., Carter G. The generalized correlation method for estimation of time delay. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1976, vol. 24, no. 4, pp. 320–327. DOI: 10.1109/TASSP.1976.1162830.
5. Zhao Z., Zi-Qiang H. The generalized phase spectrum method for time delay estimation. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. San, 1984. DOI: 10.1109/ICASSP.1984.1172709.
6. Ifeachor E., Jervis B. *Tsifrovaya obrabotka signalov: prakticheskiy podkhod* [Digital signal processing. A practical approach]. Moscow, Williams Publ., 2004. 989 p.
7. Faerman V., Avramchuk V., Voevodin K., Sidorov I., Kostyuchenko E. Study of generalized phase spectrum time delay estimation method for source positioning in small room acoustic environment. *Sensors*, 2022, vol. 22, no. 3, pp. 1–17. DOI: <https://doi.org/10.3390/s22030965>.
8. Brennan M.J., Gao Y., Joseph P.F. On the relationship between time and frequency domain methods in time delay estimation for leak detection in water distribution pipes. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, vol. 304, no. 1–2, pp. 213–223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.02.023>.
9. Sergienko A.B. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. St. Petersburg, Piter Publ., 2002. 608 p.
10. Ponomarev V.A., Ponomarev O.V., Ponomarev A.V., Ponomarev N.B. Obobshchenie algoritmov Gortselya i skolzyashchego parametricheskogo diskretnogo preobrazovaniya Furye [Generalization of Goertzel algorithms and sliding parametric discrete Fourier transform]. *Tsifrovaya obrabotka signalov*, 2014, no. 1, pp. 3–11. EDN: TKVOHD.

Received: 10 March 2023.

Reviewed: 1 June 2023.

Information about the authors

Kirill D. Voevodin, postgraduate student, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics.

Vladimir A. Faerman, senior lecturer, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics.